

Ի. ՊՈՊՈՎ

ԹՎԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

ԴԱՍԱԳԻՐՔ

ՎՈՋ ԼՐԻՎ ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ՅԵՎ ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ԴՊՐՈՑԻ
ԵՐԴ ՅԵՎ ԵՐԴ ԴԱՍԱՐԱՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

ՀԽՍՀ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀՐԱՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ

ՅԵՐԵՎԱՆ

1937

31 JAN 2018

Ի. ՊՈՊՈՎ

ԹՎԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

ԴԱՍԱԳԻՐՔ

ՎՈՉ ԼՐԻՎ ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ՅԵՎ ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ԴՊՐՈՑԻ
5-ՐԴ ՅԵՎ 6-ՐԴ ԴԱՍԱՐԱՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

2-րդ հրատարակություն

Բնագրի չորրորդ հրատարակությունից
բարձր. ԱՐՇ. ՇԱՎԱՐՇՅԱՆ

Բնագիրը հաստատել է ՈւնձՍՀ-ի Լուսնողկամար

ՊԵՏԱԿԱՆ ՀՐԱՏՈՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ
ՅԵՐԵՎԱՆ 1937



11-286419v

I. ԹՎԵՐԻ ԳՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՅԵՎ ԸՆԹԵՐՑՈՒՄԸ

§ 1. Ներածություն

Թվաբանությունը թվերի, նրա հատկու-
թյունների և գործողությունների գիտու-
թյունն է:

Թվաբանությունը սկիզբը առավ այն ժամանակ, յերբ մար-
դիկ հաշվել սովորեցին, յերբ նրանք սկսեցին հասկանալ, թե
ինչ է միավորն իբրև հաշվի անշատ առարկա: Ուսումնասիրելով
հնում ապրած մարդկանցից մնացած դանադան հուշարձանները
և դրանց մակագրությունները, կարող ենք ասել, թե մարդիկ
առաջներում ինչպես են հաշվել, սակայն չենք կարող մատ-
նանշել, թե մեզ հայտնի ժողովուրդներից վորն է թվաբանու-
թյան սկիզբը դրել:

§ 2. Թվերի բնա- կան օտքը

«Մեկ» կամ «միավոր» բառը գործածվում
է մի վորևե առարկա նշելու համար:
Ցերք ուզում ենք առարկաների համա-
խումբը թվով արտահայտել, ապա պետք

է այդ առարկաները համարել:

Առարկաները համարելու համար պետք է նախ մեկ առարկան
վերցնել, հետո դրան միացնել ևս մեկը, այնուհետև դարձյալ մեկը
և այսպես շարունակաբար. հետզհետե կստացվեն 1) մեկ առար-
կա, 2) մեկ և մեկ առարկա, 3) մեկ, մեկ և մեկ առարկա և այլն:
Փոխանակ մեկ յեվ մեկ արտահայտություն՝ գործածվում է յերևու-
բառը, փոխանակ ասելու մեկ, մեկ և մեկ, գործածվում է յերեք
բառը և այլն: Ստացվում է թվերի բնական շարքը՝ մեկ, յերկու,
յերեք, չորս... Այդ շարքում ամենափոքր թիվը միավորն է:
Հարկ լեղած դեպքում այդ շարքը կարելի յէ շարունակել վոր-

քան կամենաք, դա հունի վերջ, հունի տմենամեծ թիվ, քանի վոր վերջին թիվը, ինչպիսին ել լինի, միշտ կարելի չե մեծացնել մի միավոր ավելացնելով և նոր թիվ ստանալ:

Համրանքը մեզ պետք և այն ժամանակ, յերբ կա առարկաների համախումբ, առարկաների հավաք: Թիվն ստացվում և համրանքի հետեանքով: Ամբողջ թիվն արտահայտում և մի քանի միավորների համախումբը կամ մեկ միավոր:

Համրանքը մարդուն հնարավորութուն տվեց տարբերել հավատար, ավելի, պակաս հասկացողութունները և բերեց քվեի բնական շարքն ստեղծելու մտքին:

Թվերի բնական շարքը հետևյալն է՝

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...

Առաջին տասը թվերն անվանել են՝ մեկ, յերկու, յեռեք... և այլ: Այդ տասը և մի քանի ուրիշ անուններով կազմվում են բոլոր թվերի անունները:

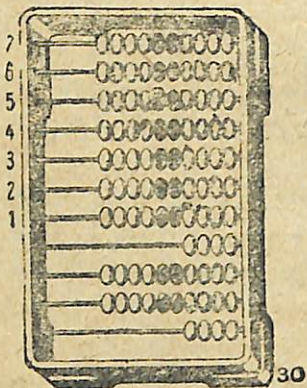
Սկզբներում յուրաքանչյուր անշատ առարկա արտահայտվում էր կետով կամ դծով: Մակայն այդ հարմար չեք այն դեպքերում, յերբ համրանքի յենթակա առարկաների թիվը մեծ էր:

Մեծ թվերի համար հնարված են հատուկ նշաններ: Ժամանակի ընթացքում թվանշանների ձևը փոխվեց: Այն նշանները, վորոնք այժմ ուղտագործում ենք մենք, կոչվում են արաբական, քանի վոր յենթադրում են, վոր յեկրոպացիք արաբներէց են փոխ առել այդ թվանշանները:

Հետզհետե մարդիկ սովորեցին մի քանի նշաններով գրել բոլոր թվերը:

Համրիչի վրա գցենք բնական շարքի թվերը: Սկսենք այն լարից, վորը 1-ին նկարում նշված է իրեն առաջինը (1):

Այդ լարի հատերը համարելով, մեկ-մեկ տանենք դեպի ձախ—մեկ, յերկու, յերեք, չորս, հինգ, վեց, յոթ, ութ, ինն, տաս:



Նկ. 1.

§ 3. Ռանգավոր հաշիվ յիվ հաշվի սասնորդական սխեմը

Ստացանք առաջին կարգի տասը միավորներ, կամ ինչպե՞ս նաև անվանում են, տասը հասարակ միավորներ, վորոնք կազմում են մեկ ասանյալ կամ յերկուրդ կարգի մեկ միավոր: Համրիչի առաջին լարի տաս հատերը յեւ տանելով դեպի աջ, փոխարինում ենք յերկրորդ լարի մեկ հատով, վորը հանդիսանում է յերկրորդ կարգի միավոր: Ապա առաջին լարի հատերը նորից մեկ-մեկ տանելով դեպի ձախ, ստանում ենք տասնմեկ, տասնյերկու, տասնյերեք... մինչև քսան: Տասնավորը փոխարինելով յերկրորդ լարի մեկ հատով ևս, կստանանք յերկրորդ կարգի յերկու միավոր:

Այսպես շարունակելով համրանքը, կստանանք հարյուր, վորը համապատասխանում է յերկրորդ լարի տասը հատերին: Մենք ստացանք մեկ հարյուրավոր—յերարդ կարգի մեկ միավոր: Յերկրորդ լարի տասը հատերը համրիչի վրա կը փոխարինվեն յերկրորդ լարի մեկ հատով: Այսպես շարունակելով համրանքը՝ կստանանք տասը հարյուրավոր կամ հազարավոր:

Մենք հաշվեցինք այսպես կոչվող առաջին դասի բոլոր միավորները:

Տեսնում ենք, վոր առաջին կարգի տասը միավորները կազմում են յերկրորդ կարգի մեկ միավոր, յերկրորդ կարգի տասը միավորները՝ յերկրորդ կարգի մեկ միավոր, յերրորդ կարգի տաս միավորները՝ չորրորդ կարգի մեկ միավոր: Ուրեմն, հաջորդող կարգի յուրաքանչյուր միավոր պարունակում է նախորդող ստորին կարգի տաս միավորներ: Ուստի և մեր հաշվաշին սխեմը կոչվում է սասնորդական սխեմ:

Առաջին յերեք կարգերը կազմում են առաջին դասը—միավորների դասը: Այդ կարգերն են՝ միավորները, տասնավորները և հարյուրավորները: Յերկուրդ դասը—հազարավորների դասն է, վորի կարգերն են՝ հազարավորները, տասնհազարավորները և հարյուրհազարավորները: Յերարդ դասը—միլիոնավորների դասն է, վորը նույնպես յերեք կարգ ունի, վորոնք են՝ միլիոնավորները, տասնմիլիոնավորները և հարյուրմիլիոնավորները: Միլիոնավորների հաջորդում է չորրորդ—միլիարդավորների (կամ բիլիոնների) դասը, իսկ վերջինիս՝ հիմնորդ—սթիլիոնավորների դասը: Այսպիսով, հաշվի տասնորդական սխեմնում:

1) Յուրաքանչյուր կարգի աստիճանը կազմում է հաջորդ բարձր կարգի մեկ միավոր:

2) Կարգերը միանալով կազմում են դասեր. յուրաքանչյուր դաս կազմված է յեղեմական կարգից:

Թվերի համրանքի կարգը համապատասխանում է հետևյալ աղյուսակին:

5-րդ դաս	4-րդ դաս	3-րդ դաս	2-րդ դաս	1-ին դաս
միլիոնավորներ	հազարավորներ	միլիոնավորներ	հազարավորներ	միլիոնավորներ
Տրիլիոնավորներ	Միլիարդավորներ (բիլիոններ)	9-րդ կարգ հազարավորներ	8-րդ կարգ տասնամիլիոնավորներ	7-րդ կարգ միլիոնավորներ
		6-րդ կարգ հազարավորներ	5-րդ կարգ տասնհազարավորներ	4-րդ կարգ հազարավորներ
		3-րդ կարգ հազարավորներ	2-րդ կարգ տասնավորներ	1-ին կարգ միավորներ

§ 2. Թվադասարան

Բոլոր թվերը գրվում են մի քանի նշաններից միայն. դրանք կոչվում են բովանդակներ: Գոյություն ունեն տասն թվանշաններ. սրանցից 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 կոչվում են իմաստավոր նշաններ, իսկ տասներորդը՝ 0—զերո:

Թիվը բովանդակներով արտահայտելու համար յուրաքանչյուր կարգի թիվ գրվում է մեկը մյուսից հետո, սկսելով ամենաբարձր կարգից, այնպես, վոր բարձր կարգի միավորները ստորին կարգի միավորներին դեպի ձախ գրվեն: Յերե վարդիվ կարգում կամ դասում միավորներ չկան, այդ կարգի տեղը գրվում է զերո, իսկ դասի տեղը՝ յեղեմ գերո:

1. Գրված է 3085: Այդ թիվը կազմված է միավորներից (5), տասնավորներից (8) և հազարավորներից (3): Հարյուրավոր չկա այդ թվում, չենտի հարյուրավորների կարգում գրված է զերո: Յեթե զերոն չգրվեր, կստացվեր 385, այսինքն յեղեմաբարձր ուրտուն ճիգ:

2. Գրված է 4 000 236. այս թվում հազարավորների դասի յերեք կարգերն են չկան, ուրիշ խոսքով հազարավորների դաս չկա:

Մեծ թվերի ընթերցումը հեշտացնելու համար գրելիս դասերի միջև մի վորք տարածություն է թողնվում:

15 900 կմ թվում հազարավորների դասն անջատված է միավորների դասից:

3. Վերևի թվում թվանշանների տեղափոխումից փոխվում է թվի անունը. որինակ, 15 900, 15 090, 19 500, 51 009—սրանք տարբեր թվեր են: Առաջինում 9-ը նշանակում է 9 հարյուրավոր, յերկրորդում՝ 9 տասնավոր, յերրորդում՝ 9 հազարավոր, իսկ չորրորդում՝ 9 միավոր:

Թվերի գրությունը հիմնված է յերկու կանոնի վրա:

1. Վարդիվ բովանդակ արտահայտված միավորներից հետո, անկողությունը կախված է այն հանգամանքից, թե այդ բովանդակը վոր կարգում է գրվում:

Այն թվանշանը, վոր աջից դեպի ձախ հաշված առաջին տեղում է, արտահայտում է առաջին դասի միավորները, աջից յերկրորդ տեղում՝ առաջին դասի տասնավորներ, յերրորդ տեղում՝ առաջին դասի հարյուրավորներ: Այնուհետև աջից դեպի ձախ տեղ են բռնում յերկրորդ դասի միավորները, տասնավորները և հարյուրավորները: Նույնը. պետք է ասել նաև յերրորդ, չորրորդ և հինգերորդ դասերի նկատմամբ:

2. Յերե դասի մեջ վարդիվ կարգի միավորներ չկան, այդ կարգի տեղը գերո յեն գրում 1):

Այն թիվը, վոր գրվում է մեկ թվանշանով, կոչվում է միանի: Այն թիվը, վոր գրվում է յերկու թվանշանով՝ կոչվում է յերկանի և այլն: Յերկանի, յեռանի, քառանի թվերը և այլն՝ կոչվում են բազմանի:

Որինակ, 9-ը ամենամեծ միանի թիվն է:

302-ը—յեռանի թիվն է:

5400-ը—քառանի թիվն է:

100-ը—ամենամեծ յեռանի թիվն է:

999-ը—ամենամեծ յեռանի թիվն է:

Գրված թվերը կարդալու համար վարվում են այսպես—կարդում են ամեն մի դասի յերեք կարգի միավորներն առանձին—առանձին, վերջում հիշելով այդ դասի անունը, որինակ, 917 հազար, 459 միլիոն:

1) Ձերոն—արաբական թիվն է:

Առաջին դասի բոլոր յերեք կարգերի միավորները կարգա-
լիս, վերջում չի հիշվում այդ դասի անունը, այլ միայն հա-
կացվում է. նրա փոխարեն դնում են համընթաց յենթակա
առարկաների անունը: Որինակ, կարգում են 345 ռոգեկառն,
բայց վոչ թե 345 միավոր ռոգեկառն: 40 239 մ-ը կարգում են
այսպես՝ քառասուն հազար յերկուհարյուր յեեսուն իննսու մեք:

§ 5. Հոսմանական
թվանշաններ

Մինչև հազար գրելու համար հոսմանայից
գործ ելին ամուս հետեյալ հիմնական
թվանշանները.

I—1, X—10, C—100, M—1000

Բացի դրանցից կային նաև հետեյալ միջանկյալ թվանշան-
ները.

V—5, L—50, D—500

Յեթե մի հիմնական թվանշան յերկու կամ յերեք անգամ
գրվում եր կողք-կողքի, այդ նշանակում եր, վոր թիվը հավա-
սար է այդ միավորների գումարին, որինակ.

II—2, XXX—30, MM—2000

Յիրը ստորին կարգի միավորը գրվում եր բարձր կարգի
միավորի աջ կողմը, այդ նշանակում եր մի թիվ, վորը հավա-
սար է նշված բոլոր թվերի գումարին, որինակ.

VI—6, XXI—21, MD—1500

Յեթե ստորին կարգի միավորը գրվում եր իրենից մի կարգ
բարձր թվից առաջ, ապա այդ նշանակում եր մի թիվ, վորը
հավասար է նշված թվերի տարբերության, որինակ.

IV—4, IX—9, XC—90, CD—400, CM—900

Շատ բարդ բան է յեռանիշ և քառանիշ թվերն արտահայ-
տել այս ձևի գրությամբ: Այդ է պատճառը, վոր ներկայումս
հոսմանական թվանշաններից շատ քիչ են ոգտվում: Միայն այն
դեպքերում են ոգտվում, յերբ ուզում են նշել վորեւ հեղինակի
գրվածքների հատորները, գրքի գլուխները, հուշարձանների
վրա կառուցման տարին և այլն:

II. ՉԵԳԵՐ. ՉԵԳԵՐԻ ՄԵՏՐԱԿԱՆ ՄԱՍՆԵՐ

§ 1. Մեծություն-
ներ լիզ մասն
չափումը

Մաթեմատիկական հաշվումների ժամանակ
մենք գործ ունենք մեծությունների հետ:
Մասնական. Մաթեմատիկայի մեջ
մեծություն և կոչվում այն բոլորը, վոր

կարելի է բազմացել ու չափել:

Յերկարությունը, քաշը, ծավալը, ժամանակը մեծություն-
ներ են:

Մեծությունները չափելու համար պետք է ունենալ չափի
միավոր:

Որինակ, մետրը, սանտիմետրը—յերկարություն չափելու
միավորներ են, կիլոգրամը, գրամը—ծանրության, իսկ ժամը,
վայելյանը—ժամանակի միավորներ:

Մասնական. I. Չափի միավոր կոչվում է ա.ն մեծու-
թյունը. վորով չափվում կամ վորի հետ բազմացվում են բոլոր
համասեռ մեծությունները:

II. Չափի մեծությունը նշանակում է այդ մեծությունը
բազմացել նրան համասեռ մի այնպիսի մեծությամբ հետ, վորը
միավոր ենք ընդունում, այսինքն իմանալ, քե նրա բանի միա-
վորներից կամ մասերից է կազմված զված մեծությունը:

Չափման հիմնական միավորներ համարվում են՝ սանտի-
մետրը—յերկարության, գրամը—ծանրության և վայելյանը—
ժամանակի համար:

Չափումից առաջանում է թիվ, որինակ, այն առարկայի
քաշը, վոր հավասարակշռվում է յերեք կիլոգրամով, նշանա-
կում ենք 3 թվով:

§ 2. Չափերի մե-
րական սխեմը

Այն բոլոր միավորների համախումբը, վոր-
ոնք գործադրվում են ամեն տեսակ մե-
ծությունների չափելու, կոչվում են չափերի
սխեմ:

Դանի զարգանում է տեխնիկան, այնքան մեծանում է
ճշգրիտ չափումների և հաստատուն միավորների ունենալու կա-
րիքը:

Ամեն ժամանակ ել հարց ե հարուցվել, թե հնարավոր չէ՞ արդյոք շրջապատող բնությունից չափման հաստատուն միավորներ ստանալ: Այսպես են ստացվել ժամանակի միավորները — տարին, որը: Այդ միավորները համապատասխանում են յերկրի մշտապես կրկնվող տարեկան և որական շարժումներին: Յերկարության համար գիտության մեջ ընդունված յերկարության միավորը — մետրը — կապված է յերկրի մեծության հետ:

Ֆրանսիայում, բուրժուական հեղափոխության ժամանակ, 1795 թ., իբրև յերկարության միավոր ընդունվեց Փարիզի միջուրեականի քառորդի մեկ տասմիլիոններորդական մասը:

Պատրաստվեց այդ միավորի նմուշը — մետրը, վորը ներկայումս ել պահվում է Փարիզում: Չափերի ու կշիռների Միջազգային բյուրոյում:

Ճշգրիտ ստուգում կատարելիս սլարզվեց, վոր մետրի յերկարությունը քիչ կարճ է իրականից: Չնայած դրան, միջազգային համաձայնությամբ մետրի նմուշն ընդունված է իբրև յերկարության միավոր: Մետրի յերկու նմուշ ել պահվում է մեղնում — Գիտությունների ակադեմիայում և Լենինգրադի Չափի ու կշիռների գլխավոր պալատում:

1918 թ. սեպտեմբերի 14-ին Ժողովրդավարական վորոշումով ԽՍՀՄ-ի մեջ պարտադիր հայտարարվեց մետրական չափերի գործածությունը:

Չափերի մետրական սխտեմը համաձայնեցված է թվերի տասնորդական սխտեմի հետ: Այսպես, որինակ, մետրը հավասար է 10 դեցիմետրի, 100 սանտիմետրի, 1000 միլիմետրի: Չափի միավորը 10, 100, 1000 և այլ մասերի բաժանելը հաշվումներ կատարելիս շատ հարմար է:

Ստանդարտավորող Կոմիտեի վորոշումով ընդունված են մետրական չափերի զանազան միավորների հետևյալ կրճատ նշանադրումները:

§ 3. Միավորների նշանակումը

I. Յերկարության չափեր

Չափերի ԱՂՅՈՒՍԱՆԸ

1 կիլոմետրը (կմ) = 1000 մետրի (մ)
1 մետրը (մ) = 10 դմ = 100 սմ = 1000 մմ
1 դմ = 10 սմ = 100 մմ
1 սմ = 10 մմ

II. Մակերեսների չափեր

III. Փավալի չափեր

IV. Փառուքյան չափեր

V. Հեղուկների յեվ բնդեղեցների ծավալի չափեր

VI. Փավալի յեվ ծառուքյան չափերի միջեվ յեղած կապը

III. ԱՄԲՈՂԶ ԹՎԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄԸ ՅԵՎ ՀԱՆՈՒՄԸ

§ 1. Գումարում

Համբելով կարելի յե թվերի գումարում կատարել:
1. Մի տղա դպրոցից ստացավ 8 տետր, իսկ նրա քույրը՝ 7 տետր: Նրանք յերկուսով քանի՞ տետր ստացան:

Այս խնդիրը լուծելու համար պետք է համբել բոլոր տետրերը, կստացվի՝ 15:

Լուծման գրառումը. $8+7=15$ տեսրի:

Այս որինաչում տված յերկու թվերից պետք եր կազմել մի նոր թիվ, վոր ցույց տար, թե տված թվերում ընդամենը քանի միավոր կա: Այսպիսի գործողությունը կոչվում է գումարում:

2. Կարելի չե գումարել նաև մի քանի թվեր, որինակ.

$$28+33+17+40=123$$

Այստեղ 123-ը կոչվում է 28, 38, 17 և 40 այսինքն՝ չորս թվերի գումարը:

Սահմանում. Այն բվերը, վոր գումարում են, կոչվում են գումարելիներ: Այն բիվը, վոր ստացվում է գումարումից, կոչվում է գումար:

1-ին խնդրում տված գումարելիներով (8 և 7) կազմվել է զրանց գումարը (15):

Յերկու գումարելիների դեպքում ($8+7=15$) մենք ունե-լինք՝

Առաջին գումարելիին + յերկրորդ գումարելին = գումարին:

Այդ գումարումը կարելի չե տվելի կրճատ արտահայտել տա-ռերով. $a+b=c$, վորտեղ առաջին գումարելին՝ արտահայտված է a տառով, յերկրորդ գումարելին՝ b տառով, իսկ գումարը՝ c տառով:

Գումար կարելի չե անվանել ինչպես c-ն, այնպես և $a+b$ -ն:

1. Մի կոլանտեսություն յեկամուտն ստաց-վում եր հետևյալ աղբյուրներից.

Պետությունը հացահատիկ վաճառելուց՝

65 703 ու.

Բանջարանոցի արտադրանքը 99 682 ու.

Անասնապահական մթերքների վաճառքից՝ 3 319 ու.

Տնտեսություն այլ ճյուղերից 42 416 ու.

Կոլանտեսություն ընդհանուր համախառն յեկամուտը 211 120 ու.

211 120 ու.

Տվյալ խնդրում առանձին թվերը հանդիսանում են գու-մարելիներ, իսկ ընդհանուր արդյունքը—այդ գումարելիների գումարը: Լուծելով այս խնդիրը մենք գտնում ենք մի բանի գումարելիների գումարը, այսինքն այն բիվը, վորը պարունակում է այնքան միավոր, վորքան բոլոր գումարելիները միասին առած:

2. Գյուղացին մտնելով կոլանտեսություն, առաջին տարին աշխորերի համար ստացավ 23 ց հացահատիկ: Հաջորդ տարին 15 ցինտներով ավելի ստացավ նա: Դանի՞ ցինտներ հացահա-տիկ ստացավ նա յերկրորդ տարին:

Լուծում. $23+15=38$ ց:

Այս խնդիրը նույնպես գումարման. գործողությամբ է լուծվում: Այստեղ հարկավոր է բիվը մեծացնել վուտ բանակի միավորներով (15):

Այստեղ էլ գումարման համար տված թվերը (23-ը և 15-ը) կոչվում են գումարելիներ, իսկ 38-ը՝ գումարման արդյունքը—գումար:

Գումարման գործողությամբ լուծվում են այն խնդիր-ները, վորտեղ հարկավոր է.

1) Գտնել այն բիվը, վոր հավասար է տված բոլոր բիվերին—միասին առած:

2) Տված բիվը մեծացնել մի բանի միավորով:

Ծանոթություն.—Յերկու խնդիրներն էլ միշտ հնարավոր են, այդ պատճառով կարող ենք ասել, վոր գումարման գործողու-թյամբ բոլոր դեպքերում էլ կարելի չե կատարել:

§ 3. Գումարման
որենները

1. Մեր տնից մինչև նրբանցքի մի ծայրը 36 մ է, իսկ մինչև մյուս ծայրը՝ 52 մ:

Դտնել նրբանցքի յերկարությունը:

Լուծում.— Ընդհանուր յերկարությունը

կլինի՝

$$36+52=88 \text{ մ.}$$

Նույն յերկարությունը կստացվի, յեթե թվերը դասավո-րենք ուրիշ կարգով՝

$$52+36=88 \text{ մ.}$$

Տեսնում ենք, վոր գումարը կախում չունի գումարելինե-րի տեղափոխումից:

Գումարման սեղափոխման օրենքի Գումարելի-ների սեղափոխումով գումարը չի փոխվում:

Նշանակելով գումարելիները a և b տառերով, այդ օրենքը տառերով կարելի չե արտահայտել այսպես.

$$a+b=b+a$$

Այդ որենքը ճիշտ է նաև յերեք և ավելի գումարելիների գումարի նկատմամբ:

2. Գտնել հետևյալ թվերի գումարը.

$$43+65+28=28+65+4'=65+43+8=136$$

Այս որինակում յերեք գումարելիների տեղափոխումները չեն փոխում գումարի մեծությունը:

Հետևյալ գրառումը տառերով էլ գրվում է այսպես.

$$a+b+c=b+a+c=c+a+b=a+c+b$$

3. Գումարման վերաբերյալ խնդիրներ լուծելիս, բացի տեղափոխման որենքից, հաճախ ոգտագործում են նաև զուգորդական որենքը:

Զուգորդական որենքն Մի բանի գումարելիների գումարը ստանալու համար, կարելի չէ այդ գումարելիները վերածել խմբերի, զսնել ամեն մի խմբի գումարելիների գումարը յեվ ապա գումարել այդ բոլոր գումարները:

Այդ յեղանակով շատ գումարելիներ յեղած դեպքում հեշտանում է դրանց գումարը գտնելը:

4. Գումարել՝ $15+35+22+8+46+9$

Լուծում. Այդ գումարելիները վերածենք այնպիսի խմբերի, վորոնց գումարները գումարման համար հարմար թվեր են տալիս:

$$15+35+22+8+46+9=(15+35)+(22+8)+(46+9)=50+30+55=135$$

Դիտողություն. Փակագծերը ցույց են տալիս, վոր գումարումը նախ քանք է կատարել փակագծերի ներսում: Արդյունքները գումարում են հետո Հաշվումների ժամանակ հաճախ կիրառվում է թե տեղափոխման և թե զուգորդական որենքը:

5. Գտնել $43+79+68$ գումարը: Կստացվի 190: Բայց կարելի չէ հեշտացնել հաշվումը: Քանի վոր $(60+7+1)$ գումարը փոխարինում է 68-ին, ապա ավելին է, վոր ճշմարիտ է և հաշվարձը, այսինքն 68-ը կարելի չէ փոխարինել $60+7+1$ գումարով:

68-ը վերածենք այս յերեք գումարելիներին և տեղադրենք աված արտահայտության մեջ.

$$43+79+68=43+79+60+1+7$$

Այժմ խմբավորենք այդ գումարելիները.

$$43+79+60+1+7=(43+7)+(79+1)+60=50+80+60=190$$

Գումարման ժամանակ ամեն մի գումարելի կարելի չէ փոխարինել մի բանի այնպիսի գումարելիներով, վորոնց գումարը հավասար է ձված գումարելիին:

§ 4. Ինչպես պես և գումարն ավելացնել

Գումարման որենքները թույլ են տալիս յերկու գումարելիների գումարն ավելացնել՝ առանց հաշվի դիմելու:

1. Մի կոլանտեսություն հացահատիկն իրավատորին հանձնեց մի քանի նվազում: Սկզբում հանձնեց 845 ց, հետո 30 ց, իսկ վերջին անգամ՝ 75 ց: Ընդամենն ինչքան հացահատիկ հանձնեց կոլանտեսությունը:

Լուծում. Այս խնդիրը կարելի չէ լուծել յերկու յեղանակով.

1. Գումարել բոլոր թվերը.

$$845+30+75=950 \text{ ց:}$$

Գումարումը գտնելու համար այստեղ առաջին գումարելիին հետզհետե գումարում ենք մյուսներն առանձին-առանձին:

2. Կարելի չէ նախ հաշվել յերկրորդ և յերրորդ անգամ հանձնված հացահատիկի քաշը, ապա այդ ավելացնել սկզբում տվածի քաշին, այսպես.

$$30+75=105 \text{ ց. } 845+105=950 \text{ ց:}$$

Ստացվեց նույն գումարը: Այժմ փակագծերի միջոցով արտահայտենք այդ գումարների հավասարությունը.

$$845+(30+75)=845+30+75=950$$

Թվին մի բանի ուրիշ թվերի գումար ավելացնելու համար՝ կարելի չէ այդ թվին ավելացնել բոլոր գումարելիներն առանձին-առանձին:

Այս կանոնն արտահայտենք տառերով. $a + (b + c) = a + b + c$
 Այս կանոնը պահում է յուր ճշտությունն անկախ գումարելիների քանակից:

2. Գտնել հետևյալ թվերի գումարը.

$$38 + (42 + 65 + 27 + 83)$$

Լուծում.

$$38 + (42 + 65 + 27 + 83) = 38 + 42 + 65 + 27 + 83 = 255$$

§ 5. Ամբողջ թվերի գումարումը

Իմանալով գումարի հասկությունները, կարող ենք բացատրել ամբողջ թվերի գումարման յեղանակները:

1. Միանիշ թվերի գումարումը կատարվում է համարանքի միջոցով, յեթե այդ թվերի գումարը տասից պակաս է, որինակ.

$$3 + 5 = 8$$

2. Յեթե միանիշ թվերի գումարը 10-ից ավելի է, գումարումը կատարվում է այսպես.

$$8 + 7 = 8 + (2 + 5) = 8 + 2 + 5 = (8 + 2) + 5 = 10 + 5 = 15$$

Այստեղ յերկրորդ գումարելին փոխարինեցինք յերկու գումարելիներով և նրանց գումարն ավելացրինք, ողտվելով դուզորդական որենքով:

Մի գումարելին պետք է լրացնի առաջին գումարելին մինչև 10:

3. Բազմանիշ թվերը գումարելիս ողտվում ենք թե տեղափոխման և թե դուզորդական որենքներով, որինակ.

$$\begin{aligned} 4385 + 2297 &= 4000 + 300 + 80 + 5 + 2000 + 200 + 90 + 7 = (4000 + \\ &+ 2000) + (300 + 200) + (80 + 90) + (5 + 7) = 6000 + 500 + 170 + \\ &+ 12 = 6000 + 500 + 100 + 70 + 10 + 2 = 6000 + (500 + 100) + (70 + \\ &+ 10) + 2 = 6000 + 600 + 80 + 2 = 6682 \end{aligned}$$

Այս որինակից յերևում է, թե ինչու գումարը գտնելու համար առանձին-առանձին գումարում ենք ամեն մի կարգի միավորները:

Վերևի գրությունը կարելի է կրճատ գրել այսպես.

$$\begin{array}{r} 4385 \\ + 2297 \\ \hline 6682 \end{array}$$

Յեթե գումարելիս վերեն կարգի միավորների գումարը 10-ից անցնում է, ապա վերածում ենք այդ հաջորդ ավելի բարձր կարգ միավորների և ավելացնում հետևյալ ավելի բարձր կարգի միավորների գումարին:

Մի քանի թվեր գումարելու համար այդ թվերը գումարում ենք իրար սակ այնպես, վոր նույն կարգի թվանշանները յինեմ միյեվնույն սյունակում: Գրելուց հետո նախ գումարում ենք աջ սյունակի միավորները յեվ արդյունքը նշանակում այդ սյունակի ներեվում, յեթե գումարը 10-ից պակաս է. իսկ յեթե 10-ից ավելի է կամ ուղիղ 10 է, ապա միայն գրվում է միավորների թվանշանը, իսկ ասանավորներն ավելացվում են ասանավորների սյունակի թվերի գումարին, այսեղ էլ նույն կերպ ենք վարվում, ինչպես առաջին սյունակի թվանշանները գումարելիս: Նույն կերպ գործողությունը շարունակվում է մինչեվ վերջին սյունակը, վորի սակ գրվում է ամբողջ արդյունքը, անկախ այն հանգամանքից՝ 10-ից ավելի է, թե պակաս: Այն թիվը, վոր ստանում յեվ գումարում ենք գումարումը կատարելուց հետո, հանգիստանում է հենց մեր վորսնած գումարը:

§ 6. Հանում

1. Մեքենա-տրակտորալին կայանն ունի 36 տրակտոր: Դրանցից 17-ն ուղարկվեց վարի: Քանի՞սը մնաց կայանում:

Լուծում. $36 - 17 = 19$

Այս գործողությունը կոչվում է հանում: Յեթե գումարենք 19 և 17, ապա կստանանք 36.

$$19 + 17 = 36$$

36-ը գումարն է, 19-ը և 17-ը՝ գումարելիներ: Իմանալով գումարը (36) և գումարելիներից մեկը (17), Հանման միջոցով գտանք մյուս գումարելին (19):

Ս ա հ մ ա ն ու մ. Հանումն այն գործողությունն է, վորով
յերբ հայցնի յե գումարը յեվ գումարելիներին մեկը, գտնում
ենք յերկրորդ՝ անհայց գումարելին:

Հանում կատարելիս թվերը չենք անվանում գումար և
գումարելիներ, այլ կոչում ուրիշ անուններով:

I. Այն թիվը, վորից հանում են, կոչվում է նվազելի:

II. Այն թիվը, վորը հանում են, կոչվում է հանելի:

III. Այն թիվը, վորը սացվում է հանումից, կոչվում է
Տարբերություն կամ մնացորդ:

Առաջին խնդրում գտանք, վոր $36 - 17 = 19$. 36 -ը նվազե-
լին է, 17 -ը հանելին, իսկ 19 -ը՝ տարբերությունը:

Նվազելի—հանելի=տարբերություն:

Հանման տառային գրությունը հետևյալն է.

$$a - b = c$$

Այստեղ a տառն արտահայտում է նվազելին, b տառը՝ հանելին, իսկ
 c -ն՝ տարբերությունը:

Տարբերություն կոչվում է ինչպես c -ն, այնպես և $a - b$ -ն:

Գումարումը և հանումը փոխադարձաբար
հակադարձ գործողություններ են:

$$3.0 + 250 = 590 \text{ և } 590 - 250 = 340$$

Գրենք այն թվերի անունները, վորոն-
ցով գործողություններ են կատարվում:

§ 7. Գումարումը
յեվ հանումը փո-
խադարձաբար հա-
կադարձ գործողու-
թյուններ են

	Գ ու մ ա ռ ե լ ի ս	Հ ա ն ե լ ի ս
590	գումար	նվազելի
250	մի գումարելի	հանելի
340	յերկրորդ գումարելի	տարբերություն

Հ ե ս ե վ ա ն ն ե ռ. I. Նվազելին հավասար է հանելիին,
գումարած տարբերությունը:

2. Հանելին հավասար է նվազելիին, հանած տարբերու-
թյունը:

1-ին և 2-րդ հետևանքները հնարավորություն են տալիս
գտնել անհայտ նվազելին և հանելին:

$$1) x - 5 = 9$$

Նվազելին է x -ը, հանելին՝ 5 , տարբերությունը՝ 9 . Գտնում
ենք, վոր

$$x = 9 + 5, x = 14.$$

$$2) 8 - x = 3$$

Այստեղ x -ը հանելին է, 8 -ը՝ նվազելին 3 -ը՝ տարբերու-
թյունը:

Գտնում ենք, վոր

$$x = 8 - 3, x = 5.$$

3) Մարդատար գնացքը բաղկացած է 14 վագոնից: Հան-
դուցային կայարանում այդ գնացքին կցեցին յերկու վագոն,
բայց ուրիշ յերկուսն էլ անջատեցին: Փոխվեց արդյոք գնացքի
վագոնների թիվը:

$$\text{Լ ու ծ ու մ. } 14 + 2 - 2 = 14 \text{ վագոնների:}$$

Վագոնների կցումը կամ անջատումը կարելի չէր կատարել
ուրիշ կարգով ևս: Կարելի չէր նախ անջատել յերկու վագոն և
հետո կցել ուրիշ յերկուսը: Այդ դեպքում խնդրի լուծումը կգը-
վեր այսպես. $14 - 2 + 2 = 14$: Արդյունքը նույնն է:

Այս խնդրի լուծումը թույլ է տալիս մատնանշել գումար-
ման և հանման հետևյալ հատկանիշները, վորպես հակադարձ
գործողություններ:

Յեթե վորեվն թվի ավելացնենք մի ուրիշը յեվ հետո նույն
այդ թիվը հանենք, կսացվի նախկին թիվը:

Այսպես, ուրեմն, փոխադարձաբար հակադարձ գործողու-
թյուններից մեկը չըացնում է մյուսի արդյունքները:

§ 8. Համեմատ գոր-
ծողությամբ լուծ-
վող խնդիրներ

1. Կոլտնտեսությունը ծախսեց ընդամենը
 $46\ 183$ ռ.: Այդ դրամից $27\ 953$ ռ. ծախսը-
վեց տնտեսական կարիքների համար, իսկ
մնացածը վճարվեց բանկի պարտքը: Կոլտըն-
տեսությունը քանի՞ ուրելի վճարեց բանկին:

$$\text{Լ ու ծ ու մ. } 46\ 183 - 27\ 953 = 18\ 230 \text{ ռ.:}$$

Այս խնդրում լերկու գումարելիների գումարը 46 183 է, իսկ գումարելիներից մեկը՝ 37 95: Հարկավոր է յերկու թվերի գումարի և այդ թվերից մեկի միջոցով գտնել մյուս թիվը:

Այս խնդիրը լուծվում է հանման գործողությամբ: Գտնում ենք դրամի մնացորդը, վորը կոխանակությունը վճարեց բան-կին:

2. Շոգեմուրճը դետալներ կուխիլիս որական մոտ 40 էտ-տան է տալիս: Շոգեմուրճն աշխատանքող բրդագլը վորոշեց խոտան դետալների թիվը 15-ով նվազեցնել: Գտնել թի բրի-դադն որական ամենաշատը քանի՞ խոտան է թույլատրելի հա-մարում:

Լուծում. $40 - 15 = 25$ դետալ:

Այս խնդրում պետք է 40-ը պակասեցնել 15-ով: Խնդիրը լուծվում է հանման գործողությամբ:

3. Քարտաշներից յուրաքանչյուրն որական 800-ական աղ-յուս եր շարում: Հարվածաշինը շարվող աղյուսների թիվը հասցը-րեց 1300-ի: Հարվածաշինն որական քանի՞ աղյուսով ավելի յեր շարում:

Լուծում. $1300 - 800 = 500$ աղյուս:

Այստեղ համեմատում ենք լերկու թիվ. իմանում ենք, թե դրանցից մեկը քանի՞ միավորով ավելի յե մյուսից:

Այս խնդիրն ևս լուծվում է հանման միջոցով:

Համեմատ գործողությունն է կիրառվում, լերք հաշվավոր է

1) Յերկու գումարելիների գումարի յեկ այդ գումարելի-ներից մեկի միջոցով գտնել մյուսը:

2) Թիվը փոխացնել մի բանի միավորով (հանել մի բա-նի միավոր):

3) Խմանալ, թե մի թիվ բանի՝ միավորով մեծ կամ փոք-ր է մյուսից (բաղդասել լերկու թիվ):

Մանրություն 1. Յերկուրդ խնդիրը միշտ հնարավոր չե լուծել հանման միջոցով, այն դեպքում, յեթե կամենում ենք թիվը փոքրացնել նվազեցից ավելի մեծ թիվով:

Մանրություն II. Յեթե նվազելին հավասար է հանելիին, ապա տար-բերությունը հավասար է զերոյի: Որինակ, $8 - 8 = 0$:

Հ ե ս ե վ ա ն ք. Յերե լերկու թվերի տարբերությունը զերո յե, ապա այդ թվերը հավասար են:

§ 9. Գումարի փոփոխությունը

1. Կոտլերատիվը բանվորների համար ամա-ռանոցային շենքեր է կառուցում, վորոն-ցից յուրաքանչյուրի բնակելի մակերեսը պետք է լինի 56 քառ. մետր, իսկ ոժանդակ մակերեսը՝ 15 քառ. մետր: Նախագիծը հաստատելիս վորոշվեց բնակելի մակերեսն բնդարձակել 12 քառ. մետրով: Վորքան եր ամբողջ ոգտագոր-ծելի մակերեսն առաջին նախագծի համաձայն է վորքան փոխ-վեց դա յերկրորդ նախագծով:

Լուծում—Սկզբնական նախագծով ոգտագործելի մակե-րեսը պետք է լիներ.

$$56 + 15 = 71 \text{ քառ. մետր:}$$

Գումարելիներից մեկը մեծացնելով 12 քառ. մետրով, այդ-քանով մեծացրած կլինենք և ամբողջ գումարը, կստանանք.

$$56 + 15 + 12 = 68 + 15 = 71 + 12 = 83 \text{ քառ. մ.}$$

I. Յերե գումարելիներից մեկը մեծացնենք վորոք թվով, գումարն ել նույնքանով կմեծանա:

2. Ավտոմոբիլի քաշը 4200 կգ է, իսկ նրա բեռը՝ 4800 կգ: Վորքան է ավտոմոբիլի քաշը յուր բեռով: Ի՞նչ փոփոխություն կառաջանա այդ քաշում, յեթե բեռը պակասի 200 կգ-ով:

Լուծում. Ավտոմոբիլի քաշը բեռով $4200 + 4800 = 9000$ կգ է: Յեթե բեռը պակասի 200 կգ-ով, ապա բեռան քաշը կլինի $4800 - 200 = 4600$ կգ, իսկ ավտոմոբիլի և բեռան քաշը՝ $4200 + 4600 = 8800$ կգ, այսինքն ավտոմոբիլի և նրա բեռան քաշը նույնպես կփոքրանա 200 կգ-ով:

Այսպիսով յերբ պակասում է մի գումարելին, փոքրանում է և նրա գումարը:

II. Յերե գումարելիներից մեկը վորոք թվով փոքրացնենք, գումարն ել նույնքանով կփոքրանա:

3. Ավտոմոբիլի քաշը 4200 կգ է, նրա վրա կարելի յե 4800 կգ բեռ դնել: Ի՞նչ փոփոխություն կառաջանար այդ յեր-հուսի քաշում. յեթե ավտոմոբիլի քաշը 200 կգ պակաս լիներ, իսկ նրա բեռը՝ 200 կգ ավելի:

Լուծում. Ավտոմոբիլի նախկին քաշը բեռով միասին.

$$4200 + 4800 = 9000 \text{ կգ}$$

Նրա քաշը՝

$$4200 - 200 + 4800 + 200 = 4000 + 5000 = 9000 \text{ կգ}$$

Ավտոմոբիլի և նրա բեռան քաշը — միասին հաշված՝ չի փոխվի:

Այսպիսով, գումարը չփոխվեց, յերբ գումարն ինքնին մեկը փոքրացրինք, իսկ մյուսը մեծացրինք 200-ով:

III. Յեթե գումարելիքներից մեկին ավելացնենք վոյեվե քիվ, իսկ մյուսից հանենք նույնքան, ապա գումարը կմնա անփոփոխ:

§ 10. Տարբերության փոփոխությունը

1. Կոպեկերատիվն անհրաժեշտաբար պետք է ունենար 32 ց ալյուրի պաշար, բայց նրան բաց է թողնված միայն 24 ց: Վորքան էլ պետք է ստանա:

$$\text{Լ ու ծ ու մ. } 32 - 24 = 8 \text{ ց:}$$

Այս որինակում 32-ը նվազելին է, 24-ը՝ հանելին, իսկ 8-ը՝ տարբերությունը:

Ի՞նչ փոփոխություն կկրի այդ քանակը, յեթե մի դեպքում կոպեկերատիվն անհրաժեշտ լինի 6 ց ավելի, մյուս դեպքում՝ 6 ց պակաս պաշար: Յեթե նվազելին մեծանա 6 ց-ով, ապա տարբերությունն էլ կմեծանա 6 ց-ով: Հասկանալի չէ, վոր յեթե նվազելին փոքրանա 6 ց-ով, տարբերությունն էլ կփոքրանա 6 ց-ով: Այստեղ ունենք նվազելին մեծացնելու և փոքրացնելու որինակներ:

I. Յեթե նվազելին մեծացնենք վոյեվե քիվ, ապա տարբերությունն էլ կփոքրանա այդքանով:

II. Յեթե նվազելին փոքրացնենք վոյեվե քիվ, ապա տարբերությունն էլ կփոքրանա այդքանով:

2. Ի՞նչ փոփոխություն կկրի ալյուրի քանակը, յեթե կոպեկերատիվն բաց թողնված ալյուրը 3 ց-ով ավելի լինի. 3 ց-ով պակաս լինի (նախորդ որինակը):

Առաջին դեպքում հանելին մեծանում է 3-ով: Կարելի չէ համոզվել, վոր տարբերությունը կփոքրանա 3-ով և կդառնա 5 ց: Երկրորդ դեպքում հանելին կփոքրանա 3-ով, իսկ տարբերությունը կմեծանա 3-ով և կդառնա 11 ց:

I. Յեթե հանելին մեծացնենք վոյեվե քիվ, ապա տարբերությունը նույնքանով կփոքրանա:

II. Յեթե հանելին փոքրացնենք վոյեվե քիվ, ապա տարբերությունը կմեծանա նույնքանով:

3. Գտնել $1200 - 800$ տարբերությունը: Ի՞նչ փոփոխություն կկրի տարբերությունը, յեթե նույն թվով միաժամանակ մեծացնենք թե հանելին և թե նվազելին: Տարբերությունը զրանից չի փոխվի: Տարբերությունը չի փոխվի նաև այն դեպքում, յեթե հանելին ու նվազելին միաժամանակ փոքրացնենք միևնույն միավորով:

$$1200 - 800 = 1300 - 900 = 1000 - 600 = 400$$

Այստեղ առաջին դեպքում յերկու թիվն էլ մեծացրել ենք 100-ով, իսկ յերկրորդ դեպքում՝ յերկու թիվն էլ փոքրացրել ենք 200-ով:

Յեթե նվազելին յեվ հանելին մեծացնենք (կամ փոքրացնենք) միևնույն թվով, տարբերությունը կմնա անփոփոխ:

1. Ստացված 250 ուրլուց փոխառության արժեքն է 25 ա. և զանազան գնումներին՝ 50 ա.: Վորքան դրամ է մնացել:

Լ ու ծ ու մ. Այս խնդիրը կարելի չէ լուծել յերկու յեղանակով:

1) 250 ուրլուց հանել արած ծախսերի ընդհանուր գումարը:

$$250 - (20 + 50) = 250 - 75 = 175 \text{ ա.}$$

2) Հաջորդաբար հանել յերկու թվերը:

$$250 - 25 - 50 = 175 \text{ ա.}$$

Գրի առնելով այդ յերկու արդյունքների հավասարությունը, կստանանք գումարի համան կանոնը:

$$250 - (25 + 50) = 250 - 25 - 50 = 175.$$

I. Վոյեվե քիվի ուրիշ թվի գումարը հանելու համար կարելի չէ հանել ամեն մի գումարելին առանձին-առանձին: Այս կանոնն արտահայտենք տառերով:

$$a - (b + c) = a - b - c$$

Այս վերջին կանոնը շատ հեշտացնում է հանումը, յերբ պետք է միևնույն թվից հանել մի քանի թվեր:

2. Հանել՝ $420 - 103 - 65 - 42 - 17$

Լուծում. Մենք հանելու յենք չորս թվերի գումարը միանգամից:

Այս գործողությունը փոխարինում է հանման չորս հանորդականություն:

$$420 - (103 + 65 + 42 + 17) = 420 - 227 = 193$$

Նույն արդյունքը կստացվի, յեթե այդ թվերը հաջորդաբար հանենք:

Որինակ՝ $420 - 103 - 65 - 42 - 17 = 193$

3. Շոֆերը ստացավ 250 ա. աշխատավարձ, 80 ա. պաշտի և նրանից 25 ա. յետ պահեցին փոխառություն համար:

Կանխիկ վորքման դրամ ստացավ նա:

Լուծում. Այս խնդիրը կարելի յե լուծել յերկու յեղանակով:

$$1) 250 + 80 - 25 = 305 \text{ ա.}$$

$$2) 250 + (80 - 25) = 250 + 55 = 305 \text{ ա.}$$

Վերջին դեպքում մենք միանգամից ավելացրինք ստացած պարգևի և յետ պահած դրամի տարբերությունը: Ստացվեց նախկին արդյունքը:

II. Յերկու թվերի քառքերությունը մի թվի ավելացնելու համար, կարելի յե այդ թվին ուղղակի ավելացնել նվազելից յեվ ապա հանել հանելից:

Այս կանոնն արտահայտենք տառերով:

$$a + (b - c) = a + b - c$$

Յեթե փոխենք խնդիրը, ապա կարող ենք ստանալ տարբերությունը հանելու կանոնը:

4. Հաշիվ փակելիս արախտորիստին վճարեցին 250 ա. աշխատավարձ, 40 ա. պարգև և գուրս յեկան նրան բաց թողած բնամթերքի արժեքը՝ 60 ա. Կանխիկ վորքման դրամ ստացավ նա:

Լուծում. I յեղանակ՝ $250 - 60 + 40 = 230 \text{ ա.}$

II յեղանակ՝ $250 - (60 - 40) = 230 \text{ ա.}$

Յերկրորդ յեղանակով լուծելիս մենք միանգամից հանում ենք ստացած պարգևի և յետ պահած դրամի տարբերությունը: Յերկու յեղանակի տված արդյունքը նույնն է:

$$250 - (60 - 40) = 250 - 60 + 40$$

III. Յերկու թվերի տարբերությունը վորեն թվից հանելու համար, կարելի յե այդ թվից հանել նվազելին և ապա ավելացնել հանելին:

Այս կանոնը տառերով արտահայտվում է այսպես.

$$a - (b - c) = a - b + c$$

1. Թվերի հանումը կատարում են գումարի հանման կանոններով:

§ 12. Ամբողջ թվերի հանումը

$$\begin{aligned} 8426 - 5312 &= 8426 - (5000 + 300 + 10 + 2) = \\ &= 8426 - (2 + 10 + 300 + 5000) = 8426 - 2 - \\ &- 10 - 300 - 5000 = 8424 - 10 - 300 - 5000 = 8414 - 300 - 5000 = \\ &= 8114 - 5000 = 3114: \end{aligned}$$

Կարճ ձևով այս գրում են սյունակներով և միանգամից հանումը կատարում կարգ-կարգ:

$$\begin{array}{r} 8426 \\ - 5312 \\ \hline 3114 \end{array}$$

Դժվարություն յերևան է գալիս միայն այն ժամանակ, յերբ նվազելիի վորեն կարգի միավորների թիվը պակաս է հանելիի նույն կարգի միավորների թվից:

2. Հանել՝ $6948 - 5173$

Այստեղ նվազելիի 4 տասնավորից պետք է հանել հանելիի 7 տասնավորը, վոր անկարելի յի: Այդ դեպքում մի միավոր փոխ է առնվում նվազելիի հարևան բարձր կարգից, այսինքն մի հարյուրավոր վերածում են տասնավորների և ավելացնում նվազելիի 4 տասնավորներին: Ստացվում է՝ $10 + 4 = 14$ տասնավոր, հանում են՝ $14 - 7 = 7$ տասնավոր:

Դրելիս այդ հաշիվը մտքում են կատարում, իսկ փոխ առնելը նշում են մի կետով. դա զրկում է այն կարգի թվի

Գրանել 1080—965 տարբերությունը և ստուգել լուծման ճշտությունը.

$$1080 - 935 = 145$$

Ստուգման յեղանակը հիմնված է այն բանի վրա, վոր նվազելին հանդիսանում է գումարը, իսկ հանելին և տարբերությունը՝ յերկու գումարելիները:

Գումարելով հանելին և տարբերությունը, այսինքն 935 և և 145, պետք է ստանանք նվազելին—գումարը՝ 1080:

$$935 + 145 = 1080$$

Հանման գործողությունը գումարումով ստուգելու համար պետք է գումարել հանելին ու քաբերությունը յեզ պետք է ստացվի նվազելին:

Հանման ստուգումը հանման գործողությամբ. Հանումը կարելի յե հենց հանման գործողությամբ ստուգել, որովհետև այն հանգամանքից, վոր հանելին (մի գումարելին) հավասար է նվազելին (գումարին) հանած տարբերությունը (մյուս գումարելին):

Վերջին հավասարությունը տալիս է հանման ստուգումը հանման գործողությամբ:

Հանումը հանման գործողությամբ ստուգելու համար պետք է նվազելիից հանել մնացորդը յեզ պետք է ստացվի հանելին:

§ 15. Հանումը լրացումով

Հանումը լրացումով կատարելը հիմնված է հակադարձ գործողությունների հատկանիշների վրա. դա մի յեղանակ է, վոր գործադրվում է ուղած թվերի թե բանավոր և

թե գրավոր հաշվի ժամանակ:

Գումարումը և հանումը կատարենք սովորական ձևով.

$$\begin{array}{r} 1. \quad 849 \\ - 514 \\ \hline 335 \end{array} \quad \begin{array}{r} 514 \\ + 335 \\ \hline 849 \end{array}$$

Կարող ենք դատել այսպես. բանի միավոր ավելացնենք 4-ին, վոր դառնա 9. պարզ է, վոր 5: Բանի տասնավոր ավելացնենք 1 տասնավորին, վոր դառնա 4, պարզ է, վոր 3: Բանի հարյուրավոր ավելացնենք 5 հարյուրավորին, վոր դառնա 8, պարզ է, վոր 3:

Լուծումը գրվում է սովորական ձևով:

Վորոշ դժվարություն առաջանում է այն դեպքում, յերբ հանելիի վորհե կարգի միավորների թիվը ավելի մեծ է նվազելիի նույն կարգի միավորների թվից:

$$\begin{array}{r} 2. \quad 753 \\ - 738 \\ \hline 15 \end{array}$$

Այս դեպքում հարցը տալիս ենք այսպես. 8-ին թիվ ավելացնենք, վոր գումարը մոտ լինի 8-ին և վերջանա 3-ով: Պատասխան--այդ թիվը 5-ն է, քանի վոր $8 + 5 = 13$ -ի: 5-ը գրվում է միավորների տեղում, իսկ ստացված տասնյակը մղուքում է պնջվում: Այնուհետև հանելիի 3 տասնավորը լրացվում է 1-ով, վոր ստացվի 4 և վոչ թե 5 տասնավոր:

Այդ յեղանակը գործադրվում է նաև մի քանի թվերի հանման դեպքում:

3. Ամեն մի բարձր կարգի թիվը 1 միավորով լրացնելն այնքան պարզ ձևով է կատարվում, վոր արդյունքը կարելի յե գրել ձախից դեպի աջ—հանելիի յուրաքանչյուր թվանշանը լրացվում է մինչև 9, բացի վերջին իմաստավոր թվանշանից, վորը լրացվում է մինչև 10:

Այդ ձևով կատարենք հետևյալ հանումները.

$$\begin{array}{l} 1000 - 475 = 525 \\ 1\ 000\ 000 - 512\ 097 = 487\ 903 \\ 100\ 000 - 81\ 963 = 18\ 037 \\ 10\ 000 - 5\ 20 = 4080 \end{array}$$

§ 16. Թվերի կորացումը

ԽՍՀՄ-ի քաղաքներն արագորեն աճում են: Այսպես, որինակ, Բազու քաղաքի բնակիչների թիվը 1913 թ.՝ 333 978 էր, 1920 թ.՝ 255 566, 1926 թ.՝ 453 333, իսկ 1931 թ.՝ 589 634: Այդ թվերին նայելով վորոշեցեք Բազու քաղաքի բնակչության ամենամեծ աճը յերբ և յեղել:

Այս խնդիրը լուծելու համար անհրաժեշտ յե վերցնել նախադասմանում տված ճշգրիտ թվերը: Բացի դրանից այդ թվերը նույնիսկ չի կարելի ճշգրիտ համարել: Ուստի նպատակաւոր-

մար և հաշիվը հաղարհներով կատարել, անտեսելով հարյուրա-
վորները, տասնավորները և միավորները, վորովհետև Բագվի
նման մեծ քաղաքի բնակչության թիվը որեցոր տատանվում է:
Մի թիվ մի ավելի փոքր և գերոյով կամ գերոններով վերջացող
թվով փոխարինելու այս յեղանակը կոչվում է կլորացում:
Խնդրի թվերը կլորացնելով մենք ստանում ենք.

1913 թ.	334 000	բնակիչ
1920 »	256 000	»
1926 »	453 000	»
1931 »	590 000	»

1913 թ. մինչև 1926 թ. բնակչությունն աճել է 119 000,
իսկ 1926 թ. մինչև 1931 թ. 137 000 մարդով:

Վերջին շրջանում բնակչությունն ավելի արագ է աճել,
քան դրանից առաջ:

Կլորացրած թվերով խնդիրներում միշտ պետք է հիշա-
տակվի թե վճի կարգի միավորներով է կլորացրած թիվը: Յեր-
բեմն այդ դրված է լինում խնդրի պայմաններում:

I. Սմբողջ թվերը վորյեվե կարգի միավորներով կլորաց-
նելիս, այդ կարգից գեպի աջ գեմվող բոլոր կարգերի թվանը-
ժանները փոխարինվում են գերոներով:

Յերե գերոյով փոխարինվող թվանեանը մեծ է 5-ից կամ
հավասար է 5-ի, ապա գրանից գեպի ձախ գեմվող թվանեանը
մեծացնում են մեկ միավորով, իսկ յերե գերոյով փոխարին-
վող թվանեանը 5-ից փոքր է, այդ գեպում նրանից գեպի
ձախ գեմվող թվանեանը չի փոխվում:

Որինակ, 437 922-ը հաղարավորներով կլորացնելուց հետո
դառնում է 438 000, 284 631-ը հարյուրավորներով կլորացնե-
լուց հետո դառնում է 284 600, իսկ 396 754-ը հարյուրավորնե-
րով կլորացնելուց հետո՝ 396 800:

Այդ թվերից առաջինը կլորացված է հաղարավորների,
իսկ յերկրորդը և յերրորդը՝ հարյուրավորների կարգով:

II. Յերե գերոյով փոխարինվող առաջին թվանեանը 5 է,
իսկ գրանից հետո ուրիշ թվանեաններ չկան, կլորացնելու գեպ-
ում 5-ից գեպի ձախ գեմվող թվանեանը, յերե գույգ է, պեթ
է բազմել աթփոփոխ, իսկ յերե կենս է, պեթ է մեկ միավո-
րով մեծացնել:

Որինակ, 2485-ը տասնավորների կարգով կլորացնելուց
հետո դառնում է 2480, իսկ 19 635-ը նույն կարգով կլորացնե-
լուց հետո՝ 19 640:

Դիտողություն—Յերկու թվերի կամ արտահայտությունների մոտավոր
հավասարությունը ցույց տալու համար դրանք միացվում են $\approx$ -ն նշանով,
որինակ $X \approx 1800$ -ի՝ կարգացվում է այսպես, X -ը մոտավորապես հավասար է
1800-ի:

IV. ԱՄԲՈՂԶ ԹՎԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄԸ ՅԵՎ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

1. Ավտոմորիլի գործարանը տասնորյակի
առաջին բանվորական որը բաց թողեց 127
ավտոմորիլ, յերկրորդ որն էլ՝ 127 ավտո-
մորիլ և նույն քանակը աշխատանքի բո-
լոր 8 որերը: Գործարանը քանի՞ ավտոմորիլ բաց թողեց այդ
ժամանակամիջոցում:

Լուծում. Այս խնդիրը լուծելու համար պետք է 127-ն
իբրև գումարելի կրկնել ութ անգամ: Կարճ ձևով դա գրվում է
այսպես՝

$$127 \times 8 = 1016,$$

այսինքն 127-ը բազմապատկվում է 8-ով:

Այդպիսի գործողությունը, վորը կրճատ գումարում է, կոչ-
վում է բազմապատկում:

127-ը կոչվում է բազմապատկելի, 8-ը՝ բազմապատկիչ, իսկ
1016-ն՝ արտադրյալ:

Սա հիմնում. Մի թիվ վորեվե ամբողջ թվով բազմա-
պատկելուց հետո կազմվում է բազմապատկելի իբրեվ գումարելի
կրկնել այնքան անգամ, վորքան միավոր ունի բազմապատկիչը,
յեվ ապա հաշվել գումարը:

Բազմապատկումն արտահայտում են յերկու նշանով: 1)
թեք խաչով, որինակ՝ $42 \times 3 = 126$ և 2) կետով, որինակ՝ $16.7 =$
 $= 112$:

Տառերով արտահայտելիս կարելի չէ բազմապատկման
նշանը չդնել:

Գրվում է 1) ab , փոխանակ $a \cdot b$, 2) $5x$, փոխանակ $5 \cdot x$:

Սա հիմնում. Բազմապատկելի կոչվում է այն թիվը,
վորը բազմապատկվում է Բազմապատկիչ կոչվում է այն թիվը,

վորով բազմապատկում են: Արտադրյալ կոչվում է այն բիվը, վորը ստացվում է բազմապատկումից:

Մանրություն—Բազմապատկելին և բազմապատկիչը կոչվում են նաև արտադրիչներ:

Բազմապատկումը տաներով գրվում է այսպես՝ $a \cdot b = c$:

a և b տառերով արտահայտված են արտադրիչները, իսկ c տառով արտադրյալը:

2. Հաշվենք հետևյալ արտադրյալները. ա) $1 \cdot 8$, բ) $7 \cdot 1$, գ) $1 \cdot 1$, դ) $0 \cdot 7$:

Լուծում. ա) $1 \cdot 8 = 8$, բ) $7 \cdot 1 = 7$, գ) $1 \cdot 1 = 1$, դ) $0 \cdot 7 = 0$

Այս որոշումները լուծելով կարելի չի անել այսպիսի հետախոյանքներ:

Միավորը վորեկ է բվով, ինչպես յեկ վորեկ է բիվ միավորով բազմապատկելիս ստացվում է նույն այդ բիվը:

Արտադրյալը միշտ գերո կլինի, յեթե արտադրիչներից մեկը գերո յե:

3. Հաշվենք այն սենյակի ծավալը, վորի յերկարությունը 8 մետր է, լայնությունը՝ 3 մ, իսկ բարձրությունը՝ 4 մ:

Լուծում. Մտալը գտնելու համար այս դեպքում պետք է յերկարությունն արտահայտող թիվը բազմապատկել լայնությունը և բարձրությունը արտահայտող թվերով:

$(8 \cdot 3 \cdot 4)$ խոր. մ:

Տված յերեք արտադրիչների արտադրյալը գտնելու համար հարկավոր է նախ իմանալ $8 \cdot 3 = 24$ արտադրյալը, իսկ հետո՝ $24 \cdot 4 = 96$ արտադրյալը կստանանք:

$8 \cdot 3 \cdot 4 = 96$ խոր. մ:

Սահմանում. Յերեք բվերի արտադրյալ կոչվում է այն բիվը, վոր ստացվում է տված յերեկու բվերի արտադրյալը յերեւորգ բվով բազմապատկելիս:

§ 2. Բազմապատկումով լուծվող խնդիրներ

1. Մի կոլտնտեսություն ճակնդեղը հավաքեց 26 որում, որական միջին հաշվով 4 հա. Ընդամենը քանի՞ հեկտար ճակնդեղ հավաքվեց:

Լուծում. — $4 \cdot 26 = 104$ հա:

Այս խնդիրը լուծվում է բաղմապատկումով:

Այստեղ բաղմապատկումը փոխարինում է հավասար գույն մարկիչների գումարման գործողությամբ:

2. Կոլտնտեսություն մտավ 120 տնտեսություն: Մի տարուց հետո կոլտնտեսություն մտած տնտեսությունների թիվը յեռապատկվեց: Քանի՞ տնտեսություն մտավ կոլտնտեսություն:

Այս խնդիրն էլ լուծվում է բաղմապատկումով. $120 \cdot 3 = 360$ տնտեսություն:

Այստեղ տված թիվը մեծացրինք մի քանի անգամ:

Սմբողջ բվով բազմապատկելու միջոցով լուծվում են այն խնդիրները, վորոնց մեջ պետք է. 1) իբար հավասար՝ մի քանի գումարելիների գումարը գտնել, 2) բիվը մեծացնել մի քանի անգամ:

§ 3. Բազմապատկման որոշումներ

1. Տեղափոխման որոշումներ Բաղմապատկել. 1) $3 \cdot 5$, 2) $2 \cdot 3 \cdot 7$:

Յեթի արտադրյալը գտնելու համար, արտադրիչների տեղերը ամեն յեղանակով փոխենք և համեմատենք արդյունքները, կստացվի՝

1) $3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 = 15$

Յերկու արտադրիչների տեղափոխումից արտադրյալը չի փոխվի:

Տառերով այսպես է գրվում.

$a \cdot b = b \cdot a$

Նման հատկությամբ և ոժտված նաև տվելի մեծ թվով արտադրիչների արտադրյալը:

2) $2 \cdot 3 \cdot 7 = 2 \cdot 7 \cdot 3 = 7 \cdot 3 \cdot 2 = 3 \cdot 2 \cdot 7 = 7 \cdot 2 \cdot 3 = 3 \cdot 7 \cdot 2 = 42$

Տառերով արտահայտվում է այսպես.

$a \cdot b \cdot c = a \cdot c \cdot b = b \cdot a \cdot c = b \cdot c \cdot a = c \cdot a \cdot b = c \cdot b \cdot a$

2. Զուգորդման որոշումներ. Քանի՞ լիտր կերոսին է պարունակում ուղղանկյունաձև բաքը, յեթե նրա յերկարությունը 4 մետր է, լայնությունը՝ 3 մ, իսկ բարձրությունը՝ 2 մ:

Ուղղանկյունաձև բաքի տարողութունն իմանալու համար պետք է գտնել $4 \cdot 3 \cdot 2$ արտադրյալը:

Նախ գտնենք $4 \cdot 3$ արտադրյալը և հետո այդ բազմապատկենք 2-ով: Կստանանք.

$$(4 \cdot 3) \cdot 2 = 24 \text{ խոր. մ} = 24 \cdot 1000 \text{ խոր. դմ} = 24 \cdot 1000 \text{ լ:}$$

Այժմ բազմապատկենք նույն թվերը, փոխելով զրանց կարգը.

$$2 \cdot (3 \cdot 4) = 24 \text{ խոր. մ:}$$

Ստացվում է նույն արդյունքը:

Մի բանի արագորիցների արագությամբ չի փոխվի, յեթե արագորիցները խմբավորենք ուղած ձեւով:

Տառերով գրվում է այսպես.

$$a \cdot b \cdot c = a(b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

3. Հետևյալ որինակը ցույց է տալիս, թե արտադրյալի այդ հատկանիշը յերբեմն վորքան հեշտացնում է հաշվումը:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = ?$$

Լուծում. Յեթե բազմապատկենք այն կարգով, վոր ցույց է տրված այստեղ՝ կստանանք 600: Այժմ նույն հաշիվը անենք, փոխելով կարգը:

$$(2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 3) = 10 \cdot 10 \cdot 6 = 600$$

Արդյունքը միևնույնն է, բայց հաշիվը ավելի հեշտացած:

4. Բազմապատկումն ուրեմն. Փայտատան կտուրը ծածկելու համար քանի կիլոգրամ թիթեղ է հարկավոր, յեթե կտուրը բաղկացած է յերեք լանջից, վորոնցից մեկը 2 քառ. մետր է, մյուսը՝ 12 քառ. մ, իսկ յերրորդը՝ դարձյալ 2 քառ. մ (1 քառ. մ ծածկի թիթեղի քաշը 5 կգ է):

Լուծում. Կտուրի ընդհանուր մակերեսը $2 + 12 + 2 = 16$ քառ. մետր է: Թիթեղի մմբողջ քաշը գտնելու համար պետք է 1 քառ. մետր թիթեղի քաշը բազմապատկել քառակուսի մետրերի թվով, այսինքն՝ $5 \cdot 16 = 80$ կգ:

Խնդիրները կարելի յե ուրիշ յեղանակով ել լուծել—նախ իմանալ ամեն մի բանջի թիթեղների քաշը, ապա գումարել ստացած թվերը: Կստանանք.

$$2 \cdot 5 + 12 \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 10 + 60 + 10 = 80 \text{ կգ:}$$

Արդյունքը նույնն է:

5. $(27 + 13 + 4) \cdot 5$ բազմապատկումը կատարենք յերկու յեղանակով:

1) Գումարենք փակագծի ներսում յեղած բոլոր գումարելիները և գումարը բազմապատկենք 5-ով:

2) Յուրաքանչյուր գումարելին առանձին-առանձին բազմապատկենք 5-ով և գումարենք ստացված արտադրյալները: Յերկու ղեպքումն ել կստանանք նույն արդյունքը՝ 220:

Գումարը վորեվեք բիով բազմապատկելու համար բավական է ամեն մի գումարելին առանձին-առանձին բազմապատկել այդ բիով յեվ ստացված արտադրյալները գումարել:

Տառերով գրվում է այսպես.

$$(a+b) \cdot c = ac + bc$$

§ 4. Բազմապատկումն արագությամբ յեվ արագության բազմապատկումը

1. Գտնել շարված աղյուսների քաշը, եթ յարվածքի չափսերն են 5 մ, 8 մ և 2 մ, իսկ 1 խոր. մետր աղյուսների քաշը՝ 18 ց: Լուծում. Այս խնդիրը լուծելու համար հարկավոր է 1 խոր. մետր աղյուսների քաշը բազմապատկել ծավալի խոր. մետրների թվով:

$$18 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2 = 90 \cdot 8 \cdot 2 = 720 \cdot 2 = 1440 \text{ ց:}$$

Այս խնդրի լուծումը կարելի յե ուրիշ կերպ ել գրել, նախ գտնենք շարվածքի ծավալը՝ $5 \cdot 8 \cdot 2 = 80$ խոր մ, ապա նրա քաշը՝ $18 \cdot 80 = 1440$ ց:

Արդյունքները հավասար են:

$$18 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2 = 18 \cdot 80. \text{ այստեղ } 80\text{-ը } 5 \cdot 8 \cdot 2 \text{ թվերի արտադրյալն է:}$$

Վորեվեք բիով մի շարք այլ բվերի արագության լուծումը համար, բավական է բազմապատկել գրել այդ

քվերի արագորյալի մոտ վորպես բազմապատկի, յեւ ապա կա-
տարել բազմապատկումը մի շարք քվերի արագորյալը գտնելու
կանոնով:

Դիտողություն. Նշելով լուծելով ստալանը՝ $18 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2 = 1440$: Այստեղ
արտադրյալ է կոչվում ընչպես հավասարութեան աջ, աջակես և ձախ մասը:

2. Գտնել $(3 \cdot 5 \cdot 6) \cdot 8$ արտադրյալը:

Դիտողություն. Փակադձերը ցույց են տալիս, վոր գրանց ներսի գործո-
ղությունները ալիքի շուտ պետք է կատարել, քան մյուսները:

Լուծում. Այստեղ բազմապատկումը կարելի չէ զրել այս-
պես.

$$(3 \cdot 5 \cdot 6) \cdot 8 = 3 \cdot 5 \cdot (6 \cdot 8) = 3 \cdot (5 \cdot 8) \cdot 6 = (3 \cdot 8) \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

Այս բոլոր դեպքերումն էլ արտադրյալներն իրար հավա-
սար են:

Մի շարք քվերի արագորյալը վորեւի բով բազմապատկե-
լու համար, բազմական է այդ բով բազմապատկել արագորի-
ցներից մեկն ու մեկը, քոչեկով մշուսներն անգիտալի:

Գործողութեան հատկանիշներն ուսումնա-
սիրելիս հարկ չեղալ գումարը, տարբերու-
թյունը և արտադրյալը զրել առանց մինչև
փրջ հասցնելու հաշվումները:

1. Գրել՝ յերկու թվերի՝ 23-ի և 15-ի գումարը պետք է
բազմապատկել 6-ով:

$$\text{Լուծում. } (23+15) \cdot 6 = 38 \cdot 6 = 228$$

Ոգտվելով բազմապատկման բաշխական որենքով, կարելի
չէ այսպես ես լուծել:

$$(23+15) \cdot 6 = 23 \cdot 6 + 15 \cdot 6 = 138 + 90 = 228$$

2. Գրել՝ 37-ի և 14-ի տարբերությունը բազմապատկել
9-ով:

$$\text{Լուծում. } (37-14) \cdot 9 = 23 \cdot 9 = 207$$

Դիտողություն. $(23+15)$ և $(37-14)$ արտահայտութիւններն անվանում
ենք գումար և տարբերություն: Ուստի $(23+15) \cdot 6$ արտահայտութիւնն էլ
կարելի չէ անվանել, գումարի բազմապատկումը 6-ով իսկ $(37-14) \cdot 9$ -ը՝ տար-
բերութեան բազմապատկումը 9-ով:

3. Ցույց տանք, թի ինչպես պետք է տարբերութիւնը
լուծմապատկել վորեն թվով:

$$(7-4) \cdot 9 = 3 \cdot 9 = 27$$

կամ

$$(7-4) \cdot 9 = 7 \cdot 9 - 4 \cdot 9 = 63 - 36 = 27$$

Համեմատելով սրանց լուծումը՝ կարելի չէ զրել այսպես:

$$(7-4) \cdot 9 = 7 \cdot 9 - 4 \cdot 9:$$

Յերկու քվերի տարբերութիւնը վորեւի բով բազմապատ-
կելու համար բազմական է այդ բով առանձին-առանձին բազ-
մապատկել նվազելին ու հանելին յեւ առաջին արագորյալը
հանել յերկուսը:

Տառերով գրվում է այսպես.

$$(a-b) \cdot c = ac - bc$$

$$4 \cdot (6+8-9) \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20$$

$$(6+8-9) \cdot 4 = 6 \cdot 4 + 8 \cdot 4 - 9 \cdot 4 = 24 + 32 - 36 = 20$$

Հյուսնոցի աշխատանքների համար հար-
կավոր եր 12 տախտակ: Առաջին անգամ
տրված տախտակի չափսերն էին 4 մ $\times$
 $\times$ 25 սմ $\times$ 3 սմ, իսկ յերկրորդ անգամվանը՝
4 մ $\times$ 25 սմ $\times$ 6 սմ: Վերջին անգամ տրված
տախտակի քանակը քանի՞ անգամ եր
ալիքի առաջին անգամ տրվածից:

Լուծում. Առաջին անգամ տրված մի տախտակի ծախսը.

$$400 \times 25 \times 3 = 30\ 000 \text{ խոր. սմ.}$$

Յերկրորդ անգամ տրված մի տախտակի ծախսը.

$$400 \times 25 \times 6 = 60\ 000 \text{ խոր. սմ.}$$

Տեսնում ենք, վոր արտադրիչներից մեկը 2 անգամ մե-
ծացնելու հետևանքով 2 անգամ էլ մեծանում է արտադրյալը:

Յեթե $400 \times 25 \times 6 = 60\ 000$ խոր. սմ-ի փոխարեն վերցնենք
 $400 \times 25 \times 3 = 30\ 000$ խոր. սմ, կտեսնենք, վոր արտադրիչներից
մեկն ու մեկը 2 անգամ փոքրացնելով՝ նաև արտադրյալն է
փոքրանում 2 անգամ:

I. Յերե արագրիչներեց մեկը մի Բանի անգամ մեծացնենք կամ փոքացնենք, այդքան անգամ էլ կմեծանա կամ կփոքանա արագրյալը:

Յեթե առաջին անգամ հանձնված տախտակների փոխարեն տրվեն այնպիսի չորսուներ, վորոնք կրկնակի կարճ, բայց կրկնակի հաստ են այդ տախտակներից, ապա ամեն մի չորսուների ծավալը հավասար կլինի մի տախտակի ծավալին:

Փոխանակ $400 \times 25 \times 3 = 30\ 000$ խոր. սմ-ի, կատացվի նույն ծավալն՝ $200 \times 25 \times 6 = 30\ 000$ խոր. սմ:

II. Յերե արագրիչներեց մեկը մեծացնենք մի Բանի անգամ, իսկ մյուսը փոքացնենք նույնքան անգամ, արագրյալը չի փոխվի:

§ 7. Բազմապատկում մեկ իմաստավոր քվանտան ունեցող քվով

1. Միանիշ թվերի բազմապատկումը կատարվում է ըստ բազմապատկման աղյուսակի:

2. Ցույց տանք, թե ինչպես է բազմապատկումը կատարվում այն թվերով, վորոնք արտահայտված են մեկ միավորով և հաջորդող զերոսներով:

Որինակ. Տեխնիկական մթնոլորտ կոչվում է 1 կգ ճնշումը 1 քառ. սանտիմետրի վրա: Կաթսայում ճնշումը հավասար է 35 մթնոլորտի: Հաշվեցեք, քանի՞ կիլոգրամ է ճնշումը 1 քառ. մետրի վրա:

Խնդիրը լուծելու համար պետք է 35-ը բազմապատկել 10 000-ով: Արտադրյալը գտնելու համար 35-ը նախ բազմապատկենք 10-ով. այդ նշանակում է, վոր մեր թվի ամեն մի միավորը 10 անգամ կրկնելով կդառնա տասնավոր, ամեն մի տասնավորը կդառնա հարյուրավոր և կստացվի 35 տասնավոր, վոր հավասար է 350-ի:

Ցուր արտաքին տեսքով արտադրյալը բազմապատկելից տարբերվում է մի զերոյով միայն, վորն ավելացվում է վերջում:

Հետևաբան կարելի չէ նկատել, վոր 100-ով բազմապատկելիս արտադրյալի վերջում պետք է ավելացնել յերկու զերո, 1000-ով բազմապատկելիս՝ յերեք զերո և այլն:

Մեր բերած որինակում կստանանք.

$35 \cdot 10\ 000 = 350\ 000$ կգ 1 քառ. մետրի վրա:

Ամբողջ թիվը 10-ով, 100-ով 1000-ով, բազմապատկելու համար պես է բազմապատկելի աջ կողմում՝ վերջից ավելացնել այնքան զերո, վորքան զերո կա բազմապատկիչում:

3. Բազմանիշ թվերը միանիշով բազմապատկում ենք այսպես.

$$\begin{aligned} 2437 \cdot 6 &= (2000 + 400 + 30 + 7) \cdot 6 = \\ &= 2000 \cdot 6 + 400 \cdot 6 + 30 \cdot 6 + 7 \cdot 6 = \\ &= 12\ 000 + 2400 + 180 + 42 = 14\ 622 \end{aligned}$$

Այստեղ բազմապատկելին փոխարինում ենք գումարելիների գումարով և գտնում գումարի ու բազմապատկիչի արտադրյալը:

Բազմապատկումը սկսվում է ստորին կարգերից և գրվում հետևյալ ձևով.

$$\begin{array}{r} 2437 \\ \times 6 \\ \hline 14622 \end{array}$$

Նախ բազմապատկում են 7-ը 6-ով, ստացվում է 42 միավոր. 2 թվանշանը գրվում է, իսկ 4 տասնավորը մտքում պահվում՝ տասնավորների արտադրյալին ավելացնելու համար: Բազմապատկում են 3 տասնավորը 6-ով, ստացվում է 18: Դրան ավելացնում են 4 տասնավորը, դառնում է 22 տասնավոր: 2 թվանշանը գրվում է տասնավորների կարգում, իսկ 2 հարյուրավորը մտքում պահվում: Մյուսհետև 4 հարյուրավորը բազմապատկում են 6-ով, ստացվում է 24, վորին ավելացնում են մտքում պահված 2 հարյուրավորը, վորով ստացվում է 26 հարյուրավոր. 6 թվանշանը գրվում է հարյուրավորների կարգում, իսկ 2 հազարավորը մտքում պահվում: 2 հազարավորը բազմապատկում են 6-ով, ստացված արտադրյալին ավելացնում են մտքում պահած 2 հազարավորը, դառնում է 14 հազար, վորը և գրվում է հազարավորների կարգում: Ստացվում է 14622:

1. Գտնել $353 \cdot 800$ արտադրյալը: Գրում ենք այսպես.

$$\begin{aligned} 353 \cdot 800 &= 353 \cdot (8 \cdot 100) = 353 \cdot 8 \cdot 100 = \\ &= (353 \cdot 8) \cdot 100 = 2824 \cdot 100 = 282\ 400 \end{aligned}$$

Այստեղ 800-ը փոխարինված է յերկու արտադրիչների արտադրյալով: $8 \cdot 100$ արտադրյալով բազմապատկելու համար կարելի չէ նախ բազմապատկել 8-ով, ապա 100-ով:

2. Արտադրիչների վերածելով բազմապատկել՝ 1900 . 7000:

$$\begin{aligned} \text{ԼՈՒԾՈՒՄ. } 1900 . 7000 &= (19 . 100) . (7 . 1000) \\ &= 19 . 100 . 7 . 1000 = (19 . 7) . (100 . 1000) = \\ &= 133 . 100 . 000 = 13\ 300\ 000: \end{aligned}$$

1. Բազմապատկենք՝ 718 . 243:

ԼՈՒԾՈՒՄ. Բաշխական որենքի հիման վրա այդ գործողությունը գրենք այսպես.

$$\begin{aligned} 718 . 243 &= 243 . 718 = (200 + 40 + 3) . 718 = 718 . 200 + \\ &+ 718 . 40 + 718 . 3 = 143\ 600 + 28\ 720 + 2154 = 174474: \end{aligned}$$

Կրճատ արտահայտման համար թվերը գրում են իրար տակ.

$$\begin{array}{r} 2154\text{-ը, } 718\text{-ի և } 3\text{-ի արտադրյալն է, } 28\ 720\text{-ը} \\ 718\text{-ի և } 40\text{-ի արտադրյալն է, իսկ } 143\ 600\text{-ը } 718\text{-ի} \\ \text{և } 200\text{-ի արտադրյալն է և Դրանք կոչվում են միջան-} \\ \text{կյալ արտադրյալներ: յերկրորդ միջանկյալ արտադր-} \\ \text{յալը ստացվել է } 718\text{-ը տասնավորներով բազմապատ-} \\ \text{կելուց:} \end{array} \begin{array}{r} \times 718 \\ 243 \\ \hline 2154 \\ 28720 \\ 143600 \\ \hline 174474 \end{array}$$

Այդ միջանկյալ արտադրյալը միշտ վերջանում է մի գերոյով, ուստի 0-ն չի գրվում. ամբողջ թիվը գրվում է այնպես, ինչպես վերջին իմաստավոր թվանշանը տասնավորների տակ լինի:

Բազմապատկելով հարյուրավորներով կստանանք

$$\begin{array}{r} 718 \times 200: \text{ Ուստի } 1436\text{-ը կարտահայտվի հարյուրա-} \\ \text{վորներ և կգրվի այնպես, ինչպես վերջին իմաստավոր} \\ \text{թվանշանը լինի հարյուրավորների տակ:} \\ \hline 1436 \\ 174474 \end{array}$$

Միջանկյալ արտադրյալների վերջում յեղած գերոյները չեն գրվում:

2. Հաշվել՝ 307 . 428:

ԼՈՒԾՈՒՄ. Քանի վոր առաջին թվում իմաստավոր վոր թվանշանները քիչ են մյուսից, ուստի և այդ գրում ենք իբրև բազմապատկիչ: Բազմապատկիչում տասնավորներ չկան, այդ պատճառով էլ չկա յերկրորդ միջանկյալ արտադրյալ: Հետևյալ միջանկյալ արտադրյալը գրվում է գեպի ձախ յերկու կարգից հետո:

$$\begin{array}{r} \times 428 \\ 307 \\ \hline 2996 \\ 1284 \\ \hline 131396 \end{array}$$

Բազմաթիւք թիւը բազմաթիւք թիւով բազմապատկելու համար պետք է բազմապատկելիքն առանձին-առանձին բազմապատկել բազմապատկիչի միավորներով, տասնավորներով, հարյուրավորներով յեղ ապա ստացված արտադրյալները գումարել:

3. Դանել՝ 18 . 2756 արտադրյալը:

ԼՈՒԾՈՒՄ. Պատք է 18-ը բազմապատկել 2756-ով: Բայց, ցիտենալով, վոր արտադրյալը չի փոխվում արտադրիչների տեղափոխությամբ, 2756-ն ենք բազմապատկում 18-ով:

Այսպես աճիլի հորմար է.

$$2756 . 18 = 49\ 608$$

Յերես արտադրիչները հաճախ թվով իմաստավոր թվանշաններ չունեն, այդ դեպքում աճիլի համար է բազմապատկիչ գործեն աճիլ թիվը, վորի իմաստավոր թվանշաններն աճիլի էին:

Միենույն արտադրիչների բազմապատկման դեպքում հնարավոր է վորոշ պարզություն մտնել գրության մեջ:

1. Տղած են հետևյալ արտադրյալները.

$$1) 3 . 3, 2) 2 . 2 . 2, 3) 3 . 3 . 3 . 3, 4) 5 . 5 . 5 . 5, 5) 10 . 10 . 10$$

Այսպիսի արտադրյալների համար կա գրության հատուկ յեղանակ.

$$\begin{aligned} 1) 3 . 3 &= 3^2 = 9, 2) 2 . 2 . 2 = 2^3 = 8, 3) 3 . 3 . 3 . 3 = 3^4 = 81 \\ 4) 5 . 5 . 5 . 5 &= 5^4 = 625, 5) 10 . 10 . 10 = 10^3 = 1000 \end{aligned}$$

Հովասար արտադրիչների բազմապատկումը հանդիսանում է մի նոր (չինգիւրդ) գործողություն—աւսիման բարձրացնելը: Բերված որինակում 3² կարգացվում է այսպես—չերեքը բարձրացնել յերկրորդ աստիճանի կամ գտնել այն յերկու արտադրիչների արտադրյալը վորոնցից յուրաքանչյուրը 3 է: 2³ = 2 . 2 . 2 կարգում ենք այսպես—2-ը բարձրացնել յերեք աստիճանի կամ գտնել այն յերեք արտադրիչների արտադրյալը, վորոնցից յուրաքանչյուրը հավասար է 2-ի:

2. Յերես հաշվենք 2⁵-ը, 3⁴-ը, 4³-ը, 7³ ը, պետք է ստանանք՝ 32, 81, 64, 343:

25=32 արտահայտության մեջ 2-ը կոչվում է աստիճանի նիսի, 5-ը՝ աստիճանացույց:

Սահմանումներ I. Աստիճանի հիմք կոչվում է այն թիվը, վորով պես է աստիճան բարձրացնել:

II. Աստիճանացույց կոչվում է այն թիվը, վորը ցույց է տալիս, քե քանի՞ անգամ պես է վերցնել հիմքի բերել արագը:

Հաճախ կրճատ գրության նպատակով գերոյով վերջացող թվերը գրում են 10-ի աստիճանների ոգնությամբ:

$$1) 100=10^2, 1000=10^3, 10\ 000=10^4$$

$$2) 5000=5 \cdot 1000=5 \cdot 10^3$$

$$3) 4\ 000\ 000=4 \cdot 10^6$$

§ 11. Բաժանում

Բաժանումը բազմապատկման հակադարձ գործողությունն է:

1. Կոլանտեսությունը ցանեց 800 հո ճակնդեղ և յուրաքանչյուր հեկտարից ստացավ 425 ց բերք: Ընդամենը վճրքան բերք հավաքեց կոլանտեսությունը:

$$\text{Լուծում. } 425 \cdot 800 = 340\ 000 \text{ ց:}$$

Այս խնդիրը լուծվում է բազմապատկման գործողությամբ: Լուծենք այժմ հակադարձ խնդիրը:

2. Կոլանտեսությունը ցանեց 800 հա ճակնդեղ և հավաքեց ընդամենը 340 000 ց բերք: Վճրքան եր 1 հա-ի միջին բերքը:

$$\text{Լուծում. } 340\ 000 : 800 = 425 \text{ ց:}$$

Հակադարձ խնդրում յերկու արտադրիչների տված արտադրյալի (340 000) և արտադրիչներից մեկի (800) միջոցով գտնում ենք անհայտ արտադրիչը (425):

Յերկրորդ խնդիրը լուծելու համար գիժում ենք բաժանման:

Սահմանում. Բաժանում կոչվում է այն գործողությունը, վորով գտնում ենք արագրիչներից մեկը, յերբ հայտնի յե արագրյալը յեվ մյուս արագրիչը:

Բաժանման ժամանակ տված և ստացված թվերն ունեն իրենց առանձին անունները:

1) Տված յերկու արտադրիչների արտադրյալը կոչվում է բաժանելի:

2) Տված արտադրիչը կոչվում է բաժանարար:

3) Վորոնելի արտադրիչը կոչվում է բանորդ:

Քանորդ գտնելու համար բաժանելին բաժանում ենք բաժանարարի վրա:

Սահմանում. Այն թիվը, վոր բաժանում ենք, կոչվում է բաժանելի: Այն թիվը վորի վրա բաժանում ենք, կոչվում է բաժանարար: Այն թիվը, վոր ստացվում է բաժանման հետևանքով, կոչվում է բանորդ:

Իրի բաժանման նշան ծառայում է (:) նշանը կամ կոտորակի գիծը:

3. Որինակ. 12-ը բաժանել 4-ի վրա. գրում ենք այսպես.

$$\begin{array}{ccccccc} 12 & : & 4 & = & 3 & \text{կամ} & \frac{12}{4} = 3 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

$$(\text{բաժանելի}) : (\text{բաժանարար}) = (\text{քանորդ}) \quad \frac{\text{բաժանելի}}{\text{բաժանարար}} = \text{քանորդ}$$

Յեթե բաժանելին նշանակենք a, բաժանարարը՝ b, իսկ քանորդը՝ q տառով, ապա բաժանումը կարելի յե տառերով այսպես գրել.

$$a : b = q \quad \text{կամ} \quad \frac{a}{b} = q$$

Վորտեղ հավասարության թե ձախ (a:b) և թե աջ (q) մասը կոչվում է քանորդ:

§ 12. Բազմապատկումը յեվ բաժանումը փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններ են

Բաժանման գործողության սահմանումից յերեվում է, վոր թվերի բաժանումը կապված է բազմապատկման հետ: Ուստի յերկնիշ և միանիշ թվերը միանիշի վրա բաժանելիս գործադրում են բազմապատկման աղյուսակը:

1. Ասենք թե պետք է 36-ը բաժանել 9-ի վրա:

$$\text{Լուծում. } 36 : 9 = 4, \text{ քանի վոր } 4 \cdot 9 = 36:$$

Բաժանումը յեվ բազմապատկումը փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններ են:

2. Կոտորեալովը յերկու անգամ կտյարան ուղարկեց 160-ական հակ ապրանք, վորը հալսաբարակն բարձրեց յերկու վազոնում: Յուրաքանչյուր վազոնում քանի հակ բարձրեց:

$$1. 160 : 2 = 80 \text{ հակ, } 320 : 2 = 160 \text{ հակ:}$$

Լուծումը փակադձերով կգրենք սլապես.

$$(160 : 2) : 2 = 160 \text{ հակ:}$$

Գրության ժամանակ կարելի չի ուղղել բաժանման մյուս նշանով ևս (գծով).

$$\frac{160 : 2}{2} = 160 \text{ հակ:}$$

160-ը չփոխվեց, յերբ նրա հետ իբար հակադարձ յերկու գործողութուն կատարվեց. նախ բազմապատկվեց 2-ով, ապա ստացված արադրյալը բաժանվեց դարձյալ 2-ի վրա:

Հաջորդաբար կատարված բազմապատկումը 2-ով և բաժանումը 2-ի վրա՝ չի փոխում սկզբնական թիվը, և արդյունքն ստացվում է 160, անկախ այն բանից, 160-ը նախ բազմապատկում ենք 2-ով և ապա բաժանում 2-ի վրա, թե ընդհակառակը:

Յերե օգտւծ թիվը բազմապատկվի մի վորեմբ քվով յեվ ստացված արադրյալը բաժանվի նույն քվի վրա, կստացվի գարնալ սկսած թիվը:

Այդ հատկանիշը գրախոր արտահայտենք թվերով և տառերով.

$$1) \frac{15 \cdot 7}{7} = 15, \quad 2) \frac{a \cdot b}{b} = a$$

§ 13. Տարբեր աստիճանի գործողություններ

Թվաբանական չորս հիմնական գործողութունները զուգ առ զուգ հակադարձ են մեկը մյուսին՝ հանումը հակադարձ է գումարման, բաժանումը՝ բազմապատկման:

Բացի դրանից՝ գործողութունները տարբերվում են նաև ըստ աստիճանների.

I Աստիճան — գումարում և հանում.

II Աստիճան — բազմապատկում և բաժանում.

III Աստիճան — աստիճան բարձրացնելը:

Յուր ամենապարզ ձևով բարձր աստիճանի գործողութունը հանդիսանում է նախորդ ստորին աստիճանի գործողության պարզեցումը: Այսպես, որինակ՝ $3 \cdot 5 = 15$ բազմապատկումը կարելի չի ավելի յերկար գրել գումարումով՝

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$$

Կարելի չի նաև բաժանման գործողութունը փոխարինել հանման գործողությամբ. որինակ, 5-ը քանի անգամ է պարունակվում 15-ի մեջ՝ $15 : 5$ փոխարինել հանումով՝ $15 - 5 - 5 - 5 = 0$, այսինքն 3 անգամ հանել 5-ը:

Աւելի խոսքով, բազմապատկումն ամբողջ թվով միեւնույն է թե նույն գումարելիների գումարը, իսկ բաժանումն ամբողջ թվի վրա հանդիսանում է հաջորդաբար նույն թվի հանումը: Բազմապատկումը և բաժանումը կարելի չի փոխարինել գումարման և հանման գործողությամբ: Գումարումը և հանումը կոչվում են առաջին աստիճանի գործողություններ, իսկ բազմապատկումը և բաժանումը՝ յեկրորդ աստիճանի գործողություններ: Նման ձևով նույն արտադրելների բազմապատկման յերկար գրութունը փոխարինում են աստիճան բարձրացնելու գործողությամբ, վորով գրութունը կրճատվի և ստանում: Այդ գեպում աստիճան բարձրացնելը կհանդիսանա պարզեցրած բազմապատկում.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 32$$

Բազմապատկումը յեկրորդ աստիճանի գործողութուն է, աստիճան բարձրացնելը՝ յեկրորդ աստիճանի գործողութուն:

Մենք գիտենք, վոր բաժանումը բազմապատկման հակադարձ գործողութուն է:

Աւստի բաժանման միջոցով լուծվող հիմնական խնդիրն անհայտ արտադրելը գրանելն է, յերբ հայտնի չի արտադրյալը և արտադրելիներից մեկը:

1. Արտադրյալը 645 է, իսկ արտադրելիներից մեկը՝ 15. գտնել մյուս արտադրելը:

$$1. 645 : 15 = 43$$

Խնդիրը լուծվեց բաժանման միջոցով:

2. 1929 թ. սեպտեմբերին Ամերիկայում ձուլվեց 3561 հա-
զար տոնն չուգուն, իսկ յերկու տարուց հետո՝ 1931 թ. սեպ-
տեմբերին՝ դրանից 3 անգամ պակաս: Վորքան չուգուն ձուլ-
վեց Ամերիկայում 1931 թ. սեպտեմբերին:

Լուծում. Այս խնդիրը լուծելու համար պետք է 3561-ը
փոքրացնենք 3 անգամ:

$$3561 : 3 = 1187 \text{ հազար տոնն}$$

Բաժանման միջոցով լուծվող խնդիրները յերկրորդ տե-
սակն է այս:

3. Կոլտնտեսութունը 4525 աշխույժա համար պետք է
վճարի 36 200 կգ հացահատիկ: Վորքան է վճարվում մեկ աշխույժի
համար:

Լուծում. Քանի վոր աշխույժերը վճարվում են հավասա-
րաչափ, ուստի այս խնդիրը լուծելու համար հարկավոր է
36 200 կգ-ը բաժանել 4525 հավասար մասերի՝

$$36\,200 : 4525 = 8 \text{ կգ}$$

Այս խնդիրը նույնպես լուծվում է բաժանման միջոցով:

4. Յուրաքանչյուր ավտոմոբիլում կարելի չէ նստեցնել
25 մարդ: Քանի՞ այգիպիսի ավտոմոբիլ է պետք 300 մարդ տե-
ղավորելու համար: Այստեղ հարկավոր է իմանալ, թե 25-ը
քանի՞ անգամ է պարունակում 300-ի մեջ: Այդ իմանում
ենք բաժանման գործողությամբ:

$$\text{Լուծում. } 300 : 25 = 12 \text{ ավտոմոբիլ:}$$

5. Յերկու խումբ բանվորներ աղյուս եյին դատարկում.
մի խումբը հազարից խոտան եր տալիս 24ը, իսկ մյուսը՝ հա-
զարից 12-ը: Առաջին խումբը քանի՞ անգամ ավելի խոտան եր
տալիս:

Լուծում. Այդ իմաստով համար պետք է 24-ը բաժանել
12-ի վրա, կստացվի $24 : 12 = 2$, այսինքն առաջին խմբի տված
խոտանը 2 անգամ ավելի չեք յերկրորդից, կամ յերկրորդի
տված խոտանը 2 անգամ պակաս եր առաջինից:

Այս խնդրում բաժանման միջոցով բաղդատվում են յեր-
կու թվեր: Այսպիսով, խնդիրներ բաժանման գործողությամբ լուծ-
վում են այն ժամանակ, յերբ հարկավոր է.

1) Արագության յեվ հայտնի արագության միջոցով գտնել
յերկրորդ՝ անհայտ արագություն:

2) Թիվը փոքրացնել մի քանի անգամ.

3) Թիվը բաժանել հավասար մասերի.

4) Համեմատել յերկու թիվ, իմանալ, քե ադ թվերից մեկը
քանի՞ անգամ է պարունակում մյուսի մեջ (քանի՞ անգամ
թվերից մեկը մեծ կամ փոք է մյուսից):

Դիսոդուքյուն I. Բաժանման վերաբերյալ խնդիրները մեծ չե-
կարելի այնպես լուծել, վոր ամբողջ թիվ ստացվի:

6. 15-ը փոքրացնել 7 անգամ:

Այս խնդրի լուծումը չի կարող արտահայտվել ամբողջ
թվով:

Նույնպես չի կարելի 15-ը բաժանել 7 հավասար մասերի
և ամբողջ թիվ ստանալ, կամ 15-ը և 7-ը բաղդատելով բաժան-
ման գործողությամբ, ամբողջ թվով արտահայտվի բաղդատման
արդյունքը:

Դիսոդուքյուն II. Գումարելու և ամբողջ թվով բաղդատելու
միջոցով մենք մեծացնում ենք թիվը, հանելու և ամբողջ թվի վրա բաժանե-
լու միջոցով փոքրացնում ենք թիվը: Սակայն թվերի այս մեծացնելու և
փոքրացնելու բնույթը տարբեր է, վորի վրա պետք է հատուկ ուշադրու-
թյուն դարձնել:

Գումարման միջոցով թիվը մեծանում է մի քանի միավորով:

Միավորից մեծ թվով բաղդատելիս թիվը մեծանում է մի քանի
անգամ:

Հանման միջոցով թիվը փոքրանում է մի քանի միավորով:

Միավորից մեծ թվի վրա բաժանելու դեպքում թիվը փոքրանում է մի
քանի անգամ:

§ 15. Բաղմապատկե-
ման յեվ բաժանման
դեպքում թվային
յեվ արդյունքների
կախումը

1. Տրակտորի պահեստի մասերը գործա-
րանն որական միջին հաշվով կարող է
բաց թողնել 11 200 ո. արտադրանք: Ի՞նչ
արժեքի արտադրանք կտա գործարանը 15
որում:

$$\text{Լուծում. } 11\,200 \cdot 15 = 168\,000 \text{ ո.}$$

Անցնենք հակադարձ խնդրին:

2. Գործարանը 15 որում բաց թողեց 168 000 ո. գումա-
րի արակտորի պահեստի մասեր: Այդ տվյալների հիման վրա

վորդեր, թե վորքան և գործարանի մի որվա արտադրանքի արժեքը:

$$\text{Լուծում. } 168\,000 : 15 = 11\,200 \text{ ռ.}$$

Քննության առնելով այդ չեքհու խնդրները լուծումը, տեսնում ենք, վոր իմանալով արտադրյալը՝ 168 000 ռ. և մի արտադրիչը՝ 15, կարող ենք գտնել մյուս արտադրիչը հետեյալ կանոնի համաձայն.

Յեղև արագրիչներից մեկը հավասար է ցրանց արագրիչին՝ բաժանած մյուս արագրիչի վրա:

Այս յեղբայացությունը գրենք տառերով.

$$\text{Յեթե } a \cdot b = q \text{ (I), ապա } z = \frac{q}{b} \text{ (II), կամ } b = \frac{q}{a} \text{ (III)}$$

(I) հավասարությունը ցույց և տալիս, վոր բաժանելին՝ q հավասար և բաժանարարի և քանորդի (a և b) արտադրյալին:

Հետևյալ որինակով ստուգենք, թե վորքան ճիշտ է բազմապատկման և բաժանման գործողության անդամների կախումը:

$$3. \text{ Հարկավոր է բաժանել և ստուգել՝ } \frac{360}{24}$$

$$\text{Լուծում. } \frac{360}{24} = 15$$

Ասուցում. 360-ը պետք և հավասար լինի 24. 15-ի, վորտեղ 360-ը հանդիսանում է բաժանելին, 24-ը՝ բաժանարարը, 15-ը՝ քանորդը: Յեվ խկապես.

$$360 = 24 \cdot 15$$

II. Բաժանելին հավասար է բաժանարարին, բազմապատկած բանորդով:

Ստուգումը կարելի չէ կատարել ուրիշ կերպ՝ բաժանման միջոցով.

$$360 : 15 = 24$$

Բաժանելին բաժանելով քանորդի վրա, ստացվում է բաժանարարը:

III. Բաժանարար հավասար է բաժանելին, բաժանած բանորդի վրա:

Այստեղ անհայտ է մեկ արտադրիչը, իսկ հայտնի չէ արտադրյալը և մյուս արտադրիչը:

Ներքևում գետեղված որինակում պետք է գտնել անհայտ թիվը, վորը նշանակված է x տառով:

$$1. 40 : x = 280$$

Լուծում. Այստեղ անհայտ է մեկ արտադրիչը, իսկ հայտնի չէ արտադրյալը և մյուս արտադրիչը:

Առաջին կանոնի համաձայն՝

$$x = \frac{280}{40} = 7$$

$$2. x \cdot 70 = 50$$

Լուծում. Այս որինակը նախորդից տարբերվում է միայն նրանով, վոր անհայտ արտադրիչը գրված է առաջին տեղում: Լուծումը նույնն է.

$$x = \frac{50}{70} = 5$$

$$3. \frac{x}{16} = 12, \text{ կամ } x : 16 = 12$$

Լուծում. Այս որինակը լուծելու համար պետք է գործադրել յերկրորդ հատկանիշը. x-ը բաժանելին է, 16-ը՝ բաժանարարը, 12-ը՝ քանորդը:

$$x = 12 \cdot 16 = 192$$

$$4. 187 : x = 11, \text{ կամ } \frac{187}{x} = 11$$

Լուծում. Այս որինակում հայտնի բաժանելիի և քանորդի միջոցով պետք է գտնել անհայտ բաժանարարը:

Յերրորդ հատկանիշով լուծվում է այսպես.

$$\frac{187}{11} = x; \quad x = 17$$

Այս որինակի լուծմանը կարելի չէ ուրիշ բացատրություն ևլ տալ, ընդունելով x-ը և 11-ը իբրև արտադրիչներ, իսկ 187-ը՝ վորպես նրանց արտադրյալ: Արտադրիչների տեղափոխումը չի փոխում արտադրյալի և հենց արտադրիչներին՝ իրենց մեծությունը:

$$11. x = 187, \text{ կարելի չէ գտնել անհայտ արտադրիչը.}$$

$$x = \frac{187}{11} = 17$$

§ 16. Բազմապատկման յեղ բաժանման ստուգումը

Նախորդ հատվածի կանոնները տալիս են բազմապատկման և բաժանման ստուգման պարզ յեղանակները:

1. Կատարենք $406 \cdot 78 = 31\,668$ բազմա-

պատկման ստուգումը:

Ստուգում. $31\,668 : 406 = 78$

I. Բազմապատկման ստուգումը կատարելու համար կարելի չէ արագությամբ բաժանել արագադիչներից մեկի վրա. Բանորդում պետք է սացվի մյուս արագադիչը:

2. Ստուգենք $16\,050 : 642 = 25$ բաժանումը:

Ստուգում. 1) $642 \cdot 25 = 16\,050$, կամ 2) $16\,050 : 25 = 642$

II. Անմնացորդ բաժանումն ստուգելու համար կարելի չէ.

1) Քանորդը բազմապատկել բաժանարարով, պետք է սացվի բաժանելին.

2) Բաժանելին բաժանել Բանորդի վրա, պետք է սացվի Բաժանարարը:

§ 17. Քանորդի փոփոխությունը

16 s:

1. 16 հազար տոնն չուգունը տեղափոխելու համար քանի՞ բաց վազոն է պետք, չեթե մեկ բաց վազոնում տեղավորվում է

1 ուծում. $16\,000 : 16 = 1000$ բաց վազոն:

2. Նույն տարողությւն քանի՞ բաց վազոն է հարկավոր 48 հազար տոնն չուգունը տեղափոխելու համար:

1 ուծում. $48\,000 : 16 = 3000$ վազոն:

Համեմատելով վերջին յեղիլու խնդիրները տեսնում ենք, վոր մեծացնելով բեռը 3 անգամ, վազոնների թիվն էլ մեծացավ 3 անգամ: Բաժանելին և քանորդը փոխվեցին—յեղիլուն էլ մեծացան 3 անգամ:

I. Յեթե բաժանելին մեծացնենք կամ փոքրացնենք մի Բանի անգամ, Բանորդն էլ կմեծանա կամ կփոքրանա նույնքան անգամ:

Փոքրացնելու կանոնը հասկանալի կդառնա, չեթե 1-ին և 2-րդ խնդիրների տեղերը փոխենք և ապա համեմատենք դրանց լուծումը:

3. Քանի՞ մեծ վազոն է հարկավոր 48 հազար տոնն չուգունը տեղափոխելու համար, չեթե ամեն մի բաց վազոնի տարողությունը 48 տոնն է:

1 ուծում. $48\,000 : 48 = 1000$ բաց վազոն: Այս խնդիրը համեմատենք 2-րդ խնդրի հետ:

Տեսնում ենք, վոր այստեղ մեկ բաց վազոնը 3 անգամ ավելի չէ բեռնավորված և վազոնների թիվը 3 անգամ պակաս է: Բաժանարարը փոխվեց, այդ պատճառով փոխվեց նաև քանորդը:

II. Յեթե բաժանարարը մեծացնենք մի Բանի անգամ, ապա այդքան անգամ կփոքրանա Բանորդը, իսկ չեթե Բաժանարարը փոքրացնենք մի Բանի անգամ, ապա Բանորդը կմեծանա այդքան անգամ:

4. 144 հազար տոնն բեռը տեղափոխելու համար քանի՞ բաց վազոն է հարկավոր, չեթե յուրաքանչյուրի տարողությունը 48 տոնն է:

1 ուծում. $144\,000 : 48 = 3000$ բաց վազոն:

Համեմատելով 4-րդ և 2-րդ խնդիրները տեսնում ենք, վոր բաժանելին 3 անգամ մեծացնելու հետևանքով քանորդն էլ մեծացավ 3 անգամ, միաժամանակ բաժանարարը 3 անգամ մեծացնելու հետևանքով քանորդը նվազեց 3 անգամ և վերջիվերջո մնաց նախկինը:

III. Յեթե բաժանելին չեղ բաժանարարը միեկնույն Բվով մեծացնենք կամ փոքրացնենք մի Բանի անգամ, Բանորդը չի փոխվի:

Նույն կանոնը կարելի չէ ուրիշ կերպ էլ արտահայտել:

1. Յեթե բաժանելին չեղ բաժանարարը միաժամանակ բազմապատկենք միեկնույն Բվով, Բանորդը չի փոխվի:

2. Յեթե բաժանելին չեղ բաժանարարը բաժանենք միեկնույն Բվի վրա, Բանորդը չի փոխվի:

§ 18. Արագության յեղ գումարի բաժանումը

Արագության յեղ բաժանումը 1. Հարկավոր է 10 | բեռները բաժանել 2 հավասար մասի և գտնել ամեն մի կեսի քաշը: 1 | բեռների քաշը 700 գրամ է:

1 ուծում. Այս խնդիրը կարելի չէ լուծել յեղիլու յեղով:

1-ին լուծում. Գտնենք ամբողջ բնական թվը և ապա կենսը:

$$700 \cdot 10 = 7000 \text{ գ}, \quad 7000 : 2 = 3500 \text{ գ},$$

2-րդ լուծում. Բնական թվանակաթյունը կենսը և ապա գտնենք կենս թվը:

$$700 \cdot (10 : 2) = 700 \cdot 5 = 3500 \text{ գ},$$

Թե առաջին և թե յերկրորդ դեպքում ստացվում է միևնույն արդյունքը:

$$(700 \cdot 10) : 2 = 700 \cdot (10 : 2) = 3500 \text{ գ},$$

Առաջին դեպքում նախ գտնում ենք յերկու արտադրիչների արտադրյալը և ապա այդ բաժանում 2-ի վրա, իսկ յերկրորդ դեպքում՝ արտադրիչներից մեկին ենք բաժանում 2-ի և հետո գտնում ստացած թվի և յերկրորդ արտադրիչի արտադրյալը:

Յերկու արտադրիչների արտադրյալը վերելք թվի վրա բաժանելու համար, բավական է այդ թվի վրա միայն մի արտադրիչ բաժանել յեզ ստացված բանադը բազմապատկել մյուս արտադրիչով:

$$\text{Տառերով պետք է գրել այսպես՝ } (a \cdot b) : c = \frac{a \cdot b}{c} \cdot b = a \cdot \frac{b}{c}$$

Այս կանոնը ճիշտ է նաև մեծ թվով արտադրիչների համար:

2. Ասենք թե հարկավոր է 3, 12 և 8 թվերի արտադրյալը բաժանել 2-ի վրա:

$$(3 \cdot 12 \cdot 8) : 2 = \frac{288}{2} = 144$$

կամ՝

$$(3 \cdot 12 \cdot 8) : 2 = 3 \cdot 6 \cdot 8 = 3 \cdot 12 \cdot 4 = 144$$

Յերկրորդ լեզանակի համաձայն 2-ի վրա բաժանում ենք $(12 \cdot 8)$ արտադրիչներից մեկը, փոխանակ նրանց արտադրյալը բաժանելու:

Գումարի բաժանույթ. 3. Տրակտորավարն առաջին կիսամյակի համար ստացավ 84 ա. իսկ յերկրորդի համար՝ 91 ա. ոչ իրատալար՝ Այդ ամսին քանի աշխուր եր ունեցել տրակտորավարն ինքն նա յուրաքանչյուր աշխուրի համար ստացել էր 7 ա.:

Լուծում. Այս խնդիրը կարելի յե լուծել յերկու յեղանակով: Կարելի յե գումարել ամբողջ ամսում ստացած դրամը և բաժանել 7-ի վրա կամ, առանձին-առանձին հաշվել առաջինը և յերկրորդը կիսամյակներում աշխատած որերի թիվը:

$$(84 + 91) : 7 = 175 : 7 = 25 \text{ որ},$$

կամ՝

$$84 : 7 + 91 : 7 = 12 + 13 = 25 \text{ որ},$$

Համեմատելով արդյունքները կարելի յե գրել՝

$$(84 + 91) : 7 = 84 : 7 + 91 : 7 = 12 + 13 = 25$$

Յերկու թվերի գումար վերելք թվի վրա բաժանելու համար, կարելի յե այդ թվի վրա ամեն մի գումարելին բաժանել առանձին-առանձին յեզ ապա գումարել ստացված գումարելիները:

$$\text{Տառերով պետք է գրել այսպես՝ } \frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

Այս կանոնը ճիշտ է նաև յերեք, չորս և ավելի գումարելիներ ունեցող գումարի վերաբերմամբ:

$$4. \text{ Բաժանենք՝ } (140 + 280 + 360) : 10 = 140 : 10 + 280 : 10 + 360 : 10 = 14 + 28 + 36 = 78$$

կամ՝

$$\frac{780}{10} = 78$$

Տառերով արտահայտվում է այսպիսով՝ $\frac{a+b+c+d}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} + \frac{c}{m} + \frac{d}{m}$

Նման կանոն կա նաև տարբերության բաժանման համար: Ցարբերության բաժանումը. 5. Յերկու թվերի՝ 375-ի և 255-ի տարբերությունը բաժանենք 15-ի վրա:

$$\text{Լուծում. } 1) (375 - 255) : 15 = \frac{120}{15} = 8, \text{ կամ՝}$$

$$2) (375 - 255) : 15 = (375 : 15) - (255 : 15) = 25 - 17 = 8$$

Արդյունքները նույնն են:

Յերկու թվերի տարբերությունը վերելք թվի վրա բաժանելու համար, կարելի յե այդ թվի վրա առանձին-առանձին

բաժանել ճվագելի՞ն ու հանելի՞ն յեվ առաջի՞ն քանորդից հանել յերկրորդ քանորդը:

$$\text{Այդ արտահայտենք տասերով. } \frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$$

Դիտողություն. Գումարի և տարբերության բաժանումը վորեւ ամբողջ թվի վրա այդ յեղանակով կատարել հարմար է միայն այն դեպքում, յերբ գումարելիները կամ նվագելին ու հանելին այդ թվի վրա բաժանվում են առանց մնացորդի:

§ 19. Բաժանում միավորով յեվ գերանհանգյալով քվերի վրա

Յեթե համեմատելու լինենք հետևյալ յերկու թվերը, 541 և 5410, կտեսնենք, վոր յերկրորդն առաջինից մեծ է 10 անգամ, վոր առաջին թվի հարյուրավորների կարգի միավորները յերկրորդ թվում հանդես են գալիս իբրև հազարավորների կարգի միավորներ. առաջին թվի տասնավորները յերկրորդ թվում՝ իբրև հարյուրավորներ, առաջին թվի առաջին կարգի միավորները՝ յերկրորդ թվում իբրև յերկրորդ կարգի միավորներ. Ուրիշ խոսքով, առաջին թվը պետք է բազմապատկել 10 անգամ, յերկրորդ թվը ստանալու համար:

Յեթե այդ թվերը դասավորենք մեծության կարգով՝ նախ 5410-ը և հետո 541-ը, կնկատենք, վոր յերկրորդ թիվն առաջինից փոքր է 10 անգամ. այդ ցույց տալու համար բավական է առաջին թիվը բաժանել 10-ի վրա, կստանանք յերկրորդ թիվը. հետևապես զերոյով վերջացող ամբողջ թիվը 10 անգամ փոքրացնելու համար բավական է այդ թվի միջից մի զերո վերացնել:

Թիվը 100-ի վրա բաժանելու համար, պետք է նախ բաժանել 10-ի վրա և ապա ստացված քանորդը կրկին բաժանել 10-ի վրա (վերջից 2 զերո ավելացնելով): Նման ձևով 1000-ի, 10 000-ի, և մեկով ու զերոներով վերջացող ուրիշ թվերի վրա բաժանելու համար պետք է տված թիվը հաջորդաբար բաժանել 10-ի վրա:

$$1) 4\ 513\ 000 : 100 = (4\ 513\ 000 : 10) : 10 = 451\ 300 : 10 = 45\ 130;$$

$$2) 356\ 000 : 1000 = (356\ 000 : 10) : 10 : 10 = (356\ 000 : 10) : 10 = 3560 : 10 = 356$$

Բերված որինակներում բաժանելին վերջանում է զերոներով, իսկ բաժանարարն արտահայտված է միավորով և զերոներով: Բաժանելիս կարելի յեր բաժանելի վերջից միանգամից ջնջել այնքան զերո, վորքան զերոներ ունի բաժանարարը: Բաժանումը հնարավոր յեղավ կատարել առանց մնացորդի, վորովհետև բաժանելին վերջում այնքան զերոներ ունի, վորքան բաժանարարը, կամ ավելի:

Ձերոներով վերջացող թիվը մեկից ու զերոներից բաղկացած թվի վրա բաժանելու համար, պետք է բաժանելի վերջից ջնջել այնքան զերո, վորքան կա բաժանարարում:

§ 20. Ձերոյով վերջացող թվերի բաժանումը

Գործարանի որական արտադրանքի արժեքը գնահատվում է 128 000 ու: Գործարանն որական տալիս է 400 ռ չուգուն: Գտնել 1 ռ չուգունի միջին արժեքը:

Լուծում. Հարկավոր է 128 000-ը բաժանել 400-ի վրա, լուծումը հեշտացնելու համար կարող ենք բաժանելին և բաժանարարը փոքրացնել 100 անգամ. Դրանից քանորդը չի փոխվի.

$$128\ 000 : 400 = 1280 : 4 = 320 \text{ ո.}$$

Ձերոներով վերջացող բաժանելից ու բաժանարարից քանորդ ստանալու համար կարելի յե գրանց վերջից հավասար թվով զերոներ ջնջել: Դրանից քանորդը չի փոխվի:

1. Գտնել 651 : 217 քանորդը:

§ 21. Բաժանման այն դեպքը, յերբ բաժանողը միանգամից քիվ է

Լուծում. Մենք բաժանում ենք այն թվերը միայն, վորոնք կարելի յե բաժանել բազմապատկման աղյուսակի ողնու թյամբ: Այդ պատճառով բաժանելիի բարձր կարգի միավորները բաժանում ենք բաժանարարի բարձր կարգի միավորների վրա: Բերված որինակում 6-ը բաժանում ենք 2-ի վրա և ստանում՝ 6 : 2 = 3, այսինքն՝ 651 : 217 = 3:

Ստուգելու համար բաժանարարը բազմապատկում ենք քանորդով:

$$217 \cdot 3 = 651$$

Յեթե բաժանելիի առաջին թվանշանով արտահայտված թիվը
փոքր է բաժանարարի առաջին թվանշանով արտահայտված թվից,
այդ դեպքում անջատում ենք բաժանելիի առաջին յերկու
թվանշանները և բաժանում բաժանարարի առաջին թվանշանով
արտահայտված թվի վրա:

2. $20\ 595 : 4119 = 5$

Նշանակ բաժանում ենք 20-ը 4-ի վրա Յեթե պարզվի,
փոքր բաժանումից ստացվող քանորդի ու բաժանարարի
արտադրյալը մեծ է բաժանելիից, ապա մեկ միավորով պակա-
սեցնում ենք քանորդը և կրկին ստուգում: Այդ ճարտանակվում
է՝ այնքան ժամանակ, մինչև քանորդի թիվը բաժանարարով
բազմապատկելով առաջացնում է այնպիսի արտադրյալ, վորը
կամ փոքր է կամ հավասար է բաժանելիին: Միանիշ քանորդ
ստանալու համար բաժանման այս յեղանակը պահանջում է, փոքր
բաժանելին այնքան թվանշան ունենա, վորքան բաժանարարը
(յեթե բաժանելիի առաջին թվանշանն ավելի մեծ թիվ է ար-
տահայտում, քան բաժանարարի առաջին թվանշանը), կամ մեկ
թվանշանով ավելի (յեթե բաժանելիի առաջին թվանշանի ար-
տահայտած թիվն ավելի փոքր է, քան բաժանարարինը):

Կա մի յեղանակ ևս, վորը թույլ է տալիս վորոշելու բա-
ժանման այն դեպքերը, յերբ քանորդում միանիշ թիվ է ստաց-
վում:

Տե՛սե՛ք է յերկու թիվ՝ բաժանելին և բաժանարարը: Բաժա-
նարարի վերջում աջ կողմից ավելացնենք մի զերո: Ստանում
ենք մի նոր թիվ, վորը բաժանարարից 10 անգամ մեծ է: Յեթե
այդ նոր թիվը բաժանելիից մեծ լինի, ապա աված յերկու թվերի
բաժանումից ստացած քանորդը միանիշ թիվ կլինի, իսկ յեթե
փոքր լինի՝ բազմանիշ:

Այս հատվածի որինակները ստացվելին միանիշ քանորդ-
ներ, քանի վոր

$$2170 > 651 \text{ և } 41\ 190 > 20\ 595$$

Միանիշ բանորդ ստանալու համար ետևավոր է բաժանե-
լիի առաջին թվանշանի արտահայտած թիվը բաժանել բաժանա-
րաի առաջին թվանշանի արտահայտած թվի վրա: Բաժանումից
հետ պետք է միանիշ բանորդը բազմապատկել բաժանարարով

յեկ ստանալ բաժանելին: Յեթե արտադրյալն ավելի մեծ է բա-
ժանելիից, ապա անհրաժեշտ է բանորդը պակասեցնել մեկ
միավորով: Այդ ճարտանակվելու յե այնքան ժամանակ, մինչև
արտադրյալը հավասարվի բաժանելիին: Յեթե բաժանումից հե-
տ ստացվի մնացորդ, ապա դա պետք է ավելի փոքր լինի բա-
ժանարարից:

Այն դեպքում, յերբ բաժանելիի առաջին թվանշանի ար-
տահայտած թիվը փոքր է բաժանարարի առաջին թվանշանի
ցույց սված թվից, վերցնում են բաժանելիի առաջին յերկու
թվանշանով արտահայտված թիվը յեկ բաժանում:

§ 22. Մնացորդով բաժանում

Միշտ հնարավոր չի անմնացորդ բաժա-
նում կատարել:

1. Հայրը վորդուն 2 գ. տալով ուղարկեց
երեկտրական լամպեր գնելու: Խանութում կային միայն 75 կո-
պեկանոց լամպեր: Տղան քանի՞ լամպ կարող էր գնել և վոր-
քան դրամ կմնար գնումից հետո:

Լուծում. 200-ը բաժանելով 75-ի վրա՝ քանորդում կըս-
տանանք 2 և կմնա 50 կոպ. Հծախսված դրամ: Ուրեմն, այդ տղան
կարող էր յերկու երեկտրական լամպ գնել և յուր տված դրա-
մից 50 կոպ. չես ստանալ: Այդ կլինի 200-ը 75-ի վրա բաժա-
նելուց ստացված մնացորդը:

Սահմանում. Յեթե բաժանելին ամբողջ թվով չի բա-
ժանվում բաժանարարի վրա, ապա բաժանելիի յեկ մյուս կող-
մից բաժանարարի ու բանորդի արտադրյալի արբերությունը
կոչվում է մնացորդ:

Դիտողություններ. 1. Մնացորդը միշտ պետք է փոքր լինի բա-
ժանարարից:

2. Կարելի չէ ասել, վոր բաժանելին բաժանարարի վրա անմնացորդ
բաժանվելու դեպքում, մնացորդը հավասար է զերոյի:

Ստուգենք առաջին խնդրի լուծումը. յերկու լամպերին
վճարվեց 1 ո. 50 կոպ. յեթե դրան ավելացնենք մնացորդը՝
50 կոպ., կստացվի 2 ո.:

Ստուգումը դրենք ավելի կարճ.

$$75 \cdot 2 + 50 = 200 \text{ կոպ.} = 2 \text{ ուր.}$$

Այստեղ 200-ը բաժանելին է, 75-ը՝ բաժանարարը, 2-ը՝ քանորդը և 50-ը՝ մնացորդը: Մնացորդով բաժանման ընդ որ դեպքերի համար կանոնն այս է.

Բաժանելին հավասար է բաժանարարի յեվ բաժանորդի արձագրային՝ ավելացրած մնացորդը:

Տառային արտահայտությունը հետևյալն է. $a = bq + c$, զորտեղ a -ն բաժանելին է, d -ն՝ բաժանարարը, q -ն՝ քանորդը, c -ն՝ մնացորդը:

Նույն կանոնը յերբեմն կարգում են ուրիշ ձևով:

Բաժանելին առանց մնացորդի հավասար է բաժանարարի յեվ բաժանորդի արձագրային:

Տառային արտահայտությունը հետևյալն է. $a = c = bq$, զորտեղ a -ն բաժանելին է, b -ն՝ բաժանարարը՝ c -ն, b -ն՝ քանորդը, մնացորդը:

2. $\frac{135}{12}$ -ը տալիս է 11 քանորդը և 3 մնացորդը, կամ $(135 - 3) = 12 \cdot 11$:

Շատ հեշտ է քանորդը և մնացորդը գտնել այն դեպքերում, յերբ վորևե թիվ բաժանում ենք մեկով և զերոսներով արտահայտվող թվի վրա:

3. Գտնել հետևյալ թվերի քանորդն ու մնացորդը.

1) $87\ 536 : 1000$, 2) $127\ 531 : 10\ 000$

Լուծում. 1) $87\ 536 = 87 \cdot 1000 + 536$

Քանորդ ստացվեց 87 և մնացորդ՝ 536: Միևնույն արդյունքը կստացվի, յեթե հաղարավորները ստորակետով կամ զծով անջատենք ստորին կարգերի միավորներին.

$$87\ 536 = 87'536$$

Զախ կողմում կստացվի քանորդը՝ 87, իսկ աջ կողմում մնացորդը՝ 536:

Յերկրորդ որինակում թիվը բաժանում ենք 10 000-ի վրա: Քանորդը գտնելու համար պետք է բաժանելի մեջ անջատենք տասնադարավորները.

$$127\ 531 = 12'7531$$

Քանորդը հավասար է 12-ի և մնացորդը՝ 7531-ի:

Մի թիվ մեկով ու զերոսներով արտահայտված թվի վրա բաժանելիս, բանորդը յեվ մնացորդը զսեկու համար պե՛ս է բաժանելի մեջ աջ կողմից անջատել այնքան թվանշան, վորքան բաժանարարի վերջում զերոսներ կան: Այն թիվը, վոր արտահայտվում է անջատումից հետո մնացած թվանշաններով, ցույց է տալիս բանորդը, իսկ անջատված թվանշանները՝ մնացորդը:

§ 23. Մնացորդի փոփոխությունը

Տեսնենք, թե ինչ փոփոխություն է կրում մնացորդը բաժանելիի և բաժանարարի փոփոխման դեպքում:

1. Ավտոմոբիլ գնելու համար գործարանը հատկացրեց 48 700 ռ., ամեն մեկը նստեց 8000 ռ.: Քանի՞ ավտոմոբիլ գնվեց և վորքան զրամ մնաց:

Լուծում. Հարկավոր է 48 700-ը բաժանել 8000-ի վրա, քանորդը կստացվի 6, իսկ մնացորդը՝ 700:

Կրճատ արտահայտման համար թե բաժանելիից և թե բաժանարարից կարելի յե հավասար քանակի զերոսներ ջնջել: Քանորդը չի փոխվի, յեթե բաժանելին և բաժանարարը փոքրացնենք 100 անգամ, կստացվի $487 : 80$: Քանորդը դարձյալ կլինի 6, բայց մնացորդը՝ 7: Այդ փոքրացավ 100 անգամ:

Այս որինակը լուծելիս պարզվում է՝ հետևյալ կանոնը.

Բաժանելին ու բաժանարարը միեվնույն թվով բազմապատկելիս կամ նույն թվի վրա բաժանելիս, մնացորդն էլ բազմապատկվում է նույն թվով կամ բաժանվում նույն թվի վրա: Բանորդը, սակայն, չի փոխվում:

§ 24. Բաժանման այն դեպքը, յերբ բանորդը բազմանից թիվ է

Այս դեպքում բաժանումը վերածվում է մի քանի անջատ բաժանումների, զորտեղ բաժանարարը միշտ նույն թիվն է լինում, քանորդն էլ՝ միանիշ թիվ: Իբրև բաժանման նշան ծառայում է $\lfloor$ նշանը (ուղիղ անկյուն):

1. $21\ 828$ -ը բաժանել 642 -ի վրա: Գրություն ձևն այս է.

$$\begin{array}{r} 21\ 828 \quad | 642 \\ \underline{1\ 926} \quad 34 \\ 2\ 568 \\ \underline{2\ 568} \end{array}$$

Տանք բաժանման մի որինակ եւ:
2. 37 943 491 բաժանել 943-ի վրա.
Լուծում.

$$\begin{array}{r} 37 \ 943 \ 491 \quad 43 \\ - 37 \ 72 \quad 40 \ 237 \\ \hline 223 \\ - 2234 \\ \hline 1886 \\ - 3489 \\ \hline 2829 \\ - 6601 \\ \hline 6601 \\ - 6601 \\ \hline 0 \end{array}$$

Այս որինակում առաջին մասորդին՝ 22-ին ավելացնելով բաժանելի մի թվանշանը, ստացանք 223, վորը չի բաժանվում 943-ի վրա: Այսպիսի դեպքերում քանորդում նշանակվում է դերո, ալզպես ել արինք, վորից հետո միայն մասորդին ավելացնում ենք բաժանելի հետևյալ թվանշանը:

Մի քիվ մյուսի վրա բաժանելու համար, բաժանելից (սկսած ձախից) պես է աճեալ ալմեան քվանցան, վոր բաժանարարի վրա բաժանելիս սացվի միանիւ քիվ. առաջին մնացորդին ալ կողմից պես է ավելացնել, կամ, ինչպես սովորաբար ասում են, ցած բերել բաժանելի հետևյալ քվանցանը յեվ այսպես կազմել յերկուրդ բաժանելին: Յերե ալզ վերջին բաժանելին բաժանենք բաժանարարի վրա, կսացվի անհայտ Բանուրդի յերկուրդ քվանցանը, իսկ մնացորդը կլինի յերկուրդ մնացորդը. վորի հետ յեվ պես է նույն կերպ վարվել, ինչպես առաջին մնացորդի հետ յեվ առաջին Բանուրդարար, մինչեվ սպառվեն բաժանելի բոլոր քվանցանները: Վերջին մնացորդը կլինի ռված յուրի քվերի բաժանումից առաջացած վերջնական մնացորդը:

V. ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԿԱՐԳԸ: ՓԱԿԱԳԾԵՐ

§ 1. Միեվնույն տասիւանի գործարկումներ կարգը

Մասնատարկական նշանները ցույց են տալիս, թե տված թվերով ինչ գործողություններ և ինչ կարգով պետք է կատարել: Մասնատարկական նշանների միջոցով զրավոր արահայտությունը պետք է լինի պարզ ու վորոշ:

Ամենադիտարեն այն է, վոր զրածը բոլորովին առիթ չտա քմահաճորեն մեկնարանել գործողությունների կարգը:

1. Միեվնույն տասիւանի գործարկումները կատարվում են այն կարգով, վորով գրված են:

1) $63 - 18 + 15 - 40 + 8 + 1 = 29$ 2) $80 : 2 . 5 : 4 : 10 = 5$

Գործողությունների կարգը փոխենք և ապա հաշվենք.

1) $63 - 18 + 15 - 40 + 8 + 1 = 29$ 2) $80 : 2 . 5 : 4 : 10 = 5$
 $63 + 15 - 40 + 8 - 18 + 1 = 29$ $80 : 2 . 5 : 10 : 4 = 5$
 $63 - 40 + 8 - 18 + 15 + 1 = 29$ $80 : 2 : 10 . 5 : 4 = 5$
 $63 + 1 + 15 - 18 - 40 + 8 = 29$ $80 : 10 : 2 . 5 : 4 = 5$
 $63 - 18 - 40 + 1 + 15 + 8 = 29$ $80 : 10 . 5 : 2 : 4 = 5$

Բոլոր դեպքերումն ել արդյունքը նույնն է:

2. Սակայն լինում են դեպքեր, յերբ միևնույն աստիճանի գործողությունները կատարելիս ուզում են փոխել գործողությունների կարգը.

1) $72 - 45 - 13 = 14$, բայց 2) $72 - (45 - 13) = 40$

Առաջին որինակում նախ հանեցինք 45, իսկ հետո՝ 13: Յերկրորդ որինակում 45-ից նախ հանեցինք 13, հետո 72-ից հանեցինք զրանց տարբերությունը: Այսպիսի դեպքերում գործողությունների կարգը ցույց տալու համար, բացի գործողություններից, ողավում են նաև փակագծերով:

Փակագծերը լինում են յերեք տեսակ. 1) սլարկ $(15 - 7) . 7$, 2) ուղղանկյուն կամ քառակուսի $[5 + 5 . (12 - 3)] . 2$, 3) ձևավոր $\{(8 + 7) . [(5 + 3) . 2 - 4]\} . 5$:

Փակագծերով հաշվելիս հարկավոր է հետզհետե բանալ զրանք, այսինքն կատարել գործողություններ, վորտեք ցույց են տված փակագծերի ներսում, և փակագծերը փոխարինել ստացված արդյունքներով:

Պիտոգորյուհ. Փակագծերը բանալիս հարմար է սկսել ներքին փակագծերից:

3. Դրել և հաշվել 43-ից հանել 13-ի և 8-ի գումարը:
Լուծում. $43 - (13 + 8) = 43 - 21 = 22$

Յեթե այս արտահայտությունը գրենք առանց փակագծերի, կադավաղվի ինչդրի իմաստը, այսինքն կստանանք՝ $43-13+8=38$

Միևնույն աստիճանի գործողությունների համար փակագծերից ոգտվելն անհրաժեշտ է այն դեպքերում, յերբ գումարում կամ հանում ենք ցույց տված գործողությունների արդյունքները, առանց կատարելու գործողությունները:

4. Գրել և հաշվել՝

1) 15-ին ավելացնել 7-ի, 13-ի և 8-ի գումարը.

$$15+(7+13+8)=15+28=43$$

2) 40-ից հանել 19-ի և 12-ի տարբերությունը.

$$40-(19-12)=40-7=33$$

3) 8-ին ավելացնել 71-ի և 62-ի տարբերությունը.

$$8+(71-62)=8+9=17$$

§ 2. Տարբեր աստիճանի գործողությունների կարգը

Միևնույն աստիճանի գործողությունների կարգին վերաբերող կանոնը չի տարածվում տարբեր աստիճանի գործողությունների վրա: Այդ գործողությունների համար

կանոնը հետևյալն է.

Բարձր աստիճանի գործողությունները կատարվում են ավելի վաղ, քան ստորին աստիճանի գործողությունները:

1. Դտնենք, թե վորքան է $72-8 \cdot 3$: Յեթե գործողությունները կատարենք այն կարգով, ինչպես գրված են, ապա 72 -ից պետք է հանել 8 -ը և արդյունքը բազմապատկել 3 -ով: Բայց գործողությունների կարգի կանոնի համաձայն այն դեպքերում, յեթե կան տարբեր աստիճանի գործողություններ, ապա բարձր աստիճանի գործողությունները կատարվում են առաջին հերթին: Այդ հանգամանքն ազատում է, բազմապատկում և բաժանում յեղած դեպքում, փակագծեր գրելու անհրաժեշտությունից:

Չենք գրում՝ $72-(8 \cdot 3)$, այլ գրում են $72-8 \cdot 3=48$

Այն դեպքերում, յերբ տարբեր աստիճանի գործողությունների կարգը կարող է սխալ մեկնաբանվել, ոգտվում են փակագծերով: Այսպես, ինչպես և մի աստիճանի գործողություն-

ների ժամանակ, փակագծերի մեջ գրվում են նշված և վոչ էհ վերջնական հաշվումների արդյունքները:

2. Յույց տալ և հաշվել՝ 5 և 6 թվերի արտադրյալի և 5 ու 3 թվերի արտադրյալի գումարի բաժանումը նույն արտադրյալների տարբերությունից՝

$$(5 \cdot 6 + 5 \cdot 3) : (5 \cdot 6 - 5 \cdot 3) = (30 + 15) : (30 - 15) = 45 : 15 = 3$$

Յեթե այս արտահայտությունը գրվի առանց փակագծերի, կստացվի ուրիշ և սխալ արդյունք.

$$5 \cdot 6 + 5 \cdot 3 : 5 \cdot 6 - 5 \cdot 3 = 30 + 18 - 15 = 48 - 15 = 33$$

Դիտողություն. Բաժանման նշանը կարելի է փոխարինել կոտրակի գծով: Այդ դեմք փոխարինում է նաև փակագծին:

3. Բաժանել՝ $(15+25) : 5$: Այս առաջադրությունը կարելի է և այլ կերպ գրել.

$$(15+25) : 5 = \frac{15+25}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

VI. ԹՎԵՐԻ ԲԱԺԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

§ 1. Թվերի բաժանականությունը

Յերե վորեվե ամբողջ թիվ մի աղ թվի վրա բաժանվում է առանց մնացորդի, ապա առաջին թիվը կոչվում է յերկուրդի բազմապատկի, իսկ յերկուրդն էլ՝ առաջին թվի բաժանաբար:

1424-ը 4-ի բազմապատկ է, իսկ 4-ն էլ 1424-ի բաժանաբարն է:

Դիտողություն. Այսուհետև, յերբ այս գլխում խոսելու լինենք այն մասին, վոր մի թիվ բաժանվում է մյուսի վրա, ապա բոլոր դեպքերում պետք է նկատի ունենալ, վոր այդ բաժանվում է առանց մնացորդի:

Գրենք ամբողջ թվերի շարքն՝ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12... Հայտնի է, վոր թվերի այսպիսի շարքը կոչվում է բնական շարք:

Բնական շարքի ամեն մի թիվը բաժանել միավորի, նաև այն թվի վրա, վոր հավասար է իբեն՝ բաժանելին:

Բնական շարքի բոլոր թվերը կարելի է բաժանել իրենց հավասար թվերի յեղ միավորի վրա:

Բնական շարքում կան այնպիսի թվեր, վորնք բացի միավորից և իրենցից՝ ո'չեն ուրիշ բաժանարարներ կու Որինակ, 15-ը բաժանվում է 1-ի, 15-ի, 3-ի և 5-ի վրա. $15 : 1 = 15$, $15 : 3 = 5$, $15 : 5 = 3$,

§ 2. Գումարի կազմությունները, վորոնց վրա հիմնված է բաժանականությունը հասկանալի են արժանանում

Այն յեղանակները, վորոնցով, առանց բաժանման գիճելու, կարելի չէ իմանալ, թե ճի թիվ հանդիսանում է մյուսի բաժանարար, կոչվում են բաժանականության հատկանիշներ:

Բաժանականության հատկանիշների արտածումը հիմնված է գումարի հետևյալ հատկությունների վրա:

I. Յեթե գումարելիներն առանձին-առանձին բաժանվում են վորեմե թվի վրա, ապա զրանց գումարն էլ բաժանվում է նույն թվի վրա:

II. Յեթե գումարելիներն բաժանվում են վորեմե թվի վրա, բացի մեկ գումարելիից, վորը չի բաժանվում՝ ելած թվի վրա, ապա այդ գումարելիների գումարն էլ չի բաժանվում այդ թվի վրա:

1. $20 + 30 + 700 + 50 = 800$: Այս դեպքում բոլոր գումարելիները բաժանվում են 10-ի վրա, և գումարը նույնպես բաժանվում է 10-ի վրա:

2. $20 + 30 + 700 + 49 = 799$: Այս դեպքում գումարելիները բաժանվում են 10-ի վրա, բացի մեկ գումարելիից (49), այդ պատճառով գումարն էլ չի բաժանվում 10-ի վրա:

§ 3. 10-ի, 100-ի, 1000-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հասկանալի են

Զերոյով վերջացող թվերը 10-ի, 100-ի և 1000-ի վրա բաժանելու կանոնից յերևում է, վոր 10-ի վրա առանց մնացորդի բաժանվող թիվը պետք է վերջանա առնվազն մեկ զերոյով, քանի վոր նա պետք է կազմվի լրիվ տասնյակներից:

Հետևյալ թվերը՝ 10, 50, 90, 100, 400, 1000, 3500—բաժանվում են 10-ի վրա:

Հետևյալ թվերը՝ 7, 23, 108, 51 916—չեն բաժանվում 10-ի վրա:

10-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնց վերջանում են զերոյով:

Հետևյալ թվերը, 200, 800, 15 000 բաժանվում են 100-ի, իսկ 270, 420, 1730 չեն բաժանվում 100-ի վրա:

100-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնց վերջանում են յերեւ զերոյով:

1000-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնց վերջանում են յերեւ զերոյով:

§ 4. 2-ի յեւ 5-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հասկանալի են

Սահմանում. Մյն բոլոր թվերը, վորոնց բազմապատիկ են 2-ին, կոչվում են զույգ թվեր: Մնացած թվերը կոչվում են կենդ:

Տասը բաժանվում է 2-ի և 5-ի վրա.

$$10 : 2 = 5, \quad 10 : 5 = 2$$

Նշանակում է, վոր տասնյակներից կազմված ամեն թիվ պետք է բաժանվի 2-ի և 5-ի վրա, իսկ քանի վոր տասնյակներից կազմված թվերը վերջանում են զերոյով, ուստի թվերի վերջում զերոն ցույց է տալիս, վոր զրանք բաժանվում են 2-ի և 5-ի վրա:

$$1) \quad 470 : 2 = 235, \quad 5800 : 5 = 1160$$

Յեթե թիվը չի վերջանում զերոյով, բայց ուզում ենք իմանալ՝ արդյոք բաժանվում է դա 2-ի կամ 5-ի վրա, այդ դեպքում թիվը վերածում ենք յերկու գումարելիների, վորոնցից առաջինը պետք է կազմված լինի տասնյակներից, ուրիշ խոսքով, վերջանա զերոյով, այսինքն՝ սկսած է բաժանվի թե 2-ի և թե 5-ի վրա:

2) $385 : 5 = (380 + 5) : 5 = 380 : 5 + 5 : 5$; 385-ը բաժանվում է 5-ի վրա:

3) $748 : 2 = (740 + 8) : 2 = 740 : 2 + 8 : 2$; 748-ը բաժանվում է 2-ի վրա:

4) $928 : 5 = (920 + 8) : 5 = 920 : 5 + 8 : 5$; 928-ը չի բաժանվում 5-ի վրա, վորովհետեւ յերկրորդ գումարելին՝ 8-ը չի բաժանվում 5-ի վրա:

5) $67 : 2 = (60 + 7) : 2 = 60 : 2 + 7 : 2$; 67-ը չի բաժանվում 2-ի վրա:

Լուծումը կախում ունի թվի վերջին թվանշանից: Այսպիսով ստանում ենք 2-ի և 5-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հետևյալ հատկանիշները:

2-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնք վերջանում են գերյով կամ գույք թվանշանով (2, 4, 6, 8):

5-ի վրա բաժանվում են գերյով կամ հնգով վերջացող թվերը:

§ 5. 2-ի յեվ 25-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանաճաճութան հասկանիւնները

100-ը բաժանվում է 4-ի և 25-ի վրա: Նշանակում է, լրիվ հարյուրավորներից կազմված (տասնավորներ և միավորներ չունեցող ուրեմն և յերկու գերյով վերջացող) յուրաքանչյուր թիվ, տեղք և բաժանվի 4-ի և 25-ի վրա:

$$1) 100 : 4 = 25, 100 : 25 = 4, 6200 : 4 = 1550, 1750 : 25 = 68$$

2) $38 : 8 : 4(3800 + 68) : 4 = 3800 : 4 + 68 : 4$. այստեղից տարվում է, վոր 3868-ը կրժանվի 4-ի վրա:

3868-ը վերլուծելով այնպես, ինչպես վարվեցինք նախորդ հատվածում, կարող ենք պատկերացնել դա իրրի գումար յերկու աճյիտի գումարելիների, վորոնցից մեկը վերջանում է յերկու գերյով, ուստի և կրժանվի 4-ի և 25-ի վրա: Յեթի յերկրորդ գումարելին բաժանվի կամ չբաժանվի 4-ի և 25-ի վրա, ապա զրանից ել կախված կլինի ամբողջ թվի բաժանվելը կամ չբաժանվելը 4-ի և 25-ի վրա:

3) $875 : 25 = (800 + 75) : 25 = 800 : 25 + 75 : 25$. ուրեմն 875-ը կրժանվի 25-ի վրա:

4) $917 : 4 = (900 + 17) : 4 = 900 : 4 + 17 : 4$. 917-ը չի բաժանվի 4-ի վրա, վորովհետև յերկրորդ գումարելին՝ 17-ը չի բաժանվում 4-ի վրա:

5) $1343 : 25 = (1300 + 43) : 25 = 1300 : 25 + 43 : 25$. ուրեմն 1343-ը չի բաժանվում 25-ի վրա:

4-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնք վերջանում են յերկու գերյով, կամ վորոնց վերջին յերկու թվանշանների արտահայտած թիվը բաժանվում է 4-ի վրա:

25-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնք վերջանում են յերկու գերյով, կամ վորոնց վերջին յերկու թվանշանների արտահայտած թիվը բաժանվում է 25-ի վրա, այսինքն 25-ով, 50-ով յեվ 75-ով վերջացող թվերը:

§ 6. 8-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հասկանիւնները

Յերեք գերյով վերջացող ամեն մի թիվ կազմված է հազարավորներից: Բայց $1090 = 8 \times 125$ և բաժանվում է 8-ի ու 125-ի վրա, ուստի մի քանի հազարավորների գումարն ևս բաժանվում է 8-ի և 125-ի վրա. որինակ, $25\ 000 : 8 = 3125$:

1) $45\ 328$ -ը 8-ի վրա կրժանվի:

Այդ թիվը վերածենք յերկու այսպիսի գումարելիների, $45\ 000 + 328$. $45\ 000$ -ը կրժանվի 8-ի վրա. $328 : 8 = 41$, հետևապես ամբողջ թիվն ել $45\ 328$ -ը կրժանվի 8-ի վրա:

2) $16\ 242 : 8$, $16\ 242 = 16\ 000 + 242$: Բայց յերկրորդ գումարելին՝ 242-ը չի բաժանվում 8-ի վրա, հետևապես $16\ 242$ -ը չի բաժանվի 8-ի վրա:

8-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնք վերջանում են յեթե գերյով, կամ վորոնց վերջին յեթե թվանշանների արտահայտած թիվը բաժանվում է 8-ի վրա:

§ 7. 9-ի յեվ 2-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հասկանիւնները

1. 9 թվանշանով արտահայտվող թվերը որինակ, 9, 99, 999 և այլն, բաժանվում են 9-ի և 3-ի վրա:

Հետևյալ թվերը՝ 10, 100, 1000, 10 000 կարող ենք վերածել գումարելիների և ստանալ հետևյալ աղյուսակը:

$$\begin{aligned} 10 &= 9 + 1 \\ 100 &= 99 + 1 \\ 1000 &= 999 + 1 \\ 10\ 000 &= 9999 + 1 \end{aligned}$$

Այս աղյուսակը ցույց է տալիս, վոր 1 միավորով և ավելի գրած գերյերով արտահայտվող թվերն 9-ի վրա բաժանելիս մնացորդ ստացվում է 1:

2. Ասենք թե ուզում ենք իմանալ, 4332-ը բաժանվում է 9-ի վրա, թե վոչ:

4332-ը վերածենք զանազան կարգի միավորներին, կստանանք.

$$\begin{array}{r} 4332=1000+1000+1000+1000+ \\ +100+100+100+ \\ +10+10+10+ \\ +2 \end{array}$$

Պատկերացնենք յուրաքանչյուր հազարավորն իրեն 999+1, յուրաքանչյուր հարյուրավորը՝ 99+1 և յուրաքանչյուր տասնավորը՝ 9+1, կստանանք.

$$\begin{array}{r} 4332=999+999+999+4+ \\ +99+99+99+3+ \\ +9+9+9+3+ \\ +1+1+1+1+2 \end{array}$$

999, 99, 9 գումարելիները բաժանվում են 9-ի և 3-ի վրա, նշանակում և տվյալ թվի բաժանականությունն 9-ի և 3-ի վրա կախված է այն հանգամանքից, թե այդ թվի բոլոր կարգերի միավորների գումարը՝ $4+3+3+2=12$ բաժանվում է 9-ի և 3-ի վրա: 12-ը բաժանվում է 2-ի վրա, հետևապես ամբողջ թիվն էլ կբաժանվի 3-ի վրա: 12-ը չի բաժանվի 9-ի վրա, հետևապես 4332-ը 9-ի վրա չի բաժանվի:

3. 3510-ը 9-ի և 3-ի վրա բաժանվում է, թե՛ վոչ:

$3+5+1=9$, 9-ը բաժանվում է 9-ի և 3-ի վրա, ուստի 3510-ն էլ կբաժանվի 9-ի և 3-ի վրա:

3-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնց բաժանումների գումարը 3-ի վրա բաժանվում է:

9-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնց բաժանումների գումարը 9-ի վրա բաժանվում է:

4. Իմացիք, հետևյալ թվերը 9-ի և 3-ի վրա բաժանվում են թե՛ վոչ.

1) 14 382, 2) 2760, 3) 1345

1) 14 382-ի թվանշանների գումարը 18 է: Ուրեմն, 14 382-ը կբաժանվի 3-ի և 9-ի վրա:

2) 2760-ի թվանշանների գումարը 15 է, հետևապես 2760-ը 9-ի վրա չի բաժանվի, բայց 3-ի վրա կբաժանվի:

3) 4345-ի թվանշանների գումարը 13 է, հետևապես 4345-ը չի բաժանվի վոչ 3-ի և վոչ 9-ի վրա:

3-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականությունը վորոշելիս կարելի չէ թվանշանների գումարում բաց թողնել այն բոլոր թվերը, վորոնք բաժանվում են 3-ի վրա, նաև այն դուռարները, վորոնք բաժանվում են 3-ի վրա:

9-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականությունը վորոշելիս նկատի չեն առնվում այն թվերը և գումարելիները, վորոնք բաժանվում են 9-ի վրա:

5. 865 417-ը բաժանվում է արդյոք 3-ի վրա:

Գտնենք այդ թվի թվանշանների գումարը՝ $8+6+5+4+1+7=31$, 6-ը բաց թողնենք, իբրև 3-ի վրա բաժանվող թիվ. կարելի չէ բաց թողնել նաև $8+1=9$ կամ $4+5=9$ գումարը, կմնա 7-ը: 7-ը չի բաժանվում 3-ի վրա, հետևապես ամբողջ թիվն էլ՝ 865 417-ը չի բաժանվի 3-ի վրա:

6. 63 729 135-ը բաժանվում է արդյոք 9-ի վրա:

Գտնենք այդ թվերի թվանշանների գումարը՝ $6+3+7+1+2+9+1+3+5=46$, Գումարելիս բաց թողնենք 9-ը և $6+3=9$ գումարելիները, կմնա՝ $1+3+5=9$, նշանակում է այդ թիվը՝ 63 729 135-ը, կբաժանվի 9-ի վրա:

Բնական շարքի թվերը բաժանվում են

§ 8. Պարզ լիվ բարդ թվեր

յերկու խմբի. 1) պարզ թվեր և 2) բարդ թվեր:

Պարզ թվերը բաժանվում են միայն

միավորի լիվ իրենց վրա:

Բարդ թվերը բաժանվում են վոչ միայն միավորի լիվ իրենց վրա, այլ ուրիշ թվերի վրա:

Բաժանականության հասկանիչներով հնարավոր է լինում բնական շարքի թվերի մեջ նշել պարզ թվերը:

Գրենք բնական շարքի թվերի աղյուսակը 1-ից մինչև 100.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14,

15, 16, 17, 18... 95, 96, 97, 98, 99, 100

Ձեռքենք բոլոր գույգ թվերը, սկսելով 4-ից. Հնչո և նկատել, վոր թվերը շնչվում են ամեն անգամ մեկը մեջ առնով:

Այժմ, բացի 3-ից, չնշանք այն բոլոր թվերը, վորոնք բաժանվում են 3-ի վրա: Քննելու չենք բնական շարքի չորս-քանիշուր յերրորդ թիվը: Նույն ձևով հետզհետե կ'ընշենք բոլոր այն պարզ թվերը, վորոնք բաժանվում են 5-ի, 7-ի, 11-ի և մյուս պարզ թվերի վրա, վորոնք նշված են վերևի աղյուսակում:

Դրանից հետո մնացած թվերն էլ կ'ազդեն պարզ թվերի աղյուսակը: Կմնա միայն այս թվերը:

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43
47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Պարզ թվերի աղյուսակը կարելի չե շարունակել ուղած չափով:

§ 9. Թվերի վերաժույթ պարզ արտադրիչներ

Յուրաքանչյուր բարդ թիվ կարելի չե պատկերացնել իբրև արտադրյալ, ուրիշ խոսքով դա վերլուծել արտադրիչների:

1. Արտադրիչների վերլուծենք 36-ը.

Լուծում. $36=2 \cdot 18=3 \cdot 12=4 \cdot 9=6 \cdot 6=2 \cdot 2 \cdot 9=4 \cdot 3 \cdot 3=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$.

Թիվը արտադրիչների վերլուծել կարելի չե զանազան չեղանակներով: Վերջին վերլուծումը ($36=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$) մյուսներից տարբերվում է նրանով, վոր բոլոր արտադրիչները պարզ թվեր են:

Յուրաքանչյուր թիվ իբրեւ պարզ թվերի արտադրյալ կարելի չե պատկերացնել միայն մի յեղանակով:

2. Պարզ արտադրիչների վերածենք 30-ը և 42-ը:

1) Լուծում. $30=2 \cdot 3 \cdot 5$, 2) $42=2 \cdot 3 \cdot 7$

Դիտողություն. Յուրաքանչյուր արտադրյալում հնարավոր է արտադրիչները տեղափոխել: Թվերի այն վերլուծությունները, վորոնք չեն տարբերվում արտադրիչներով, այլ տարբերվում են արտադրիչների դասավորությամբ միայն, հաճախ են իրար:

3. 30-ը վերլուծենք պարզ արտադրիչների:

Լուծում. $30=2 \cdot 5 \cdot 3=5 \cdot 3 \cdot 2=2 \cdot 3 \cdot 5$.

Այս բոլորը նույն վերլուծման տարբեր դրանցումներն են: 30-ի բազմապատկիչներն են 2, 3 և 5 թվերը:

Արտադրյալի բաժանման կանոնի համաձայն 30-ը կարելի չե բաժանել և՛ 2-ի, և՛ 3-ի, և՛ 5-ի վրա: Ուստի 2-ը, 3-ը և 5-ը, վորոնք արտադրիչներ են, կարելի չե անվանել նաև 30-ի բաժանաբաժան: Յերբին փոխանակ ասելու «թիվը վերլուծել պարզ բազմապատկիչները», ասում են «թիվը վերլուծել պարզ բաժանարարները»:

4. Թիվը առանց զրոյթյան, մտքում պարզ բազմապատկիչների վերլուծելիս նախ վերլուծում են այն բազմապատկիչներին, վորոնք հարմար են համարվում, և հետո արդեն ամեն մի բազմապատկիչը վերլուծում պարզ թվերի, որինակ.

$$90=9 \cdot 10=3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$$

5. 546-ը վերլուծենք պարզ բազմապատկիչներին: Այդ առում են այսպես.

546	2	
273	3	
91	7	$546=2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13$
13	13	
1		

6. Պարզ բազմապատկիչների վերլուծենք 1764-ը, 5600-ը:

1764	2	5600	100	$100=10 \cdot 10=2^2 \cdot 5^2$
882	2	56	2	
441	3	28	2	
147	3	$1764=2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2$	14	$2 \cdot 5600=2^2 \cdot 5^2 \cdot 2^3 \cdot 7=2^5 \cdot 5^2 \cdot 7$
49	7		7	
7	7		1	
1				

Մեծ թվերը բազմապատկիչների վերլուծելու դեպքում ընդունում ենք գրանցման վորոշ կարգ.

1. Բազմապատկիչներն ընտրում են պարզ թվերի աղյուսակից, գործադրելով բաժանականության հատկանիշները:

2. Բազմապատկիչները գրվում են ամման կարգով (փոքրից դեպի մեծը):

3. Գրի առնելիս գործ են ածում աստիճանացույցները:

4. Զերոյով վերջացող թվերի վերլուծումը սկսում են 10-ից, 100-ից և այլն, վերոնք իբրև բազմապատկիչներ տալիս են այն-բան յերկրպակներ ու հնգյակներ, վերջան զերո կա ավյալ թվի վերջում:

**§ 10. Ամենամեծ
ընդհանուր
բաժանարար**

1. Մի քանի թվերի ընդհանուր բաժանարար կոչվում է այն թիվը, վրի վրա տված բոլոր թվերը բաժանվում են անմը-նացորդ: Զանազան թվեր կարող են ունե-նալ և չունենալ ընդհանուր բաժանարար: 1 բաժանարարը սովորաբար հաշվի չի առնվում, վերոլինակ ամեն թիվ 1-ի վրա բաժանվում է առանց մնացորդի:

6-ի և 10-ի ընդհանուր բաժանարարը 2-ն է, 15-ի և 24-ի ընդհանուր բաժանարարը՝ 3-ը, 180-ի և 300-ի ընդհանուր բաժա-նարարը՝ 60-ն և ամեն մի թիվ, վրի վրա 60-ը բաժանվում է 5 և 7-ը, 25 և 42-ը չունեն ընդհանուր բաժանարար:

Ս ա հ մ ա ն ու մ. Այն թվերը, վսոնք չունեն ընդհանուր բաժանարար, բացի միավորից, կոչվում են փոխադարձաբար պարզ թվեր:

Այդպիսի թվեր են 5-ը և 7-ը, 25-ը և 42-ը, թեպետ զրան-ցից մեկը կամ հենց չերկուսն էլ բարդ թվեր են:

2. 1000-ի, 2000-ի, 25 000-ի, 3 000-ի համար 20-ը ընդ-հանուր բաժանարար կլինի Սակայն բացի 20-ից, այդ թվերի ընդհանուր բաժանարարներ են 50-ը, 100-ը, 500-ը:

Այդ բաժանարարներից ամենամեծը 500-ն է:

Ս ա հ մ ա ն ու մ. Մի քանի թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար կոչվում է այն ամենամեծ թիվը, վրի վրա բա-ժանվում են յված բոլոր թվերը:

3. Ցեթե մենք նկատի ունենանք 8-ը և 15-ը, կոեսենք, վոր զրանցից յուրաքանչյուրն ունի յուր բաժանարարները. 8-ի բաժա-նարարներն են՝ 2, 4, 8, իսկ 15-ի բաժանարարները՝ 3, 5, 15:

Բացի այդ, ինչպես հայտնի լի, ամեն մի թիվ բաժանվում է միավորի վրա: Թեպետ 8-ը և 15-ը բարդ թվեր են, սակայն զրանք փոխադարձաբար պարզ են և բացի միավորից չունեն ուրիշ ընդհանուր բաժանարարներ: Ուստի միավորը կլինի նրանց ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

Յենկու փոխադարձաբար պարզ թվերի ամենամեծ ընդ-հանուր բաժանարար միավորն է:

4. 1) Գտնենք 40-ի, 80-ի և 96-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

Լ ու ծ ու մ. Այդ թվերը վերլուծենք պարզ բաժանարար-ների կամ արտադրիչների, ապա բազմապատկենք զրանք և վերջը-նենք ընդհանուր բազմապատկիչները:

$$80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5 = 2^3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 10$$

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$$

$$96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^5 \cdot 3 = 2^3 \cdot 12$$

Այդ բոլոր թվերի համար ընդհանուր ընդգծված բաժանա-րարների արտադրիչն էլ հանդիսանում է զրանց ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

80-ի, 40-ի և 96-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար է՝ $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$:

2) Գտնենք 1800-ի, 500-ի և 700-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

Լ ու ծ ու մ. Այդ թվերում հեղտ է առանձնապես 100-ն իբրի ընդհանուր բաժանարար, առանց վերլուծելու դա պարզ բաժանարարների կոտանանք:

$$1800 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 100, 500 = 5 \cdot 100, 700 = 7 \cdot 100$$

Ուրեմն, 1800-ի, 500-ի և 700-ի ամենամեծ ընդհանուր բա-ժանարարը 100-ն է:

5. Վերցնենք 75 և 25: Այդ թվերի ընդհանուր բաժանա-րարներն են՝ 1-ը, 5-ը, 25-ը:

Ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը 25-ն է: Այսպիսով, տված յերկու թվերից փոքրը կլինի այդ յերկու թվերի ամենա-մեծ ընդհանուր բաժանարարը:

I. Ցեթե տված թվերից մեծն բաժանվում է փոքրի վրա, ապա ադ փոքրն էլ կլինի տված յերկու թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

II. Ցեթե փոքր թիվը չի կանգիստանում տված թվերի ամե-նամեծ ընդհանուր բաժանարար, ապա, ադ թվեր վերլուծե-ռվ պարզ արտադրիչների յեվ առանձնացնելով բոլորից ընդհա-

նուր բազմապատկիցներ, պէս և բազմապատկել. ստացված արտադրյալը կլինի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

§ 11. Հասկացողություն ամենափոքր բազմապատկի մասին

Սահմանում. 1. Այն քիվը, վորն ամենացուրդ բաժանվում է թված քիի վրա, կոչվում է այդ քիի բազմապատկից:

2. 2-րդ նկարի վրա անց է կացրած ուղիղ գիծ: Այդ ուղիղի վրա կարող ենք

թվեր նշանակել: Դրա համար հարկավոր է մասշտաբի միավոր ընտրել: Այդ նկարի վրա միավոր ընդունված է 2 մմ չերկարությամբ: Սկսած 0 էետից տեղադրելով մասշտաբի միավորը, 2 մմ չերկարությամբ հատվածի վերջում նշանակում ենք 1, իսկ 4 մմ հատվածի վերջում նշանակում ենք 2. շարունակելով այդ նշանակումները՝ ստանում ենք կետեր, վորոնց մաս գտված են 3, 4, 5, 6... Ուղիղի վրա կարող ենք նշանակել մեկ անհրաժեշտ բոլոր թվերը: Այդպիսի ուղիղը կոչվում է քվային առանցք:



Նկ. 2.

Թվային առանցքի թվերի մեջ կան այնպիսիները. վորոնք բազմապատկի են՝ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 ... 60 ...

Այդ նույն առանցքի վրա կարելի չե ցույց տալ և այնպիսի թվեր, վորոնք բազմապատկի են 4-ին. այդ թվերն են՝ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40 ... 60 ...

Այդ չերկու շարքերից դատենք այն թվերը, վորոնք 20-ը, միաժամանակ բազմապատկի են և՛ 5-ին և՛ 4-ին: Դրանք են՝ 40-ը, 60-ը:

Գտնենք այդ թվերից ամենափոքրը: Այդ 20-ն է. դա էլ կլինի 4-ի և 5-ի ամենափոքր բազմապատկից:

Սահմանում. Այն բոլոր քվերից ամենափոքրը, վորն առանց մնացորդի բաժանվում է թված բոլոր քվերի վրա, կոչվում է թված քվերի ամենափոքր բազմապատկից:

Թվերի ամենափոքր բազմապատկիցը կարելի չե հան հաշվումների միջոցով գտնել:

3. Գտնենք 4-ի և 6-ի ամենափոքր բազմապատկիցը: Սպետք է բաժանվի թի 4-ի և թի 6-ի վրա: 4-ի բազմապատկիչներն են՝ 2, 2, իսկ 6-ինը՝ 2 և 3: Կնշանակի 4-ի և 6-ի բազմապատկիչն էլ սպետք է պարունակի յերկու անգամ 2 և մեկ անգամ 3 բազմապատկիչներ: Պարզ չ, վոր ամենափոքր բազմապատկիցը կպարունակի միայն 2.2.3 արտադրիչները: Ուստի հավասար է 12-ի:

§ 12. Ամենափոքր բազմապատկից գտնելու յերեք դեպքեր

Մի յանի թվերի ամենափոքր բազմապատկիցը գտնելու յերեք դեպք կարող է լինել:

I. Թվերից մեկը բաժանվում է մյուս բոլոր քվերի վրա:

1. Ասենք թե տված են 6-ը, 5-ը և 30-ը: Գտնենք դրանց ամենափոքր բազմապատկիցը:

Լուծում. Ամենափոքր բազմապատկիցը հավասար է 30-ի, քանի վոր 30-ը բաժանվում է թի 6-ի, թի 5-ի, և թի 30-ի վրա:

Իսողություն. Ամենափոքր բազմապատկիցը գտնելիս միշտ սպետք է փորձել, թե տված թվերից ամենամեծը չի բաժանվում արդյոք մյուս բոլոր վրա: Եթե բաժանվում է, ապա նա կլինի մյուս բոլոր թվերի ամենափոքր բազմապատկից:

II. Թված բոլոր քվերը չունեն ընդհանուր բազմապատկիցներ:

2. 2-ի, 3-ի և 5-ի ամենափոքր բազմապատկիցը հավասար է՝ $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$:

3. Գտնենք 3-ի, 25-ի և 14-ի ամենափոքր բազմապատկիցը:

Այդ թվերը վերածենք պարզ բազմապատկիչների՝ $3=3$, $25=5 \cdot 5$, $14=2 \cdot 7$: Տեսնում ենք, վոր տված թվերը չունեն ընդհանուր պարզ բաժանարարներ, թեպետ և վերածվում են պարզ հանուր պարզ բաժանարարների (արտադրիչների): Միանգամայն պարզ է, վոր բաժանարարների (արտադրիչների): Միանգամայն պարզ է, վոր բաժանվում է տված թվերի բոլոր պարզ արտադրիչների վրա: Այդ թիվը տված բոլոր թվերի արտադրյալն է, $3 \cdot 25 \cdot 14 = 1050$:

III. Ընդհանուր դեպք:

4. Գտնենք 40-ի, 90-ի և 75-ի ամենափոքր բազմապատկիչները:

Լուծում. Սյդ թվերը վերլուծենք պարզ բազմապատկիչներով:

$$\begin{aligned} 40 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5 \\ 90 &= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \\ 75 &= 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3 \cdot 5^2 \end{aligned}$$

Ամենափոքր բազմապատկիչը գտնելու համար առանձնացնում ենք աված թվերից մեկի (ավելի լավ և ամենամեծ թվի) բոլոր բազմապատկիչները $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, հետո զրան ավելացնում ենք յերկրորդ թվի (40) այն բոլոր բազմապատկիչները, վոր չկան առաջինում, այսինքն $2 \cdot 2$, վերջապես այդ արտադրյալին էլ ավելացնում ենք յերրորդ թվի (75) այն բազմապատկիչները, վոր չկան այդ արտադրյալում, այսինքն 5 -ը:

Ստանում ենք $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 1800$, վորը և աված յերեք թվերի բազմապատկիչն է, վորովհետև նա պարունակում է աված բոլոր թվերի բոլոր բազմապատկիչները (բաժանաբարները): Նա ամենափոքր բազմապատկիչն է, վորովհետև, յեթե բազմապատկիչներից մեկն անգամ րայց թողնենք, ապա ստացված թիվը այլևս բազմապատկիչ չի լինի — չի բաժանվի աված թվերից թեկուզ մեկի վրա:

Դիտարկույն. Յեղև կամ մի քանի թվերի ամենափոքր բազմապատկիչը պետք է պարունակի, աված թվերի բոլոր արտադրիչները (բաժանաբարները) ամենաբարձր աստիճաններով:

Ամենափոքր բազմապատկիչը գտնելու համար կարիք չկա ամեն անգամ բազմապատկել բոլոր արտադրիչները: Բավական է հիմք ընդունել աված թվերից ամենամեծը և ավելացնել զրան այն արտադրիչները, վորոնք այդ թվում չկան, րայց մտնում են ամենափոքր բազմապատկիչում:

5. Գտնենք 360-ի, 600-ի և 720-ի ամենափոքր բազմապատկիչը:

Լուծում. $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$, $600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$, $720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$

Ամենափոքր բազմապատկիչը կլինի $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 720 \cdot 5 = 3600$. Այդ հաշվելու համար հիմք ենք ընդունել ամենամեծ թիվը $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ -ը և բազմապատկել ենք 5 -ով, վորովհետև ամենամեծ թվում 5 բազմապատկիչն առաջին աստիճանի յե, այնինչ բազմապատկիչում պետք է յերկրորդ աստիճանի լինի, այլապես նա 600 -ի վրա չի բաժանվի: Այդ պատճառով էլ բազմապատկիչը գտնելու համար ամենամեծ թիվը 720 -ը բազմապատկել ենք պակասագ բազմապատկիչով՝ 5 -ով:

§ 12. Բարդ թվերի վրա բաժանվող թվերի բաժանակարանի հոսկանքները

Ամենափոքր բազմապատկիչի հատկությունները, վորոնց ծանոթացանք, թույլ են տալիս մեզ նշել նաև բաժանման միանգամայն հատկանալի մի հատկությունը:

Յեթե թիվը բաժանվում է մի հասկի իսար փոխադարձաբար պարզ թվերի վրա, ապա նա բաժանվում է նալից արտադր ալի վրա, վորը ստացվում է արտադրիչների վրա լեզե իմբազուումից:

Հենց այդ հատկությունն էլ հնարավորություն է տալիս յիմանալու, թե արդյոք բաժանելին բաժանվում է այն բարդ թվի վրա, վորը կարելի յե վերլուծել 2 -ի, 4 -ի, 8 -ի, 3 -ի, 9 -ի, 5 -ի և սրանց բազմապատկի թվերին, այսինքն այնպիսի թվերին, վորոնց նկատմամբ զործադրում ենք բաժանականություն մեզ հայտնի հատկանիչները:

1. Իմանանք՝ 120 -ը, 180 -ը, 240 -ը և 360 -ը արդյոք բաժանվում են 36 -ի վրա:

Լուծում. 36 -ը վերլուծենք յերկու փոխադարձաբար պարզ արտադրիչներին՝

$$36 = 4 \cdot 9$$

Բաժանականություն հատկանիչներով գտնում ենք, վոր 4 -ի վրա բաժանվում են ալած բոլոր թվերը՝ 120 -ը, 180 -ը, 240 -ը և 360 -ը: Բայց 9 -ի վրա բաժանվում են միայն 180 -ը և 360 -ը: Այդ նշանակում է, վոր միայն 180 -ը և 360 -ն են միաժամանակ բաժանվում է և 4 -ի և 9 -ի վրա, այսինքն բաժանվում $(4 \cdot 9) = 36$ թվի վրա:

Դիտարկույն. Բաժանականությունը վորոշելու համար հարկավոր է բաժանաբարը վերլուծել այնպիսի արտադրիչներին, վորոնք լինեն փոխադարձաբար պարզ:

2. Իմանանք՝ 30-ը, 40-ը, 60-ը և 80-ը արդյոք բաժանվում են 1-ի վրա:

Լուծում. 12-ը վերլուծենք յերկու փոխադարձաբար պարզ արտաբերիչներին՝ $12=3 \cdot 4$, Բերված որինակի թվերից միայն մեկն է բաժանվում թե 3-ի և թե 4-ի վրա, Դա 60-ն է, 40-ը և 80-ը բաժանվում են 4-ի վրա, բայց չեն բաժանվում 3-ի վրա. 30-ը չի բաժանվում 4-ի վրա: Սխալ կլինեի 12-ն ուրիշ կերպ վերլուծել, որինակ, $12=2 \cdot 6$ վերլուծումը չի տա ճիշտ պատասխան (2-ը և 6-ը փոխադարձաբար պարզ թվեր չեն), վերլուծելով թեպետ 30-ը և 60-ը բաժանվում են և 6-ի և 2-ի վրա, սակայն 0-ը չի բաժանվում 12-ի վրա:

3. Ցույց տանք մի քանի հաճախ պատահող բարդ թվերի բաժանականության հատկանիշները.

6-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վերոհիշ բաժանվում են թե 2-ի յեվ թե 3-ի վրա:

12-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վերոհիշ բաժանվում են թե 3-ի յեվ թե 4-ի վրա:

15-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վերոհիշ բաժանվում են թե 3-ի յեվ թե 5-ի վրա:

18-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վերոհիշ բաժանվում են թե 2-ի յեվ թե 9-ի վրա:

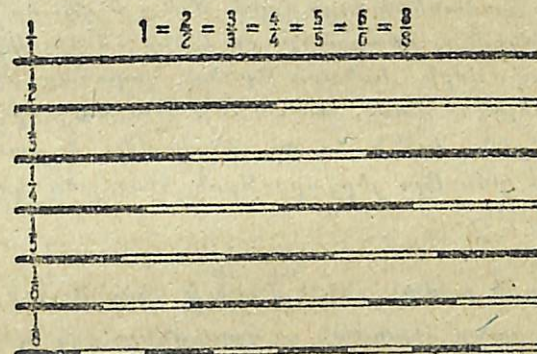
VII. ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԸՆԳՀԱՆՈՒՐ ՀԱՅԿԱԻԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

§ 1. Միավորի մասերը: Կոտորակային թվեր

Վորեն յերկարություն չափելու համար պետք է ունենալ յերկարության միավոր: Այդ անվանենք ուղղակի միավոր: Սրանով չափելիս կարող է այնպես պատահել, վոր միավորն ըստ յերկարության մի քանի անգամ չափվելուց հետո մնա ևս մի հատված՝ ավելի փոքր, քան յերկարության միավորը: Այդպես չափված յերկարությունը չի կարելի նշանակել ամբողջ թվով, այլ հարկավոր է մասնել նոր թվեր—կոտորակային թիվ: Ասենք թե պետք է մի պարան հավասարապես բաժանել յերեք մարդու միջև: Դրա համար պետք է պարանը 3 հավասար մաս անել: Բաժանելու հետևանքով կստանանք ամբողջ պարանի մի յերրորդ

մասը: Մի կիրառամ շաքարավազը չորս մարդու հավասարապես բաժանելու համար հարկավոր է 4 հավասար մաս անել այդ՝ ամեն մեկը կլինի ամբողջ շաքարավազի մեկ քառորդ մասը:

Ամեն մի ամբողջ թիվ կամ միավոր կարելի չե պատկերացնել իբրև ուղիղ գծի մի հատված: 3-րդ նկարի վրա՝ գծված է մի ուղիղ, վորն ընդունված է իբրև միավոր: Նրա տակ գրված են մի քանի հատվածներ, վորոնք ստացված են միավորը յերկու, յերեք, չորս և հինգ հավասար մասերի բաժանելուց: Այդ մասերը կոչվում են՝ միավորի մեկ յերկրորդականը կամ կեսը, մեկ յերրորդ, մեկ քառորդ, մեկ հինգերորդ մաս: Մասերն արտահայտելու համար գործադրում են նոր թվեր—կոտորակային թվեր, վորովհետև ամբողջ թվերով կարելի չե միայն ամբողջ միավորներ արտահայտել, բայց վոչ միավորի մասեր:



Նկ. 3.

Ստացված կոտորակային թվերը գրվում են այսպես. մեկ յերկրորդական մաս՝ $\frac{1}{2}$, մեկ յերրորդ մաս՝ $\frac{1}{3}$, մեկ քառորդ մաս՝ $\frac{1}{4}$, մեկ հինգերորդ մաս՝ $\frac{1}{5}$:

Այն հավասար մասերը, վորոնց բաժանված է միավորը, յերեքն կոչվում են միավորի մասեր:

Միավորի մասերն արտահայտվում են յերկու թվով, վորոնք անջատվում են հորիզոնական գծով: Այն թիվը, վոր գծից

վար և զանվում, միշտ ցույց և տալիս, թե քանի հավասար մասի յի բաժանված միավորը. դժից վեր նշանակվում և միավորը: Այն թիվը, վորը կազմված և միավորի մի քանի հավասար մասերից, նույնպես կոչվում և կոտորակային թիվ: Որինակ, 1 Եզ շաքարավազը 4 հավասար մասի բաժանելով և վերցնելով դրանից 3-ը, մենք վերցնում ենք ամբողջ շաքարավազի յերեք քառորդը, վորը գրվում և այսպես՝ $\frac{3}{4}$ (յերեք քառորդ):

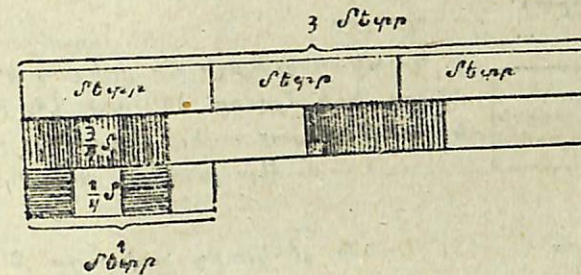
Ինչպես յերևում և գրածից, զժից վեր յիդած թվանշանը ցույց և տալիս վերցրած մասերի թիվը: Գժից վար չեղած թվանշանը ցույց և տալիս, թե քանի հավասար մասերի յեր բաժանված միավորը:

Բայց այդ միևնույն թիվը—յերեք քառորդը—կարելի չի ուրիշ կերպ ստանալը: Վերցնենք մի յերիկ կամ պարսնու Դրոնից կարենք մեկ մետր և առանձին ել՝ յերեք մետր: Պարսնի մեծ կտորը բաժանենք չորս մասի: Մենք 3 մետրը բաժանենք 4 մասի, վորոնցից յուրաքանչյուրը կլինի 75 սմ: Այժմ վերցնենք փոքր կտորը, վորի յերկարութունը հավասար և մեկ մետրի, դա բաժանելով 4 մասի, անջատենք 3-ը: Յուրաքանչյուր մասի յերկարութունը կլինի 25 սմ, հետևապես 3 մասի յերկարութունը՝ 75 սմ: Այս յերկարութւն հաշվածը կկազմի մետրի $\frac{3}{4}$ մասը:

3 մետրը բաժանելով 4 մասի և վերցնելով մեկ մետրի $\frac{3}{4}$ մասը՝ ստացանք միանման արդյունքներ: Այդ կարող ենք գրել այսպես. $3:4 = \frac{3}{4}$: Ստացանք կոտորակային թիվ: $\frac{3}{4}$ -ը կլինի 3 ամբողջ թիվը 4 ամբողջ թվի վրա բաժանելու արդյունքը (նկ. 4.): $\frac{3}{4}$ -ի մեջ 4-ը ցույց և տալիս, թե քանի հավասար մասի յի բաժանված ամբողջ միավորը, իսկ 3-ը՝ թե այդ մասերից քանիսն և վերցրած:

Այդ նույն ձևով կտրելի յի ստանալ $\frac{3}{4}$ կգ շաքարավազ՝ 3 կգ շաքարավազը չորս մասի բաժանելով:

Նախ մեկ կիլոգրամին ենք բաժանում 4 մասի, ստանում ենք $\frac{1}{4}$ կգ: Այնուհետև բաժանում ենք յերկրորդ և յերրորդ կիլոգրամները և ամեն անգամ ստացվում և $\frac{1}{4}$ կգ: Յերեք անգամ կրկնելով բաժանումը յերեք անգամին ել ստանում ենք մեկուկուս $\frac{1}{4}$ կգ: Ընդամենը կստանանք չորս մաս՝ յուրաքանչյուրը $\frac{3}{4}$ կգ շաքարավազ:



Նկ. 4.

Մինչև կոտորակներին ծանոթանալը մենք չենք կարող ամեն տեսակ բաժանում կատարել, այլ միայն մեծ թիվը բաժանում ելինք փոքրի վրա: Իսկապես, քանորդում ամբողջ թիվ կարելի չի ստանալ մեծ թիվը փոքրի, կամ հավասար թվերն իրար վրա բաժանելով: Բայց յերբ անցնում ենք կոտորակային թվերին, ամեն տեսակ բաժանում—նույնիսկ փոքր թիվը մեծի վրա—գտնում և հնարավոր բաժանման հետևանքը լինում և կոտորակային թիվ: Այսպիսով, կոտորակային թիվն արդյունք և յերկու ամբողջ թվերի բաժանման: Ուստի և կոտորակային թվերը նշանակվում են յերկու թվանշաններով, վորոնց միջոցով անց են կացնում հորիզոնական գիծ—վորդիս բաժանման նշան: Այն թիվը, վոր զժից վեր և, կոչվում և կոտորակի համարի, այն թիվը, վոր զժից վար և, կոչվում և հայտարար:

Մ ա հ մ ա ն ու մ. I. Կոտորակի հայտարար կոչվում և այն ամբողջ թիվը, վոր ցույց և տալիս, թե միավորը բաժնի հավասար մասերի յի բաժանված:

II. Կոտորակի համարի, կոչվում և այն ամբողջ թիվը, վոր ցույց և տալիս, թե կոտորակը միավորի բաժնի մասերն և պարունակում:

Համարելը հայտարարից անջատվում է գծով: Կարգաչիս նախ ասում են կոտորակի համարելը, հետո հայտարարը:

Գիտողություն. Կոտորակային թիվը կրճատ անվում է «կոտորակ»:

Դանի վոր կոտորակը ստացվում է բաժանման հետևանքով, ուստի կոտորակն ու յերկու բաղկացուցիչ թվերը կարելի չեն անվանել յերկու ձևով:

- 1) քանորդ՝ $\frac{4}{5}$ — բաժանելի
- 2) կոտորակ՝ $\frac{4}{5}$ — բաժանորար,
- 3) համարել՝ $\frac{4}{5}$ — հայտարար

§ 3. Կոտորակն իբրեւ յերկու թվերի հարաբերություն

1. Կոլանտեսության մի բրիզադ ցանել եր 75 հա, իսկ մյուսը՝ 150 հա: Վճր բրիզադը և քանի՞ անգամ ավելի յեր ցանել մյուսից: Լուծում. Այս խնդիրը լուծվում է բաժանումով:

$150 : 75 = \frac{150}{75} = 2$: Ուրեմն, յերկուորդ բրիզադը 2 անգամ ավելի չեն ցանել:

Մա հ մ ա ն ու մ. Բաժանման միջոցով յերկու թվերի բաղդասման արդյունքը կոչվում է յերկու թվերի հարաբերություն:

Բաժանելին կոչվում է հարաբերության նախորդ, իսկ բաժանարարը հարաբերության հետնորդ անդամ:

Տվյալ խնդրում հարաբերությունը կլինի $\frac{150}{75} = 2$: Նախորդ անդամն է 150-ը, իսկ հետնորդը՝ 75:

2. Կոլանտեսությունն ուներ 851 հա վարելահող: Պլանի համաձայն 320 հա պետք է մշակվեր ձիաքարը մեքենաներով, իսկ մնացածը՝ տրակտորներով: Վարի վճր մասը պետք է ձիաքարը մեքենաներով արվեր:

Այստեղ հարկավոր է բաժանման միջոցով ձիաքարը մեքենաների աշխատանքը համեմատել այն աշխատանքի հետ, վոր պետք է ամբողջ կոլանտեսությունը կատարեր:

$$320 : 851 = \frac{320}{851}$$

Այս որինակում հարաբերությունը չի կարելի ամբողջ թվով արտահայտել՝ ստացվում է $\frac{320}{851}$ կոտորակային թիվը, վորը ցույց է տալիս, թե ամբողջ աշխատանքի վոր մասն են կատարելու ձիաքարը մեքենաները: Այդ կոտորակը կարելի չեն անվանել հարաբերություն, բայց կարելի չեն և բաժանումից առաջացած քանորդ անվանել: Մենք ունենանք $\frac{320}{851}$ մեծությունը կկոչվի:

- 1) քանորդ՝ $\frac{320}{851}$ — բաժանելի
 - 2) հարաբերություն՝ $\frac{320}{851}$ — հարաբերության նախորդ անդամ
 - 3) կոտորակ՝ $\frac{320}{851}$ — հայտարար
- $< \text{ և } >$ նշանները ծառայում են ցույց տալու համար, վոր մի թիվը փոքր է մեծ է մյուսից:

$$\frac{1}{2} < 1$$

Կարգում են այսպես. կեսը փոքր է մեկից:

$$1 > \frac{1}{3}$$

Կարգում են այսպես. մեկը մեծ է մեկ յերբորդից, $<$ նշանը յուր սուր ծայրով միշտ ուղղված է լինում դեպի փոքր թիվը:

1. 3-րդ նկարում (եջ 81) միավորը և նրա մասերը արտահայտված են իբրեւ ուղիղ գծի հատվածներ: Այդ մասերից յուրաքանչյուրը փոքր է միավորից: Այդ կարող ենք գրել այսպես.

$$\frac{1}{2} < 1, \quad \frac{1}{3} < 1, \quad \frac{1}{4} < 1, \quad \frac{1}{5} < 1$$

Ամբողջի վորեւ մասն արտահայտող կոտորակը փոքր է միավորից:

Միավորից փոքր են նաև այսպիսի թվեր.

$$\frac{2}{5} < 1, \quad \frac{3}{5} < 1, \quad \frac{4}{5} < 1$$

Կոտորակը (յեթի արտահայտում է ամբողջի մի քանի մասերը) միավորից փոքր կլինի այն դեպքում, յերբ վերցրած մասերի թիվը փոքր է ամբողջից, փոքր ցույց է տալիս, թե միավորը քանի հավասար մասի յե բաժանված:

Այն կոտորակները, զորոնք փոքր են միավորից, կոչվում են կոտորակներ: Արանց համարիչը միշտ փոքր է հայտարարից:

2. Բազմապատկելով միավորի մասերն ամբողջ միավորի հետ (նկ. 3), կարելի յե նույնպես ասել, զոր

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5}$$

Կոտորակը միավորին հավասար է այն դեպքում միայն, յերբ միավորի մասերի և վերցրած մասերի թիվը նույնն է: Այդ դեպքում կոտորակի համարիչը միշտ հավասար է հայտարարին: Այդպիսի կոտորակը կոչվում է անկանոն կոտորակ:

3. Մնում է կանգ առնել այն դեպքի վրա, յերբ վերցրած մասերի թիվն ավելի մեծ է, քան միավորի մասերի թիվն է:

$$\frac{6}{5} > 1, \quad \frac{8}{5} > 1, \quad \frac{23}{5} > 1$$

Այդ բոլոր թվերն ել ավելի մեծ են միավորից: Բայց քանի զոր դրանք կազմված են միավորի մասերից, ուստի և կլինեն կոտորակային թվեր: Այդպիսի կոտորակներն ել կոչվում են անկանոն: Այդ ախար անկանոն կոտորակների համարիչն ավելի մեծ է հայտարարից:

Սահմանում. Կոտորակը կոչվում է կանոնավոր, յերբ նա փոքր է միավորից: Կոտորակը կոչվում է անկանոն, յերբ նա հավասար կամ մեծ է միավորից:

Տեսնում ենք, զոր յեթե կոտորակը.

1) փոքր է միավորից, նրա համարիչն ել փոքր է հայտարարից:

2) մեծ է միավորից, նրա համարիչն ել մեծ է հայտարարից:

3) հավասար է միավորին, նրա համարիչն ել հավասար է հայտարարին:

Հետևյալ կոտորակներին.

$$\frac{3}{5}, \quad \frac{8}{11}, \quad \frac{42}{15}, \quad \frac{26}{10}, \quad \frac{5}{13}, \quad \frac{36}{30}, \quad \frac{17}{17}$$

$$\text{անկանոն են: } \frac{42}{15}, \quad \frac{26}{10}, \quad \frac{36}{30}, \quad \frac{17}{17}$$

$$\text{կանոնավոր են: } \frac{3}{5}, \quad \frac{8}{11}, \quad \frac{5}{13}$$

Գույություն ունի կոտորակային թվի մի այլ ձև ել: Այդ թիվը կազմված է ամբողջ թվից և կոտորակային թվից: Այդպիսի թիվը կոչվում է խառը: Խառը թվի մեջ կոտորակային մասերը սովորաբար արտահայտված են լինում կանոնավոր կոտորակի ձևով:

Խառը թվերը կրճատ գրում են այսպես.

$$1 + \frac{1}{2} = 1 \frac{1}{2}, \quad 3 + \frac{5}{7} = 3 \frac{5}{7}, \quad 8 + \frac{3}{4} = 8 \frac{3}{4}$$

Գրելիս + նշանը բաց է թողնվում.

$$1 \frac{1}{2}, \quad 3 \frac{5}{7}, \quad 8 \frac{3}{4} \text{ — խառը թվեր են:}$$

§ 2. Ամբողջ յեվ խառը թիվն անկանոն կոտորակ դարձնելը

Սահմանում. Ամբողջից յեվ կոտորակից կազմված թիվը կոչվում է խառը թիվ:

1. Միավոր ընդունված հատվածը բաժանելով 2, 4 և 8 հավասար մասերի, կարող ենք գրել, զոր յուրաքանչյուր մասը հավասար է $\frac{1}{2}$ -ի, $\frac{1}{4}$ -ի, $\frac{1}{8}$ -ի: Միավորը կբաժանվի յերկու կեսի, չորս քառորդի և ութ ութերորդական մասերի:

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{8}{8}$$

Հեշտ է գտնել, թե քանի կես, քառորդ, ութերորդական մասեր են պարունակում յերկու, յերեք միավորներ.

$$2 = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{16}{8}, \quad 3 = \frac{6}{2} = \frac{12}{4} = \frac{24}{8}$$

Այս բոլորն ել անկանոն կոտորակներ են:

2. 5-ը, 10-ը, 8-ը դարձնել տասնչորսերորդական և քսան երրորդական:

$$1. \text{ Լուծում. } 5 = \frac{75}{15} = \frac{100}{20}, \quad 10 = \frac{150}{15} = \frac{200}{20}, \quad 8 = \frac{120}{15} = \frac{160}{20}$$

3. Այս յեղանակով կոտորակի ձևով արտահայտվում են բոլոր ամբողջ թվերը: Կոտորակի հայտարար կարելի յե ամեն թիվ ընդունել:

$$\text{Որինակ՝ } 11 = \frac{88}{8} = \frac{44}{4}, \quad 6 = \frac{12}{2} = \frac{24}{4}$$

4. Ինչպես ամբողջ թիվը, այնպես և խառը թիվը կազմող ենք անկանոն կոտորակ դարձնել:

Անկանոն կոտորակ դարձնել հետևյալ խառը թվերը:

$$1) \ 2\frac{3}{4}, \quad 2) \ 5\frac{7}{8}, \quad 3) \ 2\frac{8}{5}.$$

Լուծում. 1) $2\frac{8}{4} = \frac{11}{4}$, վերովհետև միավորը պարունակում է չորս քառորդ, յերկու միավորը՝ (4.2) ութ քառորդ, վերին չերեք քառորդ ել ավելացնելով, կտանանք ընդամենը տասնմեկ քառորդ. $2\frac{3}{4} = 2 + \frac{8}{4}, \quad \frac{8}{4}$ -ը $2\frac{3}{4}$ -ը կազմում են $\frac{11}{4}$.

$$2) \ 5\frac{7}{8} = \frac{47}{8}, \quad 3) \ 2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$$

Խառը թիվն անկանոն կոտորակ դարձնելու համար պետք է խառը թվի կոտորակի հայտարարը բազմապատկենք ամբողջ թվով յեվ դրան ավելացնենք կոտորակի համարիչը: Մտադարձ թիվը կլինի համարիչ, իսկ հայտարարը կմնա նախկինը:

§ 5. Անկանոն կոտորակից ամբողջ-ներ անջատելը

Խառը թիվը անկանոն կոտորակ դարձնելու համար գործադրում ենք բազմապատկման և գումարման գործողությունները:

Բաժանում կատարելիս քանորդում ստանում ենք խառը թիվ, դա ել հնարավորություն է առիթ անկանոն կոտորակից ամբողջ թիվ անջատելու ղեկավար հակառակ գործողություն կատարել:

Սահմանում. Կոտորակից ամբողջ անջատել նշանակում է իմանալ, քե անկանոն կոտորակը բաժի՞ ամբողջ միավորներ և պարունակում:

³³/₈ կոտորակից անջատել ամբողջները:

Լուծում. Քանի վոր $\frac{8}{8}$ -ը մի ամբողջ միավոր է, ուստի $\frac{33}{8}$ -ը կպարունակի այնքան միավոր, վորքան անգամ 8-ը պարունակվում է 33-ի մեջ: Յեթե 33-ը 8-ի վրա բաժանենք ամբողջ թվերի բաժանման կանոնով, քանորդում կստանանք 4 և նորից մնացորդ:

$$\begin{array}{r} 33 \ 8 \\ - 32 \ 4 \\ \hline 1 \end{array}$$

1 մնացորդը բաժանվում է 8-ի վրա կստանանք $\frac{1}{8}$:

$$\text{Հետևապես՝ } \frac{33}{8} = 4 + \frac{1}{8} = 4\frac{1}{8}.$$

Կոտորակից ամբողջ թիվ անջատելու համար պետք է համարիչը բաժանել յուր հայտարարի վրա. բանորդը կլինի խառը թվի ամբողջ մասը, մնացորդը՝ կոտորակի համարիչը յեվ բաժանարարը՝ կոտորակի հայտարարը:

§ 6. Հավասար համարիչ կամ հայտարար ունեցող կոտորակների մեծությունների բաղդատումը

Մենք սովորեցինք կոտորակները բաղդատել միավորի հետ, բայց կարող ենք կոտորակը նաև կոտորակի հետ բաղդատել:

I. Հավասար համարիչ ունեցող կոտորակները. 1. Վերցնենք ճիշտ մեկ մեծություն յերկարության ժապավեն և բաժանենք դա 2, 4, 5, 10, և 50 մասերի: Վորոշելով թե չափը միլիմետր է պարունակվում $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{50}$ մետրի մեջ և բաղդատելով այդ մասերի յերկարությունները, կարող ենք բաղդատել այդ մասերն արտահայտող կոտորակային թվերը:

Դասավորենք կոտորակներն ամսման կարգով, սկսելով ամենափոքրից.

$$\text{Կտանանք } \frac{1}{50}, \frac{1}{10}, \frac{1}{8}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$$

Տեսնում ենք, Վոր ինչքան շատ մասերի յենք բաժանում միավորը, այնքան փոքրանում են մասերը և ինքը—կոտորակը:

Բաղդասանք ամբողջ թվերը՝ 20, 17, 13, 11, 10, 9, 8, 3, 2 և $\frac{1}{20}, \frac{1}{17}, \frac{1}{13}, \frac{1}{11}, \frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ կոտորակները:

Այս թվերի բաղդատական մեծությունը նշանակելու համար ստանում ենք այսպիսի անհավասարություններ՝

$$20 > 17 > 13 > 11 > 10 > 9 > 8 > 3 > 2$$

$$\frac{1}{20} < \frac{1}{17} < \frac{1}{13} < \frac{1}{11} < \frac{1}{10} < \frac{1}{9} < \frac{1}{8} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$$

Առաջին շարքի թվերը ցույց են տալիս միավորի մասերի թիվը Յերկրորդ շարքի թվերը ցույց են տալիս, թե յուրաքանչյուր մասը Վորքան է:

Յերե միավորը մասերի յենք բաժանում, ապա յուրաքանչյուր մասի մեծությունը փոքրանում է, յերբ մեծացնում ենք միավորի մասերի քիվը:

Այս կանոնը թույլ է տալիս բաղդատել այն կոտորակները, Վորոնց համարիչը հավասար է 1-ի:

Այդպիսի կոտորակներից հետո կարելի յե անցնել ավելի բարդ կոտորակների բաղդատման:

2. Հստ մեծություն բաղդատել հետևյալ կոտորակները.

$$a) \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \quad b) \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}, \frac{2}{7}, \quad c) \frac{4}{3}, \frac{4}{5}, \frac{4}{6}, \frac{4}{7}$$

Յուրաքանչյուր շարքի բոլոր կոտորակներն ունեն միևնույն համարիչը. կոտորակները դասավորված են իրենց մեծությունից նվազման կարգով: Նույն համարիչն ունեցող կոտորակներից մեծ է այն, Վորի հայտարարը փոքր է ճշմարիտ և նաև հետևյալ կանոնը.

Պահելով հույն համարիչը յեվ մեծացնելով հայտարարը՝ փոքրանում է կոտորակը:

11. Միեզնույն հայտարարն ունեցող կոտորակներ.

3. Բաղդատել հետևյալ կոտորակների մեծությունները.

$$\frac{1}{3} \text{ և } \frac{4}{3}, \quad \frac{1}{5} \text{ և } \frac{4}{5}, \quad \frac{1}{7} \text{ և } \frac{4}{7}$$

$$\text{Հուծում.} \quad \frac{4}{3} > \frac{1}{3}, \quad \frac{4}{5} > \frac{1}{5}, \quad \frac{4}{7} > \frac{1}{7}$$

4. Բաղդատելք հետևյալ կոտորակները.

$$\frac{1}{11}, \frac{5}{11}, \frac{8}{11}, \frac{27}{11}, \frac{30}{11}$$

Միևնույն հայտարարն ունեցող կոտորակներից մեծ է այն, Վորի համարիչն ավելի մեծ է, քանի Վոր համարիչի մեծանալով ավելանում է սասերի թիվը. ուստի՝

$$\frac{30}{11} > \frac{27}{11} > \frac{8}{11} > \frac{5}{11} > \frac{1}{11}$$

Հայտարար հույն բաղնելով յեվ համարիչը մեծացնելով՝ կոտորակը մեծանում է:

§ 3. Կոտորակի փոփոխությունը համարիչի յեվ հայտարարի փոփոխման հետևանքով

1. Յեթի 1 մետր յերկարություն ժողովենք ընդունենք իրեն սեկ միավոր և բաժանենք դա 20 մասի, ապա կստացվի մի այնպիսի հատված, Վորն ամբողջ միավորի $\frac{1}{20}$ մասն է կաղմում:

Հինգ այդպիսի մասեր Վերցնելով կստանանք $\frac{5}{20}$: Այս կոտորակի համարիչը հինգ անգամ մեծ է $\frac{1}{20}$ կոտորակի համարիչից: Պարզ է, Վոր $\frac{5}{20}$ -ն էլ հինգ անգամ մեծ է $\frac{1}{20}$ -ից: Այդ բանը կարելի յե ստուգել չափելով:

Այսպիսով կարող ենք ստանալ միավորի $\frac{1}{5}$ -ը և ապա կկաղմենք $\frac{3}{5}$ և $\frac{6}{5}$ կոտորակները: Այդ հատվածների յերկարությունները կլինեն $\frac{3}{5}$ մետր և $\frac{6}{5}$ մետր: Բաղդատելով $\frac{6}{5}$ -ի և $\frac{3}{5}$ -ի յերկարությունը, տեսնում ենք, Վոր $\frac{6}{5}$ -ը յերկու անգամ մեծ է $\frac{3}{5}$ -ից: $\frac{6}{5}$ -ի համարիչը $\frac{3}{5}$ -ի համարիչից մեծ է 2 անգամ, $\frac{6}{5}$ կոտորակն էլ $\frac{3}{5}$ -ից մեծ է 2 անգամ:

Վերցնենք մի շարք կոտորակներ՝ $\frac{2}{25}, \frac{6}{25}, \frac{8}{25}, \frac{10}{25}, \frac{14}{25}$: Առաջին կոտորակի հետ բաղդատենք մյուսները. կտեսնենք, Վոր

ամեն մի հաջորդող կոտորակի համարիչն առաջին կոտորակի համարիչից մեծ է 3, 4, 5 և 7 անգամ: Այդ կոտորակներից յուրաքանչյուրը նույնքան անգամ էլ մեծ է առաջին կոտորակից: Ուրեմն այդ կոտորակները ստանալու համար պետք է առաջին կոտորակի համարիչը մեծացնենք 3, 4, 5 և 7 անգամ:

I. Կոտորակը մի բանի անգամ մեծացնելու համար պէ՛տք է այդքան անգամ մեծացնել կոտորակի համարիչը, անփոփոխ թողնելով նրա հայտարարը:

Մենք կարող ենք արդյունքը ստուգել քանորդի հատկութիւնների հիման վրա, համարիչն ընդունելով իբրեւ բաժանիչի և հայտարարն իբրեւ բաժանարար:

2. $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{11}$ և $\frac{5}{8}$ կոտորակները պետք է փոքրացնել 5 անգամ:

Այս կոտորակները համարիչները բաժանվում են 5-ի վրա: Համարիչները փոքրացնելով 5 անգամ, կստանանք՝ $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{8}$:

Այս կոտորակներից յուրաքանչյուրը 5 անգամ փոքր է սոված համապատասխան կոտորակից:

II. Կոտորակը մի բանի անգամ փոքրացնելու համար պէ՛տք է այդ կոտորակի համարիչը նույնքան անգամ փոքրացնել, յեթե այդ հնարավոր է:

3. Այժմ ցույց տանք, թե ինչպես կարելի է ուրիշ յեղանակով կոտորակը փոքրացնել մի քանի անգամ:

Բաղդատելով $\frac{1}{4}$ և $\frac{1}{8}$ կոտորակները, կարող ենք ասել, Վոր յերկրորդ կոտորակն առաջինից փոքր է յերկու անգամ, Վերջինի յերկրորդ կոտորակի մասերը յերկու անգամ շատ են առաջինի համեմատութեամբ: Նշանակում է, յերկրորդ կոտորակի յուրաքանչյուր մասն էլ յերկու անգամ փոքր է մյուս կոտորակի յուրաքանչյուր մասից, ուրիշ խոսքով՝ փոքր կոտորակի հայտարարը 2 անգամ մեծ է մեծ կոտորակի հայտարարից:

Նման ձևով յեզրակացնում ենք, Վոր $\frac{3}{8}$ -ը յերկու անգամ փոքր է $\frac{3}{4}$ -ից: Այստեղ ևս $\frac{3}{8}$ -ի հայտարարը յերկու անգամ

մեծ է $\frac{3}{4}$ -ի հայտարարից: Դրա ճշտութիւնը հեշտ կարելի է ստուգել մեծարային ժապավենի միջոցով, ընդունելով մեզին իբրեւ միավոր:

Յեթե բաղդատելու լինենք $\frac{3}{6}$, $\frac{3}{10}$ և $\frac{3}{20}$ կոտորակները, կտեսնենք նույնպես, Վոր կոտորակը յերկու անգամ փոքրացնելը կախված է հայտարարը 2 անգամ մեծացնելուց: Կոտորակը 4 անգամ փոքրացնելիս, հայտարարն էլ մեծանում է 4 անգամ: Կոտորակային թվերի այդ հատկութիւնը կարելի է հետևյալ ձևով արտահայտել:

III. Կոտորակը մի բանի անգամ փոքրացնելու համար հարկավոր է կոտորակի հայտարարը նույնքան անգամ մեծացնել:

Կոտորակը կարելի է մեծացնել հայտարարը փոքրացնելով:

4. Հետևյալ կոտորակները մեծացնել 3 անգամ՝ ա) $\frac{1}{12}$,

բ) $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{12}$, 5 անգամ՝ բ) $\frac{3}{10}$, $\frac{9}{10}$

լուծում. ա) $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{4}$, բ) $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{2}$

IV. Կոտորակը մի բանի անգամ մեծացնելու համար պէ՛տք է այդքան անգամ փոքրացնել հայտարարը, յեթե այդ հնարավոր է Վերջիններ սանտիմետրների բաժանված մի մեծ: Ընդունենք դա միավոր և ցույց

տանք այդ միավորների նախ $\frac{2}{5}$ -ը, իսկ հետո՝ $\frac{20}{50}$ -ը: Դրանից հետո բաղդատենք ստացված համովաները, կտեսնենք, Վոր հավասար են: Նշանակում է, հավասար կլինեն նաև համապատասխան թվերը:

$$\frac{2}{5} = \frac{20}{50}$$

Յերկրորդ կոտորակի համարիչը և հայտարարը կարելի է ստանալ առաջին կոտորակից՝ սրա համարիչը և հայտարարը 10-ով բազմապատկելով:

Նույն ձևով հաշվարար կլինեն հետևյալ կոտորակային թվերը.

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{8}{20} = \frac{20}{50} = \frac{40}{100},$$

կամ հակառակ կարգով.

$$\frac{40}{100} = \frac{20}{50} = \frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Բաղդատելով այստեղ գրված կոտորակների համարիչները, տեսնում ենք, վեր յուրաքանչյուր կոտորակի համարիչը ուսացվում է նախորդ կոտորակի համարիչը միևնույն թվով բազմապատկելու կամ նույն թվի վրա բաժանելու հետևանքով: Նույնը կարելի չէ ասել այս կոտորակների հայտարարների մասին:

Յեթե շարունակենք հավասարաթյունների հետևյալ շարքերը.

$$1) \frac{7}{20} = \frac{21}{60} = \frac{28}{80}, \quad 2) \frac{8000}{24000} = \frac{4000}{12000} = \frac{500}{1500} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

հեղուկյամբ կնկատենք, վեր առաջին շարքի կոտորակների համարիչը և հայտարարը մեծանում են 3, 4... անգամ, իսկ չերկրորդ շարքին՝ փոքրանում է 2, 8, 100... անգամ: Այդ որոշակներում կոտորակի մեծությունը չի փոխվում՝ համարիչը և հայտարարը միևնույն թվով բազմապատկելու կամ նույն թվի վրա բաժանելու հետևանքով:

Կոտորակի գլխավոր հասկությունը. Կոտորակի մեծությունը չի փոխվում, յեթե նրա բե համարիչը յեզ բե հայտարարը բազմապատկում ենք միյեզնույն թվով կամ բաժանում միյեզնույն թվի վրա:

Այդ հատկությունը գրենք տառերով.

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}, \quad \frac{a}{b} = \frac{a:m}{b:m}$$

Կոտորակի գլխավոր հատկությունն ուրիշ կերպ էլ կարելի չէ բացատրել:

Վերցնենք վերևի կոտորակ, որինակ, $\frac{20}{30}$. Այդ կոտորակի

համարիչը բազմապատկենք 5-ով. կոտորակն էլ կմեծանա 5 անգամ: Այժմ նույն կոտորակի հայտարարը բազմապատկենք 5-ով: Կոտորակը կփոքրանա 5 անգամ: Քանի անգամ վեր կո-

տորակը մեծացավ, յերբ նրա համարիչը բազմապատկենք 5-ով, նույնքան անգամ է փոքրացավ, յերբ նրա հայտարարը բազմապատկենք 5-ով. սրանից կոտորակի մեծությունը չփոխվեց:

Նույնը կլինի, յեթե համարիչն ու հայտարարը բաժանենք միևնույն թվի վրա: $\frac{20}{30}$ կոտորակի համարիչը և հայտարարը բաժանենք 5-ի վրա: Բաժանելով համարիչը՝ մենք կոտորակը փոքրացրինք 5 անգամ, բաժանելով հայտարարը, մենք կոտորակը մեծացրինք 5 անգամ: Վերջնական արդյունքը յեղավ. այն, վեր կոտորակն անփոփոխ մնաց:

$$\frac{20}{30} = \frac{4}{6}$$

§ 9. Կոտորակի կրճատումը

1. Կոտորակի գլխավոր հատկությունից ոգտվելով կարելի չէ կտտարել կոտորակների կրճատում:

Մ ա հ մ ա ճ ու մ. Կոտորակը կրճատել նեմանելում է չփոխելով մեծությունը, այդ կոտորակը պակասացնել ավելի փոքր համարիչով յեզ հայտարարով:

$$\text{Որինակ՝ } \frac{8200}{8400} = \frac{86}{84} = \frac{8}{7}$$

Կոտորակի մեծությունը չփոխվեց, յերբ առաջին կոտորակից յերրորդին անցնելիս միևնույն թվի վրա բաժանեցինք այդ կոտորակի թե համարիչը և թե հայտարարը. բաժանեցինք նախ 100-ի, ապա 12-ի վրա:

Կոտորակը կրճատելու համար պեժ է այդ կոտորակի համարիչը յեզ հայտարարը նեմաց ընդհանուր բաժանարարի վրա: Բաժանել այճեան ժամանակ, միյեզնի համարիչում յեզ հայտարարում ասացվեն փոխադարձաբար պարզ թվեր:

2. Հասարակ կոտորակների ձևով արտահայտենք հետևյալ քանորդները, $50 : 70$, $20 : 25$, $40 : 900$, $5000 : 8000$ և կրճատենք:

$$\text{Լ ու ծ ու մ. } \frac{50}{70} = \frac{5}{7}, \quad \frac{20}{25} = \frac{4}{5}, \quad \frac{400}{900} = \frac{4}{9}, \quad \frac{5000}{8000} = \frac{5}{8}$$

Գ ի խ ո ղ ու թ յ ու մ. Կոտորակը կրճատելու համար ոգալում են նաե բաժանականության հատկանիշներով:

$$3. \text{ Կրճատենք } \frac{180}{360} \text{ կոտորակը:}$$

$$\text{Լ ու ծ ու մ. } \frac{180}{360} = \frac{18}{36} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Առաջին անգամ կոտորակը կրճատեցինք 10-ով: Առաջին կրճատումից հետո համարիչը յեղավ 18, հայտարարը՝ 36, վերջնից միաժամանակ բաժանվում են 9-ի վրա: Յերկրորդ կրճատումից հետո կդառնա $\frac{2}{4}$, 2-ով էլ կրճատելով, կստանանք $\frac{1}{2}$:

Բերենք ավելի բարդ կրճատման մի որինակ:

4. Կրճատել $\frac{2310}{7700}$ կոտորակը:

Լուծում. Բաժանականության հատկանիշների համաձայն կոտորակի թե համարիչը և թե հայտարարը կրճատում ենք 10-ով և ստանում.

$$\frac{2310}{7700} = \frac{231}{770}$$

բաժանականության մեջ ծանոթ հատկանիշներից վոչ մեկը ցուցմունք չի տալիս, վոր կոտորակի կրճատումը կարելի չե ավելի շարունակել: Այն ժամանակ փորձում ենք կրճատել պարզ թվերով: 2-ից, 3-ից և 5-ից հետո զալիս ե 7-ը: Կրճատում ենք 7-ով.

$$\frac{231}{770} = \frac{33}{110}$$

Հետևյալ պարզ թիվը 11-ն ե. կրճատում ենք այդ թվով և ստանում.

$$\frac{33}{110} = \frac{3}{10}$$

Ավելի կրճատ անկարելի չե:

10. Կոտորակներն ընդհանուր հայտարարի բերելը

Այս գլխի § 6-ում ուղղորեցինք կոտորակները բաղդատել այն դեպքում, յիբը նրանց հայտարարները նույնն են: Կոտորակի զլխավոր հատկութունը թույլ ե տալիս բաղդատել տարբեր հայտարարներ ունեցող կոտորակները: Դրա համար տարբեր հայտարարներով կոտորակները դարձնում ենք միևնույն հայտարարներով կոտորակներ: Այդպիսի ձևափոխումը կոչվում ե կոտորակներն ընդհանուր հայտարարի բերել:

1. Ընդհանուր հայտարարի բերենք $\frac{7}{12}$ և $\frac{9}{20}$ կոտորակները:

Այս խնդիրն ունի բաղմոթիվ լուծումներ: Մենք կարող ենք ցանկացած թվով կոտորակներ բերել, վորոնք հավասար են $\frac{7}{12}$ -ի: Կարելի չե նաև այնչափ շատ կոտորակներ բերել, վորոնք հավասար են $\frac{9}{20}$ -ի:

Առաջին և յերկրորդ շարքերի կոտորակներից կարելի չե ընտրել այնպիսի զույգ կոտորակներ, վորոնք միևնույն հայտարարներն ունենան: Այդպիսի զույգերի թիվը անսահմանափակ ե Այսպես.

$$\begin{array}{cccccc} \frac{7}{12} & \frac{35}{70} & \frac{70}{120} & \frac{105}{180} & \frac{140}{240} & = \dots \\ \frac{9}{20} & \frac{27}{60} & \frac{54}{120} & \frac{81}{180} & \frac{108}{240} & = \dots \end{array}$$

Ընդհանուր հայտարարի բերելիս ավելորդ գործողություններից խուսափելու համար ընտրում են այնպիսի կոտորակներ, վորոնց հայտարարը լինի բաղդատելի թվերի հայտարարների ամենափոքր բաղմապատիկը: Բերված որինակում ամենափոքր բաղմապատիկը կլինի 60-ը:

$$\begin{array}{ccc} \frac{5}{7} & \frac{3}{9} & \\ \frac{7}{12} = \frac{35}{60} & , & \frac{9}{20} = \frac{27}{60} \end{array}$$

Դիտողություն. 60-ը նախ բաժանելով 12-ի, ապա 20-ի վրա, ստանում ենք 5 և 3. վորոնք ցույց են տալիս, թե քանի անգամ պետք ե առաջին և յերկրորդ կոտորակների համարիչն ու հայտարարը բաղդատել, վորպեսզի տլած կոտորակը վերածվի մի այնպիսի կոտորակի, վորի հայտարարը 60 ե:

5-ն անվանենք առաջին կոտորակի, իսկ 3-ը՝ յերկրորդ կոտորակի լրացուցիչ բաղմապատիկի:

Այս որինակներում լրացուցիչ բաղմապատիկները նշված են համարիչների վերևում, ներքեից առնված փակագծի մեջ:

Յերկու կոտորակներ ընդհանուր ամենափոքր հայտարարի բերելու համար պետք ե.

1) Դսեցել յերկու հայտարարների ամենափոքր բաղմապատիկը:

2) Սմեց մի հայտարարի համար զսեցել լրացուցիչ բաղմապատիկը:

3) Յարաբանյութ կոսորակի համարիչը յեվ հայտարարը բազմապատկել լրացուցիչ բազմապատկիչով:

2. Ընդհանուր հայտարարի բերելը $\frac{3}{8}, \frac{5}{12}, \frac{9}{40}, \frac{11}{60}$

Լուծում. Հայտարարների ընդհանուր ամենափոքրը բազմապատկելը կամ ընդհանուր հայտարարը կլինի 120 է:

$$\frac{3}{8} = \frac{15}{120}, \quad \frac{5}{12} = \frac{50}{120}, \quad \frac{9}{40} = \frac{27}{120}, \quad \frac{11}{60} = \frac{22}{120}$$

§ 11. Կոսորակի մեծությունն փոփոխվելը համարիչին յեվ հայտարարին միջնորդի գումարներիցն ավելացնելու դեպքում

1. Վերցնենք $\frac{4}{5}$ -ը և զրա համարիչին ու հայտարարին ավելացնենք մեկական միավոր, կստանանք՝ $\frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}$ և այլն: Այստեղ կոտորակները զատավորված են մեծություն կարգով, սկսելով փոքրից: Այդ ծուծյան կարգով, սկսելով փոքրից, $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}$ -ով, և կոտորակները միավորից տարբերվում են $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}$ -ով, և քանի կոտորակն ավելի յե մոտենում միավորին, այնքան մեծանում և կոտորակը:

Ստուգելով այդ որևէքը ուրիշ կոտորակով, որինակ, $\frac{8}{9}$ -ով կտեսնենք, Վոր այստեղ ել այդ մեծություն և ուժի մեջ: $\frac{8}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{10}$ և այլն: Այդ կոտորակները մոտենում են միավորին և տարբերվում են նրանից $\frac{5}{8}$ -ով, $\frac{5}{9}$ -ով, $\frac{5}{10}$ -ով:

2. Վերցնենք մի անկանոն կոտորակ, որինակ, $\frac{8}{7}$ -ը և մեծացնենք նրա համարիչն ու հայտարարը միևեքունյ թվով, որինակ, մեկ միավորով:

Ստացված կոտորակները բաղդատենք միմյանց և միավորի հետ:

$$\frac{8}{7} > \frac{9}{8} > \frac{10}{9} > \frac{11}{10} > \frac{12}{11}$$

Այդ կոտորակները միավորից տարբերվում են $\frac{1}{7}$ -ով

$$\frac{1}{8}-ով, \frac{1}{9}-ով, \frac{1}{10}-ով և \frac{1}{11}-ով:$$

Այստեղ կոտորակային թիվը միավորին մոտենում և փոքրանալով:

Միավորից մեծ կամ փոքր կոսորակի համարիչին յեվ հայտարարին միջնորդից թիվն ավելացնելով, փոխում ենք կոսորակի մեծությունն այնպես, Վոր մոտենա միավորին: Դրանով կառնվոր կոսորակը մեծացնում և, իսկ անկանոն կոսորակը՝ փոքրացնում:

3. Կոտորակների այդ հատկությունը թույլ և տալիս բաղդատելու այնպիսի կոտորակներ, Վորոնց համարիչներն ու հայտարարները տարբերվում են իրարից հավասար թվով:

Բաղդատենք հետևյալ կոտորակներին մեծությունները.

$$1) \frac{8}{17} \text{ և } \frac{13}{22}, \quad 2) \frac{20}{7} \text{ և } \frac{14}{11}$$

Լուծում. 1) $\frac{13}{22} > \frac{8}{17}$, քանի Վոր $\frac{13}{22} = 1 - \frac{9}{22}$, իսկ $\frac{8}{17} = 1 - \frac{9}{17}$. Վերջին տարբերությունն ավելի փոքր և:

2) $\frac{10}{7} > \frac{14}{11}$, քանի Վոր $\frac{10}{7} = 1 + \frac{3}{7}$, իսկ $\frac{14}{11} = 1 + \frac{3}{11}$. Վերջին գումարն ավելի փոքր և:

VIII. ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄԸ ՅԵՎ ՀԱՆՈՒՄԸ

§ 1. Նույն հայտարար ունեցող կոտորակների գումարումը յեվ հանումը

Հավի ձվի սպիտակուցը ամբողջ ձվի քաշի $\frac{5}{9}$ մասն և կազմում, իսկ դեղնուցը՝ ամբողջ ձվի քաշի $\frac{3}{9}$ -ը: Կեղևի քաշը ձվի

քաշի Վոր մասն և:

Լուծում. $\frac{5}{9} + \frac{3}{9} = \frac{8}{9}$: Այս կլինի սպիտակուցի և դեղնուցի քաշը:

$$Գտնենք կեղևի քաշը. 1 - \frac{8}{9} = \frac{9}{9} - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}:$$

Ամբողջ ձվի քաշի $\frac{1}{9}$ -ը կլինի կեղևի քաշը:

Այստեղ մենք գումարեցինք և հանեցինք իններորդական մասերը, արդյունքումն ևլ ստացվեցին այդպիսի մասեր:

Նույն հայտարարն ունեցող կոսորակները գումարելիս կամ հանելիս պես՝ և գումարել կամ հանել համարիչները, անփոփոխ բոլորելով հայտարարը:

2. Տարբեր հայտարարներ ունեցող կոսորակների գումարումը յեվ հանումը

1. Ճաղարին տվին $\frac{1}{4}$ կգ քուսպ, $\frac{3}{10}$ կգ խոտ և $\frac{1}{8}$ կգ զազար: Ինչքան կեր տվին ճաղարին:

Լուծում. $\frac{1}{4} + \frac{3}{10} + \frac{1}{8} = \frac{10}{40} + \frac{12}{40} + \frac{5}{40} = \frac{27}{40}$ կգ

Այս խնդրում պետք է գումարել տարբեր հայտարարների ունեցող կոտորակներ: Իրա համար հարկավոր է այդ հայտարարները հավասարեցնել: Այդ նպատակով կոտորակներն արտահայտում ենք քառասուներորդական մասերով, զործադրելով ընդհանուր հայտարարի բերելու կանոնը, այնուհետև գումարում ենք քառասուներորդական մասերը:

Տարբեր հայտարարներ ունեցող կոսորակները գումարելու կամ հանելու համար պես՝ և բերել ընդհանուր հայտարարի, ապա գումարել կամ հանել համարիչը, նույնը բոլորելով հայտարարը:

Գումարման և հանման կարգը ցույց է տրված հետևյալ որինակներում:

2. Գումարել՝ $\frac{5}{6} + \frac{7}{8}$

Լուծում. $\frac{5}{6} + \frac{7}{8} = \frac{20}{24} + \frac{21}{24} = \frac{20+21}{24} = \frac{41}{24} = 1\frac{17}{24}$

3. Հանել՝ $\frac{14}{15} - \frac{7}{20}$

Լուծում. $\frac{14}{15} - \frac{7}{20} = \frac{56}{60} - \frac{21}{60} = \frac{56-21}{60} = \frac{35}{60} = \frac{7}{12}$

I. Այս որինակներում հայտարարներն այնպիսի թվեր են, Վորոնք ունեն ընդհանուր բազմապատկիչներ:

Գումարելիս և հանելիս նրանց ընդհանուր հայտարարը գտնելու համար կարիք չեղավ գտնել հայտարարների ամենափոքր բազմապատկիչը, համաձայն ընդհանուր կանոնի:

II. Կոտորակների հայտարարները—փոխադարձաբար պարզ թվեր են:

4. Գումարել՝ $\frac{2}{8} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2}$

Ընդհանուր հայտարարը կլինի՝ $3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$: Դա հավասար է բոլոր հայտարարների արտադրյալին:

$\frac{2}{8} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{20}{80} + \frac{18}{80} + \frac{15}{80} = \frac{20+18+15}{80} = \frac{53}{80} = 1\frac{23}{80}$

III. Հայտարարներից մեկը բաժանվում է մնացած բոլոր հայտարարների վրա:

5. Հանել՝ $\frac{29}{40} - \frac{5}{8}$

Ընդհանուր հայտարարը 40 է, վերովհետև 40-ը բաժանվում է և՛ 40-ի և՛ 8-ի վրա:

$\frac{29}{40} - \frac{5}{8} = \frac{29}{40} - \frac{25}{40} = \frac{29-25}{40} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

IV. Կոտորակները գումարելիս և հանելիս յերբեմն գործադրում են ընդհանուր հայտարարի բերելու պարզեցրած ձևեր (վոչ ըստ ընդհանուր կանոնի): Որինակ՝

6. $\frac{5}{12} + \frac{1}{8} + \frac{3}{20} = \frac{50}{120} + \frac{15}{120} + \frac{18}{120} = \frac{50+15+18}{120} = \frac{83}{120}$

Ընտրում ենք գումարման կամ հանման համար տված կոտորակներից ամենամեծ հայտարարը և այդ հաջորդաբար բազմապատկելով 2-ով, 3-ով, 4-ով, 5-ով և այլն, ամեն անգամ փորձում ենք, արդյոք ստացված արտադրյալը չի՞ բաժանվում մյուս կոտորակների հայտարարների վրա:

$20 \cdot 2 = 40$ չի բաժանվում 12-ի վրա,
 $20 \cdot 3 = 60$ » » 8-ի »
 $20 \cdot 4 = 80$ » » 12-ի »
 $20 \cdot 5 = 100$ » » 12-ի »
 $20 \cdot 6 = 120$ բաժանվում է թե 12-ի և թե 8-ի վրա:
 Ուրեմն, 120-ը կլինի ընդհանուր հայտարարը:

V. Կոտորակները գումարելիս ու հանելիս հաճախ բանավոր ավելի հեշտ և լինում ընդհանուր հայտարար գտնել այն յեղանակով, վոր գործադրվում է փոխադարձաբար պարզ թվերի նկատմամբ:

7. գումարել՝ $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{36+40}{96} = \frac{76}{96} = \frac{38}{48} = \frac{19}{24}$

Հետևյալ որինակներում ցույց է տրված խառը թվերի գումարումն ու հանումը.

1. $3\frac{5}{9} + \frac{2}{9} = 3\frac{7}{9}$

§ 3. Խառը բվերի գումարումը յեվ հանումը

Այստեղ գումարելիներից մեկը խառը թիվ է, մյուսը՝ կանոնավոր կոտորակ:

Գումարելիս կոտորակային գումարելիին ավելացնում են խառը թվի կոտորակային մասը:

2. $7\frac{3}{8} + 2\frac{1}{8} = 9 + \frac{4}{8} = 9\frac{1}{2}$, վերսկսելու կոտորակները գումարելիս ստացվում է.

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Յեղև խառը բվեր գումարելիս՝ ամբողջ բվերը գումարվում են առանձին յեվ կոտորակային բվերն առանձին, ապա վերցնում են նրանց ընդհանուր գումարը:

3. $5\frac{4}{7} + 2\frac{3}{7} = 5 + 2 + \frac{4}{7} + \frac{3}{7} = 5 + 2 + 1 = 8$

Այս որինակը ցույց է տալիս, վոր խառը թվերի գումարը կարող է ամբողջ թիվ լինել:

4. $10\frac{7}{15} + 3\frac{4}{15} + 2\frac{8}{15} = 15\frac{19}{15} = 16\frac{4}{15}$, այստեղ

$$\frac{7}{15} + \frac{4}{15} + \frac{8}{15} = \frac{19}{15} = 1\frac{4}{15}$$

Այս որինակից չեղում է, վոր յեթե խառը թվերի կոտորակային մասերի գումարից անկանոն կոտորակ է ստացվում, ապա պետք է այդ կոտորակից անջատել ամբողջ թիվը ավելացնել ամբողջ թվերի գումարին:

5. $2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{8} + 7\frac{1}{2} = 12 + \frac{7}{8} = 12\frac{7}{8}$, վորտեղ

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{2+1+4}{8} = \frac{7}{8}$$

Այս որինակով ցույց է տրվում տարբեր հայտարարներով խառը թվերի գումարումը:

6. $8\frac{5}{11} - 3\frac{2}{11} = 5\frac{3}{11}$

Այստեղ վերցված է հանման այն դեպքը, յերբ նվազելիի թե ամբողջ թիվը և թե կոտորակային մասը մեծ են հանելիի համապատասխան ամբողջ թվից և կոտորակային մասից:

7. $9 - 3\frac{5}{16} = 8 + 1 - 3\frac{5}{16} = 5\frac{11}{16}$, վորտեղ

$$1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$$

Այստեղ անհրաժեշտ է նվազելիում մի միավոր փոխ առնել և դարձնել անկանոն կոտորակ, վորից հետո կատարել հանումն առաջվա ձևով:

8. Գտնել $6\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4}$ տարբերությունը:

Լուծում. $6\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4} = 6\frac{2}{4} - 2\frac{3}{4} = 5\frac{6}{4} - 2\frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$

Տեսնում ենք, վոր այստեղ նվազելիի կոտորակային մասը փոքր է հանելիի կոտորակային մասից: Հանումը հնարավոր դարձնելու համար նվազելիի միավորներից մեկը փոխ ենք առնում, դարձնում անկանոն կոտորակ և ապա կատարում հանումը:

Խառը բվերը հանելիս ամբողջ բվերի տարբերությունը գտնում են առանձին յեվ կոտորակային բվերի տարբերությունը՝ առանձին, ապա վերցնում են դրանց գումարը:

IX. ՏՎԱԾ ԹՎԻ ՄԱՍԸ ՅԵՆ ՏՎԱԾ ՄԱՍՈՎ ԹԻՎԸ ԳՏՆԵԼԸ

§ 1. Տված բվի մասը գտնելը

Թվի մասը և սկսած մասով թիվը գտնելու վերաբերյալ խնդիրներ լուծելու համար բավական է իմանալ կոտորակային թվերի հատկությունները:

I. Թվի վորեզե մաս գտնելը. 1. Բավարար լուսավորում թյան համար պահանջվում է, վոր պատուհանների մակերեսը բնակելի շենքի հատակի մակերեսի $\frac{1}{5}$ մասը կազմի: Վորքան պետք է լինի պատուհանների մակերեսը, յեթե սենյակի հատակի մակերեսը 45 քառ. մետր է:

Լուծում. Հարկավոր է գտնել $45\text{-ի } \frac{1}{5}$ մասը: Դրա համար պետք է $45\text{-ը բաժանել } 5\text{-ի վրա:}$

$$45\text{-ի } \frac{1}{5} \text{ մասը հավասար է } \frac{45}{5}=9$$

2. Գտնել՝ 1) $60\text{-ի } \frac{1}{12}$ մասը,

2) $3\text{-ի } \frac{1}{7}$ մասը:

Լուծում. 1) $60\text{-ի } \frac{1}{12}\text{-ը հավասար է } \frac{60}{12}=5$

2) $3\text{-ի } \frac{1}{7}\text{-ը հավասար է } \frac{3}{7}\text{-ի:}$

3. Գտնել՝ 1) $\frac{3}{4}$ կգ-ի $\frac{1}{5}\text{-ը, 2) } 2\frac{8}{21}\text{-ի } \frac{1}{4}\text{-ը:}$

Լուծում. Թվի $\frac{1}{5}$ մասը գտնելու համար պետք է թիվը փոքրացնել 5 անգամ: Իսկ կոտորակը 5 անգամ փոքրացնելու համար կարելի է նրա հայտարարը մեծացնել 5 անգամ: Կստանանք.

1) $\frac{3}{4}\text{-ի } \frac{1}{5}\text{-ը հավասար է } \frac{3}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$ կգ

2) $2\frac{8}{21}\text{-ի } \frac{1}{4}\text{-ը հավասար է } \frac{50}{21}\text{-ի } \frac{1}{4}\text{-ին, այսինքն}$

$$\frac{50}{21} \cdot \frac{1}{4} = \frac{25}{42}$$

II. Թվի վորեվե կոտորակով արտահայտվող մասը գտնելը.

4. 1 խոր. մեջ աղյուսի պատ շարելու համար հարկավոր է ունենալ 400 աղյուս և 280 լ կրի լուծույթ: Վորքան նյութ է պետք $\frac{5}{8}$ խոր. մեջ աղյուսի շարվածքի համար:

Լուծում. 1. Հաշվենք, թե ինչքան աղյուս և հարկավոր. 1 խոր. մեջ շարելու համար 400 աղյուս և պետք, իսկ վորքան կգ նա $\frac{1}{8}$ խոր. մեջ շարելուն:

Հարկավոր է ունենալ աղյուսի ամբողջ քանակի $\frac{1}{8}\text{-ը:}$

$$400\text{-ի } \frac{1}{8} \text{ մասը հավասար } \frac{400}{8}\text{-ի:}$$

Այժմ գտնենք $400\text{-ի } \frac{5}{8}\text{-ը: } \frac{5}{8}\text{-ը } 5 \text{ անգամ ավելի է կիսի}$

$\frac{1}{8}\text{-ից: } \frac{400}{8}$ կոտորակը մեծացնենք 5 անգամ. դրա համար բազմական է կոտորակի համարիչը բազմապատկել 5-ով:

$$400\text{-ի } \frac{5}{8}\text{-ը հավասար է } \frac{400 \cdot 5}{8} = 50 \cdot 5 = 250$$

Ուրեմն հարկավոր է 250 աղյուս:

2. Նույն ձևով գտնենք 280 կրի $\frac{5}{8}$ մասը, այսինքն անհրաժեշտ լուծույթի քանակը:

$$280\text{-ի } \frac{1}{8}\text{-ը հավասար է } \frac{280}{8}\text{-ի}$$

$$280\text{-ի } \frac{5}{8}\text{-ը հավասար է } \frac{280 \cdot 5}{8} = 35 \cdot 5 = 175$$

5. Գտնել՝ 1) $50\text{-ի } \frac{3}{8}\text{-ը, 2) } \frac{8}{4}\text{-ի } \frac{5}{6}\text{-ը, 3) } 2\frac{8}{21}\text{-ի } \frac{3}{4}\text{-ը:}$

Լուծում. 1) $50\text{-ի } \frac{1}{8} = \frac{50}{8}$

$$50\text{-ի } \frac{3}{8}\text{-ը} = \frac{50 \cdot 3}{8} = \frac{25 \cdot 3}{4} = \frac{75}{4} = 18\frac{3}{4}$$

$$2) \frac{8}{4}\text{-ի } \frac{1}{6}\text{-ը} = \frac{8}{4 \cdot 6} = \frac{1}{4 \cdot 2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{8}{4}\text{-ի } \frac{5}{6}\text{-ը} = \frac{8 \cdot 5}{4 \cdot 6} = \frac{5}{4 \cdot 2} = \frac{5}{8}$$

$$3) 2\frac{8}{21}\text{-ի } \frac{1}{4}\text{-ը} = \frac{50}{21}\text{-ի } \frac{1}{4}\text{-ին} = \frac{50}{21 \cdot 4} = \frac{25}{21 \cdot 2} = \frac{25}{42}$$

$$2\frac{8}{21}\text{-ի } \frac{3}{4}\text{-ը կազմում է } \frac{50 \cdot 3}{21 \cdot 4} = \frac{25 \cdot 1}{7 \cdot 2} = \frac{25}{14} = 1\frac{11}{14}$$

Մի թվի մասը գտնելու համար հարկավոր է տվյալ թիվը փոքրացնել այնքան անգամ, վորքան միավոր է պարունակում այն կոտորակի հայտարարը, վորը ցույց է տալիս ամբողջի անհայտ մասը: Ստացված արդյունքը հարկավոր է մեծացնել այնքան անգամ, վորքան միավոր ունի այդ կոտորակի համարիչը:

Մենք սովորեցինք խնդիրներ լուծել՝ թվի մասը գտնելու վերաբերյալ: Այժմ լուծենք հակադարձ խնդիրը՝ գտնել թիվը, յեւրբ տված է նրա մասը:

1. Հատուկ տեսակի պողպատի բազազրույթյան $\frac{1}{25}$ մասը

նիկել և վորոշեցեք քաշն այն պողպատի, վորը ստանալու համար պործարկված է 20 կգ նիկել:

§ 2. Գտնել թիվը յեւրբ տված է նրա մասը

Լուծում. x տառով նշանակենք պողպատի անհայտ քաշը:
Այդ թվի $\frac{1}{25}$ մասը կազմում է նիկելը: Անհայտ x -ի $\frac{1}{25}$ մասը
նշանակենք այսպես՝ $\frac{1}{25} x$:

Խնդրի պայմանը գրենք $\frac{1}{25} x = 20$ կգ բանաձևով:

Միանգամայն պարզ է, վոր x քաշը 25 անգամ ավելի կլի-
նի, քան $\frac{1}{25} x$ -ը:

$$x = \frac{25}{1} x \text{ կիլոգրամ, } x = 20 \cdot 25 = 500 \text{ կգ:}$$

Խնդրի լուծումն ավելի կարճ կգրվի այսպես.

$$\frac{1}{25} x = 20, x = 20 \cdot 25 = 500 \text{ կգ:}$$

Այս խնդրում հայտնի մասն արտահայտված էր ամբողջ
կիլոգրամներով:

Այժմ լուծենք մի ուրիշ խնդիր, վորտեղ հայտնի մասն
արտահայտված է կոտորակային թվով:

2. $\frac{1}{5}$ մ յերկարության յերկաթաձողի քաշը $\frac{8}{4}$ կգ է:

Վերջան է այդ ձողի 1 մետրի քաշը:

Լուծում. $\frac{1}{5} x = \frac{8}{4}$ կգ, $x = \frac{5}{8} x$, $x = \frac{8 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4}$ կգ = $3\frac{3}{4}$ կգ

§ 3. ԹՎԻ ՉՏՆԵՐ,
յերբ հայտնի չե նրա
մասը՝ արտահայտ-
ված վորեկի կոտո-
րակով

1. Կոլտնտեսականների մի բրիգադ վարեց
25 հա հողամաս: Այդ կազմում էր առա-
ջադրված պլանի $\frac{5}{12}$ մասը: Ընդամենը
վերջան տարածություն պետք է վարեի

բրիգադը:

Լուծում. Բրիգադին տված առաջադրանքն ընդունենք
էբրե վորոնների թիվ: Կատարած աշխատանքը կազմում է առա-
ջադրանքի միայն մի մասը: Հարկավոր է խմանալ, թե վերջան
եր ամբողջ առաջադրանքը: Մեզ անհայտ առաջադրությունը նշա-
նակենք x -ով և գտնենք զրա մի մասը:

$$\text{Անհայտ } x\text{-ի } \frac{5}{12}\text{-ը նշանակենք } \frac{5}{12} x$$

$$\text{» » } \frac{1}{12}\text{-ը » } \frac{1}{12} x$$

Այսպիսով, $\frac{5}{12} x$ -ը կազմում է 25 հա. $\frac{1}{12} x$ -ը կլինի 5 ան-
գամ պակաս, այսինքն՝ 5 հա: Գրենք՝ $\frac{1}{12} x = 5$ հա: Այդ
բրիգադին տրված ամբողջ առաջադրությունը, ամբողջ x -ը, 12
անգամ ավելի չե լուր մի տասներկու բրիգադական մասից:
Գտնենք այն.

$$x = 5 \cdot 12 = 60 \text{ հա}$$

Խնդրի լուծումը կարելի չե ավելի կտրճ գրել, այսպես.

$$\frac{5}{12} x = 25, \frac{1}{12} x = \frac{25}{5}, x = \frac{25 \cdot 12}{5} = 60 \text{ հա}$$

2. Գտնել x -ը, յեթե հայտնի չե, վոր $\frac{3}{16} x = \frac{4}{5}$ հա:

Լուծում. $\frac{1}{16} x$ -ը 3 անգամ փոքր է $\frac{3}{16} x$ -ից:

$$\frac{1}{16} x = \frac{4}{5 \cdot 3}, x = \frac{16}{1} x = \frac{5}{5 \cdot 3} \cdot 16 = \frac{4 \cdot 16}{5 \cdot 3} = \frac{64}{15} = 4\frac{4}{15} \text{ հա:}$$

Ամբողջը գտնելու համար—յերբ տված է ամբողջի վորեկ
մասին համապատասխանող թիվը և այն կատարակը, վորը ցույց
է տալիս, թե ամբողջի վոր մասն է կազմում տված թիվը—հար-
կավոր է տված թիվը փոքրացնել այնքան անգամ, վորքան
միավոր պարունակում է կոտորակի համարիչը: Ստացված ար-
դյունքը պետք է մեծացնել այնքան անգամ, վորքան միավոր
պարունակում է նույն կոտորակի հայտարարը:

X. ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄԸ

§ 1. Կոտորակի
բազմապատկումն
ամբողջ թվով

1. Ավտոմոբիլը 1 կմ անցնելով սպառում է
 $\frac{4}{5}$ կգ բենզին: Վորքան բենզին կգնա 6 կմ
անցնելու դեպքում:

Լուծում. 1 կմ ճանապարհի համար հարկավոր է $\frac{4}{5}$ կգ

բենզին, յերկրորդ կիլոմետրին՝ դարձյալ $\frac{4}{5}$ կգ, յերրորդ չոր-
րորդ, հինգերորդ, վեցերորդ կիլոմետրին՝ յուրաքանչյուրին
 $\frac{4}{5}$ կգ:

Ընդամենը հարկավոր է. $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{24}{5}$,

չամ $4\frac{4}{5}$ կգ բենզին:

Մենք պետք է $\frac{4}{5}$ -ն իբրև գումարելի կրկնենք 6 անգամ, այսինքն $\frac{4}{5}$ կոտորակը մեծացնենք 6 անգամ: Այդ կարող ենք բազմապատկման միջոցով կրճատ գրել այսպես.

$$\frac{4}{5} \cdot 6 = \frac{24}{5}$$

Այստեղ մենք ունենք կոտորակն ամբողջով բազմապատկելու դեպքը:

Կոտորակն ամբողջ թվով բազմապատկելու համար պետք է համարիչը բազմապատկել ամբողջ թվով յեվ ստացված արտադրյալը բաժանել հայտարարի վրա:

Այդ կանոնն արտահայտենք տառերով.

$$\frac{a}{b} \cdot m = \frac{a \cdot m}{b}$$

2. Լուծենք հետևյալ որինակները.

$$1) \frac{1}{7} \cdot 7, \quad 2) \frac{4}{7} \cdot 7$$

Լուծում. 1) $\frac{1}{7} \cdot 7 = 1$

Այս բազմապատկման համար առանձին բացատրություն հարիք չկա: Միավորը 7 մասի բաժանելով, այդ մասերից յուրաքանչյուրը 7 անգամ կրկնելով, կատարում ենք փոխադարձաբար հակադարձ յերկու գործողություններ և նորից ստանում միավոր:

$$2) \frac{4}{7} \cdot 7 = 4$$

Բաժանելով 4-ը 7-ի վրա և քանորդը 7-ով բազմապատկելով, ստանում ենք դարձյալ 4:

Դիտարկենք. Յերե կոտորակային թիվը բազմապատկում ենք այդ կոտորակի հայտարարին. հավասար թվով արտադրյալում ստացվում է կոտորակի համարիչին հավասար թիվ: Նման դեպքերում պետք է արդյունքը միանգամից գրել:

3. Ավտոմոբիլը մեկ վայրկյանում անցնում է $10\frac{1}{2}$ մ:

Վորքմն է անցնում նա մեկ րոպեյում:

Այս խնդիրը լուծելու համար պետք է խառը թիվը բազմապատկել ամբողջով: Բազմապատկումը կարելի է կատարել յերկու յեղանակով.

$$1) 10\frac{1}{2} \cdot 60 = 10 \cdot 60 + \frac{1}{2} \cdot 60 = 600 + \frac{60}{2} = 600 + 30 = 630 \text{ մ մեկ րոպեյում:}$$

Այստեղ 60-ով ամբողջ թիվն առանձին բազմապատկելիք է կոտորակին՝ առանձին:

$$2) 10\frac{1}{2} \cdot 60 = \frac{21}{2} \cdot 60 = 21 \cdot 30 = 630 \text{ մ մեկ րոպեյում:}$$

Այս յերկրորդ դեպքում մինչև բազմապատկելը խառը թիվը դարձրինք անկանոն կոտորակ և ապա բազմապատկելիքն անկանոն կոտորակն ամբողջով:

$$4. \text{Վերցնենք մի որինակ ես. } \frac{7}{20} \cdot 4 = \frac{7 \cdot 4}{20}$$

Մինչև վերջնական արդյունքը ստանալը պետք է կրճատում կատարել, այսինքն համարիչը և հայտարարը բաժանել 4-ի վրա:

$$\frac{7}{20} \cdot 4 = \frac{7 \cdot 4}{20} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$$

§ 2. Ինչպիսի խրե-
դիրներ են լուծվում
կոտորակով բազմա-
պատկելիս

Ամբողջ թվով բազմապատկել նշանակում է գումարմանը պարզ ձև տալ:

Ամբողջ թվով բազմապատկելիս տված թիվը մեծացնում ենք այնքան անգամ, վորքան միավոր պարունակում է բազմապատկիչը:

Տեսնենք այժմ, թե ինչ իմաստ ունի կոտորակով բազմապատկելը:

1. Մեկ մետր շերտավոր յերկաթի քաշը 12 կգ է: Վորքմն է 1) 2 մ, 2) 5 մ, 3) $\frac{1}{4}$ մ, 4) $2\frac{1}{2}$ մ շերտավոր յերկաթի քաշը:

Լուծում. Վերևում բազմապատկումը տառերով արտահայտեցինք այսպես. $ab = q$, վորտեղ a -ն և b -ն արտադրիչներն են, իսկ q -ն՝ արտադրյալը: Այժմ լուծենք մի խնդիր. տառերը փո-

խարիններ թվերով: և արտադրելը պետք է արտահայտվի մի այն-
պիսի թվով, վոր ցույց տա 1 մ յերկաթի քաշը, իսկ b -ն՝ մի
թվով, վոր ցույց տա, թե յերկաթը քանի մետր յերկարութուն
ունի: Արտադրյալն էլ կարտահայտի յերկաթի քաշը:

$$\begin{aligned} 1) 12 \cdot b &= 12 \cdot 2 = & 2) 12 \cdot b &= 12 \cdot 5 = \\ 3) 12 \cdot b &= 12 \cdot \frac{1}{4} = & 4) 12 \cdot b &= 12 \cdot 2 \frac{1}{2} = \end{aligned}$$

Այս բոլոր դեպքերում մեզ տված էր ամբողջ մետրի քաշը,
իսկ վորոնում էինք քաշն այնպիսի շերտի, վորի յերկարու-
թյունը պարբեր է ամբողջ մետրից,՝ ավելի չե կամ պակաս:

Նպատահանարժար չէր լինի վորոշ դեպքերում խնդիրը
լուծել բազմապատկման, մյուս դեպքերում ուրիշ գործողու-
թյունների միջոցով: Ուստի ամեն անգամ, յիշը մեզ տված է
ամբողջը, և պետք է գտնել մի թիվ, վոր մեծ է ամբողջից մի
քանի անգամ, կամ այդ ամբողջի մասն է կազմում, գործադրե-
լու յենք բազմապատկման գործողությունը: Այսպիսով, ստա-
նում ենք, վոր կոտորակով բազմապատկելը նույն գործողու-
թյունն է, ինչ վոր ամբողջի մաս գտնելը:

Տանք խնդրի լուծումը վերոհիշյալ բոլոր դեպքերի համար.

$$1) 12 \cdot 2 = 24, \quad 2) 12 \cdot 5 = 60$$

Այս լուծումները բացատրության կարիք չունեն:

$$\begin{aligned} 3) \frac{1}{4} \text{ մ յերկաթի քաշը } 12 \text{ էլի ոգրամի } \frac{1}{4} \text{ մասն է: Գտնենք} \\ 12 \text{ կգ-ի } \frac{1}{4} \text{-ը, կլինի } 3 \text{ կգ: Վերևում ասվեց, վոր խնդիրը լուծ-} \\ \text{վում է } 12 \text{-ը } \frac{1}{4} \text{-ով բազմապատկելու միջոցով, կստանանք:} \\ 12 \cdot \frac{1}{4} = 3. \end{aligned}$$

4) Նույն ձևով բազմապատկենք 12-ը $2\frac{1}{2}$ -ով: Այդ նշա-
նակում է կրկնել 2 անգամ և հետո գրան ավելացնել 12-ի կեսը:

$$12 \cdot 2 = 24, \quad 12 \cdot \frac{1}{2} = 6, \quad 12 \cdot 2\frac{1}{2} = 24 + 6 = 30$$

$$\text{Տանք մյուս լեզանակը: } 2\frac{1}{2} \text{-ը դարձնենք անկանոն կո-} \\ \text{տորակ և բազմապատկենք. } 12\frac{5}{2} = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30.$$

Կոտորակով բազմապատկելիս գհում են բազմապատկելի
մեկ կամ մի քանի մասերը:

§ 3. Բազմապատ- կում կոտորակով

Դանի վոր կոտորակով բազմապատկումն
այնպես ա ինք. ինչպես ամբողջի մասը
գտնելը, ապա առանց առանձին դժվարու-
թյան կարող ենք կոտորակով բազմապատկելու կանոնը դուրս
բերել:

I. Կոտորակի բազմապատկումը կոտորակով. 1. Հարկավոր
է բազմապատկել՝ $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5}$:

$$\text{Լուծում. Գտնենք } \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \text{-ը}$$

$$1) \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \text{-ը կլինի } \frac{3}{4 \cdot 5}, \quad 2) \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \text{-ը կլինի } \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5}$$

Նշանակում է,

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5}$$

Ֆեկու կոտորակներ իրար հետ բազմապատկելիս պեժ է
համարիչների արտադրյալը բաժանել հայտարարների արտադրյալի
վրա:

Այս կանոնն արտահայտենք ռառերով.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

II. Արտադրիչներից մեկն ամբողջ կամ խառը թիվ է:

2. Գտնել $3\frac{1}{8} \cdot 10$ արտադրյալը:

$$\text{Լուծում. } 3\frac{1}{8} \cdot 10 = \frac{25}{8} \cdot 10 = \frac{25 \cdot 10}{8} = \frac{25 \cdot 5}{4} = \frac{125}{4} = 31\frac{1}{4}$$

Այստեղ խառը թիվը վերածեցինք անկանոն կոտորակի և
այդ կոտորակը բազմապատկեցինք ամբողջ թվով:

Այդ բազմապատկումը կարելի չէ ուրիշ ձևով ել կատարել:

$$3 \frac{1}{8} \cdot 10 = \left(3 + \frac{1}{8}\right) \cdot 10 = 3 \cdot 10 + \frac{1}{8} \cdot 10 = 30 + \frac{10}{8} = 30 + 1 \frac{2}{8} = 31 \frac{1}{4}$$

3. $\frac{8}{5}$ -ը բազմապատկենք 4-ով:

$$\text{Լուծում. } 4 \cdot \frac{8}{5} = \frac{4 \cdot 8}{5} = \frac{32}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

Այստեղ դարձյալ կոտորակով բազմապատկելուն նայում ենք իբրև ամբողջի մասը գտնելուն, ուստի և ամբողջ թիվը բազմապատկում ենք ամբողջ կոտորակի համարիչով և արտադրելով բաժանում նրա հայտարարի վրա:

Արտադրյալը բաղադրելով

$$\frac{8}{5} \cdot 4 = \frac{8 \cdot 4}{5} = \frac{32}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

արտադրյալի հետ, տեսնում ենք, Վոր այդ արտադրյալները հավասար են իրար, այսինքն ամբողջ թիվը և կոտորակը բազմապատկելիս կարելի չէ արտադրիչների կարգը փոխել:

$$4. \text{ Բազմապատկել } 5 \cdot 2 \frac{2}{3}$$

$$\text{Լուծում. } 5 \cdot \frac{8}{3} = \frac{5 \cdot 8}{3} = \frac{40}{3} = 13 \frac{1}{3}$$

III. Յերկու արտադրիչներն ել խառը թվեր են:

$$5. \text{ Բազմապատկենք } 4 \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{8}{27}$$

$$\text{Լուծում. } 4 \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{8}{27} = \frac{9}{2} \cdot \frac{35}{27} = \frac{9 \cdot 35}{2 \cdot 27} = \frac{35}{2 \cdot 3} = \frac{35}{6} = 5 \frac{5}{6}$$

Խառը թվերը նախանշան բազմապատկելը պետք է դարձնել անկանոն կոտորակ:

IV. Կոտորակի բազմապատկումը նրա հայտարարին հավասար թվով:

$$6. \frac{5}{9} \cdot 9 = \frac{5 \cdot 9}{9} = 5 \quad 7. \frac{8}{14} \cdot 14 = 8$$

Կոտորակը հայտարարին հավասար թվով բազմապատկելիս ստացվում է համարիչին հավասար թիվ:

Դիտարկենք. Բազմապատկենք հետևյալ արտադրյալները.

$$1) 18 \cdot 3 = 54$$

$$4) 18 \cdot \frac{1}{2} = 9$$

$$2) 18 \cdot 2 = 36$$

$$5) 18 \cdot \frac{1}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} = 4 \frac{1}{2}$$

$$3) 18 \cdot 1 = 18$$

$$6) 18 \cdot \frac{2}{15} = \frac{36}{15} = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

Տեսնում ենք, Վոր առաջին յերկու որինալներում արտադրյալը մեծ է բազմապատկելիից, յերրորդում՝ արտադրյալը հավասար է բազմապատկելիին, իսկ մնացածներում՝ վոքը է բազմապատկելիից:

Նշանակում է, Վոր կանոնավոր կոտորակով բազմապատկելիս արտադրյալը փոքր է լինում բազմապատկելիից: Ուստի և պետք է հրաժարվենք այն մտքից, թե բազմապատկել միշտ մեծացնել է նշանակում: Բազմապատկելիս թիվը այն ժամանակ է մեծանում, յերբ բազմապատկիչը մեծ է միավորից, իսկ կանոնավոր կոտորակով բազմապատկելիս թիվը փոքրանում է:

XI. ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

§ 1. Փոխադարձաբար հակադարձ թվեր

Սահմանում. Յերկու թվեր կոչվում են փոխադարձաբար հակադարձ թվեր, յեթե նրանց արտադրյալը հավասար է մեկ միավորի:

$$1. \text{ Գտնել } 7, 2, \frac{1}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{10} \text{ թվերի հակադարձ թվերը:}$$

$$\text{Լուծում. } 7\text{-ի հակադարձը կլինի } \frac{1}{7}\text{-ը, Վոր } 7 \cdot \frac{1}{7} = 1:$$

$$2. \frac{1}{2} = 1,$$

$$2\text{-ի հակադարձը կլինի } \frac{1}{2}, \text{ քանի } 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{4}\text{-ի } \gg \gg 4 \gg \gg \frac{1}{4} \cdot 4 = 1$$

$$\frac{5}{8}\text{-ի } \gg \gg \frac{8}{5} \gg \gg \frac{8}{5} \cdot \frac{5}{8} = 1$$

Յերթե աված է Վորեկ n թիվ, ապա դրա հակադարձը պետք է նշանակել $\frac{1}{n}$, $\frac{a}{b}$ կոտորակի հակադարձը կլինի $\frac{b}{a}$:

**§ 2. Բաժանում
կասորակի վրա**

Բաժանումը, բազմապատկման հակադարձ գործողությունն է: Բաժանման գործողությունով բաժանում ենք արտադրիչներից մեկը, յերբ հայտնի չեն չեղու աբտադրիչների արտադրյալը և մյուս արտադրիչը:

Այսպես, որինակ, չեթե արտադրյալը 80 է, իսկ մեկ արտադրիչը՝ 40, ապա ոգտվելով բաժանումով գտնում ենք, վոր չեղկորդ արտադրիչը հավասար է 2-ի:

Նման ձևով բաժանման գործողություն միջոցով չեղկորդ արտադրիչը գտնում ենք նաև այն դեպքում, յերբ առաջին արտադրիչը կոտորակ է:

$$1. 9 : \frac{3}{4} = ?$$

Բաժանելին (այսինքն արտադրյալը) հավասար է 9-ի, մի արտադրիչը (բաժանարարը)՝ $\frac{3}{4}$ -ն է, իսկ մյուսը (քանորդը) հարկավոր է գտնել: Յեղկորդ արտադրիչը նշանակենք x , այն ժամանակ.

$$9 : \frac{3}{4} = x, \quad \frac{3}{4}x = 9, \quad \frac{1}{4}x = \frac{9}{3} = 3, \quad \frac{4}{4}x = 3 \cdot 4 = 12$$

Այս խնդիրը հանգում է մասով ամբողջը գտնելուն:

Մյուս կողմից x անհայտ արտադրիչը հանգիսանում է 9-ը $\frac{3}{4}$ -ի վրա բաժանելուց առաջացած քանորդ, այսինքն՝ $9 : \frac{3}{4}$:

Նշանակում են, գտնելով 12-ը, 9-ը և $\frac{3}{4}$ թվերով, մենք գտանք

$$9\text{-ը } \frac{3}{4}\text{-ի վրա բաժանելուց առաջացած քանորդը՝ } 9 : \frac{3}{4} = 12,$$

այլ խոսքով՝ բաժանման խնդիրը վերածվեց մասով ամբողջը գտնելու խնդրին:

Իերենք բաժանման մի որինակ էս:

2. Արտադրյալի և հայտնի արտադրիչի միջոցով գտնենք անհայտ արտադրիչը: Արտադրյալը $\frac{3}{2}$ է, հայտնի արտադրիչը

$$\frac{5}{9}$$

լուծում. Անհայտ արտադրիչը նշանակելով x , կտանանք

$$\frac{5}{9} \cdot x = \frac{3}{2}$$

Մասով ամբողջը գտնելով, կիմանանք, վոր

$$x = \frac{3 \cdot 9}{2 \cdot 5} = \frac{27}{10} = 2 \frac{7}{10}$$

Այս որինակը լուծելով մենք դարձյալ բաժանում կատարեցինք, քանի վոր գտանք անհայտ արտադրիչը (x) յերբ հայտնի չեն արտադրյալը $\left(\frac{3}{2}\right)$ և մյուս արտադրիչը $\left(\frac{5}{9}\right)$:

Գրում ենք այսպես.

$$\frac{3}{2} : \frac{5}{9} = \frac{3 \cdot 9}{2 \cdot 5} = \frac{27}{10} = 2 \frac{7}{10}$$

Վորոնելով ամբողջը յուր մասով, գտնում ենք անհայտ արտադրիչը արտադրյալի և հայտնի կոտորակային արտադրիչի ոգնությունով, կատարում ենք բազմապատկման հակադարձ գործողություն՝ բաժանում: Մեր բերած որինակներում կատարեցինք բաժանում կոտորակի վրա:

$$3. \text{ Գտնել } x\text{-ը, յեթե } \frac{3}{4}x = \frac{15}{2}$$

Լուծում. x -ը գտնելու համար պետք է կատարել բաժանման գործողություն.

$$x = \frac{15}{2} : \frac{3}{4}$$

կամ, վոր նույնն է, գտնել x -ը յուր մասերի միջոցով: Վերջին գործողությունը տալիս է.

$$x = \frac{15 \cdot 4}{2 \cdot 3} = 10$$

Փոխանակ $\frac{15}{2}$ -ը $\frac{3}{4}$ -ի վրա բաժանելու, կատարում ենք

$\frac{15}{2} \cdot \frac{4}{3}$ բազմապատկումը, վորից նույն արդյունքն է ստացվում.

$$\frac{15}{2} \cdot \frac{4}{3} = 10$$

Դիտողություն. Նոտորակի վրա բաժանելը և բաժանարարի հակադարձ կոտորակով բազմապատկելը միևնույն արդյունքն է տալիս:

4. $\frac{3}{4}$ -ը բաժանենք $\frac{5}{7}$ -ի վրա:

Լուծում. $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = x, \frac{5}{7} x = \frac{3}{4}, x = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5}$

Յեթե բաժանումը փոխարինենք բաժանարարի հակադարձ կոտորակով բազմապատկելով, գործողությունները, կստանանք $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5}$: Պատասխանը նույնն է:

Վերելիք թիվ կոտորակի վրա բաժանելու համար հարկավոր է այդ թիվը բազմապատկել բաժանարարի հակադարձ թվով: Այս կանոնն արտահայտենք տառերով.

$$\frac{a}{b} : \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{q}{p} = \frac{a \cdot q}{b \cdot p}$$

§ 3. Ամեն ճեսակ ամբողջ յեվ կոտորակային թվերի բաժանումը

1. Գտնել $\frac{12}{49} : \frac{4}{7}$ քանորդը:

Լուծում. $\frac{12}{49} : \frac{4}{7} = \frac{12}{49} \cdot \frac{7}{4} = \frac{12 \cdot 7}{49 \cdot 4} = \frac{3}{7}$

2. Գտնել $\frac{3}{4} : 6$ քանորդը:

$$\frac{3}{4} : 6 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 6} = \frac{1}{8}$$

3. Գտնել $6 : \frac{3}{4}$ քանորդը: $6 : \frac{3}{4} = 6 \cdot \frac{4}{3} = 8$

4. Գտնել $8\frac{1}{3} : 1\frac{3}{4}$ քանորդը:

Լուծում. Վերջին որինակը վերաբերում է խառը թվերի բաժանման: Նախքան բաժանումը պետք է բաժանելին և բաժանարարը անկանոն կոտորակ դարձնել.

$$8\frac{1}{3} : 1\frac{3}{4} = \frac{25}{3} : \frac{7}{4} = \frac{25 \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{100}{21} = 4\frac{16}{21}$$

5. $\frac{2}{5}$ -ը բաժանել $\frac{3}{5}$ -ի վրա:

Լուծում. $\frac{2}{5} : \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 3} = \frac{2}{3}$

Այս վերջին որինակում բաժանեցինք հավասար հայտարարներով կոտորակներ: Նույն արդյունքը կարելի չէ ստանալ անմիջապես համարիչները բաժանելով, նկատի չառնելով կոտորակների հավասար հայտարարները:

I. Խառը թվերը բաժանելիս անհրաժեշտ է այդ թվերը դարձնել անկանոն կոտորակներ:

II. Յեկու հավասար հայտարարներով կոտորակներ բաժանելիս պետք է միայն համարիչները բաժանել, մի կողմ թողնելով հայտարարները:

III. Կոտորակն ամբողջ թվի վրա բաժանելիս հարկավոր է կոտորակի հայտարարը բազմապատկել ամբողջ թվով, համարիչն անփոփոխ թողնելով:

Դիտողություն. Մինչև վերջնական բազմապատկումն ամեն անգամ պետք է կրճատում կատարել ստացված կոտորակային արդյունքում:

6. $\frac{12}{25} : \frac{4}{5} = \frac{12 \cdot 5}{25 \cdot 4} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{3}{5}$

7. $\frac{8}{9} : \frac{4}{3} = \frac{8 \cdot 3}{9 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 1} = \frac{2}{3}$

§ 2. Բաժանման միջոցով լուծվող խնդիրներ

Չանաղան խնդիրներ լուծելու համար մենք շատ անգամ ենք դիմել բաժանման գործողության: Բաց միայն այժմ, յերբ սովորել ենք կոտորակները բաժանել, կարելի չէ ցույց տալ այն բոլոր դեպքերը, վորոնց լուծման համար կիրառվում է բաժանումը:

Բաժանման գործողությունները լուծվող հիմնական խնդիրներից մեկը իբրև ամբողջություն ընդունած թվի գտնելն է, այդ ամբողջությունից մեծ կամ փոքր թվի ոգնությունը:

Տված մասերով ամբողջը գտնում ենք բաժանման միջոցով: Թվենք այն բոլոր խնդիրները, վորոնք լուծվում են բաժանման գործողությամբ:

1. Յեկու արտադրիչների արտադրյալի և արտադրիչներից մեկի միջոցով գտնել մյուս արտադրիչը:

2. Բաժանել թիվը մի քանի հավասար մասերի (բաժանում ամբողջ թվի վրա):

3. Գտնել ամբողջը, յերբ հայտնի չեն նրա մասերը:

4. Բաղդատել լերկու թիվ: Իմանալ, թե մի թիվը քանի՞ անգամ մեծ կամ փոքր է մյուսից, կամ մի թիվի վեր մասն է կազմում մյուս թիվը (գտնել թվերի հարաբերությունը):

Կանգ առնենք վերջին կետի վրա:

1. Ասենք թե պետք է իմանալ, թե 5-ը 30-ի վեր մասն է: Այս խնդիրը կարելի չե այսպես լուծել. իմանանք, թե 5-ը քանի անգամ է պարունակվում 30-ի մեջ, այդ նպատակով 30-ը բաժանում ենք 5-ի վրա և ստանում ենք 6 անգամ:

Այստեղից յեզրակացնում ենք, վոր 5-ը կազմում է 30-ի $\frac{1}{6}$ մասը:

Նույն խնդիրը կարելի չե լուծել 5-ը 30-ի վրա բաժանելով, կստանանք.

$$5 : 30 = \frac{1}{6}$$

2. Ավտոմոբիլը կարող է $1\frac{1}{2}$ տոնն բեռ կրել, բայց նա տանում է միայն $1\frac{1}{4}$ ռ: Լրիվ բեռնվածություն վեր մասն է տանում ավտոմոբիլը:

Լուծում. Այս խնդիրը լուծվում է բաժանման միջոցով.

$$1\frac{1}{4} : 1\frac{1}{2} = \frac{5}{4} : \frac{3}{2} = \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

Հարկավոր է մի կարևոր դիտողություն ել անել խնդիրները բաժանման միջոցով լուծելու վերաբերյալ: Բայց նախ բերենք լերկու օրինակ:

3. $4\frac{1}{2}$ կգ շաքարին վճարեցին $7\frac{7}{8}$ ուրլի: Ի՞նչ արժե մի կիլոգրամը:

Լուծում. $7\frac{7}{8} : 4\frac{1}{2} = \frac{63}{8} : \frac{9}{2} = \frac{63}{8} \cdot \frac{2}{9} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ ուրլի:

Այստեղ քանորդը փոքր է բաժանելից:

4. Ռեզինի խողովակի $\frac{3}{4}$ մետրին վճարվեց $1\frac{1}{2}$ ռ: Ի՞նչ արժե ալգալիսի խողովակի 1 մետրը:

Լուծում. $1\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2} : \frac{3}{4} = 2$ ուրլի:

Այստեղ քանորդը մեծ է բաժանելից:

5. Իրար հետ համեմատենք հետևյալ քանորդները.

$$12 : 3 = 4 \text{ (քանորդը փոքր է բաժանելից):}$$

$$12 : 1 = 12 \text{ (քանորդը հավասար է բաժանելիին):}$$

$$12 : \frac{1}{2} = 24 \text{ (քանորդը մեծ է բաժանելիից):}$$

Դիտողություն. Կանոնավոր կոտորտի վրա բաժանելիս քանորդն ավելի մեծ է լինում, իսկ ամբողջ թվի կամ անկանոն կոտորակի վրա բաժանելիս քանորդը փոքր է լինում բաժանելիից:

§ 5. Ամբողջ թվերի գումարման ու բազմապատկման օրենքները վերաբերում են նախև հոսորակային թվերին

Վանի վոր կոտորակների գումարումն ու բազմապատկումը հանդում է ամբողջ թվերի նույն գործողություններին, ուստի կարելի չե ամբողջ թվերի գումարման ու բազմապատկման օրենքները համարել ճիշտ նաև կոտորակային թվերի համար, վորը թվային օրինակներով:

§ 6. Կոտորակային թվերով հաշվելու մի ավելի բարդ օրինակ

Ռիմակ. Կատարել հետևյալ տառային արտահայտության հաշվումը:

$$H = \frac{6p}{abc}, p = 30\frac{2}{3}, a = 3\frac{6}{7}, b = 5\frac{4}{9}, c = \frac{86}{15}$$

Լուծում. Տառերը փոխարինենք իրենց թվային արժեքներով:

$$H = \frac{6 \cdot 30\frac{2}{3}}{3\frac{6}{7} \cdot 5\frac{4}{9} \cdot \frac{76}{10}}$$

Խառը թվերը փոխարինենք անկանոն կոտորակներով:

$$H = \frac{6 \cdot \frac{92}{3}}{\frac{27}{7} \cdot \frac{46}{9} \cdot \frac{76}{10}}$$

Անցնենք հաշվելուն:

Դրում ենք բաժանելին՝ $\frac{6 \cdot 92}{3}$, Այս կոտորակը, փոխանակելով բաժանելու մյուս բոլորի վրա, բազմապատկում ենք հակադարձ թվերով:

$$\frac{6 \cdot 92 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10}{3 \cdot 27 \cdot 49 \cdot 76}$$

Կատարում ենք կրճատում.

$$\frac{6 \cdot 92 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10}{3 \cdot 27 \cdot 49 \cdot 76} = \frac{46 \cdot 10}{3 \cdot 7 \cdot 19} = \frac{460}{399} = 1 \frac{61}{399}$$

Դիտողություն. Հաշվելիս միշտ պետք է բավականաչափ կոտորակի մեկ զծով համար, չուժեք և հայտարարում յեղած կոտորակային արտահայտությունները փոխարինել այնպիսի արտահայտություններով, վորոնց համարելը և հայտարարը միայն ամբողջ թվեր են:

XII. ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐ

§ 1. Տասնորդական կոտորակների կարգաթիվը ու գրելը

Թվերը կարգաթիվ և գրելու մեր սխառմը կոչվում է հաշվի տասնորդական սխառմ, վորովհետև այդ սխառմում բարձր կարգի յուրաքանչյուր միավոր պարունակում է հարևան ստորին կարգի 10 միավոր—հազարավորը 10 անգամ մեծ է հարյուրավորից, հարյուրավորը 10 անգամ մեծ է տասնավորից, տասնավորը 10 անգամ մեծ է միավորից, վորին անվանում ենք պարզ միավոր: Հաշվի միավորներ կազմելու այդ յեղանակը կարելի յե շարունակել նաև վորոշ կոտորակային թվերի վրա, վորոնք փոքր են միավորից—այսպես կոչված տասնորդական կոտորակների վրա:

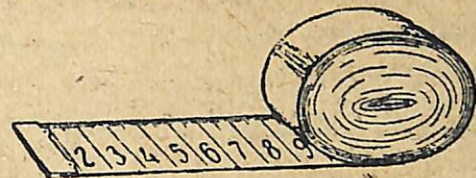
Սա հ մ ա ն ու մ. Տասնորդական է կոչվում այն կոտորակային թիվը, վորի հայտարարը 10 է, կամ 10 թվի ասեիճանգը:

Հետևյալ կոտորակային թվերը՝ $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{23}{100}$ տասնորդական կոտորակներ են:

Վերջիններս սանտիմետրների բաժանված մետր (նկ. 5): Մետրը ընդունենք իբրև միավոր:

Բաժանելով միավորը 10 մասի, ստանում ենք միավորի մի տասնորդական մասը՝ $\frac{1}{10}$: Մեկ տասնորդական մասը բաժանելով տաս մասի, ստանում ենք միավորի հարյուրերորդական մասը՝ $\frac{1}{100}$: Տեսնում ենք, վոր տասնորդական կոտորակները

նույնպես մտնում են թվարկության տասնորդական սխառմի մեջ: Այդ հանդամանքը մարդկանց բերեց այն մտքին, վոր



Նկ. 5

տասնորդական կոտորակները գրել կարելի յե նաև ստանց հայտարարի: Յուրաքանչյուր տասնորդական կոտորակի արժեքը և անվանումը վորոշվում է այն տեղով, վոր բռնում է համապատասխան թվանշանը:

Տասնորդական սխառմի հատկություններից բղխում է այն, վոր տասնորդական մասերը պետք է միավորի աջ կողքին լինեն, քանի վոր մի տասնորդական մասը 10 անգամ փոքր է միավորից: Մնում է միայն թվի ամբողջ մասն անջատել կոտորակայինից: Այդ արվում է ստորակետով:

Որինակի համար այդ յեղանակով գրենք մի կոտորակային թիվ, ասենք թե՛ չորս ամբողջ և ութ տասնորդական.

$$4 \frac{8}{10} = 4,8$$

Յեթե կամենանք տասնորդական սխառմով հարյուրերորդական մասեր գրել, ապա պետք է դա գրենք տասնորդական մասերի մոտ աջ կողմում: Այսպիսով, տասնորդական մասերը գրվում են ստորակետից դեպի աջ առաջին տեղում, իսկ հարյուրերորդական մասերը՝ ստորակետից դեպի աջ, յեղերորդ տեղում: Որինակ՝

$$4 \frac{83}{100} = 4,83$$

Նման ձևով շարունակվում է միավորի հազարերորդական, տասնհազարերորդական և ավելի մանր մասերի գրությունը:

Յեթե վորեի կարգում բացակայում են միավորները, նշանակում ենք զրո: Զերո յենք գրում նաև այն ժամանակ,

յերբ կանոնավոր կտորակ արտահայտելիս ամբողջ միավորներ չկան, որինակ՝ $\frac{8}{10}$ -ի փոխարեն գրում ենք 0,3:

Բերենք տասնորդական կտորակների գրության ժամանակ զերոյով ոգտվելու մի քանի որինակ.

$$\frac{1}{10}=0,1; \quad \frac{5}{10}=0,5; \quad \frac{1}{100}=0,01; \quad \frac{7}{100}=0,07; \quad \frac{28}{100}=0,28;$$

$$\frac{1}{1000}=0,001; \quad \frac{4}{1000}=0,004; \quad \frac{29}{1000}=0,029; \quad \frac{156}{1000}=0,156;$$

$$\frac{703}{1000}=0,703; \quad 205 \frac{403}{1000}=205,403$$

Տասնորդական կտորակների գրելու կանոնն հետևյալն է.

Ցանոցական կոտորակներ գրելիս ամբողջը ստորակետով անջատվում է կոտորակային մասից: Յեթե ամբողջ միավորներ չկան, գրանց փոխարեն գրվում է գերո: Ցանոցական մասերը գրվում են ստորակետից աջ՝ առաջին տեղում, հարյուրերորդական մասերը՝ յերկրորդ տեղում, հազարերորդականը՝ յերրորդ տեղում և այլն:

Յերբ կարողանում ենք տասնորդական կտորակներ գրել, կարող ենք նաև կարգալու Որինակ.

0,1—մեկ տասնորդական

0,01—մեկ հարյուրերորդական

0,001—մեկ հազարերորդական

0,2—յերկու տասնորդական

0,03—յերեք հարյուրերորդական

0,25—քսանհինգ հարյուրերորդական

0,007—յոթ հազարերորդական

0,023—քսանյերեք հազարերորդական

0,271—յերկու հարյուր յոթանասունմեկ հազարերորդական

52,325—հիսուն յերկու ամբողջ յերեք հարյուր քսանհինգ հազարերորդական:

Ցանոցական կոտորակները կարգալիս նախ կարգում են ստորակետից հետո գրված թիվն իբրեւ համարի: Հաջորդում կարգում են մեկ միավորն այնքան գերոներով, վորքան քվանդան կա ստորակետից հետո:

§ 2. Ցանոցական կոտորակները

Տասնորդական կտորակները հատկութունները և գրել-կարգալու յեղանակները նկատի ունենալով հաճախ հասարակ կտորակների հանդեպ առավելութունն և արվում տասնորդական կտորակներին: Որինակ, մետրական սխտեմի հաշվումներն անելիս տասնորդական կտորակները հեշտացնում են գրութունը փոխանակ գրելու 4 կգ 287 գ, գրում ենք 4,287 կգ:

Ուսումնասիրելով տասնորդական կտորակի մյուս դեպքերը ևս, կանխենք, վոր շատ հաճախ հասարակ կտորակի փոխարեն հարմար է գործածել տասնորդական կտորակները:

Սակայն լինում են և այնպիսի դեպքեր, յերբ ավելի հարմար է հասարակ կտորակները գործադրել: Հասարակ կտորակներն ունեն այնպիսի հատկութուն, վորը միայն սահմանափակ չափով է կիրառվում տասնորդական կտորակների մեջ— դա կտորակների կրճատումն է: Որինակ, 0,125 կտորակը հասարակ կտորակի ձևով գրելիս ստանում է շատ պարզ տեսք:

$$0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$$

Հարկ չիղած դեպքում տասնորդական կտորակը կարելի է դարձնել հասարակ կտորակ և ընդհակառակը:

§ 3. Ցանոցական կոտորակների մեծության բաղդասումը յեւ Ցանոցական կոտորակների արագութունը

1. Ճախարակող դազգյահի վրա աշխատելիս անհրաժեշտ յեղալ փոխել շախնցելի պտույտների թիվը և փոխել շարժման արագութունը: Փոխի արագութունը ցույց է տալիս, թե մեկ վայրկյանում փոխը քանի մետր է առաջ շարժվում հոլովակի վրա: Դիցուք, որինակի համար, ճախարակող դազգյահն ունի փոխի հետևյալ չորս արագութունները՝ 7,32 մ, 5,5 մ, 4,4 մ և 4,2 մ վայրկյանում: Բաղդատենք այս թվերը: Վեր արագութունը կլինի ամենամեծը և վերն ամենամիտքը: Այդ թվերը դասավորենք մեծութան նվազման կարգով:

$$7,32 > 5,5 > 4,4 > 4,2$$

7,32-ը մեծ է մյուս թվերից, վերոհիշյալ 7 միավորն ավելի մեծ է մյուս թվերի միայն 5 կամ չորս ամբողջ միավորներից: Նույն պատճառով 5,5-ն ավելի մեծ է 4,4-ից և 4,2-ից:

Նախորդ տողի վերջին յերկու թվերն ունեն միևնույն ամբողջ թվերը, բայց 4,4-ը մեծ է 4,2-ից, քանի վոր հավասար ամբողջների դեպքում առաջինի տասնորդական մասերն ավելի լին մյուսի տասնորդական մասերից:

Նման ձևով բաղդատում են տասնորդական այն կոտորակները, վորոնք ստորակետից հետո ավելի շատ նշաններ ունեն:

Այսպիսով, տասնորդական կոտորակներ պարունակող յերկու թվեր բաղդատելու համար պետք է նախ բաղդատել ամբողջ միավորները: Յերկու թվերից մեծը այն է, վորի ամբողջները շատ են մյուսից: Յեթե ամբողջները հավասար են, ապա պետք է բաղդատել տասնորդական մասերը, սրանցից վոր թվի տասնորդական մասերն ավելի լին, նշանակում է, այդ կոտորակն էլ ավելի մեծ է: Յեթե տասնորդական մասերն էլ նույնն են, պետք է բաղդատել հարյուրերորդական և ավելի մանր մասերը:

2. Բաղդատենք 0,2, 0,3 և 0,5-ը:

Այս կոտորակներում ամբողջ միավորներ չկան: Նշանակում է, դրանցից մեծը կլինի այն, վորի տասնորդական մասերն արտահայտող թիվը մեծ է մյուսների տասնորդական մասերի թվից:

Այդ կոտորակները դասավորենք մեծություն կարգով և գրենք:

$$0,5 > 0,3 > 0,2$$

3. Բաղդատենք 0,531, 0,582, 0,594 կոտորակները:

Տեսնում ենք, վոր այդ կոտորակներն ամբողջ միավորներ չունեն. տասնորդական մասերն էլ հավասար են: Կշանակի, զրանք տարբերվում են հարյուրերորդական մասերով: Ահներև է, վոր ամենամեծը կլինի այն կոտորակը, վորի հարյուրերորդական մասերի թիվը ամենամեծն է:

$$0,594 > 0,582 > 0,531$$

Տասնորդական կոտորակներով արտահայտված թվերը բաղդատելիս հաճախ տվյալ թվերը փոխարինում ենք զրանց համապատասխանող մոտավոր կամ կտրացրած թվերով:

Տասնորդական կոտորակները կտրացնելու համար ոգտագործում ենք այն յեղանակները, վորոնք ընդունել ենք ամբողջ թվերի կտրացման համար (գլ. III, § 16):

Տանք կտրացման մի քանի որինակներ:

Տված թիվը	մոտավոր թիվը
0,3758	0,38 կտրացված է հարյուրերորդ. մասերով,
0,3724	0,37 » » »
0,625	0,63 » » »
0, 35	0,64 » » »

§ 4. Տասնորդական կոտորակների քնն-հանուր հայտարարի բերելը յեվ տասնորդական կոտորակների կրճատումը

1. Հարկավոր է 300 մմ յերկարությունն արտահայտել կիլոմետրի մասերով:

Լ ու ծ ու մ. Հայտնի յի, վոր 1 կմ = 1000մ = (1000 . 1000) մմ = 1 000 000 մմ: Մասը գտնելու համար, վորը ներկա դեպքում 300 մմ է, յեթե — ամբողջն ընդունենք

1 000 000 մմ, հարկավոր է բաժանման դիմել:

Գրելով տասնորդական կոտորակի ձևով, կստանանք.

$$\frac{300}{1\,000\,000} = 0,000300$$

Յեթե մինչև տասնորդական կոտորակի ձևով գրելը, ոգտը վիելով կոտորակի գլխավոր համեմատյունից, կատարենք հասարակ կոտորակի կրճատում, կստանանք.

$$\frac{300}{1\,000\,000} = \frac{3}{10\,000} = 0,0003$$

0,000300 և 0,0003 կոտորակները հավասար են:

0,000300 = 0,0003. Յերկրորդ տասնորդական կոտորակն ավելի պարզ տեսք ունի:

2. Բաղդատենք 2,8 2,80 և 2,800 թվերը:

Այդ թվերի ամբողջ միավորները և տասնորդական մասերը նույնն են. ուրիշ մասեր էլ չունեն: Նշանակում է, այդ թվերը հավասար են:

$$2,8 = 2,80 = 2,800$$

Յեթե այդ տասնորդական կոտորակները պատկերացնենք իբրեւ հասարակ կոտորակներ, կտանանք.

$$2\frac{8}{10} = 2\frac{80}{100} = 2\frac{800}{1000}$$

Այդ կոտորակների համասարությունը հաստատվում է հասարակ կոտորակների գլխավոր հատկությունով:

Ստորակետից հետո տասնորդական կոտորակի վերջից զերտներ ավելացնելով, փոխում ենք կոտորակի միայն արտաքին տեսքը, բայց վրչ նրա մեծությունը: Ճիշտ է նաև հակառակը — ստորակետից հետո կոտորակի վերջին զերտները ջնջելով չենք փոխում կոտորակի մեծությունը:

Այդ բանի շնորհիվ կարելի յե տասնորդական կոտորակները բերել ընդհանուր հայտարարի:

3. Ընդհանուր հայտարարի բերենք՝ 0,25, 0, 1732 և 3,154 կոտորակները:

Լուծում.

$$0,25=0,2500, 0,1732=0,1732, 3,154=3,1540$$

Այստեղ բերված բոլոր թվերն էլ արտահայտեցինք տասնորդական կոտորակների մասերով:

I. Մի քանի ճասնորդական կոտորակներ ընդհանուր հայտարարի բերելու համար, պե՞տ է թված կոտորակների ստորակետից հետո յեղած թվանշանների քանակը հավասարեցնենք՝ վերջին զերտներ ավելացնելով:

Կոտորակի գլխավոր հատկությունը թույլ է տալիս նույնպես կրճատել այդ կոտորակները, յեթե նրանք վերջում զերտներ ունենա Դրանով չի փոխվում կոտորակի արժեքը:

0,8700 մ կոտորակին պարզ տեսք տանք,

$$0,8700 = \frac{8700}{10\ 000} = \frac{87}{1000} = 0,87 \text{ մ}$$

II. Յեթե ճասնորդական կոտորակի վերում զերտներ կան, կարելի յե այդ զերտները գե՛ն գցել: Դրանից չի փոխվի կոտորակի մեծությունը:

Այդ վերջին ձևափոխությունը կարելի յե անվանել կրճատում:

§ 5. Ճասնորդական կոտորակների գումարումը յեվ հանումը

1. Գումարենք հետևյալ թվերը. 3,75 + 4,8 + 4,125:

Այդ կարելի յե գրել յերկու յեղանակով.

$$\begin{array}{r} 3,750 \\ + 8,000 \\ \hline 4,125 \\ \hline 15,875 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,75 \\ + 8 \\ \hline 4,125 \\ \hline 15,875 \end{array}$$

Առաջին դեպքում բոլոր կոտորակները բերեցինք ընդհանուր հայտարարի՝ վերջից զերտներ ավելացնելով և տասնորդական կոտորակի մասերի վերածելով:

2. 4,875-ից հանենք 2,37264:

Լուծում.

$$\begin{array}{r} 4,87500 \\ - 2,37264 \\ \hline 2,50236 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4\ 875 \\ - 2,37264 \\ \hline 2,50236 \end{array}$$

Ճասնորդական կոտորակների գումարումը և հանումը կատարվում է այնպես, ինչպես ամբողջ թվերի գումարումը և հանումը:

Ճասնորդական կոտորակները գումարելու կամ հանելու համար հարկավոր է.

1) Թվերն իբարձակ գրել այնպես, վոր ամբողջները լինեն ամբողջների՝ թվեր, ճասնորդական մասերը ճասնորդականի՝ թվեր, հարյուրերորդականը՝ հարյուրերորդական մասերի՝ թվերի ալի:

2. Գումարումը յեվ հանումը կատարել այնպես, ինչպես վարվում ենք ամբողջ թվերի հետ:

3) Գործողությունը կատարելուց հետո ստորակետը պե՞տ է դնել հենց այնտեղ, վորտեղ գրված եր թված գումարելիների կամ նվազելիի ու հանելիի մեջ:

Դիտողություն. Կոտորակները գումարելիս և հանելիս պետք է հետևել վոր բոլոր ստորակետները իրար տակ լինեն:

Ուշադրություն դարձնենք հանման հետևյալ դեպքի վրա՝

$$3. 1 - 0,027564 = 0,972436$$

Այստեղ հանելիքի բոլոր կարգերի թվերը հանվում են 9-ից, բացի վերջինից, վորը հանվում է 10-ից:

4. Տասնորդական կոտորակները գումարելիս և հանելիս հաճախ հարկավոր է լինում գտնել մոտավոր գումարը և տարբերությունը:

Գտնենք հետևյալ թվերի գումարը և տարբերությունը մեկ հարյուրերորդական ճշտությամբ:

$$1) 8,5434 + 2,271 + 3,186 + 2,05, \quad 2) 12,3764 - 5,171$$

Լուծում. Համաձայն խնդրի պայմանի գումարը և տարբերությունը կլորացնենք հարյուրերորդական մասերով, բաց թողնելով դեպի աջ գտնվող մյուս կարգերը:

$$\begin{array}{r} 1) \quad 8,5434 \\ + \quad 2,271 \\ + \quad 3,186 \\ + \quad 2,05 \\ \hline 16,05 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2) \quad 12,3764 \\ - \quad 5,171 \\ \hline 7,21 \end{array}$$

Տասնորդական կոտորակների կլորացման կանոնները նույնն են, ինչ վոր ամբողջ թվերին:

Բազմապատկում 10-ով յեվ 18-ի առե-
նանքներով:

1. Յեթե բազմապատկենք 0,001, 0,001, 0,01, 1 թվերը կամ 0,00097, 0,0097, 0,097, 0,97, 9,7 և 97 թվերը, կտեսնենք, վոր յուրաքանչյուր հաջորդող թիվը մեծ է նախորդից 10 անգամ, կամ յուրաքանչյուր նախորդող թիվը 10 անգամ մեծացնելով կառացվի հաջորդող թիվը, և ընդհակառակը, հաջորդող թիվը 10-ի վրա բաժանելով, կստացվի նախորդող թիվը:

Ասածից յերևում է, վոր տասնորդական կոտորակը 10-ով բազմապատկելիս բավական է ստորակետը մի թվանշան աջ տանել:

$$\begin{array}{ll} 2. \quad 1) 84,72 \cdot 10 = 847,2 & 2) 0,0271 \cdot 10 = 0,271 \\ 3) 3,2 \cdot 10 = 32 & 4) 0,512 \cdot 10 = 5,12 \end{array}$$

Տասնորդական կոտորակը 10-ի վրա բաժանելու համար բավական է ստորակետը մի թվանշան ձախ տանել:

$$\begin{array}{ll} 3. \quad 1) 84,7 : 10 = 8,47 & 2) 3,45 : 10 = 0,345 \\ 3) 0,42 : 10 = 0,042 & 4) 0,056 : 10 = 0,0056 \end{array}$$

100-ով, 1000-ով և մեկով ու հաջորդող մի քանի զերոսներով կազմված ուրիշ թվերով բազմապատկելու կամ այդ թվերի վրա բաժանելու համար բավական է հաջորդաբար բազմապատկել 10-ով կամ հաջորդաբար բաժանել 10-ի վրա, որինակ.

$$\begin{array}{l} 4. \quad 4,273 \text{-ը բազմապատկել } 100\text{-ով:} \\ \text{Լուծում. } 4,273 \cdot 100 = 4,273 \cdot 10 \cdot 10 = 42,73 \cdot 10 = 427,3 \\ 5. \quad 35,68 \text{-ը բաժանել } 100\text{-ի վրա:} \\ \text{Լուծում. } 35,68 : 100 = 35,68 : 10 : 10 = 3,568 : 10 = 0,3568 \end{array}$$

I. Տասնորդական կոտորակները միավորով յեվ զերոսներով արտահայտված թվերով բազմապատկելու համար բավական է ստորակեսը դեպի աջ քանի ալնքան թվանշան, վորքան զերոսներ ունի բազմապատկիչը:

II. Տասնորդական կոտորակները միավորով յեվ զերոսներով արտահայտված թվերի վրա բաժանելու համար, բավական է ստորակեսը դեպի ձախ քանի ալնքան թվանշան, վորքան զերոսներ ունի բաժանարարը:

Գիտադուրյուն. Բազմապատկման և բաժանման ժամանակ ստորակետը տեղափոխելիս պակասող թվանշանների փոխարեն պետք է նշանակել զերոսներ:

Բերենք որինակներ.

$$6. \quad 37,2 \cdot 1000 = 37200$$

Այստեղ ստորակետը պետք է յերեք թվանշան դեպի աջ տանել: Պակասում է յերկու թվանշան, վորոնց տեղը զերոսներ ենք դնում:

$$7. \quad 0,25 : 100 = 0,0025$$

Այստեղ ստորակետը տանում ենք յերկու թվանշան դեպի ձախ: Պակասում է յերկու թվանշան: Դրանց տեղը զերոսներ ենք դնում:

Գիտադուրյուն. Ստորակետը դեպի աջ տանելով տասնորդական կոտորակը մեծացնում ենք 10, 100, 1000 անգամ և այլն, իսկ դեպի ձախ տանելով տասնորդական կոտորակը փոքրացնում ենք 10, 100, 1000 անգամ, նախած թե քանի թվանշան է տեղափոխած ստորակետը:

$$1) 0,723 \cdot 100 = \frac{723}{1000} \cdot 100 = \frac{723 \cdot 100}{1000} = \frac{723}{10} = 72,3$$

$$2) 412,73 : 100 = \frac{41273}{100} : 100 = \frac{41273}{100 \cdot 100} = \frac{41273}{10000} = 4,1273$$

Տասնորդական կոտորակի բազմապատկումն ամբողջով:

Տասնորդական կոտորակի բազմապատկումն ամբողջ թվով հանգում է թվի իմաստավոր մասի բազմապատկմանն ամբողջ թվով:

$$8. \text{ Բազմապատկել } 4,18 \cdot 7:$$

Գտնենք արտադրյալը:

$$418 \cdot 7 = 2926$$

Ստացված արտադրյալը տարրերովում է ժողոնների արտադրյալից, քանի ժող 4,18-ը դարձնելով 418, բազմապատկելին 4,18-ը մեծացրինք 100 անգամ: Արտադրյալը նույնպես մեծացավ 100 անգամ: Ուստի ժողոնների արտադրյալը գտնելու համար պետք է 2926-ը փոքրացնենք 100 անգամ և կստանանք՝ $4,18 \cdot 7 = 29,26$:

Տասնորդական կոտորակն ամբողջով բազմապատկելու համար, պեճ է բազմապատկել թված թվերը, ուսագրություն չգործնելով ստորակեճի վրա. ստացված արտադրյալում ստորակեճն աջից հաճված նշանակել այնքան թվանշաններից հետո, զորքան թվանշան կար կոտորակի մասագրիում ստորակեճից հետո:

4,18 · 7-ի արտադրյալը կարելի չէ գտնել և ուրիշ յեղանակներով:

1) 4,18-ը բազմապատկենք իբրև հասարակ կոտորակ:

$$4,18 \cdot 7 = \frac{418}{100} \cdot 7 = \frac{418 \cdot 7}{100} = \frac{2926}{100} = 29,26$$

2) Բազմապատկումը փոխարինենք գումարումով:

$$4,18 \cdot 7 = 4,18 + 4,18 + 4,18 + 4,18 + 4,18 + 4,18 + 4,18 = 29,26$$

Բազմապատկելի մեջ կար յերկու տասնորդական նշան, իսկ բազմապատկիչի մեջ՝ մեկ մի տասնորդական նշան, արտադրյալումն էլ յերկու տասնորդական նշան ստացվեց:

$$9. 3,2 \cdot 7 = 3 \frac{2}{10} \cdot 7 = \frac{32 \cdot 7}{10} = \frac{224}{10} = 22,4$$

Այստեղ բազմապատկելի մեջ կա մեկ տասնորդական նշան, բազմապատկիչն՝ ամբողջ թիվ և, արտադրյալումն էլ՝ մեկ տասնորդական նշան ունի:

Բերենք տասնորդական կոտորակը և ամբողջ ունեցող տասնորդական կոտորակն ամբողջով բազմապատկելու մի քանի որինակներ:

$$10. 0,283 \cdot 25 = 7,075$$

$$11. 0,00538 \cdot 4307 = 23,17166$$

$$12. 0,02854 \cdot 3 = 0,08562$$

$$13. 14,805 \cdot 359 = 5314,995$$

Բազմապատկում գերոներով վերջացող ամբողջ թվերով:

14. Գտնենք 2,875-ի և 500-ի արտադրյալը:

$$2,875 \cdot 500 = 2,875 \cdot 5 \cdot 100 = 14,375 \cdot 100 = 1437,5$$

Տասնորդական կոտորակը գերոներով վերջացող թվով բազմապատկելու համար, պեճ է բազմապատկելին բազմապատկել բազմապատկիչի իմաստավոր մասով, յեվ հետ արգյունում ստորակեճը տեղափոխել դեպի աջ այնքան թվանշան, զորքան գերո կար բազմապատկիչի վերջում:

Տասնորդական կոտորակի բազմապատկումը տասնորդական կոտորակով:

15. Գտնենք 6,19-ի և 2,5-ի արտադրյալը:

Լուծենք դա յերկու յեղանակով:

1) Յերկու թվերն էլ դարձնենք հասարակ կոտորակներ:

$$6,19 \cdot 2,5 = \frac{619}{100} \cdot \frac{25}{10} = \frac{619 \cdot 25}{1000} = \frac{15475}{1000} = 15,475$$

2) Գտնենք 6,19-ի և 2,5-ի արտադրյալը ուրիշ յեղանակով. առաջին արտադրիչը մեծացնենք 100 անգամ, իսկ յերկուրորդ արտադրիչը՝ 10 անգամ, արտադրյալը կլինի $619 \cdot 25 = 15475$: Այդ արտադրյալը իսկականից մեծ է 1000 անգամ: Հետևապես ժողոնների արտադրյալը գտնելու համար պետք է այդ թիվը փոքրացնել 1000 անգամ:

$$6,19 \cdot 2,5 = \frac{619 \cdot 25}{1000} = 15,475$$

Հաշվելով արտադրիչների և արտադրյալի թվանշանները՝ թիվը ստորակետից դեպի աջ կարող ենք ընդունել տասնորդական կոտորակների բազմապատկման այսպիսի կանոն.

Տասնորդական կոտորակը տասնորդական կոտորակով բազմապատկելու համար, պետք է սկսած թվերը բազմապատկենք իրենով ամբողջներ, բաց թողնելով ստորակետները յեվ սացված արտադրյալում աջից դեպի ձախ անջատենք այնքան թվանշան, վորքան թվանշան կա յերկու արտադրիչների ստորակետներից ետև, միասին վերցրած:

Դիտողություն. Ստորակետը տեղափոխելիս պակասող թվանշաններն անոր զրոյում են դերոներ:

16. Արիմակ. Բազմապատկենք 0,72-ը 0,003-ով:

Լուծում. $0,72 \cdot 0,003 = 0,00216$, վորտեղ $72 \cdot 3 = 216$:

Դիտողություն. Տասնորդական կոտորակները բազմապատկելիս դործողությունը կատարվում է արտադրիչների իմաստավոր մասերով:

§ 7. Տասնորդական կոտորակների բաժանումը

Տասնորդական կոտորակի բաժանումը ամբողջ թվի վրա. 1. Բաժանել՝ $164,32 : 52$:

Լուծում. Տասնորդական կոտորակի բաժանումն ամբողջ թվի վրա սկսվում է այնպես, ինչպես ամբողջ թվերի բաժանումը: Մեր բերած որինակում հարկավոր է $164,32$ -ը բաժանել 52 -ի վրա: Ստանում ենք.

$$164,32 : 52 = 3,16$$

Լուծումը գրվում է այսպես.

$$\begin{array}{r} 164,32 \quad | 52 \\ - 156 \quad \quad 3,16 \\ \hline 83 \\ - 52 \\ \hline 312 \\ - 312 \\ \hline \end{array}$$

Հաճախ պատահում է, վոր հասնելով բաժանելի վերջին կարգին, մնացորդ էլ է ստացվում: Կարելի չէ այդ մնացորդը

մանրացնել հարեան ցածր կարգի մասերի մեծություններ և շարունակել բաժանումը:

$$2. 63,189 : 18$$

$$\begin{array}{r} 63,189 \quad | 18 \\ - 91 \quad \quad 3,5105 \\ \hline 18 \\ - 90 \\ \hline \end{array}$$

Տասնորդական կոտորակն ամբողջ թվի վրա բաժանելու համար նախ պետք է բաժանել ամբողջները, բանորդում ստորակետ դնելով. իսկ մնացորդը զարձնելով՝ տասնորդական մասեր, միացնել ունեցած տասնորդական մասերին յեվ շարունակել կոտորակային մասի բաժանումը:

Դիտողություն. Յեթե բաժանելիս ստորակետից հետո ստացվող թվանշանները թիվն ավելի չեն, քան հարկավոր է խնդրի լուծման համար, այդ դեպքում քանորդը կլորացնում են ախ կարգի սխալորեներով, վոր անհրաժեշտ է:

Այսպես, 2-րդ որինակում կարող էլինք բավականանալ $3,51$ քանորդով, յեթե պատասխանում հարկավոր լիներ միայն հարյուրերորդական մասերով թիվ ունենալ:

Այնպես, տասնորդական կոտորակի վրա բաժանելուն հաճախում տասնորդական կոտորակի վրա.

3. Բաժանել՝

$$1) 1,61 : 0,5 \quad 2) 0,1808 : 0,452$$

Լուծում. 1) Բաժանելին և բաժանարարը մեծացնենք այնքան անգամ, վոր բաժանարարն ամբողջ թիվ դառնա: Տրվյալ դեպքում յերկու թիվն էլ պետք է բազմապատկել 10 -ով: Դրանից քանորդը չի փոխվի.

$$1,61 : 0,5 = 16,1 : 5$$

Վերջնական լուծման համար մնում է բաժանում կատարել ամբողջ թվի վրա.

$$16,1 : 5 = 3,22$$

Նման ձևով բաժանում կատարում ենք նաև այն դեպքերում, յերբ բաժանարարի կոտորակային մասը ստորակետից հետո մի քանի տասնորդական նշաններ է պարունակում:

$$2) 0,1808 : 0,452 = 180,8 : 452 = 0,4$$

Այս դեպքում—վորպեայի բաժանարարն ամբողջ թիվ դառնա, իսկ քանորդը անփոփոխ մնա, կարելի զգացվի թե բաժանելին և թե բաժանարարը մեծացնել 1 00 անգամ:

Տասնորդական կոտորակի վրա բաժանելիս հարկավոր է բաժանելին յեվ բաժանարարը նախապես մեծացնել այնքան անգամ, վոր բաժանարարն ամբողջ թիվ դառնա: Դրա համար պետք է բաժանելի յեվ բաժանարարի ստորակեսները տեղափոխել դեպի աջ այնքան կարգ, վորքան բաժանարարի կարգերն են ստորակեսից հետո: Դրանից բանորդը յի փոխվի:

Այսպիսով, յեթե դործ ունենք տասնորդական կոտորակների հետ, կարելի չե այդ կոտորակների բաժանումը պարզեցնել և տասնորդական կոտորակների բաժանումը դարձնել բաժանում ամբողջ թվի վրա:

Հարկավոր է ուշադրություն դարձնել տասնորդական կոտորակների բաժանման մի քանի գեղեքերի վրա:

4. Գտնենք $400,4 : 728$ քանորդը:

Լուծում. $400,4 : 0,728 = 4004 : 728 = 550$

Դիտողություն. Այս դեպքերում, յերբ բաժանելիի մեջ ստորակետից հետո յեղած թվանշաններն ավելի քիչ են, քան բաժանարարում, հարկավոր է բաժանելիի վերջից զրոներ ավելացնել:

5. 1) $9 : 0,75 = 900 : 75 = 12$. 2) $9,9 : 2,25 = 990 : 225 = 4,4$

6. Բաժանել՝ $74,75 : 3,25$

Լուծում. $74,75 : 3,25 = 7475 : 325 = 23$

Դիտողություն. Յերբ բաժանելին ու բաժանարարը ստորակետից համասար թվով նշաններ ունեն, ապա ստորակետը բաց ենք թողնում և բաժանումը դառնում է ամբողջ թվերի բաժանում:

Այժմ ցույց տանք, թե ինչպես պետք է տասնորդական կոտորակներով հաշվումներ անել այն դեպքերում, յերբ անհրաժեշտ է միաժամանակ մի քանի բաղմադատկումներ ու բաժանումներ կատարել:

7. Հաշվենք հետևյալ արտահայտությունը $\frac{4,5 \cdot 0,18 \cdot 0,005 \cdot 40}{0,012 \cdot 22,5}$

Տասնորդական կոտորակները կարելի չե փոխարինել ամբողջ թվերով՝ համարելը և հայտարարը մեծացնելով նույնքան անգամ:

Լուծումը կարելի չե այսպես գրել.

$$\frac{4,5 \cdot 0,18 \cdot 0,005 \cdot 40}{0,012 \cdot 22,5} = \frac{45 \cdot 18 \cdot 5 \cdot 40 \cdot 1000 \cdot 10}{10 \cdot 100 \cdot 1000 \cdot 12 \cdot 225} =$$

$$= \frac{45 \cdot 18 \cdot 5 \cdot 40 \cdot 10000}{12 \cdot 225 \cdot 1000000} = \frac{6}{10} = 0,6$$

XIII. ՄԻԱՏԵՂ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՀԱՍԱՐԱԿ ՅԵՎ ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐՈՎ

§ 1. Տասնորդական կոտորակը հասարակ կոտորակ դարձնելը

Արդեն ասել ենք, վոր ամեն մի տասնորդական կոտորակ կարելի չե դիտել և իբրև տասնորդական և իբրև հասարակ կոտորակ $0,07$ -ը տասնորդական է, $\frac{7}{100}$ -ը՝ հասարակ:

Տարբերությունը միայն այդ կոտորակների գրությամբ ձևվն է. Ուստի ամեն մի տասնորդական կոտորակ կարող ենք հասարակ կոտորակով փոխարինել: Ստացված հասարակ կոտորակը պետք է կրճատել, յեթե այդ հնարավոր է, որինակ՝

$$0,24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

§ 2. Հատարակ կոտորակը տասնորդական դարձնելը

1. Այն հասարակ կոտորակները, վորոնց հայտարարները կազմված են մեկ միավորից և դրան հաջորդող զերոներից, ուղղակի գրվում են ինչպես տասնորդական

կոտորակներ:

Որինակ՝

$$\frac{97}{100} = 0,97$$

$$\frac{48}{10000} = 0,0048$$

Հասարակ կոտորակներն ընդհանրապես, յերբ հայտարարը մեկ միավորից ու հաջորդող զերոներից չի կազմված, այլ վորևե ուրիշ թիվ է, տասնորդական կոտորակի ձևով արտահայտելու համար պետք է բաժանում կատարել:

2. $\frac{5}{8}$ -ը դարձնել տասնորդական կոտորակ:

Մենք գիտենք, վոր ամեն մի հասարակ կոտորակ կարող է դիտվել իբրև քանորդ, առաջացած կոտորակի համարիչը հայ-

տարարի վրա բաժանելուց. $\frac{5}{8}$ -ը կարելի չե համարել 5-ը 8-ի վրա բաժանելու արդյունք:

5-ը 8-ի վրա բաժանելով կստանանք՝

$$5 : 8 = 0,625$$

Հասարակ կոտորակը ասանորդական դարձնելու համար պետք է նրա համարիչը բաժանել հայտարարի վրա, համաձայն ասանորդական կոտորակների բաժանման կանոնի:

§ 3. Անվերջ ասանորդական կոտորակների մասին

Կոտորակի համարիչը չուր հայտարարի վրա բաժանելիս միշտ չի տալիս վերջնական արդյունք:

1. $\frac{2}{11}$ -ը դարձնենք տասնորդական կոտորակ՝ դրա համար 2-ը բաժանենք 11-ի վրա:

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 11} \\ -0 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 0,1808... \\ -11 \\ \hline 90 \\ -88 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 11 \\ -11 \\ \hline 90 \\ -88 \\ \hline 2 \end{array}$$

Ակաժ յերրորդ մնացորդից՝ կրկնվում են մնացորդները, ուստի սկսած հաջաբերորդական մասերից քանորդում նույնպես ստացանք կրկնվող թվանշանները: Այսպիսի բաժանման արդյունքը կոչվում է անվերջ ասանորդական կոտորակ՝ $\frac{2}{11} = 0,1808...$

Այդ նշանակում է, չկա ճշգրիտ տասնորդական կոտորակ, վոր հավասար լինի $\frac{2}{11}$ հասարակ կոտորակին: Սովորաբար այդպիսի քանորդի վորես կարգի միավորները կլորացնում են և ստանում կոտորակ այդ կարգի միավորի ճշտությամբ:

Այսպես, որինակ, ասում են, վոր $\frac{2}{11} \approx 0,18$ մեկ հարյուրերորդականի ճշտությամբ: ($\approx$ նշանը արտահայտում է մոտավոր հավասարություն):

$\frac{2}{11} \approx 0,182$ մեկ հազարերորդականի ճշտությամբ:

$\frac{2}{11} \approx 0,1818$ մեկ աստիազարերորդականի ճշտությամբ և այլն:

Բաժանման ժամանակ տված ճշտությունը դորձադրելով՝ մտցնում ենք վորոշ սրբղություն:

2. $93 : 11$ մեկ տասնորդականի ճշտությամբ: Վերջան և քանորդը:

Լուծում.

$$\begin{array}{r} 93 \overline{) 11} \\ -88 \\ \hline 8,45... \\ -50 \\ \hline 44 \\ -44 \\ \hline 60 \\ -55 \\ \hline 50 \end{array}$$

Քանորդում ստորակետից հետո առաջին թվանշանը 4-ն է: Յեթե շարունակենք բաժանումը, քանորդի հետևյալ թվանշանները կլինեն 545: Այդ ցույց է տալիս, վոր ավելի ճիշտ կլինի 4 տասնորդականի փոխարեն վերցնել 5 տասնորդական:

Դիտողություն. Կարելի չկա քանորդի հետևյալ թվանշանը հաշվելու. բավական է մնացորդը համեմատել բաժանարարի հետ, յեթե դա բաժանարարի կեսից ավելի լինի, ապա քանորդի հետևյալ թիվը 5-ից մեծ կլինի:

Մոտավոր բանորդի վերջին թվանշանը ստանալու համար պետք է մնացորդը համեմատել բաժանարարի վրա, յեթե մնացորդը հավասար է կամ մեծ է բաժանարարի կեսից, ապա հարկավոր է մեկ միավորով մեծացնել բանորդի վերջին թվանշանը, իսկ յեթե պակաս է բաժանարարի կեսից, ապա պետք է մնացորդը մի կողմ թողնել, առանց փոփոխելու բանորդը:

3. Ամերիկական դադգյահները հաբմարեցված են անգլիական չափերի սխառմին, վորտեղ փոքր յերկարությունները չափվում են դյույմով (1 դյույմը = 25,4 մմ):

Պետք է մետրական չափերի վերածել $\frac{5}{64}$ դյույմը:

Նույն յերկարությունը միլիմետրով կլինի՝

$$25,4 \cdot \frac{5}{64} = \frac{25,4 \cdot 5}{64} = \frac{127}{64} \text{ մմ}$$

$\frac{127}{64}$ դարձնելով տասնորդական կոտորակ, կստանանք

1,984 375 մմ:

Դադգյահի աշխատանքը թույլ է տալիս ճշտությունը հասցնել միայն մինչև միլիմետրի հարյուրերորդական մասերը: 127-ը բաժանելով 64-ի վրա, պետք է կանգ առնենք, յերբ քանորդում հարյուրերորդական մասեր ստացվեն, և լնդրի պատասխանը 1,98 մմ լինի:

Ինչպես այս որինակից յերևում է, կոտորակի տասնորդական նիշերի թիվը սահմանվում է տեխնիկական պայմաններով: Նույնիսկ այն ժամանակ, յերբ հասարակ կոտորակը վերջնական տասնորդական է դառնում, պետք է տասնորդական նիշերի թիվը սահմանափակել, համաձայն խնդրի պայմանների:

Հարկավոր է ուշադրություն դարձնել բաժանման այն առանձնահատկության վրա, վերով քանորդում անվերջ կոտորակներ են ստացվում: Անվերջ բաժանումից միշտ առաջանում են կրկնվող մնացորդներ:

Իրոք, անվերջ բաժանման ժամանակ միշտ ել չի կարող տարբեր մնացորդներ ստացվել, քանի վոր լուրաքանչյուր նոր մնացորդ պետք է պակաս լինի բաժանարարից, իսկ այդպիսի մնացորդների թիվը սահմանափակ է:

Վերևում բերված որինակներից մեկն է $2:11=0,1818\dots$ Քանի վոր այստեղ բաժանարարը 11 է, ուստի մնացորդ կարող է լինել 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10—ընդամենը տասը տարբեր մնացորդներ:

Անվերջ բաժանման ժամանակ այդ մնացորդները հանդես գալով, անշուշտ, վորևե տեղում կսկսվի սրանցից մեկն ու մեկը կրկնվել և այնուհետև նրան կհաջորդեն մյուս բոլոր մնացորդները նույն կարգով:

Մեր որինակում կրկնությունը սկսվում է 2 մնացորդից: Մնացորդի կրկնությունն անդրադառնում է քանորդի վրա—այստեղ ել ստանում ենք նույն թվանշանները, վոր առաջ ունեյինք, և նույն հաջորդականությունը: Յեթե մնացորդները մի քանի անգամ են կրկնվում, այդքան անգամ ել պարբերաբար կրկնվում են քանորդի թվանշանները: Անվերջ բաժանման ժամանակ քանորդի կրկնվող թվանշանների խումբը կոչվում է պարբերություն, իսկ այն անվերջ տասնորդական կոտորակը, վոր ստացվում է քանորդում այդ ժամանակ, կոչվում է պարբերական կոտորակ:

$\frac{2}{11}=0,18\dots$ քանորդում ստանում ենք պարբերական կոտորակ, վորտեղ «18»-ը պարբերությունն է, կազմված յերկու թվանշանից:

Ս ա հ մ ա ճ ու մ. Յեթե անվերջ բաժանողական կոտորակում, սկսելով բաժանողական զուեվե նշանից, մի քանի քվանտոնների խումբը նույն կարգով կրկնվում է անսահմանափակ անգամ, այդպիսի բաժանողական կոտորակը կոչվում է պարբերական կոտորակ:

Պարբերական կոտորակը նշանակվում է բաղմակետով, վորը գրվում է պարբերությունից հետո:

Որինակ, $1) \frac{2}{11}=0,1818\dots$ արտահայտության մեջ տարբերությունը 1 և 8 թվանշաններն են (18 թիվը):

$$2) \frac{5}{12}=0,41666\dots$$

$\frac{5}{12}$ -ը տասնորդական դարձնելիս ձևափոխվում է իրեն պարբերական կոտորակ: Պարբերությունը 6 թիվն է:

Վերադառնալով պարզենք, թե վոր հասարակ կոտորակներն են դառնում վերջավոր տասնորդական և վորոնք անվերջ, քննարկենք հասարակը տասնորդական դարձնելու մի յեղանակ ևս: Այդ այն յեղանակն է, վորի համաձայն պետք է լրացուցիչ բաղմատադիչներ վորոնել կոտորակի թե համարիչի և թե հայտարարի համար՝ կոտորակի հայտարարը վերածելով միավորի ու հաջորդող զերոներից կազմված թվի:

Այդ յեղանակը կիրառվում է միայն չկրճատվող կոտորակների նկատմամբ, այսինքն այն կոտորակներին, վորոնց բոլոր կրճատումներն արված են, և համարիչն ու հայտարարը փոխադարձ պարզ թվեր են:

4. Հետևյալ հասարակ կոտորակները դարձնել տասնորդական կոտորակներ.

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{8}{250}, \frac{7}{500}, \frac{11}{40}$$

Լ ո թ ու մ.

$$\frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{5}{10} \quad \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{2}{10}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{25 \cdot 1}{25 \cdot 4} = \frac{25}{100} \quad \frac{1}{25} = \frac{4 \cdot 1}{4 \cdot 25} = \frac{4}{1000}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{125 \cdot 1}{125 \cdot 8} = \frac{125}{1000} \quad \frac{1}{125} = \frac{8 \cdot 1}{8 \cdot 125} = \frac{8}{10000}$$

Լման ձևով դասում են նաև $\frac{3}{250}$ -ի, $\frac{7}{500}$ -ի, $\frac{11}{40}$ -ի և այլու-
ցիլ թաղմապատկիչները:

Յուրյ տված յեղանակով հասարակ կոտորակը տասնորդա-
կան դարձնում ենք միայն այն ժամանակ, յերբ հասարակ կո-
տորակի հայտարար հանգիստանում է 2 և 5 կամավոր աստի-
ճանների արտադրյալը:

Այլ դեպքերում այդ անդործագրելի է: Այդ ցույց տանք
մի որինակով:

5. Տասնորդական կոտորակ դարձնենք $\frac{2}{3}$ -ը և $\frac{5}{12}$ -ը:

Լուծում. 1) $\frac{2}{3} = 0,666...$, 2) $\frac{5}{12} = 0,41666...$

Այդ որինակներում քանորդը պարբերական կոտորակի
տեսք ունի:

Հեշտ կարելի է հասկանալ, թե ինչու յուրաքանչյուր հա-
սարակ կոտորակ չի կարելի ճիշտ տասնորդական կոտորակի վե-
րածել: Յեթե չկրճատվող կոտորակի հայտարարը, բացի 2-ից և
5-ից, ուրիշ պարզ արտադրիչներ ունի, ապա այդպիսի կո-
տորակից չի կարելի 10, 100, 1000 հայտարար ունեցող կոտո-
րակ ստանալ:

$\frac{2}{3}$ -ը և $\frac{5}{12}$ -ը չի կարելի ճշգրիտ տասնորդական կոտորակի
լերածել: Չենք կարող այնպիսի ամբողջ թիվ գտնել, վոր յեթե
3-ով բազմապատկելու լինենք, ստանանք 10, 100, 1000 և այլն:
Նույն բանը տեսնում ենք $\frac{5}{12}$ կոտորակում:

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{125}{100 \cdot 3}$$

Այստեղ անկարող ենք 3-ի համար հարկավոր բազմապատ-
կիչը գտնել:

I. Յեթե չկրճատվող կոտորակի հայտարարը պարզ բազմա-
պատկիչների վերլուծելիս ալիս է միայն 2 յեվ 5 արտադրյալներ,
ապա այդպիսի կոտորակը կարող է գաղճալ վերջավոր ասանո-
րական կոտորակ:

II. Յեթե չկրճատվող կոտորակի հայտարարը պարզ բազմա-
պատկիչների վերլուծելիս ալիս է այնպիսի արտադրյալ, վոր-
չուհի յերկուսներ յեվ երեքեր կամ այնպիսի արտադրյալ, վոր-
չուհի յերկուսներ յեվ 5-ից յեվ 5-ից, մեկում էն նախ և ուրիշ բազմապատ-
կիչներ, ապա այդպիսի կոտորակը չի կարելի վերջավոր ասա-
նորդական կոտորակ դարձնել:

§ 2. Միասնական
կոտորակների
համեմատումը

Այն հաշվումները, վորոնք կատարելիս
միաժամանակ ոգտվում են հասարակ և
տասնորդական կոտորակներից, առանձնա-
պես դործագրվում են բարդ հաշիվների
մեջ: Այդ դեպքում բոլոր տասնորդական
կոտորակները պետք է հասարակ կոտորակներ դարձնել և դրան-
ցով կատարել հաշվումները: Ուրիշ կերպ ել կարելի է անել,
բոլոր հասարակ կոտորակները դարձնել տասնորդական և դործ
ունենալ միայն տասնորդական կոտորակների հետ:

Սակայն դործնականում այդպիսի պարզեցումները միշտ
ձեռնուռ չեն, յերբեմն ավելի լավ է հասարակ և տասնորդական
կոտորակները թողնել նույնությամբ անփոփոխ:

Օրինակներ 1) $0,0(2)$ -ը բազմապատկենք $\frac{4}{7}$ -ով:

$$0,0028 \cdot \frac{4}{7} = \frac{0,0028 \cdot 4}{7} = 0,0004 \cdot 4 = 0,0016$$

Լուծելիս թողեցինք հասարակ կոտորակը: Յեթե $\frac{4}{7}$ -ը ցան-
կանայինք տասնորդական կոտորակ դարձնել, կառաջանային
մոտավոր թվեր:

2) Գտնենք $\frac{11}{15} : 2,64$ քանորդը:

Լուծում. $2,64$ -ի վրա բաժանենք համաձայն ամբողջ
թվի վրա բաժանելու կանոնի:

$$\frac{11}{15} : 2,64 = \frac{11}{15 \cdot 2,64} = \frac{11 \cdot 100}{15 \cdot 264} = \frac{100}{15 \cdot 24} = \frac{100}{360} = \frac{5}{18}$$

3) $0,753$ -ը բազմապատկել $\frac{13}{251}$ -ով:

Բազմապատկում ենք ամբողջ թիվը կոտորակով բազմա-
պատկելու կանոնով:

$$0,753 \cdot \frac{12}{251} = \frac{0,753 \cdot 12}{251} = \frac{753 \cdot 12}{1000 \cdot 251} = \frac{8 \cdot 12}{1000} = \frac{86}{1000} = 0,036$$

Այստեղ բազմապատկելիս և բաժանելիս տասնորդական կոտորակի հետ վարվում ենք այնպես, ինչպես ամբողջ թվի հետ:

Տասնորդական կոտորակն հասարակ դարձնելն այն ժամանակ է ձեռնառու, յերբ հասարակ ու տասնորդական կոտորակները բազմապատկում կամ բաժանում ենք միասեղ:

Հասարակ և տասնորդական կոտորակի միասեղ դումարման, ինչպես և հանման դեպքերում միայն փոքր տասնորդական կոտորակներն ենք դարձնում հասարակ կոտորակներ, իսկ ավելի բարդ դեպքերում ձեռնառու յե հասարակ կոտորակը դարձնել տասնորդական.

$$4) \frac{2}{7} + 0,3 - \frac{1}{4} = \frac{2}{7} + \frac{3}{10} - \frac{1}{4} = \frac{40 + 42 - 35}{140} = \frac{47}{140}$$

$$5) \text{ Հաշվել } \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{5} \cdot 0,18 : 0,125$$

Լուծում.

$$\frac{7}{12} \cdot \frac{3}{5} \cdot 0,48 : 0,125 = \frac{7 \cdot 3 \cdot 48 \cdot 1000}{12 \cdot 5 \cdot 125 \cdot 100} = \frac{7 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 10}{5 \cdot 125}$$

Լուծումը հեշտացնելու համար կարելի յե համարելը և հայտարարը բազմապատկել 2-ով և 8-ով, վերջից 2 և 5 բազմապատկիչները բազմապատկելիս հայտարարում ստանում ենք 10, իսկ 8-ը 125-ով բազմապատկելիս հայտարարում ստանում ենք 1000:

$$\frac{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 10}{5 \cdot 2 \cdot 125 \cdot 8} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 10}{10 \cdot 1000}$$

Ստացանք ավելի հարմար արտահայտություն, վորը կրճատուից հետո տալիս է այսպիսի արդյունք.

$$\frac{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 4}{1000} = \frac{1344}{1000} = 1,344$$

Դիտարկելով. Յեթն ստացված կոտորակի հայտարարում պատահեց 5, 25, 125 բազմապատկիչներ, ապա այդ կոտորակի է համարելը և հայտարարը պետք է համապատասխանաբար բազմապատկել 2-ով, 4-ով, 8-ով:

$$6) \frac{11}{13} + 8,823 + \frac{1}{50} \approx 0,846 + 8,823 + 0,020 \approx 9,689$$

Դիտարկելով. Յեթն հաշվումների ժամանակ հանդիպում են և հասարակ և տասնորդական կոտորակներ, ապա հասարակ կոտորակը տասնորդականի վերածելիս և կոտորակիս պետք է այնքան տասնորդական նշաններ անջատել, վորքան թվանշաններ ունեն ավյալ տասնորդական կոտորակները:

Դիտարկելով. Մտադիր թվերի դումարման և հանման դեպքերում բոլոր դումարելիները, նվազելին ու հանելին ստորակետից հետո պետք է նույնչափ թվանշաններ ունենան:

Դիտարկելով. Մտադիր թվերի բազմապատկման և բաժանման ժամանակ բոլոր արտադրիչները, արտադրյալը. բաժանելին, բաժանարարը և քանորդը պետք է նույնչափ թվանշաններ ունենան իմաստավոր մասով:

$$7) \frac{8}{7} \cdot 0,51 \approx 0,43 \cdot 0,51 \approx 0,22$$

$$8) \frac{111}{115} \cdot 0,376 \approx 0,965 \cdot 0,376 \approx 0,363$$

$$9) 5,73 : 28,1 \approx 57,3 : 281 \approx 0,204$$

XIV. ՀԱՐԱԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՅԵՎ ՀԱՄԵՄԱՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§ 1. Թվերի բազմապատկման յերկու յեղանակ

Թվերի բազմապատկման յերկու յեղանակ դույություն ունի:

Ուրիցակ. Շինարարությունն աղյուսի գործարանին վճարեց յերկու անգամ ստացված աղյուսի համար 4800 ու և 1200 ու Բազմապատկեց այդ թվերը:

Լուծում. Կարելի յե տալ յերկու պատասխան. 1) Կարելի յե ասել, վոր առաջին անգամ ստացված աղյուսի համար վճարեցին 3600 ուսըլի ավելի, քան յերկրորդ անգամ ստացածի համար:

2) Կարելի յե ասել նաև, վոր առաջին անգամ ստացված աղյուսի համար վճարեցին 4 անգամ ավելի, քան յերկրորդ անգամ ստացածի համար:

Յերկու դեպքում ել ունենք յերկու համասեռ մեծություններ յարաբերություն:

Առաջին դեպքում թվերը բաղդատեցինք հանելու միջոցով, իսկ յերկրորդ դեպքում բաժանելու: Առաջին արդյունքը կոչվում է տարբերական հարաբերություն, իսկ յերկրորդը՝ քանորդական հարաբերություն:

Տարբերական հարաբերությունը յերկու քվերի բաղդասման արդյունքն է համեմատ գործողության միջոցով. որինակ՝ 25 միլ. ս. — 10 միլ. ս. = 15 միլ. ս.

Քանորդական հարաբերությունը յերկու քվերի բաղդասման արդյունքն է բաժանման գործողության միջոցով: Այս հարաբերությանը համապատասխանում է մի թիվ, վոր կարող է լինել ամբողջ կամ կոտորակ.

$$\text{Որինակ. } 1) \frac{210}{35} = 6, 2) \frac{25}{10} = 2 \frac{1}{2}$$

Ամեն մի հարաբերության մեջ մենք ունենք յերկու թիվ, վորոնց բաղդատում ենք: Այդ թվերը կոչվում են հարաբերության անդամներ:

Առաջին թիվը կոչվում է հարաբերության նախորդ անդամ:

Յերկրորդ թիվը կոչվում է հարաբերության հետնորդ անդամ:

Տարբերական հարաբերությունը տառերով գրվում է այսպես՝

$$a - b = d$$

Այստեղ a -ն նշանակում է հարաբերության նախորդ անդամը, b -ն՝ հետնորդ անդամը, իսկ $(a - b)$ -ն, կամ դրան հավասար d -ն նշանակում է տարբերական հարաբերության մեծությունը:

Քանորդական հարաբերությունը տառերով գրվում է այսպես՝

$$a : b = q \text{ կամ } \frac{a}{b} = q$$

Այստեղ նույնպես a -ն նշանակում է հարաբերության նախորդ անդամը, b -ն՝ հետնորդ անդամը, իսկ $\frac{a}{b}$, կամ դրան հավասար q -ն քանորդական հարաբերության մեծությունը:

§ 2. Քանորդական հարաբերություն

Որիցակ. Շենքի պատերի շարվածքի վրա ծախսվեց 40 000 ռ.: Յեթե պատերն ավելի բարակ լինեյին, ապա թեթև տիպի շարվածքը կնստեր 20 000 ռուբլի:

Բանի անդամ է պակասում շարվածքի արժեքը թեթև տիպի շարվածքի դեպքում:

Լուծում. Պետք է գիտենալ, թե ծանր տիպի պատի շարվածքի համար քանի անգամ ավելի յե ծախսվում քան թեթև պատի շարվածքի համար:

Այս խնդիրը լուծելու համար անհրաժեշտ է բաղդատել թվերը, Բաժանման միջոցով գտնում ենք հետևյալ հարաբերությունը.

$$\frac{40\ 000}{20\ 000} = 2 \quad \text{պատասխան՝ 2 անգամ:}$$

Հարցը կարելի յեր դնել այլ կերպ, այն է՝ թեթև տիպի պատի արժեքը սկզբում նախատեսած արժեքի վրա մասն է կազմում:

Խնդրի այս ձևի լուծման համար պետք է հարաբերության անդամների տեղերը փոխենք (տեղափոխենք):

$$\frac{20\ 000}{40\ 000} = \frac{1}{2} \quad \text{պատասխան՝ } \frac{1}{2}$$

Յերկրորդ հարաբերությունն արտահայտված է մի թվով, վոր նախորդի հակադարձ մեծությունն է:

I. Մեծ քվի հարաբերությունը փոքրի՝ ցույց է տալիս՝ թե առաջին թիվը յերկրորդից քանի անգամ է մեծ:

II. Փոքր քվի հարաբերությունը մեծի՝ ցույց է տալիս թե փոքր թիվը մեծի վոր մասն է կազմում:

III. Հարաբերության անդամները տեղափոխվելուց ստացվում է մի նոր հարաբերություն, վոր առաջինի հակադարձ մեծությունն է:

§ 3. Քանոգական հարաբերության գլխավոր հատկությունները

Կոտորակների հատկություններին վերաբերող գլխում մենք ցույց տվինք, Վոր քանորդը, կոտորակը և հարաբերությունը կարելի չէ գիտել վորպես միեռնայն գործողություն՝ բաժանման արդյունք։ Այդ պատճառով կոտորակի և քանորդի հատկությունները կարող ենք վերագրել նաև հարաբերությանը։

Թվենք այդ հատկությունները.

I. Յեթե հարաբերության նախորդ անդամը մի՛ բանի անգամ մեծացնենք, հարաբերությունն էլ մի՛ բանի անգամ կմեծանա։ Յեթե հարաբերության նախորդ անդամը մի՛ բանի անգամ փոքրացնենք, հարաբերությունն էլ նույնքան անգամ կփոքրանա։

II. Յեթե հարաբերության հետևորդ անդամը մի՛ բանի անգամ մեծացնենք, հարաբերությունը նույնքան անգամ կփոքրանա։ Յեթե հարաբերության հետևորդ անդամը մի՛ բանի անգամ փոքրացնենք, հարաբերությունը նույնքան անգամ կմեծանա։

Որինչակ՝ մեծացնելով $\frac{80}{20}=4$ հարաբերության նախորդ անդամը 3 անգամ, կստանանք $\frac{240}{20}=12$ նոր հարաբերությունը, Վորը 3 անգամ մեծ է նախորդից։ Մեծացնելով նույն հարաբերության հետևորդ անդամը 2 անգամ, կստանանք $\frac{80}{40}=2$ հարաբերությունը, Վորը 2 անգամ փոքր է սկզբնական հարաբերությունից։

Կոտորակների հիմնական հատկությունն էլ պահում է յուր ճշտությունը հարաբերությունների համար։ Այդ հատկությունը մենք կանվանենք հարաբերության գլխավոր հատկություն։

III. Յեթե հարաբերության յեկու անդամներն էլ բազմապատկենք կամ բաժանենք միեկնույն թվով, կփոփոխվի միայն հարաբերության տեսքը, իսկ նրա թվական արժեքն անփոփոխ կմնա։

Որինչակ՝ $\frac{6\ 000\ 000\ 000}{2\ 000\ 000\ 000}=\frac{6}{2}=3$ հարաբերությունը

Նշենք հարաբերության մի հատկությունն էլ։

Վերցնենք $\frac{12}{4}=3$ հարաբերությունը։

Արտահայտենք այդ հարաբերության նախորդ անդամը հետևորդի և հարաբերության մեծության միջոցով, համաձայն հետևյալ կանոնի—բաժանելին հավասար է բաժանարարին՝ բազմապատկած քանորդով։

$$12=4 \cdot 3$$

Այստեղ մենք ստանում ենք հարաբերության նախորդ անդամը, գիտենալով և նրա հետևորդ անդամի հարաբերության մեծությունը. գրի առնելով այդ կտառանք.

Նախորդ անդ. = հետևորդ անդ. $\times$ հարաբերության մեծությունով։

Նույն հատկությունը բառերով կարտահայտվի այսպես.

IV. Քանոգական հարաբերության նախորդ անդամը հավասար է հետևորդ անդամի յեկ հարաբերության մեծության արտադրյալին։

§ 4. Հարաբերության անհայտ անդամը գտնելը

Հարաբերության հատկությունները մեզ հնարավորություն են տալիս գտնելու նրա անհայտ անդամը, յեթե հայտնի յեն մյուս անդամը և հարաբերության մեծությունը։

1. $\frac{x}{3}=5$ ։ Այստեղ անհայտը հարաբերության նախորդ անդամն է, Վորը նույն բաժանելին է Գտնում ենք՝

$$x=3 \cdot 5=15$$

2. $\frac{72}{x}=4$ ։ Այստեղ անհայտը բաժանարարն է, կամ նույնն է ասել՝ հարաբերության հետևորդ անդամը։ Գտնում ենք՝

$$x=\frac{72}{4}=18$$

§ 5. Կրճատումներ՝ հարաբերությունները հաշվելիս յեվ կոսոռակային րվերի հարաբերության փոխարինումը ամբողջ րվերի հարաբերությամբ

I. Կրճատում հարաբերությունների մեջ: Հարաբերության գլխավոր հատկությունը մեզ թույլ է տալիս պարզելու հարաբերությունները և կրճատել նրանց անդամները:

1. Գտնենք 17 200 և 1290 թվերի հարաբերությունը:

Լուծում.

$$\frac{17\ 200}{1290} = \frac{1720}{129} = \frac{40}{3}$$

Բաժանելով կրճատելիքը հարաբերության նախորդ և հետորդ անդամները նախ 10-ի, ապա 43-ի վրա:

Յերե քանոգական հարաբերության ցախորդ յեվ եեսնորդ անգամներն ունեն ընդհանուր բազմապատկիչ, կարելի յե հարաբերությունը կրճատել այդ բազմապատկիչով:

II. Հարաբերության մեջ կոսոռակային րվերի փոխարինումն ամբողջ րվերով:

2. Գտեք հետևյալ թվերի հարաբերությունները. 1) 40,5: 15,3, 2) $2\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$:

Լուծում.

$$1) 40,5 : 15,3 = \frac{40,5}{15,3} = \frac{405}{153} = \frac{45}{17} = 45 : 17$$

$$2) 2\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{5}{2} : \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{10}{3} = 10 : 3$$

Այս որոնականների մեջ կոտորականները բաժանելով 'և կրճատելով' մենք կոտորականի թվերի հարաբերությունը փոխարինում ենք ամբողջ թվերի հարաբերությամբ:

Կոսոռակային րվերի հարաբերությունը գտնելու համար պետք է ալ րվերը բերել ընդհանուր հայտարարի յեվ գեն գցելով այդ հայտարարը՝ գրել համարիչների հարաբերությունը:

$$1) 5,9 : 4,7 \text{ հարաբերությունը} = 59,47$$

$$2) 4,113 : 2,5 \text{ հարաբերությունը} = 413,250$$

§ 6. Հասկացողություն համեմատության մասին

Սահմանում. Յերկու հավասար քանոգական հարաբերություններ, միացրած հարաբերության ցանով, կազմում են քանոգական համեմատություն:

Գիտությունը. Քանոգական համեմատությունն այսուհետև կանվանենք համեմատություն:

Խնդիր. Փոստատար գնացքը 6 ժամում անցավ 180 կմ: Շարունակելով առաջ շարժվելը, նա 3 ժամում անցավ 90 կմ: Փոխվեց արագությանը:

Լուծում. Ճանապարհի առաջին մասը գնացքն անցավ ժամում $\frac{180}{6} = 30$ կմ արագությամբ: Ճանապարհի յերկրորդ մասը

նա անցավ նույնպես ժամում $\frac{90}{3} = 30$ կմ արագությամբ: Գնացքի արագությունը չի փոխվել: Այս խնդրի մեջ $\frac{180}{6} = 30$ և

$\frac{90}{3} = 30$ հարաբերությունները հավասար են: Նրանց հավասարությունը՝ $\frac{180}{6} = \frac{90}{3}$ կազմում է համեմատություն:

Այս համեմատությունը կարդացվում է այսպես՝ 1) 180-ը հարաբերում է 6-ին այնպես, ինչպես 90-ը հարաբերում է 3-ին, կամ 2) 180-ի և 6-ի հարաբերությունը հավասար է 90-ի և 3-ի հարաբերությանը. կամ 3) 180-ը 6-ից աչքան անգամ է մեծ, վորքան անգամ 90-ը մեծ է 3-ից:

Համեմատությունը տառերով կգրվի այսպես՝

$$a : b = c : d, \text{ կամ } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Համեմատության յուրաքանչյուր անդամ ունի իր անունը. a և d-ն կոչվում են ծայր անդամներ, b և c-ն միջին անդամներ:

Յյն րվերը, վորոնցից կարելի յե համեմատություն կազմել, կոչվում են համեմատական րվեր:

**§ 3. Քանոգական
հարաբերության
գլխավոր
հատկություններ**

Կոտորակների հատկություններին վերաբերող գլխում մենք ցույց տվինք, Վոր քանորդը, կոտորակը և հարաբերությունը կարելի չէ գիտել Վորպես միևնույն գործողություն՝ բաժանման արդյունք։ Այդ պատճառով կոտորակի և քանորդի հատկությունները կարող ենք վերագրել նաև հարաբերությանը։

Թվենք այդ հատկությունները.

I. Յերե հարաբերության նախորդ անդամը մի բանի անգամ մեծացնենք, հարաբերությունն էլ մի բանի անգամ կմեծանա։ Յերե հարաբերության նախորդ անդամը մի բանի անգամ փոքացնենք, հարաբերությունն էլ նույնքան անգամ կփոքանա։

II. Յերե հարաբերության հետևորդ անդամը մի բանի անգամ մեծացնենք, հարաբերությունը նույնքան անգամ կփոքանա։ Յերե հարաբերության հետևորդ անդամը մի բանի անգամ փոքացնենք, հարաբերությունը նույնքան անգամ կմեծանա։

Որինակ՝ մեծացնելով $\frac{80}{20}=4$ հարաբերության նախորդ անդամը 3 անգամ, կստանանք $\frac{240}{20}=12$ նոր հարաբերությունը, Վորը 3 անգամ մեծ է նախորդից։ Մեծացնելով նույն հարաբերության հետևորդ անդամը 2 անգամ, կստանանք $\frac{80}{40}=2$ հարաբերությունը, Վոր 2 անգամ փոքր է սկզբնական հարաբերությունից։

Կոտորակների հիմնական հատկությունն էլ պահում է յուր ճշտությունը հարաբերությունների համար։ Այդ հատկությունը մենք կանվանենք հարաբերության գլխավոր հատկություն։

III. Յերե հարաբերության յեկու անգամներն էլ բազմապատկենք կամ բաժանենք միյեկնույն թվով, կփոփոխվի միայն հարաբերության տեսքը, իսկ նրա թվական արժեքն անփոփոխ կմնա։

Որինակ՝ $\frac{6\ 000\ 000\ 000}{3\ 000\ 000\ 000}=\frac{6}{3}=2$ հարաբերությունը

Նշենք հարաբերության մի հատկություն էլ։

Վերցնենք $\frac{12}{4}=3$ հարաբերությունը։

Արտահայտենք այդ հարաբերության նախորդ անդամը հետևորդի և հարաբերության մեծության միջոցով, համաձայն հետևյալ կանոնի—բաժանելին հավասար է բաժանարարին՝ բազմապատկած քանորդով։

$$12=4 \cdot 3$$

Այստեղ մենք ստանում ենք հարաբերության նախորդ անդամը, գիտենալով և նրա հետևորդ անդամի հարաբերության մեծությունը. գրի առնելով այդ կստանանք.

Նախորդ անդ.=հետևորդ անդ. $\times$ հարաբերության մեծությունով։

Նույն հատկությունը բառերով կարտահայտվի այսպես.

IV. Քանոգական հարաբերության նախորդ անդամը հավասար է հետևորդ անգամի յեկ հարաբերության մեծության արտադրյալին։

**§ 4. Հարաբերության
անհայտ ան-
դամը գտնելը**

Հարաբերության հատկությունները մեզ հնարավորություն են տալիս գտնելու նրա անհայտ անդամը, յեթե հայտնի յեն մյուս անդամը և հարաբերության մեծությունը։

1. $\frac{x}{3}=5$ ։ Այստեղ անհայտը հարաբերության նախորդ անդամն է, Վոր նույն բաժանելին է Դառնում ենք՝

$$x=3 \cdot 5=15$$

2. $\frac{72}{x}=4$ ։ Այստեղ անհայտը բաժանարարն է, կամ նույնն է ասել՝ հարաբերության հետևորդ անդամը։ Դառնում ենք՝

$$x=\frac{72}{4}=18$$

§ 7. Համեմատության հիմնական հասկերը

1. Գնված է 10 մ մանուֆակտուրա, մետրը 20 ուրբով, Նույն փողով քանի՞ մետր մանուֆակտուրա կարելի չե գնել յեթե մետրն արժենա 5 ու:

Լուծում. $10 \cdot 20 = 200$ ուրբ. $200 : 5 = 40$ մ:

200 ուրբով կարելի չե գնել մետրը 5 ուրբանոց 40 մ մանուֆակտուրա:

Յեթե յերկու դեպքումն էլ բաղդատենք արժեքն ու մետրերի թվերը կստանանք $\frac{40}{10} = \frac{20}{5}$ համեմատությունը, վորովհետև

թվերի հարաբերությունները հավասար են: Միաժամանակ $40 : 5$ և $20 : 10$ արտադրյալները նույնպես հավասար են (յերկուսն էլ հավասար են 200 թվին):

Համեմատության հիմնական հատկությունն այս է:

Այսինքն՝

Համեմատության միջին անդամների արտադրյալը հավասար է ծայր անդամների արտադրյալին:

2. 20, 4, 15 և 3 թվերից համեմատություն կազմենք և ստուգենք համեմատության հիմնական հատկությունը:

Լուծում. կազմենք հետևյալ հավասար հարաբերությունները:

$$\frac{20}{4} = 5, \quad \frac{15}{3} = 5$$

$$\text{Կստանանք՝ } \frac{20}{4} = \frac{15}{3}$$

Համեմատությունը, վորի մեջ՝ $20 : 3 = 4 : 15$

Համեմատության հիմնական հատկությունը կարելի չե արտահայտել և ապացուցել նաև տառերով:

Դիցուք՝ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. այդ ժամանակ այս հարաբերությունից յուրաքանչյուրը բաղձադատելով bd -ով, ստանում ենք՝ $\frac{abd}{b} = \frac{cbd}{d}$ կամ, կրճատելուց հետո՝ $ad = bc$:

§ 8. Տված թվերից համեմատություն կազմելը

1. Կազմեցեք համեմատություն 20, 12, 10, 6 թվերից և ստուգեցեք հնարավոր ե արդյոք խնդրի լուծումը:

Լուծում. 1) Լուծելու համար թվերը դասավորենք նրանց մեծություն կարգով 20, 12, 10, 6:

$$\text{Կազմենք համեմատությունը } 20 : 12 = 10 : 6$$

Յերկու հարաբերություններն էլ հավասար են $\frac{5}{3}$ -ի:

2) Կիրառելով համեմատության հիմնական հատկությունը ստուգենք այս համեմատությունը:

$$20 \cdot 6 = 12 \cdot 10$$

Ծայր անդամների արտադրյալը հավասար է միջին անդամների արտադրյալին և հավասար է 120 -ի: Համեմատությունը ճիշտ է: 20, 12, 10 և 6 թվերը համեմատական են:

3) 25, 10, 8 և 4 թվերից կարելի՞ չե արդյոք համեմատություն կազմել: Յեթե գրենք $25 : 10$ և $8 : 4$ հարաբերությունները, ապա նրանց միջև հավասարության նշան դնել չի կարելի և ծայրանդամների արտադրյալը՝ $25 \cdot 4$ -ը հավասար չե միջին անդամների արտադրյալին՝ $10 \cdot 8$ -ին:

25, 10, 8 և 4 թվերը համեմատական չեն:

Այժմ կարող ենք սահմանել այն պայմանը, վոր տված չորս թվերից հնարավոր լինի համեմատություն կազմել: Կարող ենք տալ նաև համեմատություն կազմելու կանոնը:

I. Յեթե յերկու թվերի արտադրյալը հավասար է յերկու այլ թվերի արտադրյալին, ապա այդ չորս թվերը համեմատական են:

II. Համեմատություն կազմելիս պետք է արտադրյալներից մեկի թվերը դարձնել համեմատության միջին անդամներ, իսկ մյուսին՝ ծայր անդամներ:

2. Կազմեցեք համեմատություն 8 և 5, 2 և 20 թվերից:

Այդ թվերի զույգ առ զույգ արտադրյալները հավասար են:

$$8 \cdot 5 = 2 \cdot 20$$

Համեմատություն կլինի՝

$$20 : 8 = 5 : 2$$

8-ը և 5-ը միջին անդամներն են, իսկ 2-ը և 20-ը՝ ծայր անդամները:

**§ 9. Համեմատության անդամների
եղանակը փոխելը**

I. Համեմատության մեջ կարելի չե առաջին յեվ յերկրորդ հարաբերությունների եղանակը փոխելը:

Որինակ՝ 1) $18 : 15 = 6 : 5$, 2) $6 : 5 = 18 : 15$:

Յերկրորդ համեմատությունն ստացվել է առաջինից՝ սրա հարաբերությունների տեղերը տեղափոխելու միջոցով: Ակներև է, վոր հավասարությունն այս դեպքում պահպանվում է:

Միջին և ծայր անդամների բազմապատկման ստուգումը նույնպես ցույց է տալիս, վոր այդ համեմատությունները ճիշտ են կազմված:

$$5 \cdot 18 = 6 \cdot 15$$

II. Համեմատության մեջ կարելի չե փոխել միջին կամ ծայրանդամների եղանակը:

Ստուգենք հետևյալ համեմատությունների ճշտությունը:

$$1) 20 : 16 = 5 : 4$$

$$2) 20 : 5 = 16 : 4$$

$$3) 4 : 16 = 5 : 20$$

Յերկրորդ համեմատությունն ստացվել է առաջինից՝ միջին անդամների տեղերը փոխելու միջոցով, այսինքն՝ 5-ը գրվել է 16-ի տեղը և 16-ը՝ 5-ի տեղը:

Յերրորդ համեմատությունն ստացվել է առաջինից, ծայր անդամների տեղերը փոխելու միջոցով, այսինքն՝ 4-ը գրվել է 20-ի տեղը և 20-ը՝ 4-ի տեղը:

Այս բոլոր համեմատությունների մեջ միջին և ծայր անդամների արտադրյալները չփոխվեցին և մնացին իրար հավասար:

Ուրեմն համեմատությունները ճիշտ են կազմված:

III. Համեմատության հարաբերությունները կարելի չե փոխարինել նրանց հակադարձ հարաբերություններով:

Ակներև է, վոր այս դեպքում էլ հավասարությունը չի խախտվի: Այսպես, որինակ, $20 : 16 = 5 : 4$ համեմատությունը կարելի չե փոխարինել $16 : 20 = 4 : 5$ համեմատությամբ, վորը կստացվի առաջինից, յեթե նրա յուրաքանչյուր հարաբերության նախորդ անդամը գրենք հետնորդի տեղը: Իսկ հետնորդը՝ նախորդի տեղը: Յերկու համեմատությունների մեջ էլ միջին և

ծայր անդամների արտադրյալները հավասար են: Ուրեմն այդ համեմատությունները ճիշտ են կազմված: Յերկրորդ համեմատության հարաբերություններն առաջին համեմատության հարաբերությունների հակադարձ մեծություններն են: Առաջին համեմատության միջին անդամները դարձան յերկրորդ ծայր անդամներ և, հակառակը, առաջինի ծայր անդամները դարձան յերկրորդի միջին անդամներ:

Վորպեսզի իմանանք թե տված չորս թվերից քանի համեմատություն կարելի չե կազմել և քանի տեսակի տեղափոխություն է թույլ տալիս տված համեմատությունը, պետք է համեմատության անդամների տեղերը փոխել, ոգտագործելով համեմատության անդամները տեղափոխելու վերաբերյալ նշված բոլոր ձևերը:

Տված է $60 : 40 = 3 : 2$ համեմատությունը: Այդ համեմատության մեջ կատարենք բոլոր հնարավոր տեղափոխություններն այնպես, վոր միշտ պահպանվի $60 : 2 = 3 \cdot 40$ հավասարությունը: Փոխենք միջին անդամների տեղերը:

Կստանանք՝

$$1) 60 : 40 = 3 : 2$$

$$2) 60 : 3 = 40 : 2$$

Առաջին և յերկրորդ համեմատությունների մեջ յերկու հարաբերությունները փոխարինենք հակադարձ հարաբերություններով:

Կստանանք՝

$$3) 40 : 60 = 2 : 3$$

$$4) 3 : 60 = 2 : 40$$

Ստացված չորս համեմատությունների մեջ առաջին հարաբերությունը փոխարինենք յերկրորդով, իսկ յերկրորդը՝ առաջինով: Կստանանք ընդամենը ութ համեմատություն:

$$1) 60 : 40 = 3 : 2$$

$$2) 60 : 3 = 40 : 2$$

$$3) 40 : 60 = 2 : 3$$

$$4) 3 : 60 = 2 : 40$$

$$5) 3 : 2 = 60 : 40$$

$$6) 40 : 2 = 60 : 3$$

$$7) 2 : 3 = 40 : 60$$

$$8) 2 : 40 = 3 : 60$$

Գիտագործը Նյու բոլոր համեմատությունների մեջ միջին ան-
քանակի արտադրյալը հավասար է ծայր անդամների արտադրյալին, այսինքն՝
 $120 = 60 \cdot 2 = 40 \cdot 3$: Այդ արտադրյալը հիմնական յերաշխիքն է այն բանի, վեր-
առված 60, 40, 3, 2 թվերից կազմված համեմատությունները ճիշտ են:

Այդ ութ համեմատությունները առանհրով կգրվեն այսպես:

$$1) a : b = c : d$$

$$2) a : c = b : d$$

$$3) b : a = d : c$$

$$4) c : a = d : b$$

$$5) c : d = a : b$$

$$6) b : d = a : c$$

$$7) d : c = b : a$$

$$8) d : b = c : a$$

§ 10. Համեմատու-
թյան անհայտ ան-
դամը գտնելը

Ոգտվելով համեմատության հիմնական հաս-
կությունից, միշտ կարելի յե գտնել հա-
մեմատության անհայտ անդամը, յեթե
հայտնի յեն մյուս յերեք անդամները:

1. Հետևյալ համեմատություններից պետք է գտնել x -ը:

$$1) \frac{15}{x} = \frac{8}{4}, \quad 2) \frac{4}{8} = \frac{x}{15}, \quad 3) \frac{8}{4} = \frac{15}{x}, \quad 4) \frac{x}{15} = \frac{4}{8}$$

Այս բոլոր դեպքերում էլ ստանում ենք միևնույն պա-
ասխանը, այն է՝

$$8x = 15 \cdot 4$$

Վերից՝

$$x = \frac{15 \cdot 4}{8} = 20$$

Համեմատության անհայտ անդամը գտնում են այսպիսով,
ինչպես գտնում են անհայտ բազմապատկիչը, յերբ հայտնի յեն
արտադրյալն ու մյուս արտադրիչը:

Համեմատության անհայտ միջին անդամը գտնելու համար
պետք է ծայր անդամների արտադրյալը բաժանել հայտնի միջին
անդամի վրա: Համեմատության անհայտ ծայր անդամը գտնելու
համար պետք է միջին անդամների արտադրյալը բաժանել հայտ-
նի ծայր անդամի վրա:

Ոգտվելով այս կանոնով, կարելի յե լուծումը գրել միան-
գամից, առանց միջին և ծայր անդամների արտադրյալները
վերցնելու:

2. Գտնել x -ը՝ $12 : x = 6 : 5$ համեմատությունից:

$$x = \frac{12 \cdot 5}{6} = 10$$

§ 11. Չարդոդ հա-
մեմատական
գտնելը

Հաճախ տված է լինում յերեք թիվ և պա-
հանջվում է գտնել մի չորրորդ թիվ այն-
պես, վոր տված թվերի հետ այդ չորրորդ
թիվը համեմատություն կազմի:

Որինակ. Գտնել 8, 10 և 5 թվերի չորրորդ համեմատա-
կանը:

Լուծում. Խնդիրը թույլատրում է մի քանի լուծում:

Դասավորենք տված թվերն իրենց մեծություն կարգով 10,
8, 5:

Այժմ այդ թվերի առաջը, վերջը և մեջտեղերը կդնենք x
և կգրենք ստացված համեմատությունները:

Այսպիսով մենք ստանում ենք չորս համեմատություն:
Այդ համեմատություններից մեկի մեջ անհայտը ծայրանդամ-
ներից առաջինն է, իսկ մյուսի մեջ՝ յերկրորդը: Յերրորդ խնդրի
մեջ անհայտը միջին անդամներից մեկն է, իսկ չորրորդի մեջ՝
մյուսը:

$$1) x : 10 = 8 : 5,$$

$$x = \frac{10 \cdot 8}{5} = 16$$

$$2) 10 : x = 8 : 5,$$

$$x = \frac{5 \cdot 10}{8} = 6 \frac{1}{4}$$

$$3) 10 : 8 = x : 5$$

$$x = \frac{5 \cdot 10}{8} = 6 \frac{1}{4}$$

$$4) 10 : 8 = 5 : x$$

$$x = \frac{5 \cdot 8}{10} = 4$$

Յերկրորդ և յերրորդ դեպքերը տալիս են միևնույն պատասխանները: Այսպիսով մնում է յերեք լուծում:

$$x=16, \quad x=6\frac{1}{4} \quad \text{և} \quad x=4$$

XV. ՈՒՂԻՂ ՅԵՎ ՀԱՎԱԴԱՐՁ ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ: ՀԱՍԿԱՅՈՂՈՒԹՅՈՒՆ ՄԻՋԻՆ ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆԻ ՄԱՍԻՆ

§ 1. Հաստատուն յեվ փոփոխական մեծությունների մասին

Յերևույթների մաթեմատիկական հետազոտությունների ժամանակ մենք փրնտրում ենք յերևույթի մեջ այնպիսի հատկություններ, վորոնց կարելի յե չափել և չափման արդյունքների հետ կատարում ենք գործողություններ: Այդ ժամանակ մենք միշտ ուսումնասիրում ենք յերկու կամ ավելի մեծությունների միջև գոյություն ունեցող առնչությունները:

Մաթեմատիկայի ոգնությունում ուսումնասիրվող մեծությունները կարելի յե բաժանել յերկու խմբի՝ I. հաստատուն մեծություններ, II. փոփոխական մեծություններ: Հաստատուն մեծության որինակ կարող են ծառայել այն միավորները, վորոնցով չափումներ ենք կատարում: Այդպիսի մեծություններ են՝ մետրը, կիլոգրամը, վայրկյանը, տարին: Այս մեծությունները չեն փոփոխվում: Գոյություն ունեն և ուրիշ հաստատուն մեծություններ, որինակ՝ ուղիղ անկյան մեծությունը:

Ս ա հ մ ա ն ու մ. I. Հաստատուն մեծություն կոչվում է այն մեծությունը, վոր չի փոխոխում իր արժեքը:

II. Փոփոխական մեծությունը այնպիսի մեծություն է, վոր փոփոխում է իր արժեքը:

Փոփոխական մեծություններ մեզ հանդիպում են ամեն մի քայլափոխում: Քաղաքի աղգարնակչությունը տարեց-տարի փոփոխվում է: Փոփոխվում է մարդու կշիռն ու հասակը յուր-յուրիքի հետ. փոփոխվում է մետաղյա ձողի յերկարությունը տաքացնելու ժամանակ:

Այս դեպքերում աղգարնակչությունը, յերկարությունը, կշիռը կշիռն փոփոխական մեծություններ:

Փոփոխական մեծությունները կախում ունեն ուրիշ փոփոխական մեծություններից:

Հետևյալ աղյուսակի մեջ տված փոփոխական մեծությունների առնչության մի որինակ:

I. Քառակուսիների մակերեսների աղյուսակ

Քառակուսու կողմը (սանտիմետրերով)	3	4	11	20	24
Քառակուսու մակերեսը (քառակուսի սանտիմետրեր)	9	16	121	400	576

Այս աղյուսակը կազմված է յերկու տողից: Առաջին տողում գրված են զանազան քառակուսիների կողմերի յերկարությունները՝ 3 սմ և այլն: Յերկրորդ տողում գրված են համապատասխան քառակուսիների մակերեսները, այսինքն այն քառակուսիների, վորոնք ունին 3 սմ, 4 սմ և այլն:

Տուվյալ դեպքում քառակուսու կողմը մի փոփոխական մեծություն է: Այդ փոփոխական մեծությունը տված է: Մյուս փոփոխական մեծությունը քառակուսու մակերեսն է: Այդ մեծությունը կախում ունի քառակուսու կողմից:

Ս ա հ մ ա ն ու մ. I. Այն փոփոխական մեծությունը, վորի արժեքը մեծ է կարող ենք կամավոր կերպով փոփոխել, կոչվում է անկախ փոփոխական մեծություն:

II. Այն փոփոխական մեծությունը, վորի արժեքի փոփոխությունը կախում ունի մի այլ փոփոխական մեծությունից, կոչվում է կախյալ փոփոխական մեծություն:

§ 2. Ուղիղ համեմատական մեծություններ

Փոփոխական մեծությունների առնչություններն ուսումնասիրելիս վորոշ դեպքերում կարելի յե սահմանել կախյալ փոփոխական մեծության փոփոխման համապատասխան որենք, կապված անկախ փոփոխականի փոփոխության հետ:

Սովորենք փոփոխական մեծությունների մի առնչության հասկությունները, վոր կոչվում է ուղիղ համեմատականություն:

1. 1 խոր. դմ պողպատի կշիռը 7,8 կգ է: Գտնենք՝ 5, 10, 50, 100, 150, 200 խոր. դմ ծավալ ունեցող պողպատե ձուլվածքների կշիռները:

Լուծումները գրենք աղյուսակի ձևով.

P—Ձուլվածքի կշիռը՝ կիլոգրամներով . . .	7,8	39	78	390	780	1170	1560
V—Ձուլվածքի ծավալը՝ խորանարդ դեցիմետրե- րով	1	5	10	50	100	150	200

Աղյուսակից վերցնենք մի վորևե ձուլվածքի կշիռը և գտնենք այս կշռի ու մի այլ ձուլվածքի կշռի հարաբերու-
թյունը:

Որինակ՝

$$\frac{390}{78} = 5$$

Գտնենք նույն ձուլվածքների ծավալների հարաբերու-
թյունը:

$$\frac{50}{10} = 5$$

Այս հարաբերությունները հավասար են, և 390, 78, 50 և 10 թվերը համեմատություն են կազմում:

$$\frac{390}{78} = \frac{50}{10}, \text{ կամ } \frac{390}{50} = \frac{78}{10}$$

Նույն արդյունքը կստանանք, յեթե բաղդատենք աղյուսակի ուրիշ յերկու ձուլվածքների ծավալներն ու կշիռները: Յերբ աղյուսակի յերկու սյունակների չորս թվերից կարելի յե կաղմել համեմատություն, ապա ունենք համեմատական առըն-
չություն:

Մենք ասում ենք, վոր պողպատյա ձուլվածքի P կշիռը համեմատական ե նրա V ծավալին:

Լուծման տառային գրությունը կլինի՝

$$\frac{P_2}{P_1} = 5, \quad \frac{V_2}{V_1} = 5$$

Կամ համեմատություն ձևով՝

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

P_1 -ը և P_2 -ը յերկու ձուլվածքների կշիռներն են, V_1 -ն ու V_2 -ը նույն ձուլվածքների ծավալներն են:

Ուսումնասիրելով աղյուսակը, մենք կարող ենք սահմանել համեմատական առնչություն հետևյալ հատկությունները:

I. Աղյուսակը պարունակում ե յերկու փոփոխական մե-
ծությունների արժեքները:

II. Այդ մեծություններից մեկը կլինի անկախ փոփո-
խական, իսկ մյուսը՝ կախյալ փոփոխական:

III. Մի մեծության յուրաքանչյուր արժեքին համապատաս-
խանում ե մյուսի մի վորոշ արժեք:

Ընդունենք ծավալը վորպես անկախ փոփոխական: Այդ
գեպքում կշիռը կլինի կախյալ փոփոխական:

Մենք տեսնում ենք, վոր յուրաքանչյուր ծավալի համա-
պատասխանում ե վորոշ կշիռ, վորովհետե ծավալի փոփոխվելով՝
փոփոխվում ե և կշիռը: Չեն կարող լինել յերկու հավասար ծա-
վալ ունեցող ձուլվածքներ, վորոնց համապատասխանեն տար-
բեր կշիռներ, և հակառակը, չեն կարող լինել յերկու հավասար
կշիռ ունեցող ձուլվածքներ, վորոնք տարբեր ծավալ ունենան:
Ուրեմն յեթե ծավալները հավասար են, կշիռներն ել հավասար
կլինեն:

IV. Յերե մեծություններից վորեվե մեկի արժեքը մեծա-
նա մի քանի անգամ, ապա մյուսի արժեքն ել նույնքան անգամ
կմեծանա:

V. Մի մեծության յերկու արժեքների հարաբերությունը
հավասար ե մյուս մեծության համապատասխան արժեքների
հարաբերությանը յեվ այդ յուր արժեքները կազմում են համե-
մասություն:

Այս հատկությունները կարելի յե ստուգել քննարկվող
աղյուսակով:

Վերցնենք յերկու ձուլվածք.

10 խոր. դմ և 100 խոր. դմ: Յերկրորդի ծավալը առաջինի հետ համեմատած, մեծացված է: Ակներև է, վոր այս դեպքում կաճի նաև կշիռը:

Ծավալը մեծացել է 10 անգամ, կշիռը նույնպես մեծացել է 10 անգամ (78 կգ-ի փոխարեն դարձել է 780 կգ): $\frac{100}{10}$ հարաբերությունը հավասար է 10-ի, և $\frac{780}{78}$ հարաբերությունը նույն պես հավասար է 10-ի: Այս հարաբերությունները հավասար են:

780, 78, 100 և 10 թվերը կազմում են $\frac{780}{78} = \frac{100}{10}$ համեմատությունը:

IV. Սկզբնական փոփոխականի քվական արժեքի հարաբերությունը կախյալ փոփոխականի համապատասխան քվական արժեքի՝ միջոց հավասար է միջկվետը քվին:

Որինակ՝

$$\frac{78}{10} = \frac{780}{100} = \frac{1560}{200} = 7,8$$

Նույն պայմանը տառային գրությունը հետևյալ տեսքն ունի՝

$$\frac{p}{v} = K$$

վորտեղ $K=7,8$: K և 7,8 թվերը կոչվում են համեմատականության գործակիցներ: Փոփոխական մեծությունները, կապված լինելով այդ առնչությունների հետ, կոչվում են ուղիղ համեմատական մեծություններ:

Այս հատկություններն ունեցող առնչությունը կոչվում է ուղիղ համեմատականություն:

Յերե յերկու մեծություն այնպիսի առնչության մեջ են, վոր յերբ մեկը մեծանում է մի քանի անգամ, մյուսն էլ մեծանում է նույնքան անգամ, ապա ասում են, վոր այդ մեծություններն ուղիղ համեմատական առնչության մեջ են գտնվում, կամ նրանք ուղիղ համեմատական են:

Մեր վերցրած որինակի մեջ ձուլվածքի ծավալն ու կշիռը ուղիղ համեմատաբան մեծություններ են, կամ պարզապես համեմատական մեծություններ են:

Ուղիղ համեմատականության որենքի տառային գրությունը կլինի՝

$$\frac{p}{v} = K, \text{ կամ } p = Kv$$

§ 3. Համեմատությունների կրճատումը խնդիրներ լուծելիս

Մանրամասն ուսումնասիրելով կրթի կախումը ծավալից, տեսանք, վոր միևնույն նյութից պատրաստած մարմինների ծավալներն ու կշիռներն ուղիղ համեմատական մեծություններ են:

Այժմ մենք կարող ենք ավելի լայնացնել մեր խնդիրը: Մենք կարող ենք, ոգտվելով ուղիղ համեմատական մեծությունների հատկություններից, գտնել մեծությունն անհրաժեշտ արժեքներն առանց աղյուսակ կազմելու:

1. Գնացքը 2 ժամում անցավ 60 կմ: Վորոշեցեք, 1) թե նույն գնացքը 3 ժամում ինչքան ճանապարհ կանցնի և 2) 180 կմ ճանապարհն ինչքան ժամանակում կանցնի, յեթե նա շարժվում է միշտ միևնույն արագությամբ:

Խնդիրը լուծելու համար ոգտվում ենք համեմատական մեծությունների հատկությամբ և համեմատություն ենք կազմում: Վորոշելի մեծությունների մեկը նշանակենք x տառով, իսկ մյուսը՝ y տառով: Համեմատությունը պետք է կազմել այնպես, վոր նրա մեջ մտնեն մեծությունների յերեք հաջորդի և մեկ անհայտ արժեք: Կարիք չկա ամեն մի դեպքում գրել մեծությունների բոլոր արժեքներն աղյուսակի ձևով: Բավական է նախորդ համոզվել, վոր մեծությունները համեմատական են և վերցնել մեծությունների յերկու գույգ արժեքներ, ընդվորում զրանց թվում: պետք է լինի նաև մեծության վորոշելի արժեքը:

Խնդրի լուծումը հեշտացնելու համար տված թվերն ու անհայտը դասավորում ենք յերկու սյունակում, ընդվորում յուրաքանչյուր սյունակում գրում ենք միևնույն մեծության արժեքները: Այդ դեպքում յերկու մեծությունների համապատասխան արժեքները գրում ենք միևնույն տողում:

1) Ճանապարհը գտնելու համար ունենք.

2 ժամ—60 կմ

3 » — x »

», վորից՝ $x = \frac{60 \cdot 3}{2} = 90$ կմ:

$x : 60 = 3 : 2$

2) ժամանակը դրանքում համար ունենք:

2 ժամ—60 կմ

y — 180 »

, իրենց՝ $y = \frac{2 \cdot 180}{6} = 6$ ժամ:

y : 2 = 180 : 60

Այս ձևով դրելու դեպքում լուրջաբանչուր հարաբերու-
թյուն կազմվում է միևնույն մեծություն արժեքներին:

Գիտությունը. Լուծելուց առաջ պետք է ստուգել, թե ալած մե-
ծությունները համեմատական են արդյոք:

2. 40 տարեկան մարդու կշիռն է 60 կգ. Ինչքան կշիռն է
10 տարեկան յերեխայի կշիռը:

Լուծում. Հաշվելու միջոցով չի կարելի պատասխանել
այս խնդրին, փորձնեմք ինչպես փորձն է ցույց տալիս, մար-
դու տարեքն ու կշիռը համեմատական մեծություններ չեն:

Համեմատական մեծությունները միշտ ու-
ղիղ համեմատական չեն: Հաճախ պատա-
հում է մի ուրիշ առնչություն, փորը կոշ-
վում է հակադարձ համեմատականությամբ:

§ 4. Հակադարձ
համեմատական
մեծություններ

Որինակ. Տված է խառատի զաղդյանի վրա ճախարակվող
առարկայի մեկ բոլորի պտույտների թվի և առարկայի տրա-
մագծի առնչության աղյուսակը:

n—պտույտների թիվը՝	10	16	20	50	80	100	160
մեկ բոլորում							
D—տրամագիծը՝ միլի- մետրերով	200	125	100	40	25	20	12,5

Ընդունենք վորպես անկախ փոփոխական՝ D տրամագիծը՝
Պտույտների n թիվը կախում ունի D փոփոխականից: Պարզե-
լով մեծությունների առնչության որինքը, կնկատենք, վոր
նրանց արժեքների աղյուսակը չի բավարարում ուղիղ համեմա-
տականության պայմաններին, փորձնեմք:

1. Տրամագծի մեծանալու դեպքում պտույտների թիվը չի
մեծանում, այլ փոքրանում է:

2. Կախյալ փոփոխականի հարաբերությունն անկախ փո-
փոխականին՝ հաստատուն թիվ չէ:

Աղյուսակի հատկությունները հետևյալն են:

I. Աղյուսակը պարունակում է փոփոխական մեծու-
թյունների արժեքների յերկու շարք:

II. Այդ մեծություններից մեկը կլինի անկախ փոփոխա-
կան, իսկ մյուսը կախյալ:

III. Մի շարքի մեծության յուրաքանչյուր արժեքն համա-
պաստանում է մյուս շարքի մեծության մի վորոշ արժեք:

IV. Յերե մի շարքի մեծության արժեք՝ մեծացնենք մի
բանի անգամ, մյուս շարքի մեծության արժեքը նույնքան ան-
գամ կփոքրանա:

V. Մի շարքի մեծության յերկու արժեքների հարաբերու-
թյունը հավասար է մյուս շարքի մեծության համապատասխան
արժեքների հակադարձ հարաբերությանը յեվ կազմում են հա-
մեմատություն:

VI. Անկախ փոփոխականի արժեքի յեվ կախյալ փոփո-
խականի համապատասխան արժեքի արագությամբ միշտ հավասար
է միեվնույն քվին:

Այս հատկությունները շատ հեշտ կարելի չի ստուգել տված
աղյուսակով, ճիշտ այնպես, ինչպես ստուգեցինք ուղիղ համեմա-
տականության հատկությունները:

Այսպիսի հատկություններ ունեցող առնչությունը կոչվում
է հակադարձ համեմատականություն:

Յերե յերկու մեծություն այնպիսի առնչության մեջ են
զանգվում, վոր յերբ մեկը մեծացնենք մի բանի ան-
գամ, մյուսը նույնքան անգամ փոքրանում է, ասում են, վոր
այդ մեծությունները հակադարձ համեմատական մեծություննե-
ր են:

Յերթե քաղդատենք ուղիղ հակադարձ համեմատականությոն
հատկությունները, կնկատենք, վոր տարբերություն կա միայն
IV, V և VI հատկությունների մեջ: IV հատկություն այնքան
պարզ է, վոր հատուկ բացատրությունների պահանջ չի զգում:

Բնարկներ V հատկությունը, ինչպես ուղիղ համեմատա-
կանության դեպքում: Յերկու դեպքում էլ համեմատականու-

թյուն կա: Տարբերությունը մ. այն համեմատությունն անդամ-
ների դասավորության մեջ է: Պարզենք այդ մի որինակով:
Աղյուսակից վերցնենք 200 մմ և 40 մմ տրամագծերին համապա-
տասխանող պտույտների թվերը:

Տրամագիծը	200 . . . 40
Պտույտների թիվը	10 . . . 50

$$200 : 40 = 50 : 10, 200 \cdot 10 = 40 \cdot 50$$

Հակադարձ համեմատականություն դեպքում, ինչպես յերևում
և այս որինակից, մի մեծություն յերկու արժեքների (մի տողի
թվերի) հարաբերությունը հավասար է մյուս մեծություն հա-
մապատասխան արժեքների (յերկրորդ տողի թվերի) հակադարձ
հարաբերությանը: Յերկու մեծությունների համապատասխան
արժեքների արտադրյալն անփոփոխ մեծություն է:

Հակադարձ համեմատականություն համեմատությունների
և հարաբերությունների տառային գրությունը կլինի այսպես՝

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{D_1}{D_2}$$

կամ

$$n_2 : n_1 = \frac{1}{D_2} : \frac{1}{D_1}$$

Այստեղ D_2 -ը և D_1 -ը նշանակում են տրամագծերի թվային
արժեքները, իսկ n_2 -ը և n_1 -ը՝ նրանց համապատասխանող
պտույտների թիվը:

VI հատկության տառային գրությունը կլինի՝

$$Dn = K$$

Այս դեպքում $K = 2000$ -ի. Այս 2000 և K թվերը կոչվում են
համեմատականության գործակիցներ:

Իսկապես յերկու այնպիսի խնդիրների լուծումները,
վորոնցից մեկի մեջ տված և վորոնցի մեծություններն ուղիղ
համեմատական են՝ իսկ մյուսի մեջ՝ հակադարձ համեմատական:

Խնդիր 1. Ավտոմոբիլը 2 ժամում անցավ 120 կմ: Ինչքան
ժամանակում ավտոմոբիլը, նույն պայմաններում, կանցնի
300 կմ ճանապարհ:

Լուծում. Մենք գիտենք, վոր հավասարաչափ շարժման
ժամանակ ճանապարհն ու ժամանակամիջոցը կապված են ուղիղ
համեմատականությամբ որենքով:

Գրենք պայմանները.

$$\begin{array}{l} 2 \text{ ժամ} - 120 \text{ կմ} \\ x \text{ » } - 300 \text{ »} \end{array}$$

Կազմում ենք $2 : x = 1 : 0 : 300$, կամ $x : 2 = 300 : 120$ համե-
մատությունը, վորից՝

$$x = \frac{2 \cdot 300}{120} = 5 \text{ ժամ}$$

Խնդիր 2. Վազոնները ձեռքով դատարկելու համար 6
բանվորի անհրաժեշտ է 8 աշխատանքային ժամ: Քանի՞ բանվոր
է հարկավոր նույն բնուր 3 ժամում դատարկելու համար:

Լուծում. Այսպիսի խնդիրները լուծելիս բանվորի միջին
աշխատունակությունն ընդունում ենք անփոփոխ:

Վորքան անգամ մեծանա բանվորների թիվը, այնքան ան-
գամ կիջրանա դատարկման ժամանակամիջոցը: Այս խնդրի
մեջ մենք գործ ունենք մեծությունների հակադարձ համեմա-
տականության հետ: Գրենք խնդրի պայմանները:

$$\begin{array}{l} 6 \text{ բանվոր} - 8 \text{ ժամ} \\ x \text{ » } - 3 \text{ »} \end{array}$$

Գրենք հարաբերություններ և կազմենք համեմատություն-
ներ՝

$$3 : 8 = 6 : x, \text{ կամ } x : 6 = 8 : 3$$

Կստանանք՝

$$x = \frac{8 \cdot 6}{3} = 16 \text{ բանվոր}$$

Ուղիղ և հակադարձ համեմատականության
դեպքում մեծություններից մեկի արժեքը
կարելի է ստանալ միավորի վերլուծելու
յեղանակով:

§ 5. Խնդիրների
լուծումը միավորի
վերլուծելու
յեղանակով

Խնդիր 1. Միևնույն միջին աշխատա-
վարձն ստացող 28 բանվորի վրա մեկ ամսում ծախսվում է
4200 ուրլի: Ինչքան կծախսվի 50 բանվորի վրա, յեթի նրանց
վճարում են նույն միջին գրույքով:

Լուծում. 28 բանվոր միասին ստանում են 4200 ուրլի: Ինչքան է ստանում մի բանվորը: Մի բանվորն ստանում է 28 անգամ պակաս: Այսպիսով բանվորական յուրաքանչյուր միավոր ստանում է՝

$$\frac{4200}{28} = \text{ոուրլի}$$

Ինչքան է ստանում 50 բանվորը: 50 բանվորն ստանում է մեկ բանվորից 50 անգամ ավելի: Այդ կանի՝

$$\frac{4200 \cdot 50}{28} = 7500 \text{ ոուրլի}$$

Լուծման լրիվ գրառումը կունենա հետևյալ տեսքը.
28 բանվորի վճարվում է 4200 ոուրլի.

$$\begin{array}{l} 1 \quad \gg \quad \gg \quad \frac{4200}{28} \quad \gg \\ 50 \quad \gg \quad \gg \quad \frac{4200 \cdot 50}{28} = 7500 \text{ ոուրլի} \end{array}$$

Խնդիր 2. Շենքը հիմքի շարելը 20 բանվոր վերջացնում են 15 օրում: Փանի օրում կվերջացնեն նույն աշխատանքը 25 բանվոր, չեթե նրանք աշխատում են միեկնույն արտադրողականությամբ:

Լուծում. Աշխատանքը վերջացնելու համար պետք է 20 բանվոր աշխատեն 15 օր: Նույն աշխատանքը քանի օրում կվերջացնի մի բանվորը: Մի բանվորն այդ աշխատանքը կվերջացնի 20 անգամ ավելի ժամանակամիջոցում, այսինքն՝ 15 · 20 օրում:

Փանի օր կտևի այդ աշխատանքը, չեթե աշխատի 25 բանվոր: 25 բանվորն այդ աշխատանքը կկատարի 25 անգամ պակաս ժամանակամիջոցում: Նրանց համար անհրաժեշտ է 25 անգամ պակաս օր:

Դրենք լուծումը:

20 բանվորի համար անհրաժեշտ է 15 օր

$$\begin{array}{l} 1 \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad 20 \cdot 15 \quad \gg \\ 25 \quad \gg \quad \gg \quad \gg \quad \frac{20 \cdot 15}{25} = 12 \text{ օր} \end{array}$$

§ 6. Համեմատական բաժանում

Խնդիր 1. Մեքենայի մասը շինելու համար պահանջվեց 3 խառատի $2\frac{1}{2}$ աշխատանքային ժամ: Առաջին խառատն աշխատեց 40 րոպե, յերկրորդը՝ 50 րոպե, իսկ լերրորդը՝ ժամանակի մնացած մասը: Ամբողջ աշխատանքի համար վճարեցին 12 ոուրլի: Ինչքան վաստակեց ամեն մի խառատը:

Այս խնդիրը կարելի է լուծել սովորական թվաբանական հաշվի ձևով: Սակայն մենք գիտենալով հարաբերությունների հատկությունները, կարող ենք լուծել այդ ավելի կարճ ձևով, այսպես կոչված՝ համեմատական բաժանման յեղանակով:

Ինչքան շատ աշխատեց բանվորը, այնքան էլ նա շատ փող պետք է ստանա: Աշխատավարձը համեմատական է ժամանակամիջոցին: Այստեղ գոյություն ունի ուղիղ համեմատականություն:

Նշանակենք առաջին բանվորի աշխատավարձը (տվյալ աշխատանքի համար) x_1 , յերկրորդինը՝ x_2 , իսկ յերրորդինը՝ x_3 տառով: Դրենք, Վոր աշխատավարձը համեմատական է ժամանակին, այսինքն՝

$$x_1 : x_2 : x_3 = 40 : 50 : 60$$

Մասերի գումարը հավասար է՝

$$40 + 50 + 60 = 150$$

Աշխատանքի մի մասի համար վճարվում են՝

$$\frac{1200}{150} = 8 \text{ կոպեկ}$$

Առաջին բանվորը ստանում է՝ $8 \cdot 40 = 320$ կոպեկ:

Յերկրորդն ստանում է՝ $8 \cdot 50 = 400$ կոպեկ:

Յերրորդն ստանում է՝ $8 \cdot 60 = 480$ կոպեկ:

Դիտողություն. Հարաբերությունները կարելի է գրել այսպիսով $x_1 : x_2 : x_3 = 40 : 50 : 60 = 4 : 5 : 6$: Ընդամենը կլինի 15 մաս: Հաշվելով՝ կհամոզվենք, Վոր նոր հարաբերության դեպքում էլ աշխատանքի վճարը մնում է նույնը:

Խնդիր 2. 855-ը բաժանել չորս համեմատական մասերի՝

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{3}{5}$$

Լուծում. $x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \frac{40}{60} : \frac{45}{60} : \frac{50}{60} : \frac{36}{60}$

Հարաբերությունները չեն փոփոխվի, յեթե չափաքանչյուր հարաբերության նախորդ և հետնորդ անդամները բազմապատկենք 60-ով:

Հարաբերությունները վերջնական ձևափոխման յենթարկելուց հետո ստանում ենք՝

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 40 : 45 : 50 : 36$$

Մասերի գումարը հավասար է՝ $40 + 45 + 50 + 36 = 171$,

Մի մասը՝ $\frac{855}{171} = 5$:

Այժմ գտնենք x_1, x_2, x_3 և x_4 թվերը. կստանանք՝

$$200, 225, 250, 180$$

Սրանց գումարը պետք է հավասար լինի 855-ին:

Դիտարկելով. կոտորակային թվերի հարաբերությունները միշտ պետք է փոխարինել ամբողջ թվերի հարաբերությամբ: Դրա համար կոտորակները պետք է բերել ընդհանուր հայտարարի և վերջնել համարիչների հը բաբերությունը:

Խնդիր 3. 1380-ը բաժանենք չորս այնպիսի մասերի, վորոնք համեմատական լինեն՝

$$0,4; 0,5; 0,32; 0,16 \text{ թվերին}$$

Լուծում. Այս խնդիրը լուծելու համար գրենք՝ $x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 0,4 : 0,5 : 0,32 : 0,16 = 40 : 50 : 32 : 16 = 20 : 25 : 16 : 8$:

Մասերի գումարը հավասար է՝ $20 + 25 + 16 + 8 = 69$:

Յուրաքանչյուր մասի մեծությունը հավասար է՝ $\frac{1380}{69} = 20$,

և $x_1 = 400, x_2 = 500, x_3 = 320, x_4 = 160$:

Վորպեսզի սված թիվը բաժանենք մի բանի թվերի նկատմամբ համեմատական մասերի, անհրաժեշտ է՝ 1) փոխարինել

կոտորակային թվերի հարաբերություններն ամբողջ թվերի հարաբերությամբ: 2) մասերի թիվը գտնելու համար գումարել սացված մասերը, յեվ սված թիվը բաժանել այդ գումարի վրա: 3) վորպեսզի գիտենանք թե ինչի յե հավասար մի մասը սված թիվը բաժանել մասերի թվի վրա: 4) մի մասի սացված մեծությունը բազմապատկել հարաբերությունների ամբողջ թվերով:

Յերբեմն պատահում են համեմատական բաժանման ավելի բարդ դեպքեր:

Խնդիր 4. Բետոն պատրաստելու համար իրար հետ չոր ցեմենտ, ավազ և խիճ են խառնում: Բետոնի կազմի մեջ մտնող նյութերի ծավալները հարաբերում են այնպես, ինչպես՝ 2 : 6 : 9

Ինչքան ավազ ու խիճ պետք է վերցնել, յեթե գործողը վելու յե 900 խոր. դմ չոր ցեմենտ:

Ինչքան բետոն կստացվի, յեթե խճի ծավալը կազմում է ստացված բետոնի 0,9 մասը:

Լուծում. Ամբողջ խառնուրդը կազմված է $2 + 6 + 9 = 17$ մասից: Սրա մեջ մտնում է 2 մաս ցեմենտ: Մենք ունենք 900 խոր. դմ ցեմենտ: Այդ նշանակում է, վոր խառնուրդի մեկ մասին ընկնում է $\frac{900}{2} = 450$ խոր. դմ ցեմենտ:

Այժմ գտնենք բետոնի կազմությունը՝

Ցեմենտ, 2 մաս — $450 \cdot 2 = 900$ խոր. դմ

Ավազ, 6 » — $450 \cdot 6 = 2700$ » »

Խիճ, 9 » — $450 \cdot 9 = 4050$ » »

Կստացվի $4050 : 0,9 = 4500$ խոր. դմ $= 4,5$ մ³ բետոն:

Այս խնդրի մեջ տված են՝ բազադրիչ մասերի ծավալների հարաբերությունը և նյութերից մեկի ծավալն արտահայտող թիվը: Բաժանելով այդ թիվը նրան համապատասխանող մասերի թվի վրա, իմացանք խառնուրդի մեկ մասի ծավալը: Բազմապատկելով այդ թիվը մյուս նյութերի համապատասխան մասերի թվով, մենք գտանք թե յուրաքանչյուր նյութից ինչքան պետք է վերցնել:

ԽՈՒՆԻՐ 5. Չորս կողմնատեսական աշխատեցին իրենց հատկացված հողամասի վրա: Նրանց վաստակած աշխուրհի թվերը հարաբերում են այնպես, ինչպես՝ 12:15:18:20: Յերկրորդն ու չերրորդը միասին վաստակեցին 66 աշխուր: Մանկ աշխուր վաստակեց նրանցից յուրաքանչյուրը:

Աշխուրհի թիվը նշանակենք՝ x_1, x_2, x_3, x_4 :

ԼՈՒԾՈՒՄ. Ինչպես միշտ, այս դեպքում ել պետք է վորոշենք, թե քանի որվա յե համապատասխանում մեկ մասը: Յերկրորդ և չերրորդ կողմնատեսականների բաժինը կազմում է $15+18=33$ մաս, վորը կազմում է 66-ը: Մի մասը կլինի՝ $\frac{66}{33}=2$ որ:

Այժմ կարող ենք վորոշել յուրաքանչյուր կողմնատեսականի վաստակած աշխուրհի թիվը:

$$x_1=2 \cdot 12=24 \text{ որ,}$$

$$x_2=2 \cdot 15=30 \text{ որ,}$$

$$x_3=2 \cdot 18=36 \text{ որ,}$$

$$x_4=2 \cdot 20=40 \text{ որ:}$$

Այս խնդրի մեջ մեզ տված եր վոչ թե լուրր մասերի, այլ միայն վորոշ մասերի գումարը, այդ պատճառով ել խնդիրը լուծելու համար գումարեցինք միայն այդ մասերը:

Յերբեմն պատահում է, վոր խնդրի մեջ տված է լինում վոչ թե յերկու մասերի գումարը, այլ նրանց տարբերությունը:

ԽՈՒՆԻՐ 6. Չորս բանվոր աշխատեցին միասին այն պայմանով, վոր վաստակած դրամը բաժանեն՝ համեմատական պատրաստած դետալների թվին:

Աշխատանքը վերջացնելուց հետո հաշվեցին դետալները ստացվեց՝ 5, 8, 6 և 6 դետալ: Պարզվեց, վոր յերկրորդ բանվորը յերրորդից 10 ուրբով ավելի յե ստանում: Ինչքան աշխատեց յուրաքանչյուրը:

ԼՈՒԾՈՒՄ. Ամբողջ աշխատավարձը պետք է բաժանվի հետևյալ հարաբերությամբ.

$$x_1:x_2:x_3:x_4=5:8:6:6$$

Յերկրորդ բանվորի մասերի թիվը ավելի շատ է, քան յերրորդինը: Տարբերությունը կլինի՝ $8-6=2$ մաս: Յերկու մասի համար յերկրորդ բանվորը ստացավ 10 ուրբի: Այդ նշանակում է, վոր մի մասը կազմում է 5 ուրբի:

$$1\text{-ին բանվորն ստանում է } x_1=5 \cdot 5=25 \text{ ուրբի,}$$

$$2\text{-րդ } \text{»} \text{»} \text{» } x_2=5 \cdot 8=40 \text{ »}$$

$$3\text{-րդ } \text{»} \text{»} \text{» } x_3=5 \cdot 6=30 \text{ »}$$

$$4\text{-րդ } \text{»} \text{»} \text{» } x_4=5 \cdot 6=30 \text{ »}$$

Վորոշ խնդիրները մեջ անհրաժեշտ է լինում բաժանել թիվն աշխուրհի մասերի, վորոնք հակադարձ համեմատական լինեն տված թվերին: Այդպիսի խնդիրները լուծելու համար բերենք մի քանի որինակներ:

ԽՈՒՆԻՐ 7. Պետք է յերկու տեսակ թեյից խառնուրդ կազմել Առաջին տեսակի թեյի մեկ կիլոգրամն արժե 15 ուրբի, իսկ յերկրորդ տեսակինը՝ 6 ուրբի: Մեկ և մյուս տեսակի թեյի վերցրած քանակությունները հակադարձ համեմատական են թեյի արժեքին:

105 կգ խառնուրդ կազմելու համար ինչքան պետք է վերցնել առաջին տեսակի թեյից և ինչքան՝ յերկրորդ տեսակից:

ԼՈՒԾՈՒՄ. Յե՛կե թեյի քանակը հակադարձ համեմատական է նրա արժեքին, ապա պետք է կշիռների հարաբերությունը հավասար լինի թեյի արժեքների հակադարձ մեծությունների հարաբերությանը:

$$x_1:x_2=\frac{1}{15}:\frac{1}{6}$$

Փոխարինելով կոտորակային թվերի հարաբերությունն ամբողջ թվերի հարաբերությամբ, կստանանք.

$$x_1:x_2=\frac{2}{30}:\frac{5}{30}=2:5$$

I տեսակից պետք է վերցնել 2 մաս,

II » » » » 5 մաս:

Ընդամենը՝ $2+5=7$ մաս

Մեկ մասը կաղմում է $\frac{105}{7}=15$ կգ

I տեսակից պետք է վերցնել $15 \cdot 2=30$ կգ

II » » » » $15 \cdot 5=75$ կգ:

Խնդիր 8. 1440-ը բաժանենք յերկու այնպիսի մասերի, վորոնք հակադարձ համեմատական լինեն՝ 5 և 7 թվերին:

Լուծում. վերցնենք տված թվերի հակադարձ մեծությունները: Խնդրի պայմանը դրենք այդ թվերի հարաբերություն տեսքով.

$$x_1 : x_2 = \frac{1}{5} : \frac{1}{7}$$

Կոտորակային թվերի հարաբերությունը փոխարինենք ամբողջ թվերի հարաբերությամբ.

$$\frac{1}{5} : \frac{1}{7} = \frac{7}{35} : \frac{5}{35} = 7 : 5$$

Գտնենք մասերի թիվը՝

$$7 + 5 = 12$$

Գտնենք մեկ մասի արժեքը՝

$$\frac{1440}{12} = 120$$

Գտնենք վորոնեի թվերը՝

$$x_1 = 120 \cdot 7 = 840$$

$$x_2 = 120 \cdot 5 = 600$$

$$\overline{1440}$$

Նույն ձևով ենք լուծում նաև այն խնդիրները, վորոնց մեջ պահանջվում է թիվը բաժանել այնպիսի մասերի, վորոնք հակադարձ համեմատական լինեն յերեք, չորս և ավելի թվերի:

§ 7. Մի քանի թվերի միջին քվարանտիլ

Ձուռն տեսակավորում են կռելու միջոցով: Տեսակավորելիս առաջին տեսակի յեռ հաշվում այն ձուռն, վորի 120 հատը կռում է 7,78 կգ, յերկրորդ տեսակի 120-ը կռում է 6,96 կգ, յերրորդ տեսակի 120-ը կռում է 5,32 կգ: Կոլտըն-տեսությունը, տեսակավորելով ձվերը ստացավ հետևյալ կռուները.

Կռում	Կշիռ (կիլոգրամներով)	Ձվերի թիվը	Մի ձվի կշիռ (կիլոգրամներով)	120 ձվի կշիռ (կիլոգրամներով)
1	2,581	40	0,0645	7,740
2	3,321	50	0,0664	7,968
3	1,286	20	0,0643	7,716
4	6,511	100	0,0651	7,812
5	7,819	120	0,0654	7,849
	21,548	30		

Վորպեսզի իմանանք, թե վոր տեսակին են պատկանում այս ձվերը, պետք է վորոշել մեկ ձվի միջին կշիռը և 120 ձվի միջին կշիռը:

Մեկ ձվի կշիռը գտնում են կռված ձվերի կշիռը ձվերի թվի վրա բաժանելով: Այդուհանդիպ չերևում է, վոր բոլոր կռումներին ժամանակ մեկ ձվի կռի հարյուրերորդական մասերը չեն փոփոխվում (իսկ 120 ձվի կռի՝ լրիվ կիլոգրամները չեն փոփոխվում): Տարբերությունը սխալն հաղարբորդական մասերի մեջ է: Այդ նշանակում է, վոր մեկ ձվի կռի համար կիլոգրամի հարյուրերորդական մասերը ճիշտ են վորոշված, իսկ հաղարբորդական և տասնհաղարբորդական մասերն արդեն սխալ են լորդական և տասնհաղարբորդական մասերն արդեն սխալ են տալիս: 120 ձվի կռի համար ճիշտ են վորոշված լրիվ կիլոգրամները, և սխալն սկսվում է տասերորդական մասերից: Ասում ենք, վոր մեկ ձվի կռման ժամանակ կիլոգրամի հաղարբորդական և տասնհաղարբորդական մասերը վստահելի թվեր չեն (անհավասար թվեր են):

Ակներև է, վոր ձվերը կռով զանազանվում են կիլոգրամի հաղարբորդական մասերով: Նույնպես կարելի չէ ասել, վոր 120 ձուռն կռելիս մենք անվստահելի թվեր ունենք կիլոգրամի տասերորդ մասերի համար:

Մենք տեսնում ենք, Վոր չափելիս չի կարելի ճշգրիտ թիվ գտնել, չի կարելի մեկ կշռումով գտնել ձվի ճշգրիտ կշիռը: Յուրաքանչյուր կշռման ժամանակ ձվի ստացված կշիռը դա մոտավորապես հաշված կշիռ կլինի:

Մենք պայմանավորվում ենք բոլոր չափումների և մոտավոր հաշվումների ժամանակ միայն մեկ անվտանգելի թվանշան վերցնել, մնացած բոլոր անվտանգելի թվանշաններն անտեսում ենք, վերով թիվը կլորացնում ենք:

Մեկ ձվի կշռի համար ստանում ենք հետևյալ թվերը՝ 0,064 կգ; 0,066 կգ; 0,064 կգ; 0,065 կգ; 0,065 կգ. իսկ 120 ձվի կշռի համար՝ 7,7 կգ; 8,0 կգ; 7,7 կգ; 7,8 կգ; 7,8 կգ:

Մենք վերցնում ենք բոլոր կշիռների միջին քվարանականը, կամ ինչպես յերբեմն ասում են, կշռի միջին արժեքը: Հենց այդ թիվը ել ընդունում ենք իրրե ճշգրիտ:

Մի քանի թվերի միջին թվարանականը գտնելու համար պետք է գումարել բոլոր տվյալ թվերը և գումարը բաժանել գումարելիների թվի վրա:

Մեկ ձվի համար՝

$$\frac{0,064+0,066+0,064+0,065+0,065}{5} \approx 0,065 \text{ կգ}$$

120 ձվի համար՝

$$\frac{7,7+8,0+7,7+7,8+7,8}{5} \approx 7,8 \text{ կգ}$$

Այսպիսով, մենք մեկ ձվի միջին կշիռն ստացանք հավասար՝ 0,065 կգ և 120 ձվի միջին կշիռը՝ 7,8 կգ: Կշռվող ձվերը կարելի չէ ըստ ստանդարտի տեսչին տեսքի ձու համարել:

Մեծ թվով կշռումների դեպքում մենք ստանում ենք բավարար արդյունք նաև այն ժամանակ, յերբ ասանձին կշռումները բավարար չափով ճիշտ չեն:

Մի քանի թվերի միջին քվարանականը գտնելու համար պետք է գումարել բոլոր սկզբ թվերը յեվ գումարը բաժանել գումարելիների թվի վրա:

XVI. ՏՈԿՈՆՆԵՐ

Սահմանում. Թվի մեկ հարյուրերորդական մասը կոչվում է մեկ մեկ տոկոս: Առաջին անգամ տոկոս բառը գործածվել է միայն այն ժամանակ, յերբ փոխառն փող է պարտք տվել և պահանջել է պարտքը վերադարձնել ամեն մի հարյուրին վորոշ հավելումով:

Տոկոսը նշանակելու համար ոգտվում են մի հատուկ $\%$ նշանով:

1% — նշանակում է մեկ տոկոս, այսինքն թվի մեկ հարյուրյերորդական մասը:

3% — նշանակում է յերեք տոկոս, այսինքն թվի յերեք հարյուրերորդական մասը:

Խնդիրներ լուծելիս հաճախ անհրաժեշտ է լինում թվի տոկոսն արտահայտել նրա հարյուրերորդական մասերով և հակառակը — թվի հարյուրերորդական մասերն արտահայտել տոկոսներով:

1. Հետևյալ տասնորդական կոտորակներն

արտահայտենք տոկոսներով:

$1 = 100\%$	$0,07 = 7\%$	$0,1 = 10\%$
$0,01 = 1\%$	$1,17 = 117\%$	$1,08 = 108\%$
$0,003 = 0,3\%$	$0,825 = 82,5\%$	$0,016 = 1,6\%$
$0,58 = 58\%$	$3,7 = 370\%$	$4,57 = 457\%$
$0,001 = 0,1\%$	$2 = 200\%$	

Թվային արտահայտությունը մեզն համապատասխանող տոկոսային արտահայտություններով փոխարինելու համար, պետք է սկզբ թվային արտահայտությունը բազմապատկել հարյուրով: Կամ ստուակեսը դեպի աջ փոխադրել յերկու քվանգան:

2. Հետևյալ տոկոսները գրենք տասնորդական կոտորակի

ձևով:

$1\% = 0,01$	$156\% = 1,56$	$100\% = 1$
$0,8\% = 0,008$	$560\% = 5,6$	$35,6\% = 0,356$
$0,1\% = 0,001$	$700\% = 7$	$20\% = 0,2$

$$5\frac{0}{10}=0,05$$

$$17\frac{0}{10}=0,17$$

$$307\frac{0}{10}=3,07$$

$$354\frac{0}{10}=3,54$$

$$1,4\frac{0}{10}=0,014$$

$$0,5\frac{0}{10}=0,005$$

Տոկոսային արտահայտությունները աստիճանական կոտորակով փոխարինելու համար անհրաժեշտ է՝ տոկոսներն արտահայտող թիվը բաժանել հարյուրի վրա, կամ աստիճանը տեղափոխել զեպի նախ յեղև թվանշանի:

3. Հետևյալ տոկոսային արտահայտությունները փոխարինենք հասարակ կոտորակներով.

$$\begin{aligned} & \text{Թվի } 50\frac{0}{10} \text{ հավասար է նրա } \frac{1}{2} \text{ -ին; } 10\frac{0}{10} = \frac{1}{10}; \quad 20\frac{0}{10} = \\ & = \frac{1}{5}; \quad 25\frac{0}{10} = \frac{1}{4}; \quad 75\frac{0}{10} = \frac{3}{4}; \quad 5\frac{0}{10} = \frac{1}{20}; \quad 4\frac{0}{10} = \frac{1}{25}; \quad 2\frac{0}{10} = \frac{1}{50}; \\ & 33\frac{0}{10} \approx \frac{1}{3}; \end{aligned}$$

4. Հետևյալ կոտորակները փոխարինենք տոկոսային արտահայտություներով:

$$\begin{aligned} & \frac{3}{5} = 0,6 = 0,60 = 60\frac{0}{10}; \quad \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\frac{0}{10}; \quad \frac{2}{5} = 40\frac{0}{10} \\ & \frac{8}{8} = 0,375 = 37,5\frac{0}{10}; \quad \frac{9}{16} = 0,5625 = 56,25\frac{0}{10}; \\ & \frac{3}{4} = 75\frac{0}{10}; \quad \frac{9}{25} = 36\frac{0}{10}; \quad \frac{7}{50} = 14\frac{0}{10}; \quad 2\frac{1}{2} = 200\frac{0}{10} + 50\frac{0}{10} = 250\frac{0}{10} \\ & 7\frac{8}{4} = 700\frac{0}{10} + 75\frac{0}{10} = 775\frac{0}{10}; \quad \frac{2}{3} \approx 67\frac{0}{10} \\ & \frac{4}{9} = 0,444... \approx 44\frac{0}{10} \end{aligned}$$

§ 3. Թվի տոկոսը գտնելը

Թվի տոկոսը գտնելը հանգում է թվի մեկ կամ մի քանի հարյուրերորդական մասը գտնելուն և լուծվում է բազմապատկումով:

1. Հանձնված է 560 կգ ալյուր: Ինչքան հաց է ստացվել, յեթե աճը $13,5\frac{0}{10}$ է:

Լուծում. Նախ պետք է հաշվել, թե քանի՞ կիլոգրամի յե հավասար աճը, այսինքն գտնել 560 -ի $13,5\frac{0}{10}$ -ը, կամ $0,135$ մասը:

560 կգ-ի $13,5\frac{0}{10}$ -ը կազմում է՝ $560 \cdot 0,135 = 75,6$ կգ:

Ստացվել է՝ $560 + 75,6 = 635,6$ կգ հաց:

2. Գտե՛ք՝ 1) 42 ուղբուղ $7\frac{0}{10}$ -ը, 2) $15\frac{1}{2}$ կգ-ի $2,2\frac{0}{10}$ -ը:

Լուծում. 1) 42 ուղբուղ $7\frac{0}{10}$ -ը հավասար է՝
 $42 \cdot 0,07 = 2,94$ ուղբ. = 2 ո. 94 Կ.:

2) $15\frac{1}{2}$ կգ-ի $2,2\frac{0}{10}$ -ը հավասար է՝
 $15,5 \cdot 0,022 = 0,341$ կգ:

3. Գտե՛ք՝ 1) $15\frac{1}{2}$ -ի $\frac{3}{4}\frac{0}{10}$ -ը, 2) $3\frac{2}{11}$ -ի $4\frac{2}{5}\frac{0}{10}$ -ը:

1) $15\frac{1}{2}$ -ի $\frac{3}{4}\frac{0}{10}$ -ը հավասար է՝
 $15\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{400} = \frac{81 \cdot 3}{2 \cdot 400} = \frac{93}{800} = 0,11625$

կամ $15\frac{1}{2}$ -ի $\frac{3}{4}\frac{0}{10}$ -ը հավասար է $15,5$ -ի $75\frac{0}{10}$ -ին =
 $= 15,5 \cdot 0,0075 = 0,11625$:

2) $3\frac{2}{11}$ -ի $4\frac{2}{5}\frac{0}{10}$ -ը հավասար է՝
 $3\frac{2}{11} \cdot \frac{22}{500} = \frac{85 \cdot 22}{11 \cdot 500} = \frac{7 \cdot 2}{100} = \frac{14}{100} = 0,14$

Թվի տոկոսը գտնելու խնդիրը կարելի չե գրառել տասերով այսպես՝

$$a = K \cdot \frac{p}{100}, \text{ կամ } a = \frac{K \cdot p}{100}$$

Այստեղ a -ն տված թվի վորոնների մասն է, K -ն տված թիվն է, իսկ p -ն՝ տոկոսների թիվը:

1. Պատվիրելով վերարկու, պատվիրատուն պետք է կոտակերատիվին կանխավճար մուծեր վերարկվի արժեքի $40\frac{0}{10}$ -ը: Նրան տվին 50 ուղբուղ անդորագիր: Ի՞նչ արժեք վերարկուն:

Լուծում. Նախնական մուծումը կազմում $40\frac{0}{10}$, վորը վերարկվի արժեքի $0,40$ մասն է և հավասար է 50 ուղբուղ:

Պետք է գտնել թիվը՝ տված մասով:

$$0,40x = 50 \text{ ուղբուղի, } x = \frac{50}{0,4} = 125 \text{ ուղբուղի}$$

Վորտեղ x -ը անհայտ թիվն է:

Տված տոկոսով թիվը գտնելը հանգում է թիվը տված մասով գտնելուն յեվ լուծվում է բաժանման յեղաճակով:

Լուծումը կարելի չե գրել տառերով, այսպես.

$$k=a:\frac{p}{100}, \text{ կամ } k=\frac{a \cdot 100}{p}$$

Այստեղ k -ն ամբողջ թիվն է, a -ն ամբողջ թվի տված մասն է, իսկ p -ն՝ տոկոսների թիվը:

2. Պահել թիվը յեթե հայտնի չե, վոր 1) թվի $53\%_{10}$ -ը հավասար է $25,5$ կգ-ի, 2) թվի $107\%_{10}$ -ը հավասար է 321 ուղբլի:

1) $0,53x=25,5$ կգ

$$x=\frac{25,5}{0,53}=\frac{2550}{53}=50 \text{ կգ}$$

2) $1,07x=321$ ուղբլի

$$x=\frac{321}{1,07}=300 \text{ ուղբլի}$$

Տոկոսներով արտահայտված մասի ոգնությամբ թիվը գտնելիս պատահում են յերեք հիմնական խնդիրներ:

I. Հայտնի չե թվի տոկոսներով արտահայտված մասը (նախորդ խնդիրը):

II. Հայտնի չե այն թիվը (և այդ թվի տոկոսային արտահայտությունը), վորը կստացվի, յեթե վորոնելի թվին ավելացնենք իր վորոշ տոկոսը:

III. Հայտնի չե այն թիվը (և այդ թվի տոկոսային արտահայտությունը), վորը կստացվի յեթե տված թվից հանենք իր վորոշ տոկոսը:

Բերենք որինակներ.

1) Կոոպերատիվը տան կառուցման համար վարկ է վերցնում: Բանկը տալիս է ապագա տան արժեքի $30\%_{10}$ -ի չափով վարկ, վորը կազմում է $150\ 000$ ուղբլի: Վորոշեցեք շենքի արժեքը:

Այստեղ թվի $30\%_{10}$ -ը (վորոնելի թվի մասը) կազմում է $150\ 000$ ուղբլի:

Լուծում. Պետք է վորոշել թիվը՝ տված մասի ոգնությամբ:

$$30\%_{10}=0,30; 0,3x=150\ 000 \text{ ուղբլի}$$

Վորոնելի թիվը՝

$$x=150\ 000:0,3=500\ 000 \text{ ուղբլի}$$

2) Խանութը արտելից դուլեր գնեց: Յուրաքանչյուր դուլին զնարեց 2 ռ. 40 կ., ընդգրկում խանութին տրված է $26\%_{10}$ զեղչ: Ի՞նչ արժե մեկ դուլին առանց զեղչի:

Լուծում. $20\%_{10}$ զեղչից հետո յուրաքանչյուր դուլին զնարեցին իր սկզբնական արժեքի միայն $100-20=80\%_{10}$ -ը: Այդ նշանակում է, վոր 2 ռ. 40 կողմը կազմում է դուլի արժեքի $80\%_{10}$ -ը:

$$80\%_{10}=0,80; 0,8x=2,4 \text{ ուղբլի}$$

Վարկի ստանում ենք՝

$$x=2,4:0,8=\frac{24}{8}=3 \text{ ուղբլի (դուլի արժեքը)}$$

3) Վնարողն ուշացրեց վճարումը, վորի համար պետք է վնարի Եղբրնական գումարի $12\%_{10}$ -ի չափով տույժ: Նա մուծեց ընդամենը 56 ուղբլի: Վնքան եր նրա նախնական պարտքը:

Լուծում. Պարտքը տույժի հետ միասին կազմում է նախնական գումարի $100+12=112\%_{10}$ -ը:

Այդ նշանակում է, վոր 56 ուղբլին վորոնելի թվի $112\%_{10}$ -ն է, կամ նրա $1,12$ մասը. $1,12x=56$

$$x=56:1,12=\frac{56 \cdot 100}{112}=50 \text{ ուղբլի}$$

§ 5. Յեղիս քվերի հարաբերությունը՝ առանալված առկաներով

1. Դասարանում սովորում են 32 աշակերտ: 2 աշակերտ բացակայում էին դասից: Իսպարանի աշակերտության ընդհանուր թվի վնք տոկոսն եր բացակայում է վոր տոկոսն եր ներկա:

1) Քանի տոկոսն են կազմում բացակայող աշակերտները: Լուծում. Նախ պետք է իմանալ, թե 2 -ը 32 -ի վոր մասն է կազմում: 2 է 32 թվերի հարաբերությունը վորոշվում է բաժանումով՝ $\frac{2}{32}=\frac{1}{16}$: Դրանից հետո անհրաժեշտ է արդյունքն արտահայտել տասնորդական կոտորակով և տոկոսներով:

$$\frac{1}{16}=0,0625=6,25\%_{10}$$

2) Քանի տոկոս են կազմում դասին ներկա գտնված 30 աշակերտները:

30-ի հարաբերությունը 32-ին հավասար է $\frac{80}{32} = \frac{15}{16}$ ։ Արտահայտելով այս հարաբերությունը տասնորդական կոտորակով և կոտորակներով, կստանանք՝

$$\frac{15}{16} = 0,9375 = 93,75\%$$

$$\text{Անուգում} \quad 6,25\% + 93,75\% = 100\%$$

2. Կոտորակները և խորհրդանշանները կախնադրված են ֆերմաների անասունների թիվը 1931 թվի յերկրորդ կեսին աճելով 400 000-ից հասավ 1 800 000-ի։

1) Կիսամյակի սկզբի անասունների թիվը կիսամյակի վերջում յեղած թվի վեր տոկոսն է կազմում։

Լուծում. Վորպես միավոր, կամ 100% պետք է ընդունել 1 800 000 գլուխը, վորի նկատմամբ 400 000 գլուխը կազմում է՝

$$\frac{400\,000}{1\,800\,000} = \frac{2}{9} \quad \text{մաս} \quad \frac{2}{9} \approx 0,222 = 22,2\%$$

2) 1931 թվի վերջում անասունների թիվը կիսամյակի սկզբի անասունների թվի վեր տոկոսն էր կազմում։

Լուծում. Վորպես միավոր կամ 100% պետք է ընդունել 400 000 գլուխը, վորի նկատմամբ անասունների թվի աճը կազմում է՝

$$\frac{1\,800\,000}{400\,000} = \frac{9}{2} = 4,5 = 450\%$$

3) 1931 թվի յերկրորդ կիսամյակում քանի տոկոսով աճեց անասունների թիվը։

Լուծում.

$$450\% - 100\% = 350\%$$

Թվերի սոկոսային հարաբերությունը ստանալու համար անհրաժեշտ է գտնել այդ թվերի բաճորդական հարաբերությունը յեվ պատասխանն արտահայտել սոկոսներով։

Դիտարկություններ. 1) Թվերի հարաբերությունը գտնելիս վորպես բաճանարար վերցնում են այն թիվը, վորն ընդունում են 100%։

2) Հարաբերությունը տոկոսներով հաշվելիս պատասխանը կլորացնում են՝ բաճանման արդյունքը կլորացնելու կանոնով։

3. Վորոշել, թե 1) 1118-ը 1730-ի, 2) 10-ը 3-ի և 3) 0,019-ը 1-ի վեր տոկոսն է կազմում։

$$\text{Լուծում.} \quad 1) \frac{111,8}{1730} = 0,065 = 6,5\%$$

$$2) \frac{10}{3} = 3,333... \approx 333\%$$

$$3) \frac{0,019}{1} = 1,9\%$$

Լուծումը կարելի է գրառել տառերով այսպես՝

$$p = \frac{a}{k} \cdot 100$$

Վորտեղ k -ն 100% ընդունված թիվն է, վորի նկատմամբ պետք է սված a թիվն արտահայտել տոկոսներով (p)։

Դիտարկություն. $\frac{a}{k}$ կոտորակը ցույց է տալիս թվերի քանորդական հարաբերությունը, վորը 100-ով բազմապատկելու դեպքում արտահայտվում է տոկոսներով։

§ 3. Գրամական հաշվարկների վերաբերյալ խնդիրներ

Դրամական հաշվարկների վերաբերյալ խնդիրների մեջ պատահում է չորս թիվ, 1) սկզբնական գումար 2) տոկոս, 3) ժամանակ. 4) վորոշ ժամանակամիջոցում ստացված շահ կամ վնաս։ Յերբեմի խնդիրների մեջ շահը կամ վնաս արտահայտող թվի փոխարեն պատահում է այնպիսի թիվ, վորը ցույց է տալիս նախնական գումարը շահի կամ վնասի հետ միասին, այսպես ասած՝ աճած կամ նվազած գումարը։

Այդ չորս թվերից յերեքը խնդրի մեջ տված են լինում, իսկ չորրորդը պետք է գտնենք այդ թվերի միջոցով։ Այսպիսով դրամական, տոկոսային հաշվարկների ժամանակ պատահում է չորս հիմնական խնդիր։

I. ա) Գտնել խնայողական դրամարկի տված 50 ռուբլի ավանդի 9 ամսում բերած շահը, յեթե խնայողական դրամարկի արժեքն 8%։

ԼՈՒԾՈՒՄ. Տարեկան յեկամուտը կազմում է 50 ուրլու 80%-ը, այսինքն՝

$$50 \cdot 0,08 = 4 \text{ ուրլի}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4} \text{ տարում բերած յեկամուտը կկազմի՝}$$

$$4 \cdot \frac{3}{4} = 3 \text{ ուրլի}$$

բ) Ինչքան կգանա 50 ուրլի ավանդն 9 ամսվա ընթացքում, յեթե խնայողական դրամարկը տարեկան վճարում է 80% ԼՈՒԾՈՒՄ. Վերը հաշվեցինք, վեր 9 ամսվա յեկամուտը կազմում է 3 ուրլի, ուստի ավանդատուն ստանում է՝

$$50 + 3 = 53 \text{ ուրլի}$$

Այս ա) և բ) խնդիրների մեջ տված էյին՝ 1) սկզբնական գումարը, 2) տոկոսը, 3) ժամանակը: Պահանջվում էր գտնել՝ 4) շահը (ա խնդրում) և աճած գումարը (բ խնդրում):

II. Ինչքան ժամանակում 1350 ուրլին 80%-ով կտա՝ ա) 477 ուրլ, շահ, շ) կգանա 1827 ուրլ:

ԼՈՒԾՈՒՄ. ա) 1:50 ուրլու տարեկան հասույթը կազմում է (1350 · 0,08) = 108 ուրլի:

477 ուրլի հասույթը կստացվի 477 : 108 = 4 $\frac{45}{108}$ = 4 $\frac{5}{12}$ տարում. այսինքն 4 տարի 5 ամսում:

բ) Նախ պետք է խմանալ հասույթը՝ 1827 - 1350 = 477 ուրլ:

Այնուհետև խնդիրը լուծվում է այնպես ինչպես ա) խնդիրը:

Այս խնդիրների մեջ տված էյին՝ 1) դրամագումարը, 2) տոկոսը, 3) շահը, կամ աճած գումարը. պահանջվում էր հաշվել ժամանակը:

III. Քանի տոկոս է վճարում խնայողական դրամարկը, յեթե 9 ամսով տված 150 ուրլ ավանդը ա) բերում է՝ 9 ուրլի շահ, բ) ավանդատվին հատուցում է 159 ուրլի:

ԼՈՒԾՈՒՄ. Յերկու դեպքում էլ հասույթը կազմում է 9 ուրլի: Հետևաբար տարեկան հասույթը կկազմի՝

$$9 : \frac{9}{12} = 12 \text{ ուրլի}$$

$$12 \text{ ուրլին կազմում է } 150 \text{ ուրլի ավանդի } \frac{12}{150} = 0,08 =$$

$$= 80\% \text{-ը:}$$

Այս խնդիրների մեջ տված էյին՝ 1) դրամագումարը, 2) ժամանակը, 3) շահը կամ աճած գումարը. պահանջվում էր հաշվել տոկոսների թիվը:

IV. ա) վեր դրամագումարը 70%-ով 3 տարում կբերի 420 ուրլի շահ:

ԼՈՒԾՈՒՄ. Տարեկան հասույթը կազմում է դրամագումարի 70%-ը կամ 0,07 մասը: 3 տարվա հասույթը կլինի վորոնելի գումարի 0,07 · 3 = 0,21 մասը:

Յեթե անհայտ գումարը նշանակենք x-ով, կստանանք՝

$$0,21x = 420, x = \frac{420}{0,21} = \frac{420 \cdot 100}{21} = 2000 \text{ ուրլի}$$

բ) վեր դրամագումարը 100%-ով 3 տարում կգանա 520 ուրլ:

ԼՈՒԾՈՒՄ. Դրամագումարի տարեկան հասույթը կազմում է վորոնելի գումարի 100%-ը = 0,1 մասը: 3 տարվա հասույթը կլինի վորոնելի գումարի 0,3 մասը, այսինքն՝ 1,3x = 520 ուրլի, վորտեղ x-ն անհայտ գումարն է.

$$x = \frac{520}{1,3} = \frac{5200}{13} = 400 \text{ ուրլի}$$

Այս ա) և բ) խնդիրների մեջ տված էյին՝ 1) ժամանակը, 2) տոկոսը, 3) շահը կամ աճեցրած գումարը. Պահանջվում էր հաշվել սկզբնական դրամագումարը:

Դիտողություն. Յեր խնդիրները լուծելու անհրաժեշտ է լինում ժամանակն արտահայտել ամիսներով և ուրիշով, ընդունված է տարին հաշվել 360 օր, իսկ ամսը՝ 30 օր:

§ 7. Տոկոսներ հաշվելու գրաճիկը

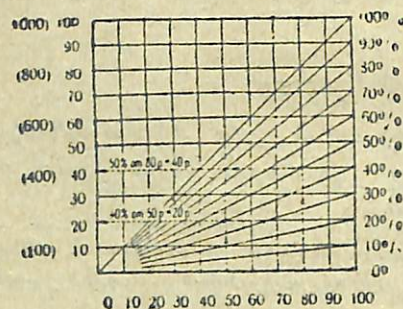
Տոկոսների վերաբերյալ խնդիրները կարելի է լուծել՝ ոգավելով նաև դրաֆիկից: Եւրդ գծադրի վրա ցույց է տրված, թե ինչպես պետք է գտնել տված թվի տոկոսը: Այդ դրաֆիկով տոկոսը վորոշելու համար անհրաժեշտ է վորոշել, թե 0 կետը տոկոսների թիվը ցույց տվող (աջ կողմում, վերջին ուղղաձիգ գծի վրա) կետի հետ միացնող ուղիղը վեր կհատում է հատված տված

Թվին համապատասխանող ուղղաձիգ գծի հետ (տված թիվը պետք է կարգալ հորիզոնական գծի վրա), ապա աչք կետի հորիզոնական ուղղությամբ տեղափոխվել մինչև առաջին ուղղաձիգ գծին ու նրա վրա կարգալ վորոնելի թիվը: Որինակ՝ այդ գրաֆիկով պետք է վորոշել, թե ինչի յե հավասար 50 ուղբլու 40% -ը: Պատասխան՝ 20 ուղբլի: Լուծումը ցույց է տրված սլաքով: Նույն ձևով վորոշվում է, վոր 80 ուղբլու 50% -ը հավասար է 40 ուղբլու:

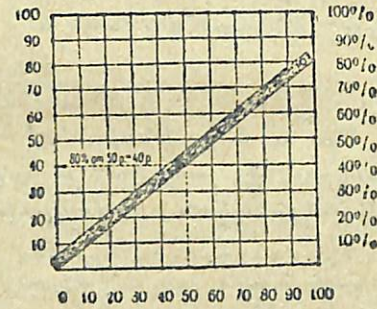
Նույն ձևով անց են կացնում գծեր՝ 10%, 20% և այլն մինչև 100% հաշվելու համար:

Վորպեսզի մեր գրաֆիկը հնարավորություն տա վորոշելու 100-ից մեծ թվերի տոկոսները, մենք կարող ենք մասշտաբի միավորին տալ զանազան արժեքներ:

7-րդ գծերի վրա ցույց է տրված, թե ինչպես կարելի յե գտնել 50 ուղբլու 80% -ը, քանոնի ոգնությամբ, առանց գրաֆիկի վրա գծեր տանելու:



գծ. 6.



գծ. 7.

XVII. ԲԱՆԱՁԵՎԵՐ ՅԵՎ ՀԱՇՎՈՒՄՆԵՐ ԲԱՆԱՁԵՎԵՐՈՎ

§ 1. Բաճաճեվեր (Շորմուլներ)

Մենք մի քանի անգամ ոգտվեցինք տառային արտահայտութլուններով: Այժմ ցույց տանք, թե մաթեմատիկայի մեջ խնդիրներ լուծելիս, տառային արտահայտութլուններն ինչպես են ոգտադործում:

1. Լուծենք հետևյալ խնդիրները:

- 1) Ապրանքի 1 մ-ը արժե 10 ռ.: Գտնենք 7 մ-ի արժեքը:
- 2) » 1 մ-ը » 5 ռ.: » 7 մ-ի »
- 3) » 1 մ-ը » 10 ռ.: » 8 մ-ի »
- 4) » 1 մ-ը » 6 ռ.: » 12 մ-ի »
- 5) 1 կգ շախարն արժե 2 ռ: Գտնենք 4 կգ-ի արժեքը:
- 6) Ապրանքի 1 միավորն արժե a ուղբլի: Գտնենք b միավորի արժեքը:

Լուծում.

- 1) $10 \cdot 7 = 70$ ուղբլի
- 2) $5 \cdot 7 = 35$ ուղբլի
- 3) $10 \cdot 8 = 80$ ուղբլի
- 4) $6 \cdot 12 = 72$ ուղբլի
- 5) $2 \cdot 4 = 8$ ուղբլի

6-րդ խնդրի լուծումը գրառում ենք այսպես՝

$$a \cdot b = c$$

Այստեղ a-ն նշանակում է մի վորեկե ապրանքի չափի մեկ միավորի արժեքը, b-ն՝ միավորների քանակը և c-ն՝ ամբողջ ապրանքի արժեքը:

a-ի վորխարեն կարելի յե վերցնել 10, 5, 10, 6, 2:

b-ի վորխարեն՝ 7, 7, 8, 12, 4. այդ դեպքում c-ն հավասար կլինի՝ 70, 35, 80, 72, 8:

Ամեն մի թվաբանական խնդրի մեջ անհրաժեշտ է լինում զանազանել տված թվերը, վորոնելի թվերը և խնդրի պայմանների մեջ նշած գրանց առնչութլունները: Վորոնելի թիվը գրառում ենք պատասխանելով խնդրի հարցին:

Լուծելով խնդիրը, մենք գտնում ենք տված և վորոնելի թվերի առնչութլունը և վորոշում ենք առնչութլան բնույթը: Դիտենալով տվյալների և արդյունքների առնչութլունը, մենք կգիտենանք, թե խնդիրը լուծելու համար ինչ գործողութլուն, և ինչ կարգով պետք է կատարել:

Որինակի բոլոր խնդիրները լուծվում են միևնույն յեղանակով, միևնույն կանոնով. այդ բոլոր խնդիրների մեջ մենք կիրառում ենք բազմապատկման գործողութլունը և գտնում ենք

բանաձևերը միևնույն նշանակություն ունենալու Դրանք ցույց են տալիս, Վոր a և b թվերի գումարը պետք է բաժանել m -ի վրա և ստացած քանորդը բազմապատկել c -ով:

Դիտողություն. Պետք է լավ հիշել, Վոր գումարի կամ տարբերության բազմապատկումը միշտ նշանակում են փակագծերով:

$(a+b) \cdot m$ և $(a-b) \cdot m$ արտահայտությունները կարգացվում են այսպես. յերկու թվերի գումարը կամ արտահայտությունը պետք է բազմապատկել m թվով:

Յեթե մենք առանց փակագծերի գրեյինք՝ $a+bm$ և $a-bm$ այդ կնշանակեր, Վոր a թվին պետք է գումարել կամ այդ թվից պետք է հանել b և m թվերի արտադրյալը:

§ 3. Գործակից: Առաջին

I. Սահմանում. Տառային արտահայտության բովանդակ արագրիչը կոչվում է գործակից:

Գործակիցը գրվում է մյուս արտադրիչներից առաջ:

Որինակ. 1) $3a^2b$, 2) $\frac{4}{7}mn$, 3) $0,9ab$:

Գործակիցը կարող է լինել ամբողջ և կոտորակ:

Գործակիցը ցույց է տալիս, թե ինչպես կարելի չէ գումարումը փոխարինել բազմապատկումով:

Որինակ. $a+a+a=3a$:

Այսպիսով գործակիցը կրճատում է գործողության գրությունը:

$$1. a+a+a+a=4a$$

$$2. b+b-c-c-c=b+b-(c+c+c)=2b-3c$$

$$3. \frac{1}{4}m + \frac{1}{4}m + \frac{1}{4}m = \frac{m}{4} + \frac{m}{4} + \frac{m}{4} = \frac{3m}{4} = \frac{3}{4}m$$

$$4. 5a^2 = a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2$$

$$5. \frac{4}{5}ab = \frac{1}{5}ab + \frac{1}{5}ab + \frac{1}{5}ab + \frac{1}{5}ab$$

$$6. 0,3m - 0,2n = 0,1m + 0,1m + 0,1m - 0,1n - 0,1n$$

II. Հավասար արտադրիչների բազմապատկման ժամանակ, ինչպես հայտնի չէ, հնարավոր է գրության վերոշ պարզեցում (տես § 10, գլ. IV):

$$1) 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5, 2) 10 \cdot 10 \cdot 10$$

Այսպիսի արտադրյալների համար գոյություն ունի գրության հետևյալ ձևը:

$$1) 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4 = 625, 2) 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 1000$$

Հավասար արտադրիչների բազմապատկումը համարվում է հատուկ գործողություն և կոչվում է աստիճան բարձրացնել: Տառային գրության դեպքում մենք ունենք

$$a^n = N$$

բանաձևը:

Այս բանաձևի մեջ a -ն հիմքն է, n -ը՝ a թվի աստիճանի ցուցիչը (աստիճանացույց):

$$1) a^5 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$$

$$2) (ab) \cdot (ab) \cdot (ab) = (ab)^3$$

$$3) (a+b) \cdot (a+b) = (a+b)^2$$

Դիտողություն. Բազմապատկման նշանը կարելի չէ բաց թողնել փակագծի կամ փակագծի փոխարինող նշանի առաջ:

§ 4. Ամենագլխավոր բանաձևեր

Հաճախ պատահում են հետևյալ տառային արտահայտությունները կամ բանաձևերը.

$$1. \text{Գումարի բանաձևը՝ } m = a + b:$$

$$2. \text{Տարբերության բանաձևը՝ } n = a - b:$$

$$3. \text{Արտադրյալի բանաձևը՝ } p = a \cdot b \text{ կամ } p = ab:$$

$$4. \text{Քանորդի բանաձևը՝ } q = a : b = \frac{a}{b}:$$

$$5. \text{Հավասարության բանաձևը՝ } a = b:$$

$$6. \text{Անհավասարության բանաձևը } a > b, b < a:$$

Տառերի ու նշանների դանազան կոմբինացիաները կազմում են ուրիշ, ավելի բարդ բանաձևեր:

$$7. \text{Զույգ թվի բանաձևը՝ } k = 2n:$$

n -ի փոխարեն կարելի չէ վերցնել ամեն մի ամբողջ թիվ, սկսած դերյոցից: Կստանանք զույգ թվերի շարքը՝ 0, 2, 4, 6...

$$8. \text{Կենտ թվի բանաձևը՝ } l = 2n + 1 \text{ կամ } l = 2n - 1:$$

$$9. \text{ } n\text{-ի վրա բաժանվող թվի բանաձևը՝ } x = n \cdot a:$$

$$10. \text{ Մնացորդով բաժանման բանաձևը՝ } \frac{a}{b} = q + \frac{r}{b}:$$

11. Յերկու թվի բանաձևը՝ $m = 10a + b$. այստեղ a -ն տասնավորների թիվն է, իսկ b -ն՝ միավորների թիվը:

§ 5. Բանաձևերի
թվական
արժեքները

Օ ա ռ թ ա ճ ու մ. Բանաձևի թվական արժեք կոչվում է այն թիվը, զորը կատարվի, յեթե բանաձևի մեջ տառերի տեղը զեննք նրանց համապատասխան թվական արժեքները և կատարենք բանաձևում նշված գործողությունները պայմանավորված կարգով:

1. Վերցնենք ուղղանկյան մակերեսի բանաձևը՝ $s = ah$: Այս բանաձևի մեջ s -ը նշանակում է հավերժ քառակուսի միավորների թիվը, a -ն՝ հիմքի յերկարության միավորների թիվը և h -ը՝ բարձրության յերկարության միավորների թիվը:

Հաշվենք մակերեսի արժեքը, յերբ $a = 5$ սմ և $h = 8$ սմ: Կատանանք՝

$$s = 5 \cdot 8 = 40 \text{ հա. սմ}$$

Նույնպես, յերբ $a = 2,4$ մ և $h = 0,8$ մ, կատանանք՝

$$s = 2,4 \cdot 0,8 = 1,92 \text{ հա. մ}$$

2. Հաշվել $a^2 + b^2$, յերբ $a = 3$ և $b = 5$:

$$\text{Լուծում. } a^2 + b^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34.$$

§ 6. Բանաձևերի
վերադասարկում
վերադասարկում
մասն
մեծություններից

Ուղղանկյան մակերեսի բանաձևը՝

$$s = ah$$

Այս բանաձևով կարող ենք լուծել այսպիսի խնդիրներ:

I. Փնտել մակերեսը, յերբ տված են հիմքն

ու բարձրությունը:

II. Փնտել բարձրությունը, յերբ տված են հիմքն ու մակերեսը:

III. Փնտել հիմքը, յերբ տված են բարձրությունն ու մակերեսը:

$$\text{Լուծում I. } s = ah$$

$$\text{Լուծում II. } h = \frac{s}{a}$$

$$\text{Լուծում III. } a = \frac{s}{h}$$

Յերկրորդ և յերրորդ լուծումը վերածվում է բաժանման միջոցով արտադրիչներից մեկի գտնելուն, յերբ տված են արտադրյալն ու մյուս արտադրիչը:

Ստուգենք այս լուծումները թվերով: Դիցուք $a = 5$, $h = 8$ և $s = 40$:

$$\text{I. } 40 = 5 \cdot 8, \text{ II. } 8 = \frac{40}{5}, \text{ III. } 5 = \frac{40}{8}$$

Նույն ձևով, ուղղակիով գործողությունների որոնքներից ու գործողությունների տվյալներից և արդյունքների միջև լեղած առնչություններից, մենք կարող ենք գտնել մեծությունը և ափսիս բարդ բանաձևերից:

Խնդրի լուծման համար բանաձև կազմելիս ողորակար է պահպանել հետևյալ կարգը:

I. Կարգալ պայմանները:

II. Տալ խնդրի տվյալներին և արդյունքներին տառային նշանակումներ:

III. Բարդ խնդիրը վերածել ափսիս պարզ խնդիրների:

IV. Վորոշել, թե ինչ գործողությամբ է վճռվում յուրաքանչյուր պարզ խնդիրը:

V. Դրի առնել պայմաններն ընդունած տառային նշանակումներով:

VI. Բանաձևից գտնել վորոշելի մեծությունը:

Դիտարկենք. Տվյալ մեծությունները սովորաբար նշանակում են լատինական այբուբենի առաջին տառերով՝ a, b, c, d... Իսկ վորոշելի մեծությունները, վերջին տառերով՝ x, y, z, t...

Լուծենք խնդրի պայմաններով բանաձև կազմելու վերաբերյալ մի որոշակի:

I. Ավտոմորիլը մեկ ուրում անցնում է վորոշ ճանապարհ: Մի ալ ավտոմորիլ մեկ ուրում անցնում է մի քանի կիլոմետրով պակաս: Վորոշել յերկրորդ ավտոմորիլի մեկ ուրում անցած ճանապարհը:

Լուծում.

II. Առաջին ավտոյի անցած ճանապարհը նշանակենք a տառով (տված մեծությունը), իսկ յերկրորդ ավտոյի անցած ճանապարհը՝ x տառով (վորոշելի մեծությունը):

Առաջին ավտոմոբիլը b կիլոմետր ավելի քան անցնում յերկրորդից (b -ն աված մեծությունն է):

III. Խնդիրը պարզ է, լուծվում է մեկ գործողությամբ:

IV. Խնդիրը լուծվում է գումարումով:

V. Գրենք պայմանը՝ $a = b + x$:

VI. Բանաձևից գտնենք x -ը: Տված է a գումարն ու b գումարելին, պետք է գտնել x գումարելին.

$$x = a - b$$

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

I. Թվերի գրությունը յեվ ընթերցումը

§ 1. Ներածություն	5
§ 2. Թվերի բնական շարքը	5
§ 3. Բանավոր հաշիվ և հաշվի տասնորդական սխառմը	6
§ 4. Թվարկություն	8
§ 5. Հոմեակական թվանշաններ	10

II. Չափեր: Չափերի մետրական սխառմը

§ 1. Մեծությունները յեվ նրանց չափումը	11
§ 2. Չափերի մետրական սխառմը	11
§ 3. Միավորների նշանակումը	12

III. Ամբողջ թվերի գումարումը յեվ հանումը

§ 1. Գումարում	14
§ 2. Գումարման միջոցով լուծվող խնդիրներ	14
§ 3. Գումարման որենքները	15
§ 4. Ինչպես պետք է գումարն ավելացնել	17
§ 5. Ամբողջ թվերի գումարումը	18
§ 6. Հանում	19
§ 7. Գումարումը և հանումը փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններ են	20
§ 8. Հանման գործողությամբ լուծվող խնդիրներ	21
§ 9. Գումարի փոփոխությունը	22
§ 10. Տարբերության փոփոխությունը	24

§ 11. Գումարի հանումը Տարբերության դումարումը և հանումը	25
§ 12. Ամբողջ թվերի հանումը	27
§ 13. Գումարման ստուգումը	28
§ 14. Հանման ստուգումը	29
§ 15. Հանումը լրացումով	30
§ 16. Թվերի կլորացումը	31

IV. Ամբողջ թվերի բազմապատկումը յեվ բաժանումը

§ 1. Բազմապատկում	33
§ 2. Բազմապատկումով լուծվող խնդիրներ	34
§ 3. Բազմապատկման որոնքները	35
§ 4. Բազմապատկում արտադրյալով և արտադրյալի բազմապատկումը	37
§ 5. Գումարի և տարբերության բազմապատկումը	38
§ 6. Արտադրյալի փոփոխությունն արտադրիչների փոփոխության հետևանքով	39
§ 7. Բազմապատկում մեկ իմաստավոր թվանշան ունեցող թվով	40
§ 8. Զերոներով վերջացող թվերի բազմապատկումը	41
§ 9. Բազմանիշ թվերի բազմապատկումը	42
§ 10. Հասկացողությունն աստիճանի մասին	43
§ 11. Բաժանում	44
§ 12. Բազմապատկումը և բաժանումը փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններ են	45
§ 13. Տարբեր աստիճանի գործողություններ	46
§ 14. Բաժանման գործողությունը լուծվող խնդիրներ	
§ 15. Բազմապատկման և բաժանման դեպքում տվյալների արդյունքների կախումը	49
§ 16. Բազմապատկման և բաժանման ստուգումը	52
§ 17. Քանորդի փոփոխությունը	52
§ 18. Արտադրյալի և գումարի բաժանումը	53
§ 19. Բաժանում միավորով և զերոներով արտահայտվող թվերի վրա	56
§ 20. Զերոյով վերջացող թվերի բաժանումը	57

§ 21. Բաժանման այն դեպքը, յերբ քանորդը միանիշ թիվ է	57
§ 22. Մնացորդով բաժանում	59
§ 23. Մնացորդի փոփոխությունը	61
§ 24. Բաժանման այն դեպքը, յերբ քանորդը բազմանիշ թիվ է	64

V. Գործողությունների կարգը. Փակագծեր

§ 1. Միևնույն աստիճանի գործողությունների կարգը	62
§ 2. Տարբեր աստիճանի գործողությունների կարգը	64

VI. Թվերի բաժանակալույթ ունը

§ 1. Թվերի բաժանականությունը	64
§ 2. Գումարի հատկությունները, վորոնց վրա հիմնված է բաժանականության հատկանիշների տարածումը	63
§ 3. 10-ի, 100-ի, 1000-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հատկանիշները	66
§ 4. 2-ի և 5-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականությունը	67
§ 5. 4-ի և 25-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականությունը	68
§ 6. 8-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հատկանիշները	69
§ 7. 9-ի և 2-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հատկանիշները	69
§ 8. Պարզ և բարդ թվեր	71
§ 9. Թվերի վերածումը պարզ արտադրիչներին	72
§ 10. Ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար	74
§ 11. Հասկացողությունն ամենափոքր բազմապատկի մասին	76
§ 12. Ամենափոքր բազմապատկը գանկույն յերեք դեպքերը	77
§ 13. Բարդ թվերի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հատկանիշները	79

VII. Հասարակ կոսուսակների ընդհանուր հատկանիշները

§ 1. Միավորի մասերը. կոտորակային թվեր	80
§ 2. Կոտորակն իբրև յերկու թվերի հարաբերություն	84
§ 3. Կանոնավոր և անկանոն կոտորակներ. խառը թվեր	85

§ 4.	Ամբողջ և խառը թիվն անկառնոն կոտորակ դարձնելը	87
§ 5.	Անկանոն կոտորակիյ ամբողջներ անշատելը	88
§ 6.	Հավասար համարիչ կամ հայտարար ունեցող կոտորակների մեծությունների բաղդատումը	89
§ 7.	Կոտորակի փոփոխությունը համարիչի և հայտարարի փոփոխման հետևանքով	91
§ 8.	Կոտորակի գլխավոր հատկությունը	93
§ 9.	Կոտորակի կրճատումը	95
§ 10.	Կոտորակներն ընդհանուր հայտարարի բերելը	96
§ 11.	Կոտորակի մեծության փոփոխելը համարիչին և հայտարարին միևեռապես գումարելիներն ափելացնելու դեպքում	18

VIII. Կոտորակների գումարումը յեվ հանումը

§ 1.	Նույն հայտարարն ունեցող կոտորակների գումարումը և հանումը	99
§ 2.	Տարբեր հայտարարներ ունեցող կոտորակների գումարումը և հանումը	100
§ 3.	Պառը թվերի գումարումը և հանումը	102

IX. Տված թվերի մասը յեվ տված մասով թիվը գտնելը

§ 1.	Տված թվի մասը գտնելը	103
§ 2.	Գտնել թիվը յերբ տված և նրա մասը	105
§ 3.	Թվի գտնելը, յերբ հայտնի յե նրա մասը՝ արտահայտված վորեւ կոտորակով	106

X. Հասարակ կոտորակների բազմապատկումը

§ 1.	Կոտորակի բազմապատկումն ամբողջ թվերով	107
§ 2.	Ինչպիսի խնդիրներ են լուծում կոտորակով բազմապատկելիս	109
§ 3.	Բազմապատկում կոտորակով	111

XI. Հասարակ կոտորակների բաժանումը

§ 1.	Փոխադարձաբար հակադարձ թվեր	113
§ 2.	Բաժանում կոտորակի վրա	114

§ 3.	Ամեն տեսակ ամբողջ և կոտորակային թվերի բաժանումը	115
§ 4.	Բաժանման մեջոյով լուծելու խնդիրներ	117
§ 5.	Ամբողջ թվերի գումարման և բազմապատկման որենքները վերաբերում են նաև կոտորակային թվերին	119
§ 6.	Կոտորակային թվերով հաշվելու մի ափելի բարդ որինակ	116

XII. Տասնորդական կոտորակներ

§ 1.	Տասնորդական կոտորակների կարգան ու գրելը	120
§ 2.	Տասնորդական կոտորակն իբրև հասարակ կոտորակ	123
§ 3.	Տասնորդական կոտորակների մեծության բաղդատումը և տասնորդական կոտորակներով արտահայտված թվերի կլորացումը	123
§ 4.	Տասնորդական կոտորակներն ընդհանուր հայտարարի բերելը և տասնորդական կոտորակների կրճատումը	125
§ 5.	Տասնորդական կոտորակների գումարումը և հանումը	127
§ 6.	Տասնորդական կոտորակների բազմապատկումը	128
§ 7.	Տասնորդական կոտորակների բաժանումը	132

XIII. Միասեղ գործողություններ հասարակ յեվ տասնորդական կոտորակներով

§ 1.	Տասնորդական կոտորակը հասարակ կոտորակ դարձնելը	135
§ 2.	Հասարակ կոտորակը տասնորդական դարձնելը	135
§ 3.	Անվերջ տասնորդական կոտորակների մասին	136
§ 4.	Միասեղ հաշվումներ հասարակ ու տասնորդական կոտորակներով	141

XIV. Հարաբերություններ յեվ համեմատություններ

§ 1.	Թվերի բաղդատման յերկու յեղանակ	143
§ 2.	Բանորդական հարաբերություն	145
§ 3.	Բանորդական հարաբերության գլխավոր հատկությունները	146
§ 4.	Հարաբերության անհայտ անդամը գտնելը	147

§ 5.	Կրճատումներ՝ հարաբերությունները հաշվելիս և կոտորակային թվերի հարաբերության փոխարինումը ամբողջ թվերի հարաբերությամբ . . .	148
§ 6.	Հասկացողություն համեմատության մասին . . .	149
§ 7.	Համեմատության հիմնական հատկությունը . . .	150
§ 8.	Տված թվերից համեմատություն կազմելը . . .	151
§ 9.	Համեմատության անդամների տեղերը փոխելը . . .	152
§ 10.	Համեմատության անհայտ անդամը գտնելը . . .	154
§ 11.	Զորքորդ համեմատականը գտնելը . . .	155

XV. Ուղիղ յեվ հակադարձ համեմատականություն:
Հասկացողություն միջին քվարանականի մասին

§ 1.	Հաստատուն և փոփոխական մեծությունների մասին . . .	156
§ 2.	Ուղիղ համեմատական մեծություններ . . .	157
§ 3.	Համեմատությունների կիրառումը խնդիրներ լուծելիս . . .	161
§ 4.	Հակադարձ համեմատական մեծություններ . . .	162
§ 5.	Խնդիրների լուծումը միավորի վերածելու լեզանակով . . .	165
§ 6.	Համեմատական բաժանում . . .	167
§ 7.	Մի քանի թվերի միջին թվաբանականը . . .	172

XVI. Տոկոսներ

§ 1.	Հասկացողություն տոկոսների մասին . . .	175
§ 2.	Կոտորակային արտահայտության փոխարինումը տոկոսային արտահայտությամբ . . .	175
§ 3.	Թվի տոկոսը գտնելը . . .	176
§ 4.	Թիֆն իր տոկոսներով արտահայտված մասի ոգնությունը գտնելը . . .	177
§ 5.	Յերկու թվերի հարաբերությունը՝ արտահայտված տոկոսներով . . .	179
§ 6.	Դրամական հաշվարկների վերաբերյալ խնդիրներ . . .	181
§ 7.	Տոկոսները հաշվելու գրաֆիկը . . .	183

XVII. Բանաձևեր յեվ հաշվումներ

§ 1.	Բանաձևեր (ֆորմուլներ) . . .	184
§ 2.	Տառային նշանակումներ, Դործողությունների կարգը փակագծեր . . .	187

§ 3.	Դործակից՝ Աստիճան . . .	188
§ 4.	Սահնագլխավոր բանաձևերը . . .	189
§ 5.	Բանաձևերի թվական արժեքները . . .	190
§ 6.	Բանաձևով վերևի մեծություն վերոյելը կախված մյուս մեծություններից . . .	190
§ 7.	Խնդրի պայմաններով բանաձև կազմելը . . .	191

Գառ խմբագիր՝ Ա. ՆԱԶԱՐԵԹՅԱՆ
Տեխ. խմբագիր՝ Ի. ՎԱՄԿԱՆՅԱՆ
Սրբագրիչ՝ Ա. ՍՐՁԱԳՆՅԱՆ

Հրատ. 4041. գլ. լիազոր. Պ. 4104 պատվ. 408, տիրած 50,000

Հանձնված և արտադրության 10 մարտի, 1937 թ.

Ստորագրված և ապելու 20 ապրիլի, 1937 թ.

Քուլթ 62×94 Տպագրական 121 $\frac{1}{2}$ մամուլ մեկ մամուլում 36480 նիշ
հեղինակին 11 $\frac{1}{4}$ մամուլ.

Պետրոսի տպարան, Սեբեվան, Անի 65

-50-

ՀՀ Ազգային գրադարան



NL0987299

854

ԳԻՆԸ 1 Դ. 40 Կ.

11
28671

И. Попов

А р и ф м е т и к а

Учебник для V и VI кл. средней школы

Гиз Арм. ССР, Ереван, 1987 г.