

4215

Ն. ԹԻՐԿԻՆ

БИБЛИОТЕКА
ИМС. АКАД.
СОСЛОВИЯ
Академия наук
СССР

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

ՈՐՍՄԱՆ Ե-Ց ՏԱՐԻՆԵՐ

ԳԵՏՀՐԱՏ-ՈՐՍՄԱՆԿԱՐԱՏՐԱԺԻՆ
ԵԻՐԵՎԱՆ 1934

514

Դ-42

БИБЛИОТЕКА
ИНСТИТУТА
ВОСТОКОВЕДЕНИЯ
Академии Наук
СССР

La 198

19 AUG 2006

Բնագիրը հաստատված է ՌՍՖՖՀ Լուստոգիտության կոլեգիայի կողմից

514

Ն. ՌԻԿԻՆ

№ 42

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓԱԿԱՆ
ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

БИБЛИОТЕКА
ИНСТИТУТА
ВОСТОЧЕДЕНИЯ
Академия Наук
СССР

ՈՒՍՄԱՆ 8—9 ՏԱՐԻՆԵՐ

Բնագրի բաշխված հրատարակությունից
բաշխ. ԱՐՈ. ԵԱՆՋՅԱՆ

22-00002

ՊԵՏԶՐԱՏ-ՈՒՍՄԱՆԿԱՐՅԱԲԱԺԻՆ

ՅԵՐԵՎԱՆ

1934

24.07.2013

4265



56939-66

Պատ. խմբագիր՝ Արտ. Խանջյան Տեխ. խմբագիր՝
Գ. Զեյնյան, լեզվական խմբագիր՝ Ա. Ասատույան
տրբադիր՝ Վ. Տերոյան, Պետհրատի տպարան
այ. № 2300 գլավլատ № 8151 (բ) հրատ. 2776.
տիրամ 5000.

Հանձնված է արտադրության 15 նոյեմբերի 1933
Ստորագրված է տպագրելու 15 հունվարի 1934

Ա.Ա.Ա.Ջ.Ե. ՄԱՍ

Յ-ՈՒՆԿՅՈՒՆՆԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

§ 1. ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՅԵՎ ԱՆԵՂՆԵՐԻ ՁԱՓՈՒՄԸ

Անկյան չեվ աղեղի
հաստությունը
հեղանուր մը

1. Խնչ անկյուն է գծում ժամացույցի փոքր
սլաքը 4 ժամվա ընթացքում, Խնչ անկյուն կգծի նույն
ժամանակամիջոցում մեծ սլաքը:

2. Մեքենայի անիվը 2 վայրկյանում կատարում է 6 պտույտ: Քանի
աստիճան է պտտվում անիվը 1 վայրկյանում, և քանի 10 վայրկյանում:

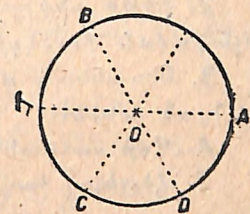
3. Առանձնաձև անիվն ունի 72 ատամ: Քանի աստիճան է պտտվում
այդ անիվը 1; 30; 144; 300 ատամ պտտվելու:

4. Գծեցեք շարժական շառավղի դ՛րքը $+45^\circ$;
 -30° ; $+225^\circ$; -135° ; 90° ; $+450^\circ$ - 810° և $+2070^\circ$ -ի
հավասար անկյունների համար:

Վճր անկյունների համար շարժական շառավղի
ները համընկնում են:

5. Աստիճաններով արտահայտեցեք աղեղների
հետևյալ գումարը.

$$\cup ABCAB + \cup BAC + \cup CDA \text{ (գծ. 1)}$$



Գծ. 1.

6. Գրեցեք անկյունների ընդհանուր ձևը այն
դեպքերում, յերա շարժական շառավղն ընդունում է՝ 1) OB 2) OD (գծ. 1),
դիրքը և գտեք այդ անկյունների մի քանի մասնակի արժեքները:

Ռադիանային չա-
փում

7. 1) Շրժանի շառավղիը հավասար է 5 սմ, Վո-
րոշել 18° պարունակող աղեղի չեվը:

2) R շառավղի ունեցող շրջանի մեջ վորոշեցեք
 α° պարունակող աղեղի չեվը:

8. 1) π թվի ունեթյամբ կալմի էք հետևյալ աղեղների վերացական
արտահայտությունները. a) 30° ; b) 45° ; c) 60° ; d) 135° ; e) 15° ; f) $22^\circ 30'$;
g) 36° ; h) 75° ; i) 108° ; k) 150° ; l) $157^\circ 30'$; m) 162° .

2) Ռադիաններով արտահայտեցեք. a) 51° ; b) 27° ; c) $76^\circ 30'$; d) $12^\circ 30'$;
e) $28^\circ 42'$; f) $75^\circ 21'$; g) 117° ; h) $216^\circ 13'$.

3) Ռադիաններով արտահայտեցեք կանոնավոր յոթանկյան, քառան-
կյան, հնգանկյան, վեցանկյան և ռ անկյան ներքին անկյունը:

9. 1) Աստիճաններով և րոպեներով արտահայտեցեք $1,5$; 2 և $0,75$
աղեղների հավասար աղեղները: Նույնպես և $\frac{\pi}{6}$; $\frac{2}{3}\pi$; $1\frac{1}{2}\pi$; $\frac{\pi}{8}$; $\frac{3}{4}\pi$; $1\frac{1}{5}\pi$
աղեղի պարունակող աղեղները:

2) Աստիճանային չափով (աղյուսակի ողնությամբ) արտահայտեցե՞ք 0,6981; 1,3090; 0,2356; 1,0071; 3,8048; 0,48; 1,3; 0,8:

Անկյունային արագություն

10. 1,2 մ յերկարության շառավիղ ունեցող անիվը 1 րոպեյում կատարում է 300 պտույտ:

1) Գտե՞ք դրա ω անկյունային արագությունը 1 վայրկյանում (անկյունային արագությունն արտահայտվում է ռադիաններով):

2) Գտե՞ք շրջանագծային արագությունն անիվի այն կետի, վրը կենտրոնից 20 սմ հեռավորության վրա լի գտնվում:

3) Գտե՞ք անիվի շրջանագծի վրա գտնվող կետի շրջանագծային արագությունը:

4) Ապացուցե՞ք, որ կենտրոնից r հեռավորության վրա գտնվող կետի պատման շրջանագծային արագությունը հավասար է $r\omega$:

11. Թափանիվի անկյունային արագությունը հավասար է 21-ի (1 վայրկյանում): Վորոշե՞ք նրա պտույտների թիվը 1 րոպեյում:

§ 2. ՅԵՌԱՆԿՑՈՒՆԱԶՍՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻՆՆԵՐԻ ՓՈԽՎԵԼԸ ԱՆԿՑԱՆ ՓՈՓՈԽՎԵԼՈՒ ՀԵՏ ՄԻԱՍԻՆ

1. Վճիռ քառորդի մեջ են բոլոր ֆունկցիաները դրական: Գոյություն ունի՞ այնպիսի քառորդ, վորի մեջ բոլոր ֆունկցիաները բացասական են:

2. Յեթե անկյունը պատկանում է յեռանկյան, ապա նրա յեռանկյունաչափական ֆունկցիաներից վճիռը կարող է լինել բացասական և յե՞րբ:

3. Յեռանկյան մեջ կես անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաներն ի՞նչ նշան ունեն:

4. Վճիռ սահմաններում կարող է փոխվել $1 + \sin x$ գումարը:

5. Հետևյալ հավասարությունները վճիռնք են ճիշտ.

$$1) \sin \alpha = \frac{\sqrt{ab}}{\frac{1}{2}(a+b)}; \quad 2) \cos \beta = \alpha + \frac{1}{\alpha}; \quad 3) \sec \alpha = \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$$

6. $\frac{\cos x}{\sec x}$ կոտորակը կարճ է բացասական լինել:

7-13 խնդիրների մեջ պարզեցե՞ք արտահայտությունները:

$$7. a \cdot \sin 0 + b \cdot \cos 90^\circ + c \cdot \operatorname{tg} 180^\circ.$$

$$8. a \cdot \operatorname{tg} 0 + b \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} + c \cdot \sec 0.$$

$$9. a \cdot \cos 0 + b \cdot \cos 180^\circ + c \cdot \cos 360^\circ.$$

$$10. a^2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} + 2ab \cdot \sec \pi - b^2 \cdot \sin \frac{3}{2}\pi.$$

$$11. a^2 \cdot \operatorname{cosec} 90^\circ - 2ab \cdot \sin 180^\circ + b^2 \cdot \operatorname{cosec} 270^\circ$$

$$12. a^2 \cdot \sin 2\pi + 2ab \cdot \cos \frac{3}{2}\pi + b^2 \cdot \operatorname{tg} 2\pi.$$

$$13. a^3 \cdot \operatorname{ctg} 270^\circ + b^3 \cdot \operatorname{tg} 90^\circ.$$

14. 5 սմ յերկարության շառավիղ ունեցող շրջանի մեջ կառուցենք հետևյալ անկյունները, 30° ; 120° ; 225° ; -30° ; -120° ; -560° և դրանց յեռանկյունաչափական գծերը: Յեռանկյունաչափական գծերը չափելով 1 սմ-ի

ճշտությամբ (0,1-ի ճշտությամբ), վորոշեցե՞ք հետևյալ ֆունկցիաների արժեքները.

$$1) \operatorname{tg} 30^\circ, \quad 2) \cos 120^\circ, \quad 3) \sin 225^\circ, \quad 4) \cos (-30^\circ), \quad 5) \operatorname{tg} (-120^\circ), \quad 6) \operatorname{ctg} (-560^\circ).$$

15. Վորոշե՞ք հետևյալ տարբերությունների նշանները.

$$1) \sin 20^\circ - \sin 21^\circ; \quad 2) \cos 20^\circ - \cos 21^\circ; \quad 3) \operatorname{tg} 20^\circ - \operatorname{tg} 21^\circ; \quad 4) \operatorname{ctg} 20^\circ - \operatorname{ctg} 21^\circ; \quad 5) \cos 20^\circ - \cos 120^\circ; \quad 6) \sin 120^\circ - \sin 240^\circ; \quad 7) \operatorname{tg} 120^\circ - \operatorname{tg} 40^\circ; \quad 8) \operatorname{ctg} 30^\circ - \operatorname{ctg} 130^\circ.$$

16. Հետևյալ յուրաքանչյուր զույգից վճիռ ֆունկցիան է մեծ. 1) $\sin 20^\circ$ -ը $\operatorname{tg} \cos 20^\circ$ -ը, 2) $\sin 50^\circ$ -ը, $\operatorname{tg} \cos 50^\circ$ -ը 3) $\operatorname{tg} 40^\circ$ -ը $\operatorname{tg} \operatorname{ctg} 40^\circ$ -ը, 4) $\operatorname{tg} 50^\circ$ -ը $\operatorname{tg} \operatorname{ctg} 50^\circ$ -ը:

Անկյան կառուցումը յիվ գտելը

17. Կառուցե՞ք այն անկյունները, վորոնց սինուսները հավասար են 1) 0,6-ի 2) $-\frac{1}{2}$ -ի: Գտե՞ք այդ անկյունների մեծությունը 1° -ի ճշտությամբ:

18. Կառուցե՞ք այն անկյունները, վորոնց կոսինուսները հավասար են 1) $\frac{2}{3}$ -ի, 2) $-0,4$ -ի:

19. Կառուցե՞ք այն անկյունները, վորոնց տանգենսները հավասար են 1) $+1,5$ -ի, 2) -1 :

20. Կառուցե՞ց այն անկյունները, վորոնց կոտինուսները հավասար են 1) -2 -ի 2) $+1$ -ի:

21. X անկյան տված ընդհանուր ձևից գրեցե՞ք նրա 360° (2π)-ից վորք քրական արժեքները.

$$1) x = 15^\circ + 120^\circ \cdot n;$$

$$2) x = -60^\circ + 360^\circ \cdot n;$$

$$3) x = -10^\circ + 60^\circ \cdot n;$$

$$4) x = \pm 120^\circ + 720^\circ \cdot n;$$

$$5) x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi \cdot n;$$

$$6) x = -\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi \cdot n;$$

$$7) x = (-1)^n \cdot 45^\circ + 180^\circ \cdot n; \quad 8) x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + \pi \cdot n.$$

22. Գրեցե՞ք հետևյալ հավասարումների ընդհանուր լուծումները՝ անկյունը գտնելով կառուցման և չափման միջոցով (1° -ի մոտավոր ճշտությամբ):

$$1) \operatorname{tg} x = 2,6;$$

$$2) \operatorname{tg} x = 0,8;$$

$$3) \cos x = 0,9;$$

$$4) \cos x = -\frac{2}{3};$$

$$5) \sin x = 0,25;$$

$$6) \sin x = -\frac{5}{7}.$$

23-31 խնդիրների մեջ պահանջվում է գտնել այն յեռանկյունաչափական ֆունկցիայի արժեքը, վոր պարունակում է հավասարումը, և կառուցել անկյունները:

$$23. \sin^2 x - 3 = 2 \sin x.$$

$$24. \cos^3 x + \cos x = 1.$$

$$25. 6 \sin^4 x = 1 - \sin^2 x.$$

$$26. \sin^3 x = 2 \sin x.$$

$$27. \operatorname{tg}^2 x = 2 \operatorname{tg} x.$$

$$28. \sec^3 x = 2 \sec x.$$

$$29. \operatorname{ctg}^3 x + 4 \operatorname{ctg} x = 0.$$

$$30. \frac{2}{1 + \operatorname{tg} x} = 0.$$

$$31. (\cos x - 2)(2 \operatorname{cosec} x + 1) = 0.$$

32. Լուծեցե՛ք հետևյալ հավասարումները.

1) $\lg x = m$; 2) $\cos x = m$ և 3) $\sin x = m$.

Ի՞նչ մեծություն թիվ կարող ե լինել m -ը այս հավասարումներից յուրաքանչյուրի մեջ.

33. Հետևյալ հավասարումները գրեցե՛ք հակադարձ շրջանային ֆունկցիաների ոգնություններով.

1) $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$; 2) $\sin(-45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

4) $\cos 90^\circ = 0$; 5) $\lg\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$; 6) $\lg 0 = 0$;

7) $\operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$; 8) $\operatorname{ctg} 0 = \infty$.

34. Արտահայտե՛ք արտահայտեցե՛ք աստիճաններով և լոգարիսմներով.

1) $\operatorname{arc} \sin 0,7314$; 2) $\operatorname{arc} \cos 0,3987$;

3) $\operatorname{arc} \lg 3,677$; 4) $\operatorname{arc} \operatorname{ctg} 0,5117$.

35. Հետևյալ հավասարումներից գտե՛ք x -ը.

1) $\operatorname{arc} \sin x = \frac{\pi}{4}$; 2) $\operatorname{arc} \cos x = \frac{\pi}{6}$; 3) $\operatorname{arc} \lg x = \frac{\pi}{3}$;

4) $\operatorname{arc} \sin \frac{x}{3} = a$; 5) $\operatorname{arc} \cos \frac{x}{a} = \frac{b}{c}$; 6) $\operatorname{arc} \lg \frac{1}{x} = a$.

36. Կառուցե՛ք.

1) $\operatorname{arc} \sin 0,8$; 2) $\operatorname{arc} \sin\left(-\frac{1}{3}\right)$; 3) $\operatorname{arc} \cos \frac{2}{3}$;

4) $\operatorname{arc} \cos(-0,75)$; 5) $\operatorname{arc} \lg \frac{1}{2}$; 6) $\operatorname{arc} \lg(-1,5)$;

7) $\operatorname{arc} \lg 1,2$; 8) $\operatorname{arc} \operatorname{ctg}(-0,6)$; 9) $\operatorname{arc} \sec 1 \frac{1}{2}$;

10) $\operatorname{arc} \operatorname{cosec}(-2)$.

§ 3. ՄԻԵՎՆՈՒՅՆ ԱՆԿՑԱՆ ՅԵՌԱՆԿՑՈՒՆԱԳԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԱՌՆՁՈՒԹՅՈՒՆԸ

α անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաներն արտահայտեցե՛ք.

1. $\sin \alpha$ -ի միջոցով 2. $\cos \alpha$ -ի միջոցով:

3. $\operatorname{tg} \alpha$ -ի միջոցով. 4. $\operatorname{ctg} \alpha$ -ի միջոցով:

Գտե՛ք α անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները, յեթե տված ե.

5. $\sin \alpha = 0,8$. 6. $\sin \alpha = -0,3$.

7. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. 8. $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$. 9. $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{5}$.

10. $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{9}{40}$. 11. $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{8}{15}$. 12. $\operatorname{ctg} \alpha = -3$.

13. $\sec \alpha = 3$. 14. $\sec \alpha = -1 \frac{9}{20}$. 15. $\operatorname{cosec} \alpha = 2,6$

16. $\operatorname{cosec} \alpha = -\sqrt{3}$.

Ընդունելով $0 < b < a$, 17–19-րդ խնդիրների տվյալների ոգնություններով գտե՛ք α անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները.

17. $\sin \alpha = \frac{a-b}{a+b}$. 18. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$. 19. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$.

Գտե՛ք α անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները, յեթե.

20. α -ն դրական սուր անկյուն ե և $\operatorname{tg} \alpha = 4 \frac{19}{20}$;

21. α -ն յեռանկյան անկյուն ե և $\cos \alpha = -0,28$;

22. α -ն վերջանում ե III քառորդում ե $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$;

23. α -ն վերջանում ե IV քառորդում ե $\operatorname{ctg} \alpha = -1,05$;

Պարզեցե՛ք 24–62-րդ խնդիրների արտահայտությունները.

24. $1 - \sin^2 \alpha$.

25. $1 - \cos^2 \alpha$.

26. $\frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}$.

27. $\frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha - 1}$.

28. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$.

29. $\sec^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

30. a) $\frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$; b) $\frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$.

31. a) $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha}$; b) $\frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha - 1}$.

32. $\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.

33. $\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

34. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha$.

35. $\sin \alpha \cdot \sec \alpha$.

36. $\cos \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha$.

37. $\operatorname{ctg} \alpha \cdot \sec \alpha$.

38. $\sin \alpha : \operatorname{tg} \alpha$.

39. $\operatorname{tg} \alpha : \operatorname{ctg} \alpha$.

40. $1 - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$.

41. $1 - \sin^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$.

42. $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha$.

43. $(\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha)^2 + (\operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \alpha)^2$.

44. $(\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha)^2 - 1$.

45. $\sin^2 \alpha \cdot \sec^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$.

46. $\frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1$.

47. $\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \sin \beta} \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1$.

48. $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.

49. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha}$.

50. $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}$.

51. $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2$.

52. $\frac{\cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha}$.

53. $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ արտահայտեցե՛ք a) $\sin \alpha$ -ով և b) $\cos \alpha$ -ով.
 54. $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$ արտահայտեցե՛ք $\sin \alpha$ -ով և $\cos \alpha$ -ով.
 55. $\frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}$ արտահայտեցե՛ք $\operatorname{tg} \alpha$ -ով.
 56. $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$ արտահայտեցե՛ք $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով.
 57. $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ արտահայտեցե՛ք a) $\operatorname{tg} \alpha$ -ով և b) $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով.
 58. $\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$ -ն արտահայտեցե՛ք ա) $\operatorname{tg} \alpha$ -ով, բ) $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով.
 59. $\sec \alpha$ -ն արտահայտեցե՛ք $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով, ինքն α -ն լիբրշանում և IV քա-

60. Հաշվեցե՛ք՝ $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$, ինքն $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{4}$.

61. Վերոշեցե՛ք $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ արտադրյալն ինքն $\sin \alpha = \cos \alpha = m$.

62. $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = m$; վերոշեցե՛ք՝
 $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$ և $\operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha$.

Ապացուցեցե՛ք հետևյալ նույնությունները (63—90).

63. $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.

64. $\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$

65. $\frac{\sec \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sec \alpha + 1}$

66. $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha$.

67. $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha - \operatorname{cosec}^2 \alpha$.

68. $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \sec^2 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha$ 69. $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$.

70. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha} = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

71. $\frac{\sin \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cosec} \alpha} = \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.

72. $\frac{\sec \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{cosec} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha$.

73. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha}{\sec \alpha - \operatorname{cosec} \alpha}$.

74. $\frac{1 + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \cdot \frac{1 + \sec \alpha}{1 + \operatorname{cosec} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$.

75. $\frac{1 - \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} : \frac{1 + \sec \alpha}{1 + \operatorname{cosec} \alpha} = \operatorname{ctg}^3 \alpha$.

76. $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{\operatorname{ctg} \alpha} = 1$.

77. $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 1$.

78. $\frac{\sin^2 \alpha}{\sec^2 \alpha - 1} + \frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1} = 1$.

79. $\operatorname{cosec} \alpha - \sin \alpha = \cos \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.

80. $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha$.

81. $\sec^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha = \sec^2 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha$.

82. $\sec^2 \alpha (\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1) = \operatorname{cosec}^2 \alpha$.

83. $1 + \sin \alpha + \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha = (1 + \cos \alpha)(1 + \operatorname{tg} \alpha)$.

84. $(\sin \alpha - \operatorname{cosec} \alpha)(\cos \alpha - \sec \alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

85. $(\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha)(\cos \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) = (1 + \sin \alpha)(1 + \cos \alpha)$.

86. $\sin \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha) + \cos \alpha (1 + \operatorname{ctg} \alpha) = \sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha$.

87. $\sin^3 \alpha (1 + \operatorname{ctg} \alpha) + \cos^3 \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha) = \sin \alpha + \cos \alpha$.

88. $\operatorname{tg}^3 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha - \operatorname{cosec} \alpha \cdot \sec \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha \cdot \sec^2 \alpha = \operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha$.

89. $\sec^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha = (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2$.

90. $\left(\frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{cosec} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} \right)^2 = \frac{\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$.

91. $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$.

92. $\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} = 2 \operatorname{tg} \alpha$.

Լուծեցե՛ք 93—113 հավասարումները, Հավասարումից ստացած ֆունկցիայի վարչի կառուցեցե՛ք անկյունը և հափեցե՛ք այդ փոխադրիչով (1° -ի ճշտությամբ), Պատասխանը գրեցե՛ք ընդհանուր ձևով:

93. $\sin^2 x = 1 + \cos^2 x$.

94. $\sin x \cdot \operatorname{tg} x = \frac{3}{2}$.

95. $\sin x = \operatorname{ctg} x$.

96. $\cos x - 1 + 2 \sin x \cdot \operatorname{tg} x = 0$.

97. $\sin^2 x + \cos x = 0$.

98. $\sec x = \operatorname{tg}^2 x$.

99. $2 \cos^2 x = 3 \sin x + 2$.

100. $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = \frac{3}{2}$.

101. $\cos x = 2 \operatorname{tg} x$.

102. $\operatorname{cosec} x - \sin x = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x$.

103. $2 \operatorname{tg} x = -3 \operatorname{cosec} x$.

104. $2 \sec x = \operatorname{cosec} x$.

105. $2 \cos^2 x + 4 \sin^2 x = 3$.

106. $2 (\cos^2 x - \sin^2 x) = 1$.

107. $\sin^4 x - \cos^4 x = 0,5$.

108. $1 + \sin x \cdot \cos x - \sin x - \cos x = 0$.

Լուծեցե՛ք 109—113 հավասարումները.

109. $\sin x = \cos x$.

110. $\sin x = \sqrt{3} \cos x$.

111. $3 \sin^2 x = \cos^2 x$.

112. $\sin^2 x + 2 \sin x - \cos x = 3 \cos^2 x$.

113. $1 - 3 \cos^2 x = 2 \sin x \cos x$.

§ 4. ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ ՅԵՎ ՀԱՎԵԼԻՉ ԱՆԿՑՈՒՆԵՐԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԸ

1. Վերածել 45° -ից փոքր անկյան 1) $\sin 73^\circ$; 2) $\cos 80^\circ 40'$; 3) $\operatorname{tg} 69^\circ 25' 40''$; 4) $\operatorname{ctg} 59^\circ 59'$.

2. Վերածել սուր անկյան նույն ֆունկցիային. 1) $\sin 112^\circ 20'$; 2) $\cos 99^\circ 25' 35''$; 3) $\operatorname{tg} 108^\circ 48' 36''$; 4) $\operatorname{ctg} 140^\circ 40'$.

3. Վերածել 45° -ից փոքր անկյան. 1) $\sin 121^\circ 40'$; 2) $\sin 163^\circ 35'$; 3) $\cos 155^\circ 17'$; 4) $\cos 98^\circ 21'$; 5) $\operatorname{tg} 160^\circ 27' 32''$; 6) $\operatorname{tg} 106^\circ 32'$; 7) $\operatorname{ctg} 120^\circ 28' 40''$; 8) $\operatorname{ctg} 140^\circ 42'$.

Պարզեցե՛ք հետևյալ արտահայտությունները.

4. $\frac{\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)}{\operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha)}$.

5. $\frac{\cos^2(90^\circ - \alpha) - 1}{\cos(180^\circ - \alpha)}$.

6. $\sin(\pi - \alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\pi - \alpha)$.

7. $\frac{\operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}$.

8. $\sin(90^\circ - \alpha) + \sin(90^\circ + \alpha) + 2 \cos(180^\circ - \alpha)$.

9. $\cos(90^\circ - \alpha) + \cos(30^\circ + \alpha)$.

10. $\text{tg } 43^\circ \cdot \text{tg } 45^\circ \cdot \text{tg } 47^\circ$.

11. $\cos(180^\circ - \alpha) \cdot \sin(90^\circ + \alpha) \cdot \text{tg}(180^\circ - \alpha) \cdot \text{ctg}(90^\circ + \alpha)$.

12. $\text{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \text{ctg}(\pi - \alpha) + \text{ctg}(\pi - \alpha) \cdot \text{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$.

13.
$$\frac{2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \text{tg}(\pi - \alpha)}{\text{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(\pi - \alpha)}$$
.

14.
$$\frac{\text{tg}(180^\circ - \alpha) \cos(180^\circ - \alpha) \text{tg}(90^\circ - \alpha)}{\sin(90^\circ + \alpha) \text{ctg}(90^\circ + \alpha) \text{tg}(90^\circ + \alpha)}$$
.

15. Ցույց տվեք, ՎՐ

$\sin(45^\circ + \alpha) = \cos(45^\circ - \alpha)$; $\cos(45^\circ + \alpha) = \sin(45^\circ - \alpha)$ և այլն.

§ 5. ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶՄՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ԲՆԱԿԱՆ ՄԵԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՂՅՈՒՍԱԿՆԵՐ

Բնական լիանկյունաչափական մեծությունների աղյուսակների ոգնութամբ գտեք հետևյալ ֆունկցիաների արժեքները.

1. 1) $\sin 15^\circ$; 2) $\sin 45^\circ$; 3) $\sin 60^\circ$; 4) $\sin 73^\circ$; 5) $\sin 38^\circ 30'$; 6) $\sin 69^\circ 24'$; 7) $\sin 11^\circ 50'$; 8) $\sin 87^\circ 10'$; 9) $\sin 5^\circ 23'$.

2. 1) $\text{tg } 20^\circ$; 2) $\text{tg } 45^\circ$; 3) $\text{tg } 85^\circ$; 4) $\text{tg } 72^\circ 30'$; 5) $\text{tg } 17^\circ 42'$; 6) $\text{tg } 53^\circ 13'$; 7) $\text{tg } 20^\circ 47'$; 8) $\text{tg } 83^\circ 7'$; 9) $\text{tg } 85^\circ 28'$; 10) $\text{tg } 88^\circ 30'$; 11) $\text{tg } 89^\circ 48'$; 12) $\text{tg } 89^\circ 59'$.

3. 1) $\cos 65^\circ$; 2) $\cos 45^\circ$; 3) $\cos 30^\circ$; 4) $\cos 73^\circ$; 5) $\cos 38^\circ 30'$; 6) $\cos 20^\circ 24'$; 7) $\cos 61^\circ 10'$; 8) $\cos 78^\circ 46'$; 9) $\cos 2^\circ 52'$; 10) $\cos 1^\circ 20'$.

4. 1) $\text{ctg } 20^\circ$; 2) $\text{ctg } 45^\circ$; 3) $\text{ctg } 37^\circ 30'$; 4) $\text{ctg } 71^\circ 24'$; 5) $\text{ctg } 69^\circ 13'$; 6) $\text{ctg } 19^\circ 37'$; 7) $\text{ctg } 88^\circ 15'$; 8) $\text{ctg } 5^\circ$; 9) $\text{ctg } 2^\circ 27'$; 10) $\text{ctg } 90^\circ$; 11) $\text{ctg } 1^\circ 53'$.

Գտեք սուր անկյունների մեծությունը նրանց ֆունկցիաների արժեքների տվյալներով.

5. 1) $\sin \alpha = 0,3420$; 2) $\sin \beta = 0,5948$; 3) $\sin \gamma = 0,842$; 4) $\sin x = 0,9293$; 5) $\sin y = 1,0024$; 6) $\sin z = 0,3932$.

6. 1) $\text{tg } x = 0,4452$; 2) $\text{tg } \beta = 11,43$; 3) $\text{tg } \gamma = 2,675$; 4) $\text{tg } x = 0,5452$; 5) $\text{tg } y = 5,558$; 6) $\text{tg } z = 0,5$; 7) $\text{tg } u = 0,42$; 8) $\text{tg } v = 12,9$; 9) $\text{tg } w = 6,63$.

7. 1) $\cos \alpha = 0,891$; 2) $\cos \beta = 0,910$; 3) $\cos \gamma = 0,6361$; 4) $\cos x = 1,0008$; 5) $\cos y = 0,8189$; 6) $\cos z = 0,4485$.

8. 1) $\text{ctg } \alpha = 2,747$; 2) $\text{ctg } \beta = 0,4142$; 3) $\text{ctg } \gamma = 1,768$; 4) $\text{ctg } x = 1,4948$; 5) $\text{ctg } y = 0,6946$; 6) $\text{ctg } z = 1,6946$; 7) $\text{ctg } u = 7,115$; 8) $\text{ctg } v = 10,23$; 9) $\text{ctg } w = 20$.

Աղյուսակներով գտեք բուժ անկյունների հետևյալ ֆունկցիաների արժեքները.

9. $\sin 105^\circ$; $\sin 172^\circ 8'$; $\sin 140^\circ 15'$; $\sin 115^\circ 22'$.

10. $\cos 118^\circ$; $\cos 156^\circ 30'$; $\cos 98^\circ 42'$; $\cos 169^\circ 17'$.

11. $\text{tg } 121^\circ$; $\text{tg } 160^\circ 24'$; $\text{tg } 101^\circ 41'$; $\text{tg } 147^\circ 39'$.

12. $\text{ctg } 175^\circ$; $\text{ctg } 124^\circ 30'$; $\text{ctg } 171^\circ 13'$; $\text{ctg } 111^\circ 11'$.

§ 6. ՈՒՂԱՆԿՅՈՒՆ ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

Նշանակումներ. ABC ուղղանկյուն լիանկյան մեջ՝ $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $\angle C = 90^\circ$, եթե $BC = a$, եթե $AC = b$ և ներքնաձիգը՝ $AB = c$.

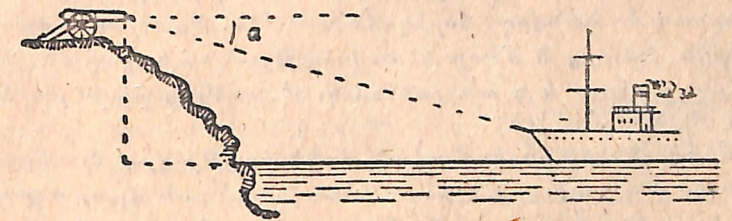
1. Տված է ABC ուղղանկյուն լիանկյունը, Վորոշեցեք, 1) $\sin \alpha$ և $\text{tg } \alpha$ -ն, յեթե $a = 48$ սմ և $c = 50$ սմ, 2) $\text{tg } \alpha$ և $\cos \alpha$ -ն, յեթե $a = 15$ սմ և $b = 20$ սմ, 3) $\text{tg } \beta$ և $\cos \beta$ -ն յեթե $b = 8,4$ սմ և $c = 8,5$ սմ:

2. ABC ուղղանկյուն լիանկյան կողմերի յերկարությունները (սանտիմետրերով) արտահայտվում են հետևյալ թվերով՝ $a = 7\frac{1}{2}$, $c = 17$, Վորոշեցեք β անկյան բոլոր ֆունկցիաները:

3. ABC ուղղանկյուն լիանկյան մեջ հաշվեցեք 1) a եջը, յեթե $c = 30,6$ սմ և $\sin \alpha = \frac{2}{3}$; 2) c -ն, յեթե $a = 51$ սմ և $\sin \alpha = 0,75$:

4. ABC ուղղանկյուն լիանկյան մեջ հաշվեցեք a եջը, յեթե՝ 1) $b = 14$ սմ և $\text{tg } \alpha = 0,72$; 2) $b = 20,4$ սմ և $\text{tg } \alpha = 1,5$:

5. Դիրիժաբլն ընկավ լուսարձակի (պրոժեկտոր) լույսի շերտի մեջ այն ժամանակ, յեթե լուսարձակի առանցքը հորիզոնի հետ կազմում էր 47° անկյուն: Նույն ժամանակ լուսարձակի հեռավորությունը դիրիժաբլից, ուղիղ գծով, հավասար էր 3,5 կմ: Հաշվեցեք. 1) դիրիժաբլի վերին բարձրությունը, 2) դիրիժաբլի հորիզոնական հեռավորությունը լուսարձակից:



Գծ. 2.

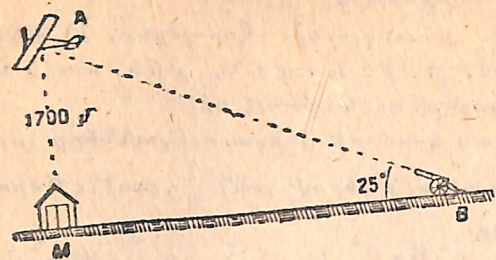
6. Մարտկոցը տեղափոխված է 150 մ բարձրություն ունեցող բլրի վրա: Մովում լողացող թիւրախի իջեցման անկյունը մարտկոցից հաշված է 9° (գծ. 2): Ինչի՞նչ է հավասար թիւրախի հեռավորությունը մարտկոցից (հորիզոնական ուղղությամբ):

7. Զրասույզ նավակի պերիսկոպը ափից յերևում է 1500 մ հեռավորության վրա: Վորոշե՛ք այն անկյունը, վորով պետք է արձակել արկը, վորպեսզի ընկնի նավակի վրա:

8. Ինքնաթիռը մարտկոցին աղղանշան է տալիս, վորը գտնվում է թիւրախի վերևը 1700 մ բարձրության վրա (գծ. 3): Նույն մոմենտում մարտկոցի դիւրողը գտնում է, վոր ինքնաթիռի բարձրության անկյունը հավասար է 25° : Հաշվեցեք մարտկոցի հեռավորությունը թիւրախից (հորիզոնական ուղղությամբ):

9. Գետի լայնությունը վորոշելու համար, նրա մի ափին, անմիջապես ջրի մոտ, անց են կացնում $AB = a$ մետրի բաղիսը: Բաղիսի A ծայրից, մյուս ափում, բաղիսին ուղղահայաց ուղղության վրա յերևում է C ծառը: Բաղիսի մյուս B ծայրից այդ ծառը յերևում է β անկյան տակ: Հաշվեցեք գետի լայնությունը, յեթե $a = 42$ մ և $\beta = 25^\circ 28'$:

10. Աշտարակի հիմքի կենտրոնից α մետր հեռավորության վրա գտնվող կետից այդ աշտարակի ծայրը չի բևեռվում և α անկյան տակ (հորիզոնի հետ)։ Վորոշեցեք աշտարակի բարձրությունը ($a=86,6$ մ; $\alpha=22^\circ 17'$)։



Գծ. 3.

11. $h=12$ մ բարձրության վրա գտնվող պատուհանից գետի ափերը չի բևեռվում և $\alpha_1=17^\circ$ և $\alpha_2=45^\circ$ թեքման անկյունների տակ։ Վորոշեցեք գետի լայնությունը։

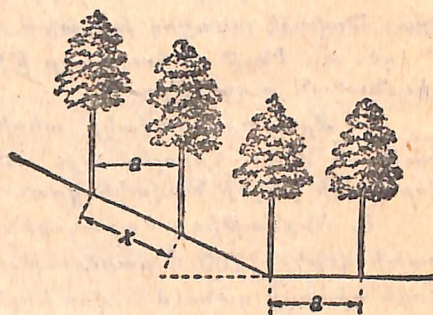
12. Լեռնային չերակթուղի չուրաքանչյուր 30 մ-ի վրա բարձրանում և 1 մ. Գտեք վերելքի անկյունը։

13. Մարդը բլրի լանջով 1050 մ անցնելով, բլրի հիմքի հարթությունից 90 մ բարձրության վրա յի գտնվում։ Վորոշեցեք բլրի լանջի թեքությունը (միջին)։

14. Հավասարաչափ բարձրացող փողոցի հանութի ժամանակ հաստատված է, վոր այդ փողոցի ծայրերի բարձրությունների տարբերությունը հավասար է 37,4 մ։ Փողոցի չերկարությունը հավասար է 728 մ։ Վորոշեցեք փողոցի վերելքի անկյունը և հորիզոնական պրոեկցիան։

15. Բլրի գագաթին գտնվում է α մետր չերկարության նշանաձող։ Բլրի ստորոտում գտնվող հորիզոնական հարթության վրա գտնվող և ձողի վերին ծայրից b մետր հեռավորության ունեցող մի կետից ձողի վերին ծայրը չի բևեռվում և α անկյան տակ։ Վորոշեցեք բլրի բարձրությունը ($a=2$; $b=14$; $\alpha=65^\circ 18'$)։

16. Թեթե չերկրի հորիզոնական մակերևույթի վրա ծառերը չեն թաղրվում և տնկել մեկը մյուսից α մետր հեռավորության վրա, ապա դրան համապատասխան ինչ հեռավորության վրա պետք է տնկել ծառերը հորիզոնի հետ α անկյուն կազմող բլրի թեքությամբ (գծ. 4), յեթե $a=3,5$; $\alpha=25^\circ 18'$ ։



Գծ. 4.

17. MN ուղիղի վրա վերցրած է A կետը և այդ կետից տարած է α մետր չերկարություն ունեցող AB հատվածը, վորը MN-ի հետ կազմում է α սուր անկյունը։ Վորոշեցեք AB-ի (x) պրոեկցիան MN ուղիղի վրա և հեռեցեք այդ պրոեկցիայի փոփոխություններին, չի որ α անկյունը փոփոխվում է 90° -ից մինչև 0 և ընդհանրապես 0-ից մինչև 90° ։

18. 30 մ բարձրության ունեցող շենքը 45 մ չերկարության ստվեր է ձգում։ Վորոշեցեք արեգակի բարձրությունը։

19. Կետրին, չերբ արեգակի բարձրությունը 28° է, գործարանի ծրխնելույզը ձգում է 76 մ չերկարության ստվեր։ Վորոշեցեք ծխնելույզի բարձրությունը։

20. Ինչքան է արեգակի բարձրությունն այն ժամանակ, 1) չերբ կանգնած մարդու ստվերը հավասար է նրա հասակի կեսին, 2) չերբ ստվերը չի բևեռվում անդամ մեծ է նրա հասակից և 3) չերբ ստվերը $2\frac{1}{2}$ անգամ մեծ է նրա հասակից։

21. Ուղղաձիգ ձողի ստվերը փողոցի և ձողից նրա չերկարություն $\frac{1}{n}$ -ով։

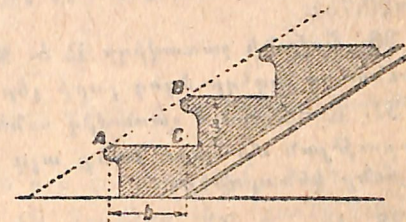
Ինչքան է արեգակի բարձրությունը ($n=10,5$)։

22. T-նշանին 2500 մ հեռավորությանից կրակող H հորիցը հրաման ստացավ կրակն փոխադել S նշանին, վորը T-ից 1500 մ հեռավորության վրա չի գտնվում։ Ինչ անկյունով պետք է պատել հրանոթը, յեթե ST-ն ուղղահայաց է HT-ին։

23. Յերկու կետեր հավասարաչափ շարժվում են ուղիղ անկյան գագաթից, մեկն անկյան մի կողմով, իսկ մեկը՝ մյուս։ Առաջինը մեկ վայրկյանում անցնում է α մետր, իսկ մյուսը՝ b մետր։ Առաջին և չերկրորդ կետերը միացնող ուղիղը ինչ անկյուն է կազմում առաջին ուղղի շարժման ուղղության հետ։

24. Տան քարե սանդուխքն իր չուրաքանչյուր բաղուկում (այսինքն չերկու պտտման սրահակների միջև) ունի 15-ական աստիճան, ըստ վորում չուրաքանչյուր աստիճանի ոգտակար լայնությունը (աստիճանի չերեսը) հավասար է $b=27$ սմ, իսկ աստիճանի բարձրությունը՝ $a=18$ սմ։ Վորոշեցեք սանդուխքի վերելքի անկյունը (նկ. 5)։

25. Տան սանդուխքի չուրաքանչյուր աստիճանի լայնությունը հավասար է 25 սմ։ Ինչքան պետք է լինի աստիճանի բարձրությունը, վոր պետքի սանդուխքի վերելքի անկյունը հավասար լինի 40° ։



Գծ. 5.

26. Յերկու ուղիղ փողոցներ հատվում են $51^\circ 50'$ անկյան տակ։ Այդ փողոցներից մեկը հատման տեղից 1625 մ հեռավորության վրա պետք է ամենակարճ ճանապարհով միանա չերկրորդի հետ։ Վորոշեցեք այդ ամենակարճ նրբանցքի չերկարությունը։

27. Շրջանից դուրս գտնվող A կետը O կենտրոնի հետ միացնող AO ուղիղ չերկարություն ունի հավասար է $c=2,53$ մ։ A կետից տարված է շրջանագծի AC շոշափողը, վորը AO գծի հետ կազմում է $\alpha=38^\circ 46'$ անկյուն։ Վորոշեցեք շառավղի (r) և շոշափողի (x) չերկարությունները։

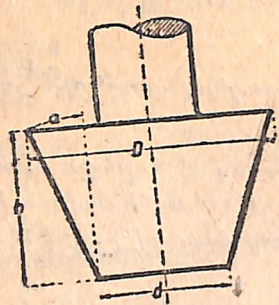
28. Վորոշեցեք ուղղանկյուն չեռանկյանն արտաքմված շրջանի շառավղի, յեթե այդ չեռանկյան եջերից մեկը հավասար է α գիցիմետրի, իսկ այդ եջի մոտ գտնվող սուր անկյունը՝ β ։

Ուղղանկյուն չեռանկյունների յոթմաս բերվող յոթնորեն

29. Լիսեոնի 6-րդ գծագրի վրա պատկերացրած կոնական մասի ծնիչն ունի 120° վերելք, այսինքն չուրաքանչյուր 100 մ բարձրության վրա շառավղը մեծանում է 12 մ-ով։ Վորոշեցեք վերելքի α անկյունը և D տրամագիծը։

30. 6-րդ գծագրի վրա տրված հատած կոնի մեջ հայտնի չեն a և D տրա-

մադճերը: Կոնի ծնիչի վերելքը հավասար է 1:11: Վորոշեցիք սկզբնական և վերջնական հարթությունները և վերելքի α անկյունը:



Պժ. 6.

31. 120 մ բարձրություն ունեցող չիր կաթնուղային լիրի (насыпь) հիմքի լայնությունը 360 մ է, իսկ գագաթի լայնությունը՝ 60 մ: Վորոշեցիք շիպի (откос) թեթևության անկյունը հորիզոնական հարթության հետ:

32. Յերկաթուղային լիրը վերելք ունի 60 մ լայնություն, իսկ հետևից 240 մ: Լիրի կողմային կողմերը թեքված են դեպի հորիզոնական հարթությունը 35° անկյան տակ: Վորոշեցիք լիրի բարձրությունը:

33. Յերկաթուղային լիրի լայնական հատվածը ունի հավասարասրուն տրապեզի Δ -ն: Այդ լիրը կառուցելիս ոչտապորժված է ամենաշատ հնարավոր շիպ $\varphi = 39^\circ$: տրապեզի ներքին հիմքը՝ $a = 10$ մ, բարձրությունը՝ $h = 3$ մ: Վորոշեցիք տրապեզի վերին հիմքը:

34. Հավասարասրուն յեռանկյան b հիմքի և a սրունքի ոգնությունը վորոշեցիք հիմքի անկյունը ($b = 8,13$; $a = 17,53$):

35. Հավասարասրուն յեռանկյան բարձրությունը հավասար է h -ի, իսկ հիմքը b է: Վորոշեցիք այդ յեռանկյան գագաթի անկյունը ($b = 31,26$ և $h = 20,75$):

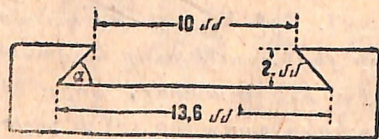
36. Շրջանի շառավիղը R է: Վորոշեցիք այդ շրջանի մեջ α աստիճան պարունակող աղիղը ձգող լարի յերկարությունը ($R = 4,175$; $\alpha = 37^\circ 42'$):

37. $R = 35,8$ դմ շառավիղ ունեցող շրջանի մեջ տարված է $a = 28,7$ դմ յերկարությամբ մի լար: Գտեք այդ լարով ձգված աղիղը և լարի հեռավորությունը կենտրոնից:

38. Լարը հավասար է շրջանի տրամագծի $\frac{3}{4}$ մասին: Վորոշեցիք այդ լարով ձգված աղիղի աստիճանների և բուպենների թիվը:

39. Լարը շրջանագծի թափանում է յերկու այնպիսի մասերի, միումը հարաբերում են այնպես, ինչպես $m:n$: Շրջանագծի յերկարությունը հավասար է c մետրի: Վորոշեցիք լարի հեռավորությունը կենտրոնից ($m:n = 3:7$; $c = 120$):

40. Շրջանագծին ներդրված α անկյունը հենվում է a սանաթմառ յերկարություն ունեցող լարի վրա: Վորոշեցիք շրջանի շառավիղը:



Պժ. 7.

41. Տված են իրար փոխ-ուղղահայաց յերկու ուժեր՝ $P = 4,372$ կգ և $Q = 5,645$ կգ: Ի՞նչ անյուն է կազմում համազորը P ուժի հետ և ինչքան է նրա մեծությունը:

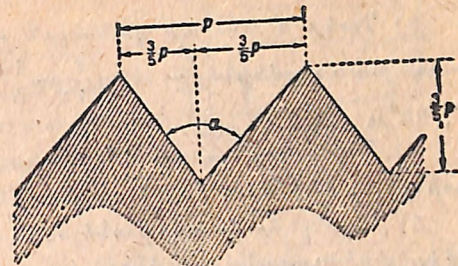
42. Հավասարասրուն յեռանկյան հիմքը հավասար է b գեցիմետրի, իսկ հիմքի անկյունը α -ի: Վորոշեցիք յեռանկյան պարագիծը:

43. Հավասարասրուն յեռանկյան հիմքը հավասար է b գեցիմետրի, իսկ սրունքի վրա իջեցրած բարձրությունը՝ h գեցիմետրի: Վորոշեցիք յեռանկյան հիմքի x անկյունը:

44. 7-րդ գծագրի վրա նկարված է մի փորակ ($na \ 3$): Վորոշեցիք այդ փորակի թեքությունը α անկյունը դեպի հիմքը:

45. 8-րդ գծագրի վրա ցույց է արված հրանոթային փականի հատուկ պոտտակ այն պարուրը: Վորոշեցիք α անկյունը:

46. A , B և C վայրերը դասավորված են այնպես, վոր նրանց հեռավորությունները քարտեզի վրա արտահայտվում են հետևյալ թվերով՝ $AB = 0,85$ դմ, $AC = 1,20$ դմ, $BC = 1,20$ դմ: B վայրը գտնվում է A -ից ուղիղ դեպի C յուսիս: Վորոշեցիք A -ից C ուղղությունը:



Պժ. 8.

47. Ուղղաձիգ լծակի բաղադրների յերկարությունները հավասար են 5 դմ և 15 դմ: Փանի դիցիմետրով կբարձրանա (ուղղաձիգ ուղղությունը) լծակի յուրաքանչյուր ծայրը, յիթե լծակը հորիզոնական վիճակից թեքվում է՝ 1) 40° ; 2) 60° և 3) 90° :

48. Նավը շարժվել է հետևյալ ձևով.

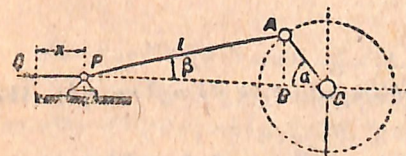
Ուղղությունը	պարհ կմ-նի րոպ
23° հս.արևել	10
27° հս.արևել	13
82° հս.արևել	15

Վորոշեցիք այն հեռավորությունները, վոր անցել է նավը իր մեկնման կետից դեպի արևելք և դեպի հյուսիս:

49. Ուղղանկյան կողմերը հավասար են a և b : Վորոշեցիք այն անկյունները, վոր անկյունագծերը կազմում են կողմերի հետ ($a = 75,2$ դմ; $b = 63,6$ դմ):

50. Ուղղանկյան կողմերը հավասար են a և b : Վորոշեցիք անկյունագծերով կազմված անկյունը ($a = 13,5$ դմ; $b = 7,4$ դմ):

51. Ուղղանկյան կողմերը հավասար են a դմ և b դմ: Այդ ուղղանկյան կողմերի միջնակետերը հանդիսանում են քառանկյան գագաթների: Վորոշեցիք այն անկյունները, վոր այդ քառանկյան կողմերը կազմում են տված ուղղանկյան կողմերի հետ ($a = 23,76$; $b = 58,28$):



Պժ. 9.

52. Ուորի անկյունագծերը հավասար են d_1 սմ և d_2 սմ ($d_1 = 28$; $d_2 = 49$): Հաշվեցիք այդ ուորի անկյունները:

53. 1) AP -ն (գծ. 9) շարժիչ շարժաթևն է և OA -ն նրա շուրջով շրջապտտվող Վորոշեցիք OB -ի և AB -ի յերկարությունները, յիթե $AO = 0,4$ մ, իսկ $\alpha = 30^\circ$: Այնուհետև հաշվեցիք APB անկյունը և PB պրոյեկցիայի շարժաթևի յերկարությունը, յիթե հայանի յե, վոր շարժաթևի յերկարությունը՝ $l = 2$ մ:

2) Ապացուցեք, Վոր շարժաթևի և շուռտվիկի հորիզոնական հարթութ-
յան հետ կազմած α և β անկյունների միջև գոյություն ունի հետևյալ
առնչությունը.

$$\sin \beta = \frac{r}{l} \sin \alpha:$$

3) Գտեք α անկյան դանադան արժեքների դեպքում β անկյան համա-
պատասխան արժեքները, լերբ $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$ ($\alpha = 0^\circ; 10^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ; 50^\circ; 60^\circ; 70^\circ;$
 $80^\circ; 90^\circ$):

4) Ինչի՞նչ համար $\alpha = 90^\circ$ դեպքում անկյունը (այս խնդրի յերկրորդ
կետի բանաձևի մեջ) ունենում եւ ամենամեծ արժեքը:

5) Ինչի՞նչ լե հավասար β անկյունն այն դեպքում, լերբ շարժաթևն ու շուռ-
տվիկը փոխադրահայաց են:

6) Դիցուք, լերբ $\alpha = 0$, P կետը գրավում եւ Q դիրքը: Ապացուցեք,
Վոր շարժաթևի զվիւրի $QP = x$ տեղափոխությունը կարելի լե հաշվել.

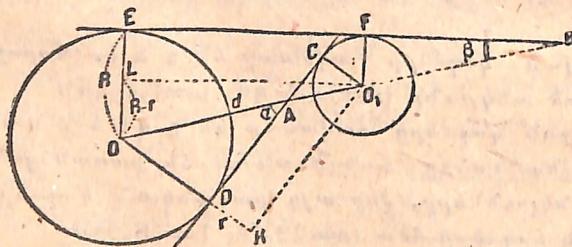
$$x = r(1 - \cos \alpha) + l(1 - \cos \beta):$$

բանաձևով:

Հաշվեցեք x -ի մեծությունը, լերբ $\alpha = 0^\circ; 10^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ; 50^\circ;$
 $60^\circ; 70^\circ; 80^\circ; 90^\circ$, լերբ շուռտվիկի յերկարությունը՝ $l = 300$ մմ, իսկ շար-
ժաթևի յերկարությունը՝ $r = 1500$ մմ:

54. Տված եւ r սանտիմետր յերկարության շառավիղ ունեցող մի շրջան,
կենտրոնից a սանտիմետր հեռավորության վրա գտնվող կետից անց են
կացրած շոշափողներ: Վորոշեցեք այդ շոշափողներով կազմված անկյունը
($r = 3,35$; $a = 8,32$):

55. Յերկու շրջանների կենտրոնները միացնող գծի յերկարությունը
հավասար եւ d սանտիմետրի (զժ. 10), շառավիղները՝ R սանտիմետրի և r
սանտիմետրի: Վորոշեցեք այն α և β անկյունները, Վոր ներքին և արտա-



Գժ. 10.

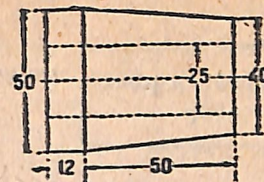
քին ընդհանուր շոշափողները կազմում են կենտրոնները միացնող գծի հետ
($R = 3,065$; $r = 1,007$; $d = 6,245$):

56. Շրջանագծի շառավիղը հավասար եւ 5 դմ: Այդ շրջանագծի A կետից
տարված եւ յերկու լար, Վորոնց յերկարություններն են՝ 7 դմ և 8 դմ: Հաշ-
վեցեք այդ լարով կազմված անկյունը: Դիտեցեք յերկու դեպք. 1) լերբ
լարերը գտնվում են A կետից տարած շառավիղի տարբեր կողմերում և
2) լերբ լարերը գտնվում են այդ շառավիղի մի կողմում:

57. Հավասարասրուն յեռանկյան մեջ բարձրությունը հավասար եւ

և դեցիմետրի, իսկ կողմնային բարձրությունը h_1 դեցիմետրի: Վորոշեցեք
յեռանկյան հիմքի անկյունը ($h = 2,5$; $h_1 = 3$):

58. Հավասարասրուն յեռանկյան սրունքը հավասար եւ a սանտիմետրի,
իսկ գագաթի անկյունը β -ի: Վորոշեցեք ար-
տադած և ներգծած շրջանների R և r շառա-
վիղները:



Գժ. 11

59. Ուղղանկյուն յեռանկյան եջերից մեկը
հավասար եւ b մետրի, իսկ ուղիղ անկյան գա-
գաթից ներքնաձգի վրա իջեցրած ուղղահա-
յացը՝ h մետրի: Վորոշեցեք ուղղանկյուն յե-
ռանկյան սուր անկյուններից մեկը, և ապա
մյուս եջը՝ a-ն և c ներքնաձիգը:

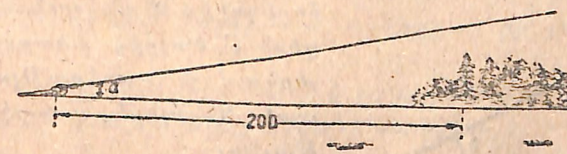
60. Վորոշեցեք անուրի (ВТУЛКА) կոնի ծնիչների կազմած անկյունը,
Վորը ցույց եւ տրված 11-րդ նկարում:

61. Վորոշեցեք հետևյալ հատած կոնների ծնիչների կազմած անկյուն-
ները (1° -ի ճշտությամբ):

Մեծ տրամագիծը մմ-ով . . .	50	75	75	75	100	100
Փոքր . . .	25	25	50	50	25	25
Կոնի յերկարությունը . . .	50	75	75	75	40	25

62. Յերկրագնդի տրամագիծը հավասար եւ 12740 կմ: Վորոշեցեք φ°
լայնություն ունեցող վայրից անցնող զուգահեռականի շրջանագծի յերկա-
րությունը:

63. Ի՞նչ բարձրացման α անկյուն պետք եւ տալ հրանոթին, անտառի
վրայով կրակելու համար, յեթե ծառերի ծայրերը 15մ-ով բարձր են հրանո-
թի կանգնած վայրի մակարդակից, և անտառը հրանոթից 200 մ հեռավո-
րության վրա յե գտնվում, ըստ Վորում ծածկող բարձրությունը (տվյալ
դեպքում անտառի) ավելացնում են դիստանցիայի 0,01 մասը (տվյալ դեպ-
քում դիստանցիան 200 մ եւ):



Գժ. 12.

64. Հրանոթը նպատակակետի հետ միացնող գիծը հորիզոնի հետ կազ-
մում եւ այսպես կոչված սեղանի անկյուն: Հաշվեցեք տեղանքի անկյունը
հրանոթի մակարդակից 65 մ. բարձրության վրա գտնվող նպատակի վրա
կրակելիս, յեթե հրանոթի և նպատակակետի հեռավորությունը $\frac{1}{10000}$ մասը
տառ ունեցող քարտեզի վրա հավասար եւ 31,5 մ:

65. A և B կետերի հեռավորությունը հավասար եւ 15 մ-ի: Այդ կե-
տերի առաջ դրված եւ մի հայելի, Վորը առաջին կետից ունի $a = 5$ մ հե-
ռավորություն, իսկ յերկրորդից՝ $b = 7$ մ: Ինչի՞նչ լե հավասար այն ճառա-



գայթի անկման անկյունը, վորը դուրս է գալիս A-ից և անդրադառնում B-ի ուղղությամբ:

§ 7. ՇԵՂԱՆԿՅՈՒՆ ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

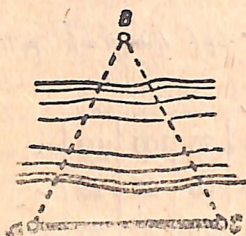
Սինուսների բեռ-
րեմը

1. Լուծեցեք յեռանկյունը հետևյալ տվյալների ոգնությամբ.

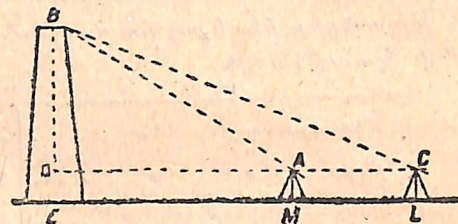
$$1) a=109; \alpha=33^{\circ}24'; \beta=66^{\circ}59';$$

$$2) c=16; \alpha=143^{\circ}8'; \beta=22^{\circ}37'.$$

2. Պահանջվում է վորոշել A գործարանի հեռավորությունը գետի մյուս ափում գտնվող յերկաթուղային B կայարանից (գծ. 13): Հայտնի չէ, վոր՝ $AC=100$ մ; $\angle BAC=74^{\circ}$; $\angle BCA=44^{\circ}$: Գտնել AB.

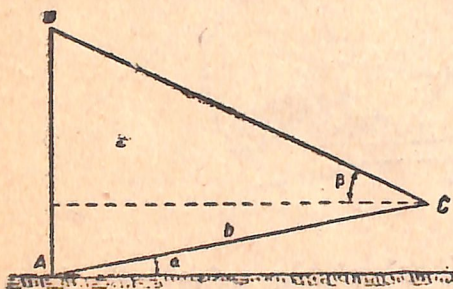


Գծ. 13.



3. Մի գործարանի (վորի հիմքին մոտենալը հնարավոր չէ) ծխնելուղի բարձրությունը վորոշելու համար չափել են $AC=11,1$ մ բազիսը. վորի շարունակությունն անցնում է ծխնելուղի հիմքով (գծ. 14): $\angle BAD=49^{\circ}$; $\angle BCD=35^{\circ}$: Անկյունաչափական գործիքի բարձրությունը հավասար է $1,37$ մ: Ինչի՞ չէ հավասար ծխնելուղի բարձրությունը:

4. AB ուղղաձիգ առարկայի բարձրությունը վորոշելու համար նրա A հիմքից տարված է AC բազիսը, վորի յերկարությունը հավասար է b մետրի: AC բազիսը A-ից C բարձրանում է հորիզոնից α° անկյունով (գծ. 15): Բազիսի C ծայրից առարկայի գագաթը յերևում է բարձրության β° անկյան տակ: Վորոշեցեք առարկայի բարձրությունը:



Գծ. 15.

5. Սարի լանջը լիջնում է դեպի հորիզոնը β° անկյան տակ: Այդ սարի վրա կա մի ծառ, վորի սավերն ընկնում է սարի լանջին և արեգակի α° բարձրության ժամանակ ունի 1 մետր

յերկարություն: Վորոշեցեք ծառի բարձրությունը:

6. Զուգահեռակողմի անկյունագիծը հավասար է d մետրի և բաժանում է զուգահեռակողմի անկյունը α° և β° մասերի: Վորոշեցեք զուգահեռակողմի կողմերը:

7. Յեռանկյան մեջ տված է կողմերից մեկը (a) և դրա կից յերկու ան-

կյունները՝ β° և γ° : Վորոշեցեք յեռանկյան բոլոր անկյունների կիսողները (l_a, l_b, l_c):

8. Գետի լայնությունը վորոշելու համար նրա անմիջական ափին անց են կացրել c յերկարությամբ AB բազիսը և մյուս ափին, անմիջապես ջրի մոտ, նշան են արել C ծառը: Այնուհետև չափել են $\angle CAB=\alpha^{\circ}$ և $\angle ABC=\beta^{\circ}$: Վորոշեցեք գետի լայնությունը C ծառի դիմաց ($c=400$; $\alpha=45^{\circ}$; $\beta=30^{\circ}$):

9. ABC յեռանկյան մեջ տված են՝ $\angle A=\alpha^{\circ}$; $\angle C=\gamma^{\circ}$ և բարձրու-
թյունը՝ $AD=ha$ մետրի: Վորոշեցեք յեռանկյան կողմերը:

Յեռանկյան մակե-
րեսը

10. ABC յեռանկյան մակերեսը վորոշելու համար չափել են այդ յեռանկյան a և b կողմերն ու դրանցով կազմված γ անկյունը: Հաշվեցեք յեռանկյան մակերեսը ($a=125$ մ; $b=160$ մ; $\gamma=52^{\circ}$):

11. Հավասարասրուն յեռանկյան մեջ սրունքը հավասար է b-ի, իսկ գագաթի անկյունը՝ α -ի: Վորոշեցեք այդ յեռանկյան մակերեսը ($b=10$ մ; $\alpha=75^{\circ}20'$):

12. Յեթե յեռանկյան a և b կողմերի յերկարությունները միաս-
տատուն, իսկ այդ կողմերով կազմված γ անկյունը փոփոխվի 0 -ից մինչև 180° , ապա γ -ի վրա արժեքի դեպքում յեռանկյան մակերեսը կլինի ամե-
նամեծ:

13. Ապացուցեցեք, վոր զուգահեռակողմի մակերեսը հավասար է նրա յերկու հարեան կողմերի արտադրյալը բազմապատկած այդ կողմերով կազմ-
ված անկյան սինուսով:

14. Ապացուցեցեք, վոր յուրաքանչյուր քառանկյան մակերեսը հավասար է նրա յերկու անկյունագծերի արտադրյալի կեսը բազմապատկած այդ ան-
կյունագծերով կազմված անկյան սինուսով:

15. Ռոմբի կողմը հավասար է a-ի, իսկ անկյուններից մեկը α -ի: Վորոշեցեք այդ ռոմբի մակերեսը ($a=7,5$ սմ; $\alpha=22^{\circ}10'$):

16. Ուղղանկյան անկյունագիծը հավասար է d-ի, իսկ անկյունա-
գծերով կազմված անկյունը՝ φ -ի: Վորոշեցեք այդ ուղղանկյան (Q) մակե-
րեսը: Վորոշեցեք Q-ի մաքսիմում արժեքը, յերբ φ -ն փոփոխվում է 0 -ից
մինչև 180° :

17. Սեղանի հիմքերն են՝ a և b, կողմնային կողմը՝ c_1 այդ կողմին
կից անկյունը՝ α : Վորոշեցեք սեղանի մակերեսը:

18. Զուգահեռագծի մակերեսը հավասար է 12 դմ², կողմերից՝ $a=3,7$ դմ
և $b=4,2$ դմ: Վորոշեցեք այդ զուգահեռագծի անկյունները:

19. Յեռանկյան մակերեսը հավասար է $71,24$ սմ², կողմերից՝ $a=15$ սմ
և $b=13$ սմ: Վորոշեցեք այդ կողմերով կազմված անկյունը:

20. Վորոշեցեք յեռանկյան ձև ունեցող հողամասի մակերեսը, յեթե
այդ յեռանկյան կողմերից մեկը հավասար է c-ի, իսկ մյուս կողմերը առա-
ջինի հետ կազմում են α և β անկյունները ($c=20$; $\alpha=65^{\circ}30'$; $\beta=84^{\circ}30'$):

21. Անտառամասի յերկու ուղղագիծ սահմանները զուգամիտվում են
 $BAC=\alpha$ անկյան տակ: Պահանջվում է այդ անտառամասից անջատել Q քա-
ռակուսի մետր միծություն ունեցող DAE մակերեսը, դեպի AC գիծը
 $AED=\gamma$ անկյան տակ թեքված DE գծի ոգնությամբ: Այդպիսի գիծ հեշտ

կլինի անցկացնել, յեթե հայտնի լինեն AE և AD գծերը: Վորոշեցեք այդ կողմերի յերկարությունները:

22. ABC յեռանկյան մեջ տված են՝ $C=\gamma$ և A ու B գագաթներից անցկացրած h_a և h_b բարձրությունները: Վորոշեցեք յեռանկյան մակերեսը:

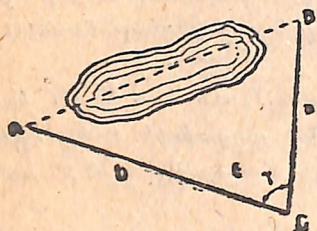
23. Վորոշեցեք յեռանկյան մակերեսը յեթե հայտնի լին α և β անկյուններն ու h_b բարձրությունը:

Կոսինուսների բերան

24. ABC յեռանկյան մեջ տված են՝ $b=7$; $c=10$; $\alpha=56^\circ 29'$: Գտեք a կողմը:

25. Լուծեցեք ABC յեռանկյունը հետևյալ տվյալներով:

1. $a=10$; $b=15$; $\gamma=123^\circ 17'$
2. $a=0,2$; $c=0,6$; $\beta=23^\circ 28'$
3. $c=40$; $a=100$; $\beta=16^\circ 28'$



Գծ. 16.

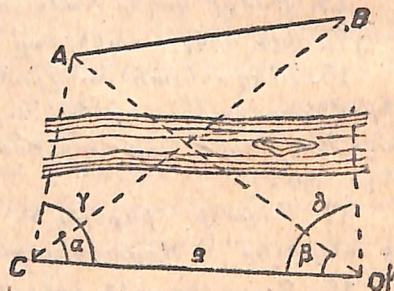
26. A և B կետերի հեռավորությունը վորոշելու համար ընտրված է յերրորդ C կետը այնպես, վոր նրանից յերևում են և մատչելի յեն A և B կետերը (գծ. 16): Այնուհետև չափված են $BC=a$, $AC=b$ հեռավորությունները և $ACB=\gamma$ անկյունը: Հաշվեցեք AB-ն ($a=100$ մ; $b=80$ մ; $\gamma=48^\circ 57'$):

27. ABC յեռանկյան մեջ տված են $a=3$, $b=4$, $c=6$: Գտեք γ անկյունը:

28. Զուգահեռակողմի կողմերը հավասար են 4,0 մ և 5,0 մ: Այդ զուգահեռակողմի անկյուններից մեկը հավասար է 52° : Գտեք յերկու անկյունագծերը:

29. Նյութական կետին գործղրած $P=100$ կգ և $Q=200$ կգ ուժերը իրար հետ կաղմում են $\alpha=50^\circ$ անկյուն: Վորոշեցեք R համագործի մեծությունը և այն անկյունները, վոր համագործը կաղմում է P և Q ուժերի հետ:

30. Յերկու (A և B) անմատչելի կետերի հեռավորությունը վորոշելու համար չափել են CD բաղիսը, վոր հավասար է a մետրի և չի անցնում A և B կետերի միջով: Չափել են նաև $ACD=\gamma$, $BCD=\alpha$, $ADC=\beta$ և $BDC=\delta$ անկյունները: Հաշվեցեք AB հեռավորությունը, յեթե $a=2000$; $\alpha=52^\circ 40'$; $\beta=42^\circ 1'$; $\gamma=86^\circ 40'$; $\delta=81^\circ 15'$:



Գծ. 17.

§ 8. ՎԵՐԱԾՄԱՆ ԲԱՆԱԶԵՎԵՐ

1. a) $162^\circ 30'$; b) 230° ; c) 335°

Անկյունների սինուսները, կոսինուսները, տանգենսներն ու կոտանգենսները վերածեցեք սուր անկյան միեմույն ֆունկցիաներին:

2. a) $25^\circ 30' 20''$; b) 130° ; c) 250° ; d) 340°

Անկյունների սինուսները, կոսինուսները, տանգենսներն ու կոտանգենսները փոխարինեցեք սուր անկյան նմանանուն ֆունկցիաներով:

3. a) 75° ; b) 150° ; c) 200° ; d) 315°

Անկյունների յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները փոխարինեցեք այնպես, վոր անկյունը 45° -ից մեծ չլինի:

Վերածել ամենափոքր դրական արգումենտի.

4. a) $\sin 2000^\circ$; b) $\sin (-1000^\circ)$; c) $\cos 1500^\circ$; d) $\cos (-2900^\circ)$.

5. e) $\lg 600^\circ$; f) $\lg (-40^\circ)$; g) $\operatorname{ctg} 1305^\circ$; h) $\operatorname{ctg} (-300^\circ)$.

6. i) $\sec 1900^\circ$; k) $\sec (-2150^\circ)$; l) $\operatorname{cosec} 500^\circ$; m) $\operatorname{cosec} (-80^\circ)$

7. a) $\sin (-7,3\pi)$; b) $\cos \frac{34}{9}\pi$; c) $\operatorname{tg} (-\frac{79}{11}\pi)$; d) $\operatorname{cosec} (-0,6\pi)$;

Հաշվեցեք՝

8. a) $\sin (-1350^\circ)$; b) $\cos 720^\circ$; c) $\operatorname{tg} 900^\circ$; d) $\operatorname{ctg} (-450^\circ)$.

9. a) $\sin \frac{19}{6}\pi$; b) $\cos \frac{11}{2}\pi$; c) $\operatorname{tg} \frac{16}{3}\pi$; d) $\sec 9\pi$.

10. 50° անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաներն արտահայտեցեք այդ անկյանը կից անկյան ֆունկցիաներով:

Պարզեցեք արտահայտությունները (11—21 խնդիրների մեջ).

11. $\sin (90^\circ + \alpha) + \cos (180^\circ - \alpha) + \operatorname{tg} (270^\circ + \alpha) + \operatorname{ctg} (360^\circ - \alpha)$.

12. $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) - \cos (\pi - \alpha) + \operatorname{tg} (\pi - \alpha) - \operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)$.

13. $\sin^2 (270^\circ - \alpha) + \sin^2 (360^\circ - \alpha)$.
14. $\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right) \operatorname{tg} (2\pi - \alpha)$.

15. $a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos (180^\circ - \alpha)$.
16. $\frac{\sin (-\alpha) \cdot \operatorname{tg} (-\alpha)}{\cos (-\alpha) \cdot \operatorname{ctg} (-\alpha)}$.

17. $\frac{\operatorname{cosec} (-\alpha) \cdot \operatorname{cosec} (90^\circ + \alpha)}{\sec (-\alpha) \cdot \sec (180^\circ + \alpha)}$.
18. $\frac{\sin (\pi + \alpha) \cdot \sec \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)}{\operatorname{tg} (\pi - \alpha) \cdot \sec (2\pi - \alpha)}$.

19. $\sin 160^\circ \cdot \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cdot \cos 340^\circ + \operatorname{tg} 110^\circ \cdot \operatorname{tg} 340^\circ$.

20. $\frac{\sin (90^\circ - \alpha) \operatorname{tg} 132^\circ \operatorname{cosec} 222^\circ \sin 90^\circ}{\cos (180^\circ + \alpha) \sec 312^\circ \operatorname{ctg} 48^\circ \cos 180^\circ}$.

21. $\frac{\operatorname{tg} (270^\circ - \alpha) \sin 130^\circ \operatorname{cosec} 220^\circ \sin 270^\circ}{\operatorname{ctg} (180^\circ - \alpha) \cos 50^\circ \sec 320^\circ \cos 360^\circ}$.

22. Զեափոխեցեք հետևյալ անկյունների յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները. a) $\alpha=90^\circ$; b) $\alpha=180^\circ$; c) $\alpha=270^\circ$; d) $\alpha=360^\circ$.

23. Վորոշել $\cos x$ -ը

$3 \sin^2 (360^\circ - x) - 7 \sin (x - 90^\circ) + 3 = 0$ հավասարումից.

24. Վորոշել $\sin x$, յեթե $\sin \left(x - \frac{\pi}{2} \right) + \sin \frac{\pi}{2} = \sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right)$.

25. Վորոշել $\operatorname{tg} x$ -ը $\sin (2\pi - x) \cos (\pi - x) + \sin^2 \left(\frac{3}{2}\pi - x \right) - \sin^2 (2\pi - x) = 0$ հավասարումից:

Հուճե՛լ 26—30 հավասարումները.

$$26. \sin^2 (270^\circ - x) + 2 \cos (360^\circ - x) = 3.$$

$$27. \sin(x - 90^\circ) = -\sin(x - 180^\circ).$$

$$28. \cos(\pi + x) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right).$$

$$29. \operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right). \quad 30. \sin(x - 90^\circ) = -\operatorname{ctg}(360^\circ - x).$$

§ 9. ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ԹԵՈՐԵՄԸ

Գումարի յե՛վ տա-
րեւորյա՛ն սինուս
ու կոսինուսը

$$1. \text{Հաշվեցե՛ք՝ } \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta), \text{ յեթե՝ } \sin \alpha = 0,625 \text{ և } \sin \beta = 0,8.$$

$$2. \text{Վերլուծե՛լ և պարզե՛լ՝}$$

$$a) \sin(\alpha + 60^\circ) + \sin(\alpha - 60^\circ);$$

$$b) \cos(30^\circ + \alpha) - \cos(30^\circ - \alpha)$$

$$3. \text{Տված է՝ } \cos \alpha = 0,6; 0 < \alpha < 90^\circ. \text{ Գտե՛ք } \sin(\alpha + 30^\circ):$$

$$4. \text{Տված է՝ } \sin \alpha = \sqrt{0,2}; 0 < \alpha < 90^\circ; \text{ Գտե՛ք } \cos(60^\circ + \alpha):$$

$$5. \text{Տված է՝ } \cos \alpha = 0,5; \sin \beta = -0,4; 270^\circ < \alpha < 360^\circ;$$

$$180^\circ < \beta < 270^\circ; \text{ Գտե՛ք } \sin(\alpha - \beta) \text{ և } \cos(\alpha + \beta):$$

$$6. \text{Տված է՝ } \sin \alpha = \frac{2}{3}; \cos \beta = -\frac{3}{4}; \alpha \text{ անկյունը II քառորդումն է,}$$

իսկ β -ն՝ III քառորդում:

$$\text{Գտե՛ք } \sin(\alpha + \beta), \text{ և } \cos(\alpha - \beta):$$

$$7. \text{Գտե՛ք } \sin(\alpha + \beta), \text{ յեթե } \sin \alpha = 0,6 \text{ և } \sin \beta = 0,8:$$

$$8. \alpha \text{ և } \beta \text{ անկյունները սուր են և դրական, բացի այդ՝}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{7}; \cos(\alpha + \beta) = -\frac{11}{14}.$$

$$\text{Վորոշեցե՛ք } \cos \beta:$$

$$9. \text{Հաշվեցե՛ք } a) \sin 75^\circ \text{ և } \cos 75^\circ; 75^\circ\text{-ը փոխարինելով } 45^\circ + 30^\circ \text{ դու-}$$

$$\text{մարով, } b) \sin 15^\circ \text{ և } \cos 15^\circ; \text{ փոխարինելով՝ } 15^\circ = 45^\circ - 30^\circ:$$

$$10. \sin(\alpha \pm \beta) \text{ և } \cos(\alpha \pm \beta)\text{-ն արտահայտող բանաձևերը կիրառել հետե-}$$

$$\text{յալ դեպքերում. } a) \alpha = 0; 90^\circ; 180^\circ; 270^\circ; 360^\circ; b) \beta = 90^\circ; 180^\circ; 270^\circ; 360^\circ;$$

$$c) \alpha = \beta:$$

$$11. \text{Յեթե } \alpha \text{ և } \beta \text{ անկյունները դրական են և } \alpha + \beta < 90^\circ, \text{ ապա } \sin(\alpha + \beta) < \sin \alpha + \sin \beta. \text{ Ապացուցեցե՛ք այդ 1) զծագրի ոգնությամբ և 2) բա-}$$

$$\text{նաձևի ոգնությամբ:}$$

$$12. \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \text{ և } \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} \text{ արտահայտություններն արտահայտել.}$$

$$a) \operatorname{tg} \alpha \text{ և } \operatorname{tg} \beta\text{-ով; } b) \operatorname{ctg} \alpha \text{ և } \operatorname{ctg} \beta\text{-ով:}$$

$$13. \text{Վերլուծեցե՛ք՝ } \sin(\alpha + \beta + \gamma) \text{ և } \cos(\alpha + \beta + \gamma):$$

$$14. \text{Տված է՝ } \sin \alpha = \frac{3}{5}; \sin \beta = \frac{12}{13}; \sin \gamma = \frac{7}{25}, \text{ վորտեղ } \alpha, \beta \text{ և } \gamma\text{-ն սուր.}$$

անկյուններ են:

$$\text{Գտե՛ք } \sin(\alpha + \beta + \gamma) \text{ և } \cos(\alpha + \beta + \gamma):$$

Գումարի յե՛վ տա-
րեւորյա՛ն տան-
գենտը

$$15. \text{Վերլուծեցե՛ք և պարզեցե՛ք՝ } \operatorname{tg}(45^\circ \pm \alpha):$$

$$16. \text{Գտե՛ք } \operatorname{tg} 105^\circ (= 60^\circ + 45^\circ):$$

$$17. \text{Տված է՝ } \operatorname{tg} \alpha = 3; 0 < \alpha < 90^\circ:$$

$$\text{Գտե՛ք } \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha):$$

$$18. \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3} \text{ և } \operatorname{tg} \beta = 2, \text{ վորտեղ } \alpha\text{-ն III քառորդի անկյուն է, իսկ } \beta\text{-ն՝ IV քառորդի: Գտե՛ք } \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \text{ և } \operatorname{ctg}(\alpha - \beta):$$

$$19. \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)\text{-ն արտահայտեցե՛ք } \operatorname{ctg} \alpha \text{ և } \operatorname{ctg} \beta\text{-ի միջոցով:}$$

$$20. \operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) \text{ ն արտահայտեցե՛ք. } a) \operatorname{ctg} \alpha \text{ և } \operatorname{ctg} \beta\text{-ի միջոցով; } b) \operatorname{tg} \alpha \text{ և } \operatorname{tg} \beta\text{-ի միջոցով:}$$

$$21. \text{Վերլուծե՛լ } \operatorname{tg}(\alpha + \beta + \gamma):$$

$$\text{Պարզեցե՛ք հետևյալ արտահայտությունները (22—26 խնդիրների մեջ).}$$

$$22. \frac{\sin(\alpha - \beta) + 2 \cos \alpha \sin \beta}{2 \cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha - \beta)}. \quad 23. \frac{\cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - \sin \alpha \sin \beta}.$$

$$24. \frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)}. \quad 25. \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}.$$

$$26. \frac{\sin(45^\circ + \alpha) - \cos(45^\circ + \alpha)}{\sin(45^\circ + \alpha) + \cos(45^\circ + \alpha)}.$$

$$\text{Ապացուցե՛ք (27—40) նույնությունները.}$$

$$27. \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta.$$

$$28. \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta.$$

$$29. \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \beta \cdot \cos \beta.$$

$$30. (\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin \beta - \cos \beta) = \sin(\beta - \alpha) - \cos(\beta + \alpha).$$

$$31. \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin \beta - \cos(\alpha + \gamma) \cdot \sin \gamma = \\ = \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos \beta - \sin(\alpha + \gamma) \cdot \cos \gamma.$$

$$32. a) \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)}, \quad b) \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)}.$$

$$33. \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} 2\alpha = \operatorname{cosec} 2\alpha$$

$$34. \sin \alpha - \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$35. \operatorname{tg}(\alpha + \beta) - \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

$$36. \cos \alpha + \cos(120^\circ - \alpha) + \cos(120^\circ + \alpha) = 0.$$

$$37. \frac{1}{2}(\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha) = \cos(60^\circ - \alpha).$$

$$38. \text{Յեթե } \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} \text{ և } \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{3}, \text{ ըստփորում } \alpha \text{ և } \beta \text{ սուր անկյուններ են, ապա } \alpha + \beta = 45^\circ. \text{ Ապացուցեցե՛ք:}$$

$$39. \text{Յեթե } \alpha, \beta \text{ և } \gamma \text{ սուր անկյուններ են, վորոնց տանգենտները հա-}$$

$$\text{վասար են } \frac{1}{2}, \frac{1}{5} \text{ և } \frac{1}{8}, \text{ ապա } \alpha + \beta + \gamma = 45^\circ. \text{ Ապացուցե՛ք:}$$

$$40. \text{Տված է՝ } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{4}; \operatorname{ctg} \beta = \frac{1}{7}; \alpha \text{ և } \beta \text{ սուր անկյուններ են: Ապա-}$$

$$\text{ցուցե՛ք: } \alpha + \beta = 135^\circ.$$

$$\text{Հուճե՛լ (41—54) հավասարումները.}$$

$$41. \sin(x + 30^\circ) + \cos(x - 30^\circ) = 0.$$

$$42. \cos(\alpha + x) \cos(\alpha - x) + 0,75 = \cos^2 \alpha.$$

$$43. \cos(\alpha - \beta) \sin(\gamma - x) = \cos(\alpha + \beta) \sin(\gamma + x).$$

$$44. \operatorname{tg}(x + 45^\circ) + \operatorname{tg}(x - 45^\circ) = 2 \operatorname{ctg} x.$$

$$45. \sin(x + \alpha) + \sin(x - \alpha) = \cos \alpha.$$

$$46. \sin(\alpha - x) : \cos(\alpha + x) = a : b.$$

$$47. \operatorname{tg}(x + \alpha) \cdot \operatorname{tg}(x - \alpha) = m. \quad 48. \sin 2x \cdot \cos x = \cos 2x \cdot \sin x.$$

$$49. \sin x \cdot \sin 2x = \cos x \cdot \cos 2x. \quad 50. \cos 2x \cdot \cos 3x = \cos 5x.$$

$$51. \sin(a + x) - \cos x \cdot \sin a = \cos a.$$

$$52. 2 \sin x = \sin(45^\circ - x). \quad 53. \sin(45^\circ - x) = \frac{1}{2} \cos(45^\circ + x).$$

$$54. \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{1}{2}.$$

§ 10. ԱՐԳՈՒՄԵՆՏԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄԸ ՈՒ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

Բազմապատկման
բաժանիկը

1. Հաշվեցե՛ք. a) $\sin 2\alpha$ և $\cos 2\alpha$, յեթե $\sin \alpha = 0,8$; b) $\operatorname{tg} 2\alpha$ -ն, յեթե $\operatorname{tg} \alpha = -3$.

2. Հալա՛սարարուն յեռանկյան հիմքի անկյան սինուսը հավասար է $\frac{5}{13}$ -ի: Վորոշեցե՛ք այդ յեռանկյան

գագաթի անկյան սինուսն ու կոսինուսը:

3. Յեթե $0 < 2\alpha < 90^\circ$, ապա $\sin 2\alpha < 2 \sin \alpha$: Ապացուցե՛ք այդ 1) գծագրով, 2) բանաձևի ոգնությամբ.

4. Տված է՝ $\sin \alpha = 0,8$; $90^\circ < \alpha < 180^\circ$:

Գտե՛ք $\sin 2\alpha$ և $\cos 2\alpha$ -ն:

5. Տված է՝ $\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{3}}$; $270^\circ < \alpha < 360^\circ$:

Գտե՛ք $\sin 2\alpha$ և $\cos 2\alpha$ -ն:

6. Տված է $\operatorname{tg} 2\alpha = 3$, վորտեղ α անկյունը պատկանում է III քառորդին: Գտե՛ք $\operatorname{tg} 2\alpha$ -ն:

7. $\sin 2\alpha$ և $\cos 2\alpha$ -ն արտահայտեցե՛ք. a) միայն $\sin \alpha$ -ով, b) միայն $\cos \alpha$ -ով:

8. $\operatorname{ctg} 2\alpha$ -ն արտահայտեցե՛ք. a) $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով, b) $\operatorname{tg} \alpha$ -ով:

9. $\sec 2\alpha$ -ն արտահայտեցե՛ք $\sec \alpha$ -ով:

10. a) $\sin \alpha$ և $\cos \alpha$ -ն արտահայտեցե՛ք $\sin \frac{\alpha}{2}$ և $\cos \frac{\alpha}{2}$ -ի միջոցով; b) $\operatorname{tg} \alpha$ -ն արտահայտեցե՛ք $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ով:

11. $\sin \alpha$ և $\cos \alpha$ -ն արտահայտեցե՛ք $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ով:

12. Յույ՞ց տվե՛ք, վոր α անկյան բոլոր յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները ռացիոնալ կերպով են արտահայտվում $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ով:

13. Տված է՝ $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3}$: Գտե՛ք $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ և $\operatorname{tg} \alpha$:

14. Տված է՝ $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{2+1}$: Պետք է գտնել $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ և $\operatorname{tg} 2\alpha$:

15. $\sin 3\alpha$, $\cos 3\alpha$ և $\operatorname{tg} 3\alpha$ -ն արտահայտեցե՛ք համապատասխանաբար $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ և $\operatorname{tg} \alpha$ -ով:

16. $\sin 4\alpha$, և $\cos 4\alpha$ -ն արտահայտեցե՛ք $\sin \alpha$ և $\cos \alpha$ -ով:

Կաժման բաժանիկը

17. Հաշվեցե՛ք $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$ և $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, յեթե

$180^\circ < \alpha < 270^\circ$ և $\sin \alpha = -0,6$:

18. Գտե՛ք 15° անկյան սինուսը, կոսինուսը, տանգենսը և կոտանգենսը, ընդունելով $15^\circ = \frac{30^\circ}{2}$: (Արդյունքները բաղդա՛տե՛ք § 9-րդ խորհրդի պատասխանների հետ):

19. Գտե՛ք $22^\circ 30'$ ($= \frac{45^\circ}{2}$) անկյան սինուսը, կոսինուսը, տանգենսը և կոտանգենսը:

20. Հալա՛սարարուն յեռանկյան գագաթի անկյան կոսինուսը հա՞տար է $-\frac{7}{25}$ -ի: Վորոշեցե՛ք հիմքի անկյան սինուսն ու կոսինուսը:

21. Հաշվեցե՛ք $\sin \frac{\alpha}{4}$, յեթե $450^\circ < \alpha < 540^\circ$ և $\sin \alpha = \frac{336}{625}$:

22. Հաշվեցե՛ք $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}$, յեթե $45^\circ < \frac{\alpha}{4} < 90^\circ$ և $\cos \alpha = \frac{3}{5}$:

23. Յեթե $\cos \alpha = \frac{40}{41}$ և $\cos \beta = \frac{60}{61}$, ըստ վորում α -ն և β -ն դրական առև անկյուններ են, ապա $\sin^2 \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{1}{41 \cdot 61}$: Ստուգեցե՛ք այդ:

34. $\operatorname{tg} 7^\circ 30' = \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$: Ստուգեցե՛ք այդ:

25. $\sin \frac{\alpha}{2}$ -ը և $\cos \frac{\alpha}{2}$ -ն արտահայտեցե՛ք $\sin \alpha$ -ով:

26. $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ և $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ -ն արտահայտեցե՛ք համապատասխանաբար $\operatorname{tg} \alpha$ և $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով:

27. Վորոշեցե՛ք $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ը, յեթե $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ և $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{5}$:

Ապացուցեցե՛ք, վոր հետևյալ հալա՛սարությունները նույնություններ են (28—51 խորհրդների մեջ).

28. a) $2 \sin(90^\circ - \alpha) \sin \alpha = \sin 2\alpha$; b) $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = -\cos 2\alpha$.

29. a) $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$; b) $\left(\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \sin \alpha$.

30. a) $\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sin 2\alpha$; b) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos 2\alpha$.

31. $\cos^2(\alpha + \beta) + \cos^2(\alpha - \beta) - \cos 2\alpha \cdot \cos 2\beta = 1$.

32. $\frac{\operatorname{csc} \alpha}{\sec \frac{\alpha}{2} + \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}} = \left(\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sin \alpha$.

33. $\frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}} = -\frac{1}{4} \cdot \sin 2\alpha$.

34. a) $\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{cosec} 2\alpha$; b) $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{ctg} 2\alpha$.

35. a) $\sin 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha = \cos 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$; b) $\sin 2\alpha - \operatorname{ctg} \alpha = -\cos 2\alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.

36. $\frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$.

$$37. \operatorname{tg}(\alpha+45^\circ)+\operatorname{tg}(\alpha-45^\circ)=2 \operatorname{tg} 2 \alpha.$$

$$3. 2 \sin (45^\circ+\alpha) \cdot \sin (45^\circ-\alpha)=\cos 2 \alpha$$

$$39. \frac{1-\operatorname{tg}^2 (45^\circ-\alpha)}{1+\operatorname{tg}^2 (45^\circ-\alpha)}=\sin 2 \alpha.$$

$$\cdot \sin 3 \alpha \operatorname{cosec} \alpha-\cos 3 \alpha \cdot \sec \alpha=2.$$

$$41. 4 \sin \alpha \cdot \sin (60^\circ-\alpha) \cdot \sin (60^\circ+\alpha)=\sin 3 \alpha.$$

$$42. 4 \cos \alpha \cdot \cos (60^\circ-\alpha) \cdot \cos (60^\circ+\alpha)=\cos 3 \alpha.$$

$$43. \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} (60^\circ-\alpha) \cdot \operatorname{tg} (60^\circ+\alpha)=\operatorname{tg} 3 \alpha.$$

$$44. \frac{\sin 3 \alpha+\sin^3 \alpha}{\cos 3 \alpha-\cos^3 \alpha}=-\operatorname{ctg} \alpha. \quad 45. \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha-\operatorname{tg}^2 60^\circ}{\operatorname{tg}^2 \alpha-\operatorname{ctg}^2 60^\circ}=\operatorname{tg} 3 \alpha \cdot 3 \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$46. a) 1+\cos \alpha=2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}; \quad b) 1+\sin \alpha=2 \cos^2 \left(45^\circ-\frac{\alpha}{2}\right).$$

$$47. a) 1-\cos \alpha=2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}; \quad b) 1-\sin \alpha=2 \sin^2 \left(45^\circ-\frac{\alpha}{2}\right).$$

$$48. \frac{2 \sin \alpha-\sin 2 \alpha}{2 \sin \alpha+\sin 2 \alpha}=\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}. \quad 49. \frac{1+\sin 2 \alpha}{\cos 2 \alpha}=\operatorname{tg} (45^\circ+\alpha).$$

$$50. \text{Յեթի } \operatorname{tg} \alpha=\frac{1}{7} \text{ և } \operatorname{tg} \beta=\frac{1}{3}, \text{ ըստ վորում } \alpha \text{ և } \beta \text{ սուր անկյուններ են, ապա } \alpha+2 \beta=45^\circ. \text{ Ապացուցեցեք.}$$

$$51. \text{Յեթի } \operatorname{tg} \alpha=\frac{1}{7} \text{ և } \operatorname{tg} \beta=\frac{1}{3}, \text{ ապա } \cos 2 \alpha=\sin 4 \beta. \text{ Ստուգեցեք.}$$

Լուծեցեք (52-71) հավասարումները:

$$52. \sin x \cdot \cos x=0,25.$$

$$53. \sin^2 x-\cos^2 x=0,5.$$

$$54. 1-\operatorname{tg}^2 x=2 \operatorname{tg} x.$$

$$55. \sin 2 x=\sin x.$$

$$56. \alpha \cdot \sin x=b \cdot \cos \frac{x}{2}$$

$$57. 1+\sin^2 2 x=4 \sin^2 x.$$

$$58. \cos 2 x=\cos x$$

$$59. \cos 2 x=2 \sin^2 x.$$

$$60. \operatorname{tg} 2 x=\operatorname{tg} x.$$

$$61. \operatorname{tg} 2 x=3 \operatorname{tg} x.$$

$$62. a(1+\cos x)=b \cdot \cos \frac{x}{2}$$

$$63. 1-\cos x=\sin \frac{x}{2}.$$

$$4 \cdot a(1+\cos x)=b \cdot \sin x.$$

$$65. 1-\cos x=\sin x.$$

$$66. 1+\sec x=m \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$$

$$67. 1+\sec x=\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2}.$$

$$68. \sin 3 x=2 \sin x.$$

$$69. \cos 3 x=4 \cos^2 x.$$

$$70. \sin x \cdot \sin 3 x=\frac{1}{2}$$

$$71. \cos^3 x \cdot \sin 3 x+\sin^3 x \cdot \cos 3 x=\frac{3}{4}.$$

72-74 հավասարումների մեջ $\sin x$ և $\cos x$ արտահայտել ըստ № 11 խնդրի բանաձևերի:

$$72. \sin x+\cos x=1-\frac{1}{4}$$

$$73. 4 \sin x+3 \cos x=2.$$

$$74. \sqrt{3 \sin x+\cos x}=\sqrt{3}.$$

§ 11. Յեթիստիկանական և փոփոխական անհանգստացրիչ շարժման հոմո- օմիոգրափի շեղանկանիւթի վրայի վրայի շարժման ժամանակի անհանգստացրիչ

Հետևյալ արտահայտությունները բերեք լոգարիթմիկա հարմար ձևի և
պարզեցեք.

$$1. a) \sin 75^\circ+\sin 15^\circ; \quad b) \sin 78^\circ-\sin 42^\circ; \quad c) \cos 152^\circ+\cos 28^\circ; \\ d) \cos 48^\circ-\cos 12^\circ.$$

$$2. a) \sin 5^\circ+\sin 20^\circ; \quad b) \sin 3^\circ-\sin 5^\circ; \quad c) \cos 3^\circ 15'+\cos 17^\circ; \\ d) \cos 5^\circ-\cos 25^\circ.$$

$$3. a) \sin (30^\circ+\alpha)+\sin (30^\circ-\alpha); \quad b) \cos \frac{\alpha+\beta}{2}+\cos \frac{\alpha-\beta}{2}.$$

$$4. a) \frac{\sin 25^\circ+\sin 15^\circ}{\sin 25^\circ-\sin 15^\circ}; \quad b) \frac{\cos \alpha+\cos \beta}{\cos \alpha-\cos \beta}.$$

$$5. a) \sin 20^\circ+\cos 40^\circ; \quad b) \cos 20^\circ-\sin 20^\circ; \quad c) \sin \alpha-\cos \beta.$$

$$6. a) \sin \alpha+\cos \alpha; \quad b) \sin \alpha-\cos \alpha.$$

$$7. a) \operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta; \quad b) \operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta; \quad c) \operatorname{tg} \alpha+\operatorname{ctg} \beta; \quad \operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta.$$

$$8. a) \operatorname{tg} \alpha+\operatorname{ctg} \alpha; \quad b) \operatorname{tg} \alpha-\operatorname{ctg} \alpha.$$

$$9. a) \sin^2 \alpha-\sin^2 \beta; \quad b) \cos^2 \alpha-\cos^2 \beta.$$

$$10. a) \operatorname{tg}^2 \alpha-\operatorname{tg}^2 \beta; \quad b) \operatorname{ctg}^2 \alpha-\operatorname{ctg}^2 \beta; \quad c) \operatorname{tg}^2 \alpha-\operatorname{ctg}^2 \beta; \quad d) \operatorname{tg}^2 \alpha-\operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$11. a) 1+\sin \alpha; \quad b) \sin \alpha-1; \quad c) 1-2 \sin^2 \alpha; \quad d) 1-2 \cos^3 \alpha.$$

$$12. \sin \alpha+\operatorname{tg} \alpha.$$

$$13. \operatorname{tg} \alpha-\sec \alpha.$$

$$14. \operatorname{cosec} \alpha-\operatorname{ctg} \alpha.$$

$$15. a) 1 \pm \operatorname{tg} \alpha; \quad b) 1 \pm \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$16. 1 \pm \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta.$$

$$17. a) \sqrt{1+\cos \alpha}+\sqrt{1-\cos \alpha}; \quad b) \sqrt{1+\cos \alpha}-\sqrt{1-\cos \alpha}.$$

$$18. \sqrt{\operatorname{tg} \alpha+\sin \alpha}+\sqrt{\operatorname{tg} \alpha-\sin \alpha}.$$

$$19. a) \sin \alpha \cdot \cos \alpha+\sin \beta \cdot \cos \beta; \quad b) \sin \alpha \cdot \cos \alpha-\sin \beta \cdot \cos \beta.$$

$$20. a) 1+\sin \alpha+\cos \alpha; \quad b) 1-\sin \alpha-\cos \alpha.$$

$$21. 1-2 \cos \alpha+\cos 2 \alpha.$$

$$22. a) 1+\operatorname{tg} \alpha+\sec \alpha; \quad b) \sec \alpha+\operatorname{tg} \alpha-1.$$

$$\cdot a) 1+\sin \alpha+\cos \alpha+\operatorname{tg} \alpha; \quad b) 1+\sin \alpha-\cos \alpha-\operatorname{tg} \alpha.$$

$$24. a) \operatorname{tg} \alpha+\operatorname{ctg} \alpha+\sec \alpha+\operatorname{cosec} \alpha; \quad b) \operatorname{tg} \alpha-\operatorname{ctg} \alpha-\sec \alpha-\operatorname{cosec} \alpha.$$

$$25. a) \sin \alpha+\sin \beta+\sin (\alpha+\beta); \quad b) \sin \alpha-\sin \beta+\sin (\alpha+\beta).$$

$$26. \sin \alpha+\sin 2 \alpha+\sin 3 \alpha.$$

Ապացուցեցեք (27-38) նույնությունները.

$$27. a) \frac{\sin \alpha+\sin \beta}{\cos \alpha+\cos \beta}=\operatorname{ctg} \frac{\beta-\alpha}{2}. \quad 28. \frac{\operatorname{ctg} \alpha-\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha+\operatorname{ctg} \beta}=\operatorname{ctg} (\alpha+\beta) \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

$$29. a) \frac{\sin \alpha+\sin \beta}{\sin (\alpha+\beta)}=\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha+\beta)}; \quad b) \frac{\sin \alpha-\sin \beta}{\sin (\alpha+\beta)}=\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\sin \frac{x}{2}(\alpha+\beta)}.$$

$$30. \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \operatorname{tg} (45^\circ + \alpha).$$

$$31. \frac{\sec \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\sec \alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} \right).$$

$$32. a) \frac{\operatorname{tg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \sin 2\alpha; \quad b) \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha} = \cos 2\alpha.$$

$$33. \sqrt{1 + \sin \alpha} - \sqrt{1 - \sin \alpha} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \quad (\text{իհիշ 0} < \alpha < 90^\circ).$$

$$34. \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$35. a) (\sin \alpha + \sin \beta)^2 + (\cos \alpha + \cos \beta)^2 = 4 \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$b) (\sin \alpha - \sin \beta)^2 + (\cos \alpha - \cos \beta)^2 = 4 \sin^2 \frac{\alpha - \beta}{2}.$$

$$36. a) 1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}.$$

$$b) 1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta = -\frac{\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\sin^2 \alpha \sin^2 \beta}.$$

$$37. \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha.$$

$$38. \operatorname{tg} 3\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 3\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Ապացուցեցե՛ք, Վոր $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ դեպքում (որինակ չեռանկյան անկյունների համար) հիշատակված հետևյալ առնչությունները (39—49 խնդիրների մեջ): Պատասխաններում, այդ խնդիրների վերաբերյալ կան ցուցմունքներ):

$$39. a) \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2};$$

$$b) \sin \alpha + \sin \beta - \sin \gamma = 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}.$$

$$40. a) \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 1 + 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2};$$

$$b) \cos \alpha + \cos \beta - \cos \gamma = -1 + 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}.$$

$$41. \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma.$$

$$42. \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \gamma + \operatorname{cosec} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \beta \cdot \operatorname{cosec} \gamma.$$

$$43. \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} = \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}.$$

$$44. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} + \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = 1.$$

$$45. \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \gamma + \operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \gamma = 1.$$

$$46. \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2 + 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma.$$

$$47. \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 - 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma.$$

$$48. \sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma = 4 \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma.$$

$$49. \cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = -1 - 4 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma.$$

50—62 արտահայտությունները ձևափոխեցե՛ք լուծարելի թմական հաշվման համար, մի քանի հասարակ անկյունների ոգնություններ:

$$50. 1 + 2 \sin \alpha \quad 51. 1 - 2 \cos \alpha. \quad 52. \sqrt{3} - 2 \sin \alpha.$$

$$53. a) \sqrt{2} + 2 \cos \alpha; \quad b) \sqrt{2} \cdot \sin \alpha - 1. \quad 54. 3 - 4 \sin^2 \alpha.$$

$$55. 3 - 4 \cos^2 \alpha. \quad 56. 1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$$57. 3 - \operatorname{ctg}^2 \alpha. \quad 58. 1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha.$$

$$59. a) \sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha; \quad b) \cos \alpha - \cos 2\alpha + \cos 3\alpha.$$

60. Ձևափոխեցե՛ք ոժանդակ անկյան ոգնություններ.

$$1) \sqrt{a^2 + b^2} \text{ իհրբ } a > 0 \text{ և } b > 0;$$

$$2) \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \text{ իհրբ } p > 2 \sqrt{q} > 0.$$

61. Յենթադրելով, Վոր $a > b > 0$, ոժանդակ անկյան ոգնություններ ձևափոխեցե՛ք՝

$$1) \frac{a+b}{a-b}; \quad 2) \sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}; \quad 3) \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}.$$

62. Ոժանդակ անկյունն ոգտադործեցե՛ք հետևյալ արտահայտությունը հաշվելիս.

$$x = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha}.$$

Լուծեցե՛ք հետևյալ հավասարումները (63—75), ֆունկցիաների դումարներն ու տարբերությունները արտադրյալի վերածելու միջոցով:

$$63. \sin 3x + \sin x = 0. \quad 64. \cos 4x + \cos x = 0.$$

$$65. \sin 5x = \sin x. \quad 66. \cos 2x = \cos x,$$

$$67. \cos 3x = \sin x. \quad 68. \sin x + \cos x = 1.$$

$$69. \cos x - \sin x = 1: \sqrt{2}. \quad 70. \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2(1 + \sqrt{5}).$$

$$71. \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 2(1 - \sqrt{2}). \quad 72. \operatorname{ctg} 2x - \operatorname{ctg} 4x = 2.$$

$$73. \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 3x = \sec x \cdot \sec 3x. \quad 74. \cos x + \cos 3x = \cos 2x.$$

$$75. \sin 3x = \sin 2x - \sin x.$$

Գտե՛ք հետևյալ արտահայտությունների բուն արժեքները, Վորոնք աված տեղադրման ժամանակ ստանում են անորոշ տեսք.

$$76. \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} \text{ իհրբ } \alpha = 0. \quad 77. \frac{\cos^2 \alpha}{(1 + \sin \alpha)^3} \text{ իհրբ } \alpha = \frac{3\pi}{2}.$$

$$78. \frac{\sec^2 \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha} \text{ իհրբ } \alpha = \pi. \quad 79. \sec^2 \alpha (\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1) \text{ իհրբ } \alpha = 90^\circ.$$

$$80. \frac{1 - \cos \alpha}{1 - \sec \alpha} \text{ իհրբ } \alpha = 2\pi. \quad 81. \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha} \text{ իհրբ } \alpha = 135^\circ.$$

$$82. \frac{\sin(180^\circ - \alpha) + \cos(270^\circ + \alpha)}{\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha)} \text{ իհրբ } \alpha = 0.$$

$$83. \operatorname{tg}^3 \alpha \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) \text{ իհրբ } \alpha = \pi.$$

$$84. \frac{\sin^2 \alpha \cdot \sin 2\beta - \sin^2 \beta \cdot \sin 2\alpha}{\sin(\alpha - \beta)} \text{ իհրբ } \beta = \alpha.$$

$$85. \frac{\cos 2\alpha}{1 - \sin 2\alpha} \text{ յերբ } \alpha = 45^\circ.$$

$$87. \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \text{ յերբ } \alpha = \pi.$$

$$89. \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\sin (\alpha - \beta)} \text{ յերբ } \beta = \alpha.$$

$$86. \operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin 2\alpha \text{ յերբ } \alpha = 180^\circ.$$

$$88. \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} \text{ յերբ } \alpha = 90^\circ.$$

$$90. \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} (\alpha - \beta)} \text{ յերբ } \alpha = \beta.$$

§ 12. ԼՈԳԱՐԻԹՄԱԿԱՆ ԱՂՅՈՒՍԱԿՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐ ՉԱՓԱԿԱՆ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՀԱՇՎԵԼԻՍ ՅԵՎ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐ ԳՏՆԵԼԻՍ

Այս պարագրաֆի, նույնպես և 12, 13 պարագրաֆների խնդիրների պատասխանները տված են հնգանիշ աղյուսակներով: Սակայն այդ խնդիրները լուծելիս կարելի չէ ոգտվել նաև քառանիշ աղյուսակներից: Այդ դեպքում պետք է խնդրի տվյալների և պատասխանի թվերը կլորացնել, թողնելով միայն 4 խմատավոր թվանշան և դեն գցելով վայրկյանները: Սրա հետ պետք է ինկատի ունենալ, Վոր յերբեմն պատասխանները կարող են տարբեր լինել վերջին կարգի 1—2 միավորներով,

Աղյուսակներով գտեք.

- | | | |
|---|---|---|
| 1. a) $\lg \sin 21^\circ 37'$; | b) $\lg \sin 63^\circ 42'$; | c) $\lg \sin 21^\circ 11' 12''$; |
| d) $\lg \sin 47^\circ 12'$; | e) $\lg \sin 53^\circ 15''$; | f) $\lg \sin 1^\circ 23' 18''$; |
| 2. a) $\lg \cos 32^\circ 8'$; | b) $\lg \cos 50^\circ 22'$; | c) $\lg \cos 44^\circ 53' 36''$; |
| d) $\lg \cos 62^\circ 47' 25''$; | e) $\lg \cos 30^\circ 48''$; | f) $\lg \cos 89^\circ 36' 20''$; |
| 3. a) $\lg \operatorname{tg} 27^\circ 41'$; | b) $\lg \operatorname{tg} 16^\circ 7' 35''$; | c) $\lg \operatorname{tg} 70^\circ 42' 53''$; |
| d) $\lg \operatorname{tg} 14^\circ 15'$; | e) $\lg \operatorname{tg} 52^\circ 12''$; | f) $\lg \operatorname{tg} 89^\circ 10' 16''$; |
| 4. a) $\lg \operatorname{ctg} 80^\circ 53'$; | b) $\lg \operatorname{ctg} 20^\circ 26' 48''$; | c) $\lg \operatorname{ctg} 77^\circ 21' 13''$; |
| d) $\lg \operatorname{ctg} 45^\circ 36''$; | e) $\lg \operatorname{ctg} 87^\circ 59' 34''$; | f) $\lg \operatorname{ctg} 15^\circ 40''$. |

Գտնել սուր անկյունը, յիթե տրված է.

5. $\lg \sin x = a)$ 9,40006—10; b) 9,86342—10; c) 9,67466—10;
d) 9,93410—10; e) 9,87114—10; f) 7,86616—10.
6. $\lg \cos x = a)$ 9,86152—10; b) 8,93007—10; c) 9,94970—10;
d) 9,84932—10; e) 9,80800—10; f) 8,05840—10;
7. $\lg \operatorname{tg} x = a)$ 8,78649—10; b) 0,00657; c) 9,46075—10;
d) 0,07710; e) 0,00015; f) 7,35000—10;
8. $\lg \operatorname{ctg} x = a)$ 1,03675—10; b) 9,50180—10; c) 0,37380;
d) 9,33875—10; e) 9,99995—10; f) 8,00000—10;

Լոգարիթմների ոգնությամբ հաշվել.

9. a) $\sin 20^\circ$; b) $\cos 47^\circ 36' 28''$; c) $\operatorname{tg} 75^\circ 36''$; d) $\operatorname{ctg} 15'$; e) $\sec 40^\circ$;
f) $\operatorname{cosec} 53^\circ 2' 43''$.
10. a) $\sin 230^\circ$; b) $\cos 740^\circ$; c) $\operatorname{tg} (-250^\circ 10')$; d) $\operatorname{ctg} 1000^\circ 15' 22''$;
e) $\sec (-100^\circ)$; f) $\operatorname{cosec} 500^\circ 20' 45''$.

Գտնել սուր անկյունը, յիթե տրված է.

11. a) $\sin x = \frac{4}{7}$; b) $\cos x = 0,38934$; c) $\operatorname{tg} x = 4$; d) $\operatorname{ctg} x = 10$;
e) $\sec x = 1,5$; f) $\operatorname{cosec} x = 2,65047$; g) $\sin x = \frac{1}{2} \sin 20^\circ$; h) $\operatorname{ctg} x = 3 \operatorname{ctg} 48^\circ$.

Գտնել 0 և 360° մեջ յեղած անկյունները, յիթե տրված է.

12. $\sin x = \frac{5}{11}$ 13. $\sin x = -0,682$.
14. $\cos x = 0,76213$ 15. $\cos x = -0,5688$.
16. $\operatorname{tg} x = \frac{176}{353}$ 17. $\operatorname{tg} x = -2,48$.
18. $\operatorname{ctg} x = 15$ 19. $\operatorname{tg} x = -0,731$.
20. $\sec x = 15$ 21. $\sec x = -2,5$.
22. $\operatorname{cosec} x = 10$ 23. $\operatorname{cosec} x = -1\frac{2}{7}$.

24—31 խնդիրներում վորոշեցեք x-ը ամենափոքրը բացարձակ արժեքով (դրական թե նույնիսկ բացասական, յիթե նրա բացարձակ մեծությունը փոքր է):

24. $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} 40^\circ + \operatorname{tg} 70^\circ$ 25. $\operatorname{ctg} x = 1 + \sin 23^\circ 14' 48''$.
26. $\cos x = 1 - \operatorname{ctg} 66^\circ 12'$ 27. $\sin x = \sin 37^\circ 15' - 1$.
28. $\cos x = 1 + \operatorname{tg} 117^\circ$ 29. $\operatorname{tg} x = \sin 44^\circ + \cos 166^\circ$.
30. $\operatorname{ctg} (-x) = 1 - \cos (-20^\circ) \cdot \sec 70^\circ 46'$.

$$31. \sin (x + 180^\circ) = \sqrt{-\operatorname{tg} 152^\circ 28'}$$

Հաշվեցեք հետևյալ արտահայտությունները (32—34 խնդիրներում).

$$32. (a^2 - b^2) \cdot \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \cos \beta} \text{ յիթե } a = 7,3862; b = 5,2138; \alpha = 42^\circ 26'; \beta = 68^\circ 34' 45''.$$

$$33. (a + \sin \alpha) \cdot (a + \cos \alpha) \text{ յերբ } a = 0,00105 \text{ և } \alpha = 143^\circ 12' 18''.$$

$$34. a^2 \cdot \sec \alpha \cdot \sqrt{-\operatorname{tg} 2\alpha} \text{ յերբ } a = 0,020438 \text{ և } \alpha = 67^\circ 34' 30''.$$

Հաշվեցեք հետևյալ արտահայտությունները (35—41 խնդիրներում), նախորդ արտադրյալի վերածելու միջոցով:

$$35. x = \pi \cdot (\sin 30^\circ 53' 30'' + \sin 80^\circ 24').$$

$$36. x = \frac{\sqrt[3]{0,0001}}{\cos 16^\circ 41' 25'' - \sin 49^\circ 10' 35''}.$$

$$37. x = \left(16 \frac{768}{815}\right)^2 \cdot (1 + \sin 11^\circ 7' 20'').$$

$$38. x = \sqrt{2 \cdot (-1 + \sin 11^\circ 7' 38' 42'').}$$

$$39. x = \sqrt[4]{0,005 \cdot (1 + 2 \sin 41^\circ 19')}.$$

$$40. x = (2,7148)^3 \cdot \sqrt{3 - 4 \cos^2 72^\circ 5'}.$$

$$41. x = \sqrt{a^2 \cdot \sin^2 \alpha + b^2 \cdot \cos \alpha}, \text{ յիթե } a = 0,014806; b = 0,003984; \alpha = 36^\circ 15' 24''.$$

Ուղղանկյուն յե-
ռանկյունների լու-
ծումը

42—57 խնդիրների մեջ տրված են ուղղանկյուն
յեռանկյունների լուծման հիմնական դեպքերը:

I. Տրված են ներգնաձիգն ու սուր անկյունը:

42. $c=9,35$; $A=65^{\circ}14'$.

43. $c=627$; $A=23^{\circ}30'$.

45. $c=0,79792$; $A=66^{\circ}36'42''$.

45. $c=3,6435$; $=50^{\circ}0'12''$.

II. Տրված են եջն ու սուր անկյունը.

46. $a=6,37$; $A=4^{\circ}35'$.

47. $a=18,003$; $B=43^{\circ}$.

48. $b=0,1738$; $A=35^{\circ}55'24''$.

49. $b=0,29544$; $B=25^{\circ}37'48''$.

III. Տրված են ներգնաձիգն ու եջը:

50. $c=65$; $a=16$.

51. $c=113$; $b=15$.

52. $c=697$; $a=528$.

53. $c=1710,2$; $b=823$.

IV. Տրված են յերկու եջերը.

54. $a=261$; $b=380$.

55. $a=156$; $b=133$.

56. $a=0,097836$; $b=0,10003$.

57. $a=12,007$; $b=6,9194$.

58—69: Հավասարասրուն յեռանկյուն

Նշանակումներ a —սրունքներ; b —հիմքը, $A=C$ —հիմքի անկյուններ,
 B —զազաթի անկյունը, h —բարձրությունը, h_1 —կողմնային բարձրություն,
 $2p$ —պարագիծ, S —մակերեսը:

Լուծեցեք հավասարասրուն յեռանկյունը հետևյալ տվյալներով.

58. $a=797,92$; $A=66^{\circ}36'24''$.

59. $a=627$; $B=133^{\circ}$.

60. $b=15,658$; $A=59^{\circ}45'20''$.

61. $b=5,529$; $B=51^{\circ}11''$.

62. $a=8,757$; $b=13,958$.

63. $b=925,22$; $h=721,4$.

64. $A=65^{\circ}40'$; $h_1=20$.

65. $b=130,72$; $S=1955,8$.

66. $B=73^{\circ}0'14''$; $S=45038$.

67. $2p=40,65$; $A=72^{\circ}46'38''$.

68. $S=250$; $a:b=7:4$.

69. $S=56$; $a=14$.

§ 13. ՇԵՂԱՆԿՑՈՒՆ ՅԵՌԱՆԿՑՈՒՆՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ ԼՈԳԱՐԻԹՄՆԵՐԻ
ՈԳՏԱԳՈՐԾՈՒՄՈՎ

Նշանակումներ, a , b և c —յեռանկյան կողմերն են. A , B և C —այդ
կողմերի հանդիպական անկյուններն են. S —ը մակերեսն է, $2p$ —պարագիծը,
 R —արտագծած շրջան շառավիղը, r —ներգծած շրջանի շառավիղը, h_a , l_a և
 m_a — a կողմին համապատասխանող բարձրության, անկյան կիսողի և
միջնագծի յերկարություններն են:

I. Տրված են կողմն ու յերկու անկյուններ.

1. $a=370$; $B=86^{\circ}3'$; $C=50^{\circ}55'36''$.

2. $a=450$; $A=87^{\circ}55'$; $B=10^{\circ}52'51''$.

3. $a=951$; $B=126^{\circ}43'$; $C=13^{\circ}41'8''$.

4. $a=97,515$; $A=102^{\circ}48'$; $C=21^{\circ}6'$.

5. $b=13,024$; $A=11^{\circ}48'45''$; $B=133^{\circ}42'15''$.

6. $c=15,948$; $A=51^{\circ}38'31''$; $B=18^{\circ}19'29''$.

Շեղանկյուն յեռան-
կյունների լուծման
հիմնական դեպքերը

II. Տրված են յերկու կողմերն ու նրանց միջև կազմված անկյունը.

7. $a=510$; $b=317$; $C=76^{\circ}18'52''$.

8. $a=225$; $b=800$; $C=36^{\circ}44'$.

9. $a=2,296$; $c=1,687$; $B=29^{\circ}51'46''$.

10. $b=28$; $c=42$; $A=124^{\circ}$.

11. $a=30,986$; $c=69,014$; $B=87^{\circ}47'16''$.

12. $b=40,326$; $c=32,114$; $A=73^{\circ}40'$.

III. Տրված են յերկու կողմերն ու նրանցից մեկի դիմաց գտնվող
անկյունը.

13. $a=87$; $b=65$; $A=75^{\circ}45'$.

14. $a=34$; $b=93$; $A=14^{\circ}15'$.

15. $a=24$; $b=83$; $A=26^{\circ}45'$.

16. $b=360$; $c=309$; $C=21^{\circ}14'25''$.

17. $a=13,897$; $c=8,425$; $A=126^{\circ}42'36''$.

18. $a=0,4366$; $b=1,2987$; $B=11^{\circ}3'20''$.

19. $a=13,807$; $c=8,136$; $C=14^{\circ}36'32''$.

20. $b=263,09$; $c=215,4$; $B=70^{\circ}14'42''$.

21. $a=19,058$; $b=28,193$; $A=31^{\circ}16'47''$.

22. $a=457,08$; $b=169,93$; $B=21^{\circ}49'45''$.

23. $a=2579,8$; $c=10$; $A=130^{\circ}21'35''$.

24. $a=19$; $b=34$; $c=49$.

25. $a=89$; $b=321$; $c=395$.

26. $a=44$; $b=483$; $c=485$.

27. $a=0,099$; $b=0,101$; $c=0,158$.

28. $a=172,5$; $b=1134,7$; $c=1205,4$.

29. $a=421,63$; $b=409,87$; $c=335,94$.

30. $a=1,2345$; $b=2,3456$; $c=3,4567$.

I. Տվյալները մեղ կա չափի միայն մեկ տարր¹⁾.

Շեղանկյուն յնասն-
կյունների լուծման
համակ դեպքեր

31. $R=7,9235$; $A=113^{\circ}17'$; $B=48^{\circ}16'44''$.
32. $S=501,97$; $A=15^{\circ}28'40''$; $B=45^{\circ}0'23''$.
33. $h_a=5,3708$; $B=115^{\circ}10'27''$; $C=5^{\circ}8'33''$.
34. $l_a=0,75868$; $B=98^{\circ}31'$; $C=4^{\circ}25''$.
35. $a+b=m=488,8$; $A=70^{\circ}24'$; $B=40^{\circ}16'$.
36. $a-b=n=23$; $A=108^{\circ}$; $B=18^{\circ}$.

37. $h_a+h_b=m=1,3807$; $A=102^{\circ}32'40''$; $B=58^{\circ}17'20''$.
38. $h_b-h_c=n=60,8$; $B=46^{\circ}23'51''$; $C=80^{\circ}28'23''$.
39. $2p=420,76$; $A=24^{\circ}37'4''$; $B=52^{\circ}30'56''$.
40. $r=5$; $A=22^{\circ}37'10''$; $B=39^{\circ}18'28''$.
41. $c=1,2304$; $a:b=3:4$; $B=48^{\circ}$.
42. $a=63,516$; $b:c=9:11$; $A=95^{\circ}30'$.
43. $c=226,88$; $h_c:b=63:65$; $B=17^{\circ}4'$.
44. $a=15,988$; $A=46^{\circ}20'35''$; $b=a_c$ (a_c -ն a -ի սլոնկյունի h c -ի վրա).

II. Տվյալները մեղ կա չափի յեղու տարր.

45. $b=29$; $l_c=31$; $A=68^{\circ}43'$.
46. $S=2423,4$; $a=42,5$; $B=124^{\circ}38'$.
47. $a=32$; $b=25$; $A=2B$.
48. $a+b=36,5$; $R=19,063$; $A-B=19^{\circ}31'18''$.
49. $a+b=m=2147$; $c=353$; $C=13^{\circ}41'8''$.
50. $a-b=n=6,457$; $c=18,309$; $C=53^{\circ}40'$.
51. $a+b=m=13,317$; $c=5,189$; $A=102^{\circ}38'$.
52. $a-b=m=6,232$; $c=15,146$; $A=78^{\circ}40'$.
53. $S=15$; $ab=48$; $\sin A=\cos B$.
54. $h_b=60$; $h_c=36$; $a:R=\cos A$.

III. Տրված են չափի յեղու տարրեր.

55. $a=23$; $b=45$; $R=25,098$.
56. $a=120$; $b=29$; $h_c=23,762$.
57. $a=6$; $b=8$; $S=12$.
58. $b=98$; $c=76$; $m_c=68$ 59. $a=20$; $b=12$; $m_c=14$.
60. $h_a=8$; $h_b=12$; $h_c=18$. 61. $b=42$; $c=28$; $l_a=12,809$.

§ 14. ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶՍՓԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍՏԱՐՈՒՄՆԵՐ

1—12 հավասարումների մեղ գտեք x -ի մեծությունը բնդհանուր տեղում և 0-ից մինչև 360° (0-ից մինչև 2π) սահմաններում.

1. $3 \sin x = 2 \cos^2 x$. 2. $\sin x = \operatorname{ctg} x$.
3. $3 + 2 \cos x = 4 \sin^2 x$. 4. $\sin x = -\cos x$.

¹⁾ Այսինքն միայն մեկ հատված կամ մակերևույթ.

5. $\operatorname{tg} x = 3 \operatorname{ctg} x$. 6. $\operatorname{tg} x = 2 \sin x$.
7. $\operatorname{ctg} x = 3 \cos x$. 8. $\operatorname{cosec} x = 2 \sin x$.
9. $\sin 3x = 0,5$. 10. $\operatorname{ctg} \frac{2x}{5} = 1$.
11. $3 \operatorname{tg}^2 \frac{x}{3} = 1$. 12. $2 \sin \left(\frac{x}{6} - \frac{\pi}{2} \right) = 1$.

13. Գտեք α և β անկյունների փոխկախույժ հեռակալ դեպքերում.

- 1) $\sin \alpha = \sin \beta$; 5) $\sin \alpha = -\sin \beta$; 9) $\sin \alpha = \cos \beta$;
2) $\cos \alpha = \cos \beta$; 6) $\cos \alpha = -\cos \beta$; 10) $\sin \alpha = -\cos \beta$;
3) $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta$; 7) $\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} \beta$; 11) $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta$;
4) $\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta$; 8) $\operatorname{ctg} \alpha = -\operatorname{ctg} \beta$; 12) $\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{ctg} \beta$;

Լուծեցեք (14—73) հավասարումները.

14. $\operatorname{ctg} 10x = 0$. 15. $(\cos x)^{\sin x} = 1$.
16. $\sin^2 x - \cos^2 x = \cos x$. 17. $a(\sin x + \cos x)^2 = b \sin 2x$.
18. $\operatorname{tg} px + \operatorname{tg} qx = 0$. 19. $\sin 3x = -\cos x$.
20. $\sin 5x + \operatorname{tg} 4x \cdot \cos 2x = 0$. 21. $a \sin x + b \cos x = 0$.
22. $\sin x + \cos x = \operatorname{cosec} x$. 23. $5 \cos 2x = 4 \sin x$.
24. $\cos \frac{x}{2} + \cos x = 1$. 25. $\sin(m+x) + \sin x = \cos \frac{m}{2}$.
26. $\sin 3x + \sin 2x + \sin x = 0$. 27. $\frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{tg} x} + \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 2x} = 2$.
28. $a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2}$.
29. $a \sin x + b \cos x = c$. 30. $2 \sin x - 9 \cos x = 7$.
31. $\frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} = \frac{1}{2}$.
32. $14,36 \sin x + 23 \cos x = 26,02$.
33. $\sqrt{3} \cdot \sin x + \cos x = \sqrt{2}$. 34. $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = 2$.
35. $\sec x = \sin x + \cos x$.
36. $\sin x + \cos x = \sec x + \operatorname{cosec} x$.
37. $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = 2 - \operatorname{tg} x$. 38. $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \sec 80^{\circ}$.
39. $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = 3 \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$.
40. $(4 - \sqrt{3})(\sec x + \operatorname{cosec} x) = 4(\sin x \cdot \operatorname{tg} x + \cos x \cdot \operatorname{ctg} x)$.
41. $\sin(x + 30^{\circ}) \cdot \sin(x - 30^{\circ}) = \sin 30^{\circ}$.
42. $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(45^{\circ} + x) = 2$.
43. $\cos(a-b) \cdot \sin(c-x) = \cos(a+b) \cdot \sin(c+x)$.
44. $\operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg}(x - 45^{\circ}) \cdot \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg}(x + 45^{\circ})$.
45. $\sec^2 x + 3 \sec x \cdot \operatorname{cosec} x + \operatorname{cosec}^2 x = 4$.
46. $\operatorname{tg} 3x = \sin 6x$. 47. $\sqrt{2} \cdot \cos 2x = \cos x + \sin x$.

48. $4 \sin^2 x + \sin^2 2x = 3$. 49. $2 \sin^2 x + \sin^2 2x = 2$.
 50. $\sin^2 2x - \sin^2 x = \sin^2 30^\circ$. 51. $\cos 4x + \cos 2x + \cos x = 0$.
 52. $\cos x - \cos 2x = \sin 3x$.
 53. $a \sin x + b \cos x = a \sin 2x + b \cos 2x$.
 54. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x$.
 55. $\operatorname{ctg}(\pi - 3x) = \operatorname{tg}(x - \pi)$. 56. $\cos \frac{x}{2} + \cos x = 1$.
 57. $\operatorname{cosec} x = \operatorname{cosec} \frac{x}{2}$.
 58. $\sec^2 \frac{x}{2} + \operatorname{cosec}^2 \frac{x}{2} = 16 \operatorname{ctg} x$.
 59. $8 \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = 1 + \sec x$.
 60. $\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = 1 + \sin 2x$.
 61. $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$. 62. $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} 3x = 0$.
 63. $\cos x \cos 3x = \cos 5x \cos 7x$.

64—72 հավասարումներում տվյալ արտահայտությունները պիտի նշանակեն կոսինուսի (այլապես կատարվեն կողմնակի արժանանքներ).

64. $\frac{\cos 2x}{1 + \operatorname{tg} x} = 0$. 65. $\frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x} = 0$.
 66. $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} 2x = 0$. 67. $\sin 3x \cdot \operatorname{ctg} x = 0$.
 68. $\frac{\sin 2x}{\sin x} = \frac{\cos x}{\cos 2x}$. 69. $\frac{1 + \cos 2x}{2 \cos x} = \frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x}$.
 70. $\frac{1 - \cos 2x}{2 \sin x} = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$. 71. $\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} 2x = 2$.
 72. $\sin 3x \cdot \operatorname{tg} 2x \cdot \sec x = 0$. 73. $3 \sin x = 1 - \sqrt{3 \cos^2 x - 2}$.

Լուծեցե՛ք (74—95) հավասարումների սխառնները.

74. Գտե՛ք $\sin x$ և $\sin y$ չեթե

$\sin x + \sin y = 0,2$ և $\cos x + \cos y = -0,2$.

75. Հետևյալ սխառնմիջ վորոշեցե՛ք $\cos x$ -ն ու $\cos y$ -ը.

$$\cos(x+y) = \frac{1}{6}(1-2\sqrt{6}); \cos(x-y) = \frac{1}{6}(1+2\sqrt{6}).$$

76. Գտե՛ք $\operatorname{tg} x$ -ը և $\operatorname{tg} y$ -ը, չեթե $x+y=45^\circ$ և $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 10$.

77. Հետևյալ սխառնմիջ ոգնություններ x -ը արտահայտեցե՛ք a, b և φ մեծություներով.

$$a = x \cdot \sin \alpha; b = x \cdot \sin \beta; \alpha + \beta = \varphi.$$

78. Վորոշեցե՛ք x -ն ու y -ը, չեթե $\sin(x-y) = \cos(x+y) = \frac{1}{2}$.

Հետևյալ սխառնմիջ վորոշեցե՛ք սուր անկյունները (79—95).

79. $\sin x \cdot \cos y = 0,36$; $\cos x \cdot \sin y = 0,14$.

80. $\sin x \cdot \sin y = 0,36$; $\cos x \cdot \cos y = 0,14$.

81. $x+y=\alpha$; $\sin x + \sin y = a$.

82. $x+y=77^\circ$; $\cos x - \cos y = 0,4898$.

83. $x+y=\alpha$; $\sin x \cdot \sin y = a$.

84. $x-y=48^\circ 20'$; $\cos x \cdot \cos y = 0,48967$.

85. $x+y=\alpha$; $\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{m}{n}$.

86. $x+y=96^\circ 38'$; $\frac{\cos x}{\cos y} = \frac{5}{3}$.

87. $x+y=\alpha$; $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = a$.

88. $x-y=31^\circ$; $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = 0,74$.

89. $x+y=\alpha$; $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = a$.

90. $x-y=5^\circ$; $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 0,8391$.

91. $x+y=\alpha$; $\frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} y} = \frac{m}{n}$.

92. $x-y=3^\circ 46'$; $\frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} y} = \frac{11}{9}$.

93. $2 \sin x + \cos y = 1$; $16 \sin^2 x + \cos^2 y = 4$.

94. $x+y+z=180^\circ$; $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 2$; $\operatorname{tg} y \cdot \operatorname{tg} z = 3$.

95. $x+y+z=180^\circ$; $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 3$; $\operatorname{tg} y \cdot \operatorname{tg} z = 14$.

§ 15. ՀԱԿԱՆԱՐՁ ՇՐՋԱՆԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

(տես նույնպես § 2-ի № № 30—34)

Ցուցմունք. Այս խնդիրները լուծելիս պետք է հիշել այն սահմանների մասին, վոր կարող են ունենալ arcus -ները և դեն զցել այն պատասխանները, վորոնք չեն համապատասխանում այդ սահմաններին:

Գտե՛ք՝ ինչի՛ լին հավասար հետևյալ արտահայտությունները (1—16).

1. 1) $\operatorname{arc} \sin \left(-\frac{1}{2}\right)$; 2) $\operatorname{arc} \sec 2$; 3) $\operatorname{arc} \cos \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

2. 1) $\sin \left(\operatorname{arc} \operatorname{ctg} \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$; 2) $\cos \left(2 \operatorname{arc} \sin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; 3) $\operatorname{tg} \left(\operatorname{arc} \cos \frac{1}{2}\right)$.

3. 1) $\operatorname{ctg} [\operatorname{arc} \operatorname{tg} (-1)]$; 2) $\sin \left(3 \operatorname{arc} \cos \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

3) $\cos \left[2 \operatorname{arc} \sin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]$.

4. 1) $\cos (\operatorname{Arc} \cos x)$; 2) $\sin \left(\operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{3}{4}\right)$; 3) $\sin [\operatorname{arc} \operatorname{tg} (-2)]$.

5. 1) $\sin \left(\operatorname{arc} \sin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; 2) $\cos \left(\operatorname{arc} \cos \frac{1}{2}\right)$; 3) $\operatorname{tg} (\operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{3})$.

6. 1) $\operatorname{arc} \operatorname{ctg} \left(\operatorname{ctg} \frac{4\pi}{5}\right)$; 2) $\operatorname{Arc} \operatorname{tg} (\operatorname{tg} x)$; 3) $\operatorname{arc} \cos \left(\sin \frac{\pi}{7}\right)$.

7. 1) $\sin (\operatorname{arc} \cos 0,8)$; 2) $\cos \left(\operatorname{arc} \sin \frac{8}{17}\right)$; 3) $\operatorname{tg} \left(\operatorname{arc} \sin \frac{3}{5}\right)$.

$$8. 1) \sin\left(\arcsin \frac{1}{2} + \arccos \frac{1}{2}\right);$$

$$2) \cos\left(\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

$$9. 1) \operatorname{tg}\left(\arctg 2 + \arctg \frac{1}{2}\right); 2) \operatorname{tg}\left(\arctg x + \arctg \frac{1}{x}\right).$$

$$10. \operatorname{tg}\left(\arctg \frac{2a-b}{b\sqrt{3}} + \arctg \frac{2b-a}{a\sqrt{3}}\right).$$

$$11. \sin\left(\arcsin \frac{3}{5} + \arcsin \frac{8}{17}\right).$$

$$12. \cos\left(\arccos \frac{9}{\sqrt{82}} + \operatorname{arccosec} \frac{\sqrt{41}}{4}\right).$$

$$13. \cos\left(2 \arcsin \frac{2}{7}\right). \quad 14. \sin(2 \arcsin m).$$

$$15. \operatorname{tg}\left(3 \arctg \frac{1}{4}\right). \quad 16. \sin(2 \arctg m).$$

Ստուգեցեք հետևյալ հավասարումները հշտույթները (17—32).

$$17. a) \arcsin \frac{3}{5} = \arccos \frac{4}{5}; b) \arcsin \sqrt{\frac{a}{a+b}} = \arctg \sqrt{\frac{a}{b}}.$$

$$18. \arcsin \frac{5}{13} + \arcsin \frac{12}{13} = \frac{\pi}{2}.$$

$$19. \arccos \frac{1}{2} + \arccos \frac{1}{7} = \arccos\left(-\frac{11}{14}\right).$$

$$20. \arcsin 0,6 - \arcsin 0,8 = -\arcsin 0,28.$$

$$21. \arctg \frac{1}{2} + \arctg \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}. \quad 22. \operatorname{arctg} \frac{1}{7} + \operatorname{arctg} \frac{3}{4} = \frac{3\pi}{4}.$$

$$23. 2 \arccos a = \arccos(2a^2 - 1).$$

$$24. 2 \arcsin m = \arccos(1 - 2m^2).$$

$$25. 2 \arctg \frac{1}{5} + \arctg \frac{1}{4} = \arctg \frac{32}{43}.$$

$$26. \arccos \sqrt{\frac{2}{3}} - \arccos \frac{\sqrt{6}+1}{2\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}.$$

$$27. 2 \arctg \sqrt{\frac{x}{a}} = \arccos \frac{a-x}{a+x}.$$

$$28. \arcsin \frac{4}{5} + \arccos \frac{2}{\sqrt{5}} = \arccos \frac{2}{11}.$$

$$29. \arctg m + \arctg n = \arccos \frac{1-mn}{\sqrt{(1+m^2)(1+n^2)}}.$$

$$30. \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \operatorname{arctg}(2 + \sqrt{3}) = \frac{\pi}{4}.$$

$$31. \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \arctg \frac{\sqrt{2}}{2} = \arctg(\sqrt{2} + 1)^2.$$

Լուծեցեք (32—45) հավասարումները.

$$32. \arctg(1+x) + \arctg(1-x) = \frac{\pi}{4}.$$

$$33. \arccos(x-1) = 2 \arccos x.$$

$$34. \arctg x = 2 \arctg \frac{1}{x}.$$

$$35. \arccos \frac{x}{2} = 2 \arctg(x-1).$$

$$36. \arcsin 2x = 3 \arcsin x.$$

$$37. x = \operatorname{Arcsin}(\cos x).$$

$$38. 2x = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x).$$

$$39. \arcsin x + \arcsin \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4}.$$

$$40. \arcsin x + \arcsin x\sqrt{3} = \frac{\pi}{2}.$$

$$41. \arccos x + \arccos(1-x) = \arccos(-x).$$

$$42. \arctg x + \arctg 3x = \frac{\pi}{2}.$$

$$43. \arctg \frac{1}{x-1} - \arctg \frac{1}{x+1} = \arctg a.$$

$$44. \arccos \frac{1-x^2}{1+x^2} + \arctg \frac{2x}{1-x^2} = \frac{4\pi}{3}.$$

$$45. \arctg x + \frac{1}{2} \operatorname{arcsec} 5x = \frac{\pi}{4}.$$

ՅԵՌԿՐՈՐԴ ՄԱՍ

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆ ՊԱՀԱՆՁՈՂ ՏԱՐԱԾԱԶԱՓԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

§ 16. ՈՒՂԻՂՆԵՐ ՅԵՎ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Հարթության ուղղահայաց լինելի դեպք

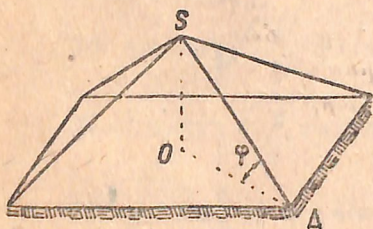
1. M կետից P հարթությանը տարած ուղղահայացի ու թեքի միջև կազմված անկյունը հավասար է α -ի: Թեքի յերկարությունը հավասար է a -ի: Վորոշեցե՛ք M կետի հեռավորությունը հարթությունից ($a=11,22$; $\alpha=72^\circ 54'$)

2. Հարթությունը տարածված է p յերկարության ուղղահայաց. այդ ուղղահայացի հիմքից, վորպես կենտրոնից, հարթության վրա r շառավղով գծված է շրջանագիծ: Վորոշեցե՛ք ուղղահայացի և այդ ուղղահայացի ծայրը շրջանագծի վորևս կետի հետ միացնող գծի միջև կազմված անկյունը ($p=4,54$; $r=8$):

3. Քառակուսու կողմը՝ $AB=a$: Այդ քառակուսու O կենտրոնից քառակուսու հարթությանը տարված է ուղղահայաց. այդ ուղղահայացի վրա վերցրած է $OM=d=20$ հատվածը, իսկ M կետից անց է կացրած $MC \perp AB$: Վորոշեցե՛ք MC ուղիղի և քառակուսու հարթության վրա դրած պրոեկցիայի միջև կազմված x անկյունը:

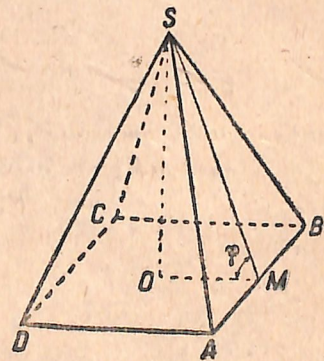
4. Խորանարդի կողը հավասար է $a=10$ սմ: Հաշվեցե՛ք այն անկյունը, վորով խորանարդի անկյունագիծը թեքված է դեպի խորանարդի նիստերը:

5. Սիլոսի քառակուսաձև հորի վրա պետք է շինել կուռք, կոնուսավոր քառանկյուն բուրգի ձևով: Հիմքի կողմը հավասար է



Գծ. 18.

6,5 մ-ի: Վորոշեցե՛ք SA ծայրագծի յերկարությունը և այդ գծի թեքությունը դեպի հիմքի հարթությունը (գծ. 18):



Գծ. 19.

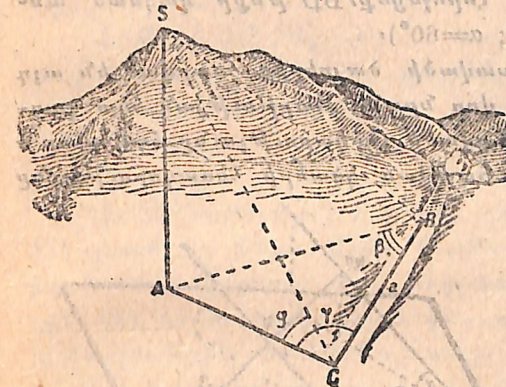
6. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի բարձրությունը հավասար է 7 սմ, իսկ հիմքի կողմը՝ 8 սմ: Ի՞նչ անկյան տակ է թեքված կողմային կողը դեպի հիմքի հարթությունը:

7. Կանոնավոր քառանկյան բուրգի ձև անցնող վրանը կազմված է 4 ձողերից, վորոնք ձգում են բրեզենտը (գծ. 19): Վրանի SO բարձրությունը հավասար է 2,4 մ-ի: Յերկու հարևան ձողերի հիմքերի հեռավորությունը՝ $AB=2$ մ: Վորոշեցե՛ք վրանի գագաթի և հիմքի կողմի միջնակետի SM հեռավորությունը, այսինքն բուրգի ապոթեմը, և այդ գծի թեքության անկյունը դեպի հորիզոնական հարթությունը:

8. ABC կանոնավոր յեռանկյան կողմը հավասար է a -ի: Այդ յեռանկյան O կենտրոնից կանգնեցրած է ուղղահայաց, վերջինի վրա վերցված է M կետն այնպես, վոր $MA=a$: Այնուհետև M կետից անց է կացված $MD \perp AC$: Վորոշեցե՛ք MD գծի և ABC յեռանկյան հարթության միջև կազմված φ անկյունը:

9. Ուղիղը հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Տված հարթության մեջ այդ անկյան գագաթից անց է կացրած մի ուղիղ, վորը առաջին ուղիղի պրոեկցիայի (այդ հարթության վրա) հետ կազմում է β անկյունը: Վորոշեցե՛ք այդ ուղիղներով կազմված անկյունը ($\alpha=43^\circ 53'$; $\beta=11^\circ 10'$):

10. Հարթության մեջ չգտնվող ուղիղը, հատվելով հարթության վրա գտնվող ուղիղի հետ, կազմում է այդ ուղիղի հետ α անկյունը, իսկ վերջինը կազմում է առաջին ուղիղի պրոեկցիայի (տված հարթության վրա) հետ β անկյունը: Վորոշեցե՛ք առաջին ուղիղի կազմած անկյունը հարթության հետ ($\alpha=8^\circ 26'$; $\beta=5^\circ 40'$):



Գծ. 20

11. a , b և c կողմերն ունեցող յեռանկյան արտագծած շրջանագծի կենտրոնից կանգնեցրած է այդ յեռանկյան հարթությանը h ուղղահայացը: Վորոշեցե՛ք այն անկյունները, վոր կազմում են ուղղահայացի գագաթը յեռանկյան գագաթների հետ միացնող գծերն այդ հարթության հետ ($h=60$; $a=30$; $b=5$; $c=29$):

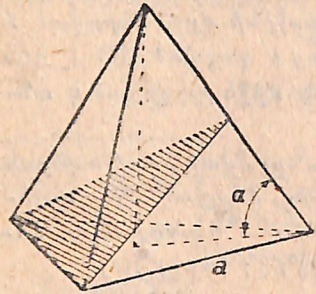
12. Հորիզոնական հարթության միջով անցնում է ուղղագիծ ճանապարհի a մետր յերկարություն ունեցող BC հատվածը: Ժանապարհի մոտ գտնվում է մի սար, վորի գագաթը C կետից յերեւում է φ անկյան տակ (գծ. 20): S գագաթը, պրոեկտվում է ճանապարհի հարթության A կետում: BC հատվածն իր ծայրերից դեպի A կետը ուղղված ճառագայթների հետ կազմում է $\angle ACB=\gamma$ և $\angle ABC=\beta$: Վորոշեցե՛ք սարի բարձրությունը ($a=400$; $\beta=40^\circ 10'$; $\gamma=60^\circ 40'$; $\varphi=50^\circ 50'$):

13. Կանոնավոր յեռանկյան բուրգի մեջ հիմքի կողմը հավասար է a -ի, իսկ կողմային կողը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը (գծ. 21): Վորոշեցե՛ք հիմքի կողմով և կողմային կողի միջնակետով անցկացրած հատվածի մակերեսը:

14. $AB=a=13$ սմ հատվածի ծայրերը գտնվում են հարթությունից $m=5$ սմ և $n=8$ սմ հեռավորության վրա: Վորոշեցեք հատվածի և հարթության միջև կազմված անկյունը (յերկու դեպք):

15. Հարթության յերկու կետերից տարված են այդ հարթությանը յերկու թեքեր (AM և BN), վորոնք իրար զուգահեռ են և հարթության հետ կազմում են α և β անկյունը (զծ. 22): Այդ ուղիղներին ուղղահայաց հատող MN ուղիղը հարթության հետ կազմում է β անկյունը: Վորոշեցեք թեքերի և նրանց հիմքերը միացնող AB ուղիղի միջև կազմված փ անկյունը:

16. Հարթության յերկու կետերից, վորոնց հեռավորությունը հավասար է a -ի, անց են կացրած յերկու զուգահեռ թեքեր, վորոնք հարթության հետ կազմում են փ անկյունը: Վորոշեցեք այդ թեքերի հեռավորությունը, յեթե տվյալ հարթության վրա վերցրած նրանց պրոեկցիաների հեռավորությունը հավասար է b -ի:

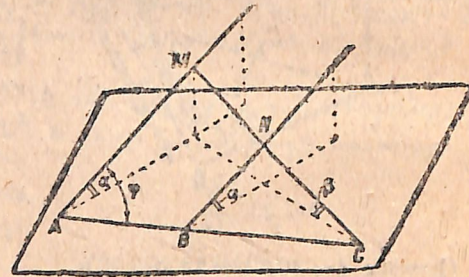


Գծ. 21.

17. AB հատվածը զուգահեռ է հարթությանը: Այդ հատվածի ծայրերից հարթությանը տարված են յերկու թեքեր, այն է՝ $AC=c$ և $BD=d$: AC թեքը հարթության հետ կազմում է α անկյուն: Վորոշեցեք BD թեքի կազմած անկյունը հարթության հետ ($c\sqrt{6}$; $d=3$; $\alpha=60^\circ$):

18. Հարթությանը զուգահեռ հատվածի ծայրերից տարված են այդ հատվածին ուղղահայացներ այնպես, վոր նրանց հարթության հետ կազմում են α և β անկյուններ ($\alpha > \beta$): Հատվածի յերկարությունը հավասար է a -ի: Ուղղահայացների և հարթության հատման կետերի հեռավորությունը հավասար է b -ի: Վորոշեցեք հարթության հեռավորությունը հատվածից (յերկու դեպք):

19. Ջուգահեռ հարթությունների միջև գտնվող յերկու գծերի հաավանները հարաբերում են այնպես, ինչպես 2:3, իսկ դրանց հարթության հետ կազմած անկյունները՝ 2:1: Վորոշեցեք այդ անկյունները:



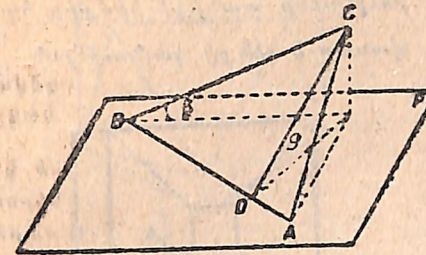
Գծ. 22.

§ 17. ՅԵՐԿՆԻՍՏ ՅԵՎ ԲԱԶՄԱՆԻՍ ԱՆԿՑՈՒՆԵՐ

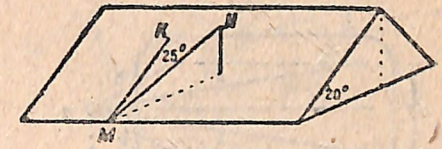
1. Տված է α յերկնիստ անկյունը: Այդ անկյան նիստերից մեկի վրա կոդից a հեռավորություն ունեցող կետից կանգնեցրած է ուղղահայաց մինչև մյուս նիստի հետ հատվելը: Վորոշեցեք այդ ուղղահայացի յերկարությունը ($a=6,06$; $\alpha=41^\circ 55'$):

2. 1) ABC ուղղանկյուն յեռանկյան AB ներքնածիգը գտնվում է P հարթության մեջ, իսկ եջերը P հարթության հետ կազմում են α և β անկյունները (զծ. 23): Վորոշեցեք յեռանկյան հարթության և P հարթության միջև կազմված փ անկյունը:

2) ABC յեռանկյան մի կողմը (AB) գտնվում է P հարթության մեջ: Մյուս յերկու կողմերը (CA և CB), P հարթության հետ կազմում են α և β անկյունները: Հայտնի յե վոր $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$ և $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{4}$, CA և CB կողմերի պրոեկցիաները հարթության վրա փոխադրահայաց են: Վորոշեցեք ABC յեռանկյան թեքությունը դեպի P հարթությունը:



Գծ. 23.

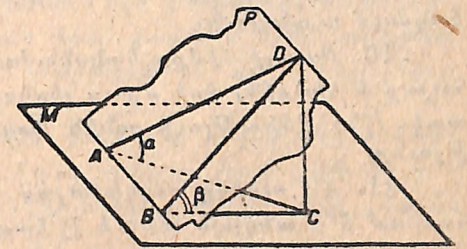


Գծ. 24.

3. 20° թեքություն ունեցող կտուրի վրա անց են կացրած MN գիծը (զծ. 24), վորը ամենամեծ վայրեջքի գծի հետ կազմում է 25° անկյուն (վորպես ամենամեծ վայրեջքի գիծ ծառայում է հարթության վրա անցկացրած հորիզոնական գծի ուղղահայացը): Վորոշեցեք MN - ուղիղի կազմած անկյունը հորիզոնի հետ:

4. Մարի 32° թեքություն ունեցող լանջի վրայով անցնում է մի ճանապարհ, վորն ամենամեծ վայրեջքի հետ կազմում է 45° անկյուն (տես. 3-րդ խնդիրը): Գտեք ճանապարհի թեքությունը:

5. M հարթության A կետից անց են կացրած AD թեքը, վորը հարթության հետ կազմում է α անկյունը (զծ. 25): AD ուղիղով անց են կացրած M հարթության հետ $DBC=\beta$ անկյուն կազմող P հարթությունը: Վորոշեցեք AD գծի և M և P հարթությունների հատման գծի միջև կազմված անկյունը:



Գծ. 25.

6. Կանոնավոր n -անկյուն բուրգի բարձրությունը յերկու անգամ փոքր է հիմքի կողմից: Վորոշեցեք հիմքի յերկնիստ անկյունը (φ):

7. 26° -ը գծագրի վրա արված է լողացող պոնտոնային կետակի ուղղված (պոնտոնը յերկաթե հարթահատակ նավակ է), վորը յարեկաված է ուղղագիծ և հորիզոնական հարթությունների վրա: Չափերը արտահայտված են մետրերով: Վորոշեցեք՝

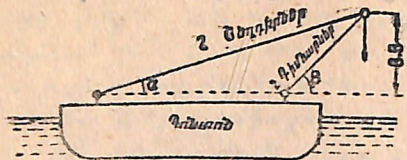
ա) շեղիկի (укосина) յերկարությունը (a) և հենարանի յերկարությունը (b):

բ) շեղիկների և հենարանների թեքության անկյունները դեպի պոնտոնի մակերևույթը:

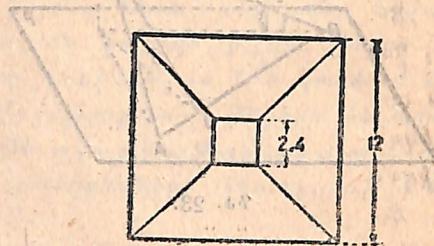
գ) շեղիկների միջև կազմված անկյունը և հենարանների միջև կազմված անկյունը:

գ) շեղվորեն չհարթության և պոնտոնի հարթության միջև կազմված անկյունը. հենարանների հարթության և պոնտոնի հարթության միջև կազմված անկյունը:

8. Քառակուսաձև շինություն ծածքը տրված է հատակագծի վրա (գծ. 27) չափերը տրված են մետրներով: Ծածքի վերին մակերևույթի բարձրությունը տանիքի հիմքից հաճախ է շինքի լայնության $\frac{1}{3}$



Գծ. 26.



Գծ. 27.

մասին: Բոլոր չորս նիստերն էլ միևնույն թեքություն ունեն դեպի հորիզոնական հարթությունը: Վորոշեցեք ծածքի թեքության անկյունը:

9. Ուղղանկյան լեռանկյան մեջ տված են 2 ներքնաձիգը և 2 սուր անկյունը: Վորոշեցեք ուղիղ անկյան գագաթի հեռավորությունն այն հարթությունից, վորն անցնում է ներքնաձիգով և լեռանկյան հարթության հետ կազմում φ անկյուն:

10. Բուրգի հիմքը կանոնավոր լեռանկյուն է: Նիստերից մեկն ուղղահայաց է հիմքին, իսկ մյուս չորսը թեքված են դեպի հիմքը α անկյան տակ: Ի՞նչ թեքություն ունին կողմնային կողերը դեպի հիմքի հարթությունը:

11. AB ուղիղը ուղղահայաց է P հարթությանը: CD ուղիղը AB-ին հատում է α անկյան տակ և P հարթության հետ կազմում φ անկյունը:

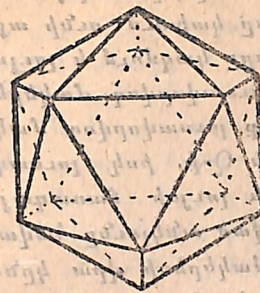
Վորոշեցեք P հարթության և AB ու CD ուղիղներով անցնող հարթության միջև կազմված անկյունը:

12. Ուղղանկյուն չորսույթի մի գագաթից դուրս չեկող կողերի ծայրերը միացված են աղեղներով: Չորսույթի նիստերի վրա առաջացած լեռանկյունների մակերեսները հավասար են: 4 դմ²; 6 դմ²; 12 դմ²: Վորոշեցեք չորսույթի հատվածքի և փոքր հիմքի միջև կազմված անկյունը:

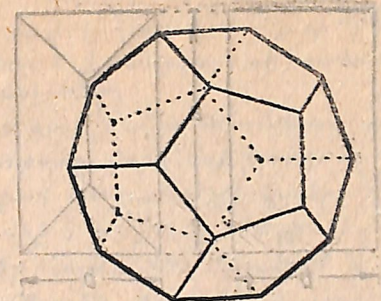
13. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմն ու կողմնային կողը հարաբերում են այնպես, ինչպես $\sqrt{3}:\sqrt{2}$: Հիմքի անկյունագծով անց ե կացրած կողմնային կողին զուգահեռ հարթություն: Վորոշեցեք այդ հարթության թեքվածությունը դեպի հիմքը:

14. Զուգահեռակողմն ու P հարթությունը գտնվում են այնպես, վոր զուգահեռակողմի փոքր կողմերից մեկը գտնվում է P հարթության վրա, իսկ այդ կողմին հակադիր կողմի հեռավորությունը հարթությունից հավասար է զուգահեռակողմի մեծ կողմերի հեռավորությանը: Վորոշեցեք P հարթության և զուգահեռագծի հարթության միջև կազմված անկյունը, չեթե զուգահեռագծի կողմերը հարաբերում են այնպես, ինչպես 3:5:

12. Կանոնավոր n-անկյուն բուրգի գագաթի հարթ անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշեցեք այդ բուրգի չորս նիստի անկյունները (հիմքի մոտ գտնվող և կողմնային նիստերով կազմված):



Գծ.



Գծ. 29.

16. Վորոշեցեք

- 1) կանոնավոր աեռաեդրի,
- 2) » ոկտաեդրի,
- 3) » իկոսաեդրի (գծ. 28) և
- 4) » դոդեկաեդրի (գծ. 29)

չեղևու հարևան նիստերով կազմված անկյունը:

§ 18. Ձեւերի ՊՐՈՆԵՑԻԱՆԵՐԻ (ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ) ՄԱԿԵՐԵՍՆԵՐԸ

1. Զուգահեռակողմի մակերեսը $Q=50$ մմ²: Այդ զուգահեռակողմի հարթությունը պրոնեցիաների P հարթության հետ կազմում է 30° անկյուն: Զուգահեռակողմի մի կողմը գտնվում է P հարթության վրա: Վորոշեցեք զուգահեռակողմի պրոնեցիայի մակերեսը:

2. Ուղիղ լեռանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմերից մեկով անց ե կացրած մի հարթություն, վորը հատում է հանդիպակաց կողմնային կողը և թեքված է հիմքի հարթությունից 45° -ով: Վորոշեցեք հատվածքի մակերեսը, չեթե հիմքի մակերեսը հավասար է Q-ի:

3. Կանոնավոր լեռանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմով անց ե կացրած մի հատող հարթություն, վորը թեքված է դեպի հիմքը α անկյան տակ: Հիմքի կողմը հավասար է a-ի: Վորոշեցեք հատվածքի մակերեսը:

4. Տանիքի վրա ձխնելույթի համար բաց թողած անցքի մակերեսը հավասար է 2100 մմ²: Տանիքի թեքության անկյունը հավասար է 32° -ի: Խողովակը ունի քառակուսի պրիզմայի ձև: Գտեք պրիզմայի հիմքի կողմը:

5. Խողովակի չափերն են՝ 40 մմ $\times$ 40 մմ: Տանիքի թեքության անկյունն է 35° : Վորոշեցեք տանիքի անցքի մակերեսը:

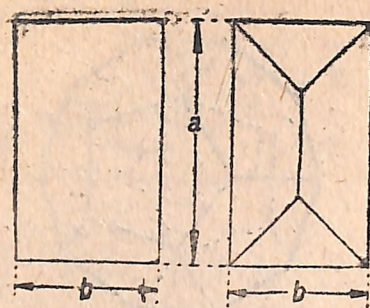
6. Քառաթեք տանիքը ծածկվում է 28 մ² մակերես: Տանիքի բոլոր կողմերն ունեն $32^\circ 53'$ թեքություն: Գտեք տանիքի մակերեսը:

7. Քառաթեք տանիքի կողմային թեքվածքը մի հավասարասրուն սեղան է, վորի զուգահեռ կողմերը հավասար են 10 մ և 6 մ, իսկ բարձրությունը՝ 5 մ:

Թեքվածքի պրոնեցիան տանիքի հարթության վրա հավասար է 32° մ: Գտնել թեքվածքի թեքության անկյունը և պիպե (конь) բարձրությունը տանիքից:

8. 30° -րդ գծալրի վրա նկարված են միտքեք և քառաթեք տանիքների:

տրվագծեր, վորոնք ունեն ուղղանկյան ձև (ա և b կողմերով): Յերկու տանիքներն ել թեքված են դեպի հորիզոնը α անկյան տակ: Այդ տանիքներից վորը ներկելու համար ավելի շատ ներկ կախանջվի:



Պձ. 30.

Այդ մակերեսը նախորդից մեծ, թե փոքր կլինի: Ավելի պայծառ լուսավորված կլինի, թե խավար:

10. Խոնչ մեծության հորիզոնական մակերես կարելի չի ծածկել 120 մ² տանիքով, յեթե վերջինի թեքությունը հավասար է 27°30':

§ 19. ԶՈՒԴԱՀԵՌԱՆԻՍՏՆԵՐ, ՊՐԵԶՄԱՆԵՐ, ԲՈՒԴԻՅԵՐ ՅԵՎ ՆՐԱՆՑ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ

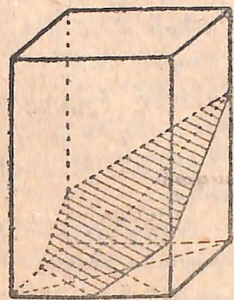
Զուգահեռագծերի
յեւ պրիզմաներ

1. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի անկյունագծի և կողերի միջև կազմված անկյունները հավասար են α , β և γ :

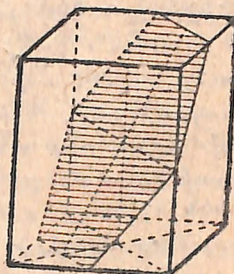
1) Ապացուցեք, վոր $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$:

2) Հաշվեցեք γ -ն, յեթե $\alpha = 31^\circ 10'$ և $\beta = 69^\circ 10'$:

2. Պահանջվում է կանոնավոր քառանկյուն պրիզման հատել այնպես, վոր հատվածքում ստացվի α սուր անկյունն ունեցող մի ումբ: Վորոշեցեք հատող հարթության դիրքը:



Պձ. 31.



Պձ. 32

3. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի մեջ (զձ. 31) հիմքի յերկու հարևան կողմերի միջնակետով անց ե կացված մի հարթություն, վորը հատում է կողմային յերեք կողերը և թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը

α անկյան տակ: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Վորոշեցեք ստացված հատվածքի մակերեսը:

4. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի մեջ, հիմքի յերկու հարևան կողմերով ու պրիզմայի առանցքով անց ե կացրած հարթություն: Գտնենալով, վոր հիմքի կողմը հավասար է a -ի, իսկ կողմային կողը b -ի, վորոշեցեք՝ 1) ստացված հատվածի մակերեսը և 2) անցկացրած հարթության ու հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը:

5. Ուղիղ զուգահեռանիստի հիմքը α սուր անկյունն ունեցող ումբ է: Խոնչպես պետք է հատել այդ զուգահեռանիստը, վորպեսզի հատվածքը լինի մի քառակուսի, վորի գագաթները գտնվում են կողմային կողերի վրա:

6. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի մեջ d անկյունը հիմքի հետ կազմում է β անկյուն: Հիմքի անկյունագծերը կողմի հետ կազմում է α անկյունը: Վորոշեցեք զուգահեռանիստի կողմային մակերեսութի (ա=21°35'; $\beta=54^\circ 24'$; $d=17^\circ 89'$):

7. Ուղիղ զուգահեռանիստի հիմքը ումբ է: Ռոմբի փոքր անկյունագծից հավասար է d -ի, իսկ սուր անկյունը α -ի: Զուգահեռանիստի բարձրությունը հավասար է $\frac{d}{2}$ -ի: Գտեք այդ զուգահեռանիստի լրիվ մակերեսութի (d=25,87 մ; $\alpha=75^\circ 20'$):

8. Կանոնավոր հնգանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Այդ պրիզմայի բարձրությունը հավասար է $\frac{1}{4}a$, վորտեղ d -ն հիմքի անկյունագծին է: Հաշվեցեք պրիզմայի լրիվ մակերեսութի (a=23,79 մ):

9. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը հավասարասրուն յեռանկյուն է, վորի մեջ a հավասար կողմերով կազմված անկյունը հավասար է α -ի: Վերին հիմքի գագաթից անց են կացրած յերկու հավասար կողմային նիստերի անկյունագծերը: Այդ անկյունագծերով կազմված անկյունը հավասար է β -ի: Գտեք պրիզմայի կողմային մակերեսութի (a=37,84 սմ; $\alpha=63^\circ 28'$ և $\beta=39^\circ 36'$):

10. Յեռանկյուն պրիզմայի մեջ հիմքի յուրաքանչյուր կողմը հավասար է a -ի: Հիմքի գագաթներից մեկի պրոեկցիան մյուս հիմքի կենտրոնն է: Կողմային կողերը թեքված են դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշեցեք պրիզմայի կողմային մակերեսութի:

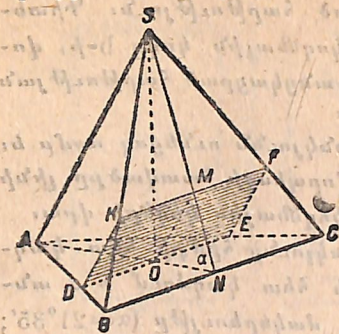
11. Բուրգի մեջ, վորի հիմքը կանոնավոր յեռանկյուն է, կողմային նիստերից մեկը ուղղահայաց է հիմքին, իսկ մյուս յերկուսը նրա հետ կազմում են φ անկյունը: Վորոշեցեք կողմային կողերի կազմած անկյունները հիմքի հարթության հետ ($\varphi=30^\circ$):

12. Կանոնավոր n -անկյուն բուրգի մեջ գագաթի հարթ անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշեցեք հիմքի յերեքնիստ անկյունները ($n=4$; $\alpha=60^\circ$):

13. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմը հավասար է a -ի, իսկ կողմային կողը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Այդ բուրգին ներգծած է խորանարդ այնպես, վոր նրա գագաթներից չորսը գտնվում են բուրգի ապոթեմների վրա: Վորոշեցեք խորանարդի կողը:

14. Կանոնավոր յեռանկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմը հավասար է a -ի և կողմային կողի հետ կազմում է α անկյունը: Վորոշեցեք բուրգի կողմային կողով ու բարձրությունով անցկացրած հատվածքի մակերեսը: Խոնչու համար α անկյունը պետք է ավելի լինի 30° -ից:

15. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ տրված են c ապոթեմը և անկյունագծային հատվածը P մակերեսը: Վորոշեցե՛ք կողմնային նիստի ու հիմքի միջև կազմված անկյունն ու հիմքի կողմը ($c=5$; $P=15$):



Դժ. 33.

16. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ բարձրությունը հարաբերում է հիմքի կողմին այնպես, ինչպես $m:n$: Հիմքի անկյունագծով անց ե կացված թե՛ք հարթություն այնպես, վոր ստացված հատվածը հավասար է անկյունագծային հատվածին: Վորոշեցե՛ք անցկացրած հարթության և բուրգի հիմքի միջև կազմված անկյունը:

$$\left(m:n=\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$

17. Կանոնավոր յեռանկյան բուրգի մեջ (գծ. 33) տրված են հիմքի a կողմը և հիմքի մոտ գտնվող α յերկնիստ անկյունը: Վորոշեցե՛ք $DEFK$ հատվածի մակերեսը, վորը անց է կացրած հիմքի կենտրոնով և զուգահեռ է բուրգի յերկու չհատվող SA և BC կողերին ($a=3$; $\alpha=70^\circ$):

18. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ հիմքի յերկնիստ անկյունը հավասար է α -ի: Այդ բուրգի կողով նրա ներսում տարված է մի հարթություն, վորը հիմքի հետ կազմում է β անկյունը: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Վորոշեցե՛ք հատվածի մակերեսը:

Պրոեկցիայի մակերեսի քառակուսի կիրառմամբ բուրգի մակերեսի վրա զտնկյուն

19. Յեթե վորևէ բուրգի բոլոր կողմնային նիստերը միևնույն թեքությունն ունեն դեպի հիմքը, ապա՝

$$S_{\text{կողմ}} = \frac{Q}{\cos \alpha} \text{ և } S_{\text{լրիվ}} = \frac{2Q \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha},$$

վորտեղ S -ը մակերեսություն է, Q -ն հիմքի մակերեսը, իսկ α -ն՝ կողմնային նիստերի թեքության անկյունը: Ապացուցե՛ք այդ:

20. (բանավոր): Բուրգի հիմքը ուղղանկյուն յեռանկյուն է: Այդ յեռանկյան հջերը հավասար են՝ 6 սմ և 8 սմ: Բուրգի կողմնային բոլոր նիստերը թեքված են դեպի հիմքը 60° անկյան տակ: Գտե՛ք $S_{\text{կողմ}}$ -ը:

21. 1) Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի հիմքի կողմը հավասար է a -ի, իսկ հիմքին մոտ յերկնիստ անկյունը՝ 60° : Վորոշեցե՛ք այդ բուրգի կողմնային մակերեսությունը:

2) Կանոնավոր յեռանկյուն և կանոնավոր վեցանկյուն բուրգի հիմքի կողմը հավասար է a -ի, իսկ հիմքին մոտ յերկնիստ անկյունը՝ 30° : Վորոշեցե՛ք լրիվ մակերեսությունները:

22. Յեռանկյուն բուրգի հիմքի կողմերը հավասար են 13 սմ, 14 սմ և 15 սմ, իսկ հիմքի յերկնիստ անկյուններից յուրաքանչյուրը հավասար է 60° : Վորոշեցե՛ք բուրգի կողմնային մակերեսությունը:

23. Աշտարակը վերջանում է կանոնավոր ութանկյուն բուրգի ձև ունեցող տանիքով: Կողմնային նիստերը թեքված են դեպի հիմքը 60° անկյան տակ: Բուրգի հիմքի կողմը հավասար 1,23 մ: Քանի՞ քառակուսի մետր թիթեղ է հարկավոր այդ տանիքը ծածկելու համար:

24. Կանոնավոր բուրգի հիմքի մակերեսությունը հավասար է 168 սմ²: Կողմնային մակերեսությունը հավասար է 200 սմ²: Վորոշեցե՛ք կողմնային նիստի թեքության անկյունը դեպի հիմքը:

25. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ կողմնային նիստերը թեքված են դեպի հիմքը α անկյան տակ: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Հաշվեցե՛ք $S_{\text{կողմ}}$ -ը:

26. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի բարձրությունը հավասար է h -ի: Հիմքի յերկնիստ անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշեցե՛ք այդ բուրգի լրիվ մակերեսությունը:

27. Բուրգի հիմքը ուղեռ և: Այդ ուղեռի կողմը հավասար է a -ի, իսկ սուր անկյունը՝ α -ի: Բուրգի հիմքի յերկնիստ անկյունները հավասար են φ -ի: Գտե՛ք բուրգի լրիվ մակերեսությունը ($S_{\text{լրիվ}}$):

28. Կանոնավոր n -անկյան բուրգի ապոթեմը հավասար է k -ի և հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Գտե՛ք այդ բուրգի լրիվ մակերեսությունը ($S_{\text{լրիվ}}$):

29. Բուրգի հիմքը հավասարաբուն սեղան է, վորի զուգահեռ կողմերը հավասար են a և b , իսկ սուր անկյունը՝ φ : Բուրգի բոլոր կողմնային նիստերը թեքված են դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Գտե՛ք լրիվ մակերեսությունը ($S_{\text{լրիվ}}$):

30. Բուրգի հիմքը մի հավասարաբուն սեղան է, վորի անկյունագիծը հավասար է $\sqrt{3}$ -ի և մեծ հիմքի հետ կազմում է α անկյունը: Բուրգի բոլոր կողմնային նիստերը թեքված են դեպի հիմքը φ անկյան տակ: Վորոշեցե՛ք լրիվ մակերեսությունը ($S_{\text{լրիվ}}$):

31. Կանոնավոր յեռանկյուն բուրգի մեջ տրված են հիմքի կողմը (a) և դադաթի հարթ անկյունը (α): Պետք է վորոշել այդ բուրգի լրիվ մակերեսությունը:

32. Կանոնավոր n -անկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմը հավասար է a -ի, կողմնային կողը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Վորոշեցե՛ք կողմնային մակերեսությունը:

33. Յեռանկյուն բուրգի դադաթի հարթ անկյունները հավասար են α , α և β -ի: Յերկու հավասար անկյունների ընդհանուր կողմը ծառայող կողմը ուղղահայաց է հիմքի հարթությանը և հավասար է a -ի: Վորոշեցե՛ք այդ բուրգի կողմնային մակերեսությունը:

34. Բուրգի հիմքը քառակուսի յե: Քառակուսու կողմը հավասար է a -ի: Կողմնային նիստերից յերկուսը ուղղահայաց են հիմքին, իսկ մյուս յերկուսը հիմքի հետ կազմում են α անկյուն: Վորոշեցե՛ք այդ բուրգի կողմնային և լրիվ մակերեսությունները ($S_{\text{կողմ}}$ և $S_{\text{լրիվ}}$):

35. Բուրգի հիմքը ուղղանկյուն է: Կողմնային նիստերից յերկուսը ուղղահայաց են հիմքին, իսկ մյուս յերկուսը հիմքի հետ կազմում են α և β անկյուններ: Բուրգի բարձրությունը հավասար է h -ի: Վորոշեցե՛ք այդ բուրգի կողմնային մակերեսությունը ($S_{\text{կողմ}}$):

36. Բուրգի հիմքը ուղեռ է: Բուրգի կողմը հավասար է a -ի, իսկ սուր անկյունը՝ α -ի: Կողմնային նիստերից յերկուսը (որինակ α անկյունը կազմող նիստերը) ուղղահայաց են հիմքին, իսկ մյուս յերկուսը թեքված են դեպի հիմքը φ անկյան տակ: Վորոշեցե՛ք այդ բուրգի կողմնային մակերեսությունը:

37. Կանոնավոր ռ-անկյուն հատած բուրգի մեջ տրված են՝ կողմնային կողմ (c) ու հիմքի կողմերը (a և b): Վորոշեցեք հատած բուրգի բարձրությունը:

38. Կանոնավոր քառանկյուն հատած բուրգի մեծ և փոքր հիմքերի կողմերը հարաբերում են այնպես, ինչպես $m:n$: Կողմնային կողմերը թեքված են դեպի մեծ հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Այդ բուրգի մեջ, մեծ հիմքի կողմով և փոքր հիմքի այդ կողմի դիմաց գտնվող կողմով անց ե կացրած հարթություն: Ի՞նչ անկյուն ե կազմում այդ հարթությունը բուրգի մեծ հիմքի հետ:

39. Կանոնավոր ռ-անկյուն հատած բուրգի մեջ տրված են h բարձրությունը և հիմքի a ու b կողմերը: Վորոշեցեք այդ հատած բուրգի լրիվ մակերևույթը:

40. Կանոնավոր ռ-անկյուն հատած բուրգի հիմքերի կողմերն են՝ a և b ($a > b$), կողմնային կողմ հիմքերի հարթությունների հետ կազմում ե α անկյունը: Վորոշեցեք այդ հատած բուրգի լրիվ մակերևույթը:

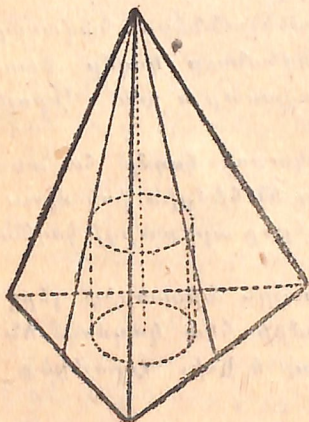
41. Կանոնավոր ռ-անկյուն հատած բուրգի մեջ հիմքերի մակերեսների հարաբերությունը հավասար ե m^2 , ապոթեմը՝ k , բարձրության և ապոթեմի միջև կազմված անկյունը՝ α : Վորոշեցեք այդ հատած բուրգի կողմնային մակերևույթը:

42. Կանոնավոր քառանկյուն հատած բուրգի մեջ տրված են բարձրությունը (h), և այն անկյունները (α և β), վոր կողմնային կողմ ու անկյունագիծը կազմում են հիմքերի հետ: Վորոշեցեք այդ հատած բուրգի կողմնային մակերևույթը ($h=25$; $\alpha=50^\circ 15'$; $\beta=35^\circ 40''$):

§ 20. ԳԼԱՆ, ԿՈՆ, ՀԱՏԱԾ ԿՈՆ ՅԵՎ ԴՐԱՆՑ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ

Դրան

1. Հավասարակողմ գլանի մեջ վերին հիմքի շրջանագծի մի վերև կետը միացրած ե վերին հիմքի շրջանագծի վորև կետին: Դեպի այդ կետերը տարած շառավղներով կազմված անկյունը հավասար ե 30° (ինկատի չե առնվում խաչվող ուղիներով կազմված անկյունը): Վորոշեցեք միացնող ուղիղի և գլանի առանցքի միջև կազմված անկյունը:



Գծ. 34.

4. Կանոնավոր յեռանկյուն բուրգի կողմնային կողմ հավասար ե b -ի և

2. Հավասարակողմ գլանի հիմքի շառավղը հավասար ե R -ի: Այդ գլանի մեջ վերին հիմքի շրջանագծի կետերից մեկը միացրած ե ներքին հիմքի շրջանագծի վորև կետին: Միացնող գիծը հիմքի հարթության հետ կազմվում ե α անկյունը: Վորոշեցեք այդ ուղիղի և գլանի առանցքի մեծնափոքր հեռավորությունը:

3. Դրանին տարված ե շոշափող ուղիղ, վորը հիմքի հարթության հետ կազմում ե α անկյունը: Վորոշեցեք ներքին հիմքի կենտրոնի հեռավորությունը այդ ուղիղից, յեթե նրա հեռավորությունը շոշափման կետից հավասար ե a -ի և հիմքի շառավղը հավասար ե R -ի:

հիմքի հարթության հետ կազմում ե α անկյունը: Այդ բուրգին ներգծված ե մի հավասարակողմ գլան այնպես, վոր նրա հիմքը գտնվում ե բուրգի հիմքի հարթության վրա: Վորոշեցեք գլանի բարձրությունը (գծ. 34):

Կոն

5. Կոնի հիմքի շառավղը կազմար ե R -ի, իսկ ծնիչը թեքված ե դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Այդ կոնի մեջ, նրա գագաթից տարված ե մի հարթություն, վորը բուրգի բարձրության հետ կազմում ե φ անկյունը: Վորոշեցեք ստացված հատվածի մակերեսը:

6. Կոնի գագաթը գտնվում ե զուգահեռ հարթություններից մեկի վրա, իսկ հիմքը՝ մյուսի վրա: Կոնի առանցքի և ծնիչի միջև կազմված անկյունը հավասար ե α -ի: Առանցքի միջոցով անց ե կացված մի ուղիղ, վորը այդ առանցքի հետ կազմում ե β անկյունը և կոնի կողմնային մակերևույթը հատում ե յերկու կետում: Այդ ուղիղի այն հատվածը, վորը գտնվում ե զուգահեռ հարթությունների միջև, հավասար ե a -ի: Վորոշեցեք այդ ուղիղի կոնի մեջ գտնվող հատվածը:

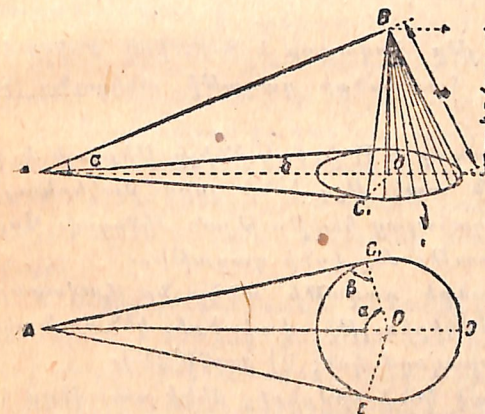
7. Կոնի ծնիչը հավասար ե l -ի և թեքված ե դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշեցեք այդ կոնին ներգծած խորանարդի կողմը:

8. Կոնի մեջ տված են հիմքի շառավղը (R) և ծնիչի ու հիմքի հարթության միջև կազմված α անկյունը: Այդ կոնին ներգծված ե մի մի հավասարակող ուղիղ յեռանյուն պրիզմա, վորի հիմքը գտնվում ե կոնի հիմքի հարթության վրա: Վորոշեցեք այդ պրիզմայի կողի յերկարությունը:

9. Կոնի a ծնիչը թեքված ե դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշեցեք կոնի լրիվ մակերևույթը:

10. Կոնի կողմնային մակերևույթը յերեք անգամ մեծ ե հիմքի մակերեսից: Վորոշեցեք ծնիչի և հիմքի միջև կազմված անկյունը:

11. Տրված ե մի կոն, վորի առանցքային հատվածի մակերեսը 4 անգամ փոքր ե լրիվ մակերևույթից: Վորոշեք այդ կոնի ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը:



Գծ. 35.

12. Վորոշեցեք կոնի լրիվ մակերևույթը, յեթե ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը հավասար ե α -ի, իսկ առանցքային հատվածի մակերեսը՝ Q -ի:

13. Կոնի իրար հետ φ անկյուն կազմող ծնիչներով անց ե կացրած հարթություն: Այդ հարթությունը թեքված ե դեպի

հիմքը α անկյան տակ: Հատվածի մակերեսը հավասար ե S -ի: Վորոշեցեք կոնի բարձրությունը ($\varphi=52^\circ 16'$; $\alpha=33^\circ 10' 13''$; $S=617,5$ սմ²):

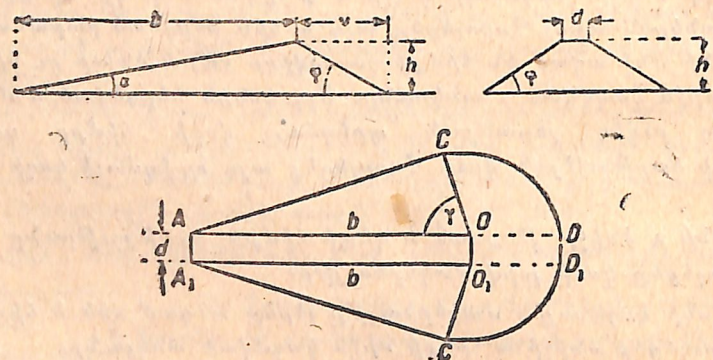
14. Կոնի հիմքի շառավղը հավասար ե r -ի: Ծնիչը թեքված ե դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշեցեք կոնի կողմնային մակե-

ընդհանուր և այն հատվածքի մակերեսը, վորն անցնում է կոնի գագաթով և բարձրության հետ կազմում է δ անկյուն ($r=2.3$ մ; $\alpha=42^\circ 27'$; $\delta=6^\circ 21' 18''$)

15. Հողային լիքը ունի 35-րդ գծագրի վրա տրված ձևը:

Տված է՝ $\frac{h}{b} = \frac{1}{n} = 0.05$; $\frac{h}{r} = \frac{1}{m} = \frac{2}{3}$; $h=4$ մ: Հաշվեցեք. 1) α և φ անկյունները, 2) γ անկյունը, 3) b ; 4) r ; 5) պլանի մակերեսը; 6) լիքի մակերեսը:

16. $1:n = \frac{1}{20}$ վերելք ունեցող յերկաթուղին ունի $d=2$ մ լայնությունը ուղղանկյան ձև: Փակուղի կառուցելու համար, անհրաժեշտ է նրա վերջն ամրացնել լիքով, համաձայն 36-րդ գծագրի, վորի վրա տված են լայնական և յերկայնական կտրվածքները և ամրացման պլանը: Բոլոր թվական տվյալները 15-րդ խնդրին են: Ինչպիսիք են տարբերվում այս լիքի մակերեսը 15-րդ խնդրի մեջ բերված լիքի մակերեսից: Վորոշեցեք լիքի ամբողջ մակերեսը:



Գծ. 36.

17. Կոնի կողմնային մակերեսը հավասար է S -ի, իսկ ծնիչը հավասար է a -ի: Գտեք առանցքային հատվածքի գագաթի անկյունը ($S=81.31$ մ²; $a=10$ մ):

18. Կոնի բարձրությունը հավասար է H -ի, իսկ ծնիչը թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Այդ կոնի լրիվ մակերեսը կիսված է նրա բարձրության ուղղահայաց հարթության միջոցով: Վորոշեցեք հատող հարթության հեռավորությունը կոնի գագաթից:

19. Կոնի առանցքային հատվածքի գագաթի անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշեցեք կոնի կողմնային մակերեսի փոխվածքի կենտրոնական անկյունը: (Որինակներ. 1) հավասարակողմ կոն; 2) $\alpha=70^\circ 24'$):

20. Հատած կոնի հիմքերից մեկի շառավիղը հավասար է R -ի, իսկ մյուս հիմքինը՝ r -ի: Այդ հատած կոնի ծնիչը թեքված է դեպի R շառավիղ ունեցող հիմքը α անկյան տակ: Վորոշեցեք հատած կոնի կողմնային մակերեսը:

21. Հատած կոնի բարձրությունը հիմքերի շառավիղների միջին համեմատականն է: Հիմքերի շառավիղների գումարը հավասար է S -ի: Հատած կոնի ծնիչի կազմած անկյունը հիմքի հարթության հետ հավասար է α -ի: Վորոշեցեք այդ հատած կոնի կողմնային մակերեսը:

22. Հատած կոնի իրար հետ β անկյուն կազմող յերկու ծնիչներով անց ե կացրած հարթություն, վորը հիմքերի հարթությունները հատում է m -ի և n -ի հավասար լարերով. ($m > n$):

Յուրաքանչյուր լարը ձգում է α աղեղ: Գտեք հատած կոնի կողմնային մակերեսը:

23. Հատած կոնի հիմքերի շառավիղներն են R և r : Այդ կոնի մեջ տարված է մի հարթություն, վորը հիմքի հարթության հետ կազմում է β անկյուն: Այդ հարթությունը յուրաքանչյուր հիմքի շրջանագծից հատում է δ աղեղը: Վորոշեցեք հատվածքի մակերեսը:

24. Հատած կոնի բարձրությունը հավասար է h -ի: Ծնիչը ներքևի հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն և ուղղահայաց է այդ ծնիչի վերին ծայրը հանդիպակաց ծնիչի ներքևի ծայրի հետ միացնող գծին: Վորոշեցեք հատած կոնի կողմնային մակերեսը:

25. Հատած կոնի ներքևի և վերևի հիմքերի մակերեսներն ու կողմնային մակերեսը հարաբերում են այնպես, ինչպես $m:n:p$: Վորոշեցեք ծնիչի կազմած անկյունը ներքևի հիմքի հետ:

26. Հատած կոնի մեջ առանցքային հատվածքի անկյունագծերը փոխ ուղղահայաց են, իսկ ծնիչը ներքևի հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն և հավասար է l -ի: Վորոշեցեք այդ հատած կոնի կողմնային և լրիվ մակերեսները ($l=12$; $\alpha=70^\circ 20'$):

27. Հատած կոնի ծնիչը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Հիմքերի մակերեսներն են Q և q : Վորոշեցեք կողմնային մակերեսը ($S_{կողմ}$):

§ 21. ԾԱՎԱԼՆԵՐԻ ՀԱՇՎՈՒՄԸ

Ձուգահեռանիստ

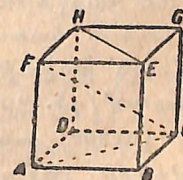
1. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի անկյունագիծը (1) թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը φ անկյան տակ: Հիմքի անկյունագծերի միջև կազմած սուր անկյունը հավասար է β ի: Վորոշեցեք այդ զուգահեռանիստի ծավալը:

2. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի մեջ հիմքի անկյունագիծը հավասար է $d=7.5$ դմ, հիմքի անկյունագծերով կազմված անկյունը՝ $\alpha=43^\circ 27'$, հիմքի մեծ կողմով անցկացրած անկյունագծային հարթության և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը՝ $\beta=57^\circ 33'$: Վորոշեցեք զուգահեռանիստի ծավալը:

3. Ուղիղ զուգահեռանիստի հիմքի սուր անկյունը հավասար է α -ի, իսկ կողմերը՝ a և b : Ձուգահեռանիստի փոքր անկյունագիծը հավասար է հիմքի մեծ անկյունագծին: Վորոշեցեք այդ զուգահեռանիստի ծավալը:

4. Ուղիղ զուգահեռանիստի հիմքի անկյունագիծը՝ $AC=d$, կողմը՝ $CB=\frac{1}{4} AC$ և $\angle ABC=\alpha$ (գծ. 37):

Ձուգահեռանիստի FC անկյունագիծը հիմքի հարթության հետ կազմում է φ անկյունը: Գտեք զուգահեռանիստի ծավալը և AC , EH անկյունագծերի կազմած անկյունը ($d=14.278$ դմ; $\alpha=106^\circ 6' 7''$; $\varphi=57^\circ 46' 51''$):



Գծ. 37.

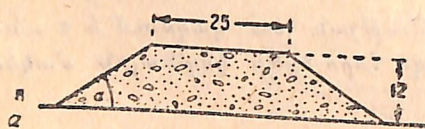
5. Չուգահեռանիստի մեջ մի գագաթից յեւնող կողերն են՝ a , b և c և b կողերը փոխողահայաց են, իսկ c կողը ղրանցից յուրաքանչյուրի հետ կազմում է α անկյուն: Վորոշեցեք զուգահեռանիստի ծավալը և c կողի ու ուղղանկյան մակերեսի միջև կազմած անկյունը ($\alpha=120^\circ$):

Պրիզմա

6. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի անկյունագիծը կողմնային նիստի հետ կազմում է α անկյուն: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Վորոշեցեք պրիզմայի ծավալը:

7. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի ներքևի հիմքի անկյունագծով ու վերևի հիմքի գագաթով անց ե կացրած հարթություն, վորը պրիզմայի յերկու հարևան նիստերը հատում է ալիսի ուղիղներով, վորոնք կազմում են $\alpha=58^\circ 48' 36''$ անկյուն: Պրիզմայի հիմքի կողմը հավասար է $a=6,4$ սմ: Վորոշեցեք պրիզմայի ծավալը:

8. Կանոնավոր յեռանկյուն պրիզմայի մեջ վերին հիմքի յերկու գագաթները միացված են ներքևի հիմքի ղրանց հանդիպակաց կողերի միջնակետերին: Ստացված գծերով կազմված ալն անկյունը, վոր իր բացվածքով ուղղված է դեպի հիմքը, հավասար է α -ի: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Վորոշեցեք ալք պրիզմայի ծավալը:



Գծ. 38.

վրա չափերը արտահայտված են մետրերով:

10. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը ABC յեռանկյունն է, վորի մեջ՝ $AC=38,03$ դմ, $BC=34,84$ դմ, $\angle ACB=58^\circ 22'$: Պրիզմայի կողմնային կողը հավասար է ABC յեռանկյան h բարձրությանը: Վորոշեցեք 1) լրիվ մակերևույթը ($S_{լրիվ}$); 2) պրիզմայի ծավալը:

11. Ուղիղ պրիզմայի h բարձրությունը հավասար է 20 դմ-ի: Այդ պրիզմայի հիմքը $\alpha=45^\circ 42'$ սուր անկյունն ունեցող ուղղանկյուն սեղան է, վորն արտագծված է $r=6,15$ դմ շառավիղն ունեցող շրջանին: Վորոշեցեք պրիզմայի ծավալը:

12. Յերկաթուղու համար պահանջվում է կատարել փորվածք $\varphi=18^\circ 30,5'$ թեքութուն ունեցող հողամասում (գծ. 39): Փորվածքի կողքի շեպի (откос) անկյունը՝ $\alpha=28^\circ 10'$, փորվածքի լայնությունը ներքևում հավասար է $b=14,2$ մ, խորությունը մեջտեղում հավասար է $h=9,2$ մ: Քանի խորանարդ մետր հող ղուրս կգա փորվածքի յուրաքանչյուր մետրից (ըստ յերկարության):



Գծ. 39.

13. Պրիզմայի հիմքը ABC յեռանկյունն է, վորի մեջ $BC=a$ և $AB=AC$:

AA_1 կողը հավասար է b -ի և ուղղահայաց է BC -ին: AA_1 կողի մոտ գտնվող յերկնիստ անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշեցեք այդ պրիզմայի ծավալը:

Բուրգի

14. Վորոշեցեք կանոնավոր n անկյուն բուրգի ծավալը, յեթե ալք բուրգի կողմնային կողը հավասար է b -ի և թեքված է դեպի հիմքը β անկյան տակ, ($n=8$; $b=3,5$ մ; $\beta=78^\circ 39'$):

15. Վորոշեցեք կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ծավալը, յեթե ալք բուրգի կողմնային կողը հավասար է b -ի, իսկ գագաթի հարթ անկյունը՝ α :

16. Վորոշեցեք բուրգի ծավալը, յեթե բարձրությունը հավասար է h -ի, կողմնային կողերը թեքված են դեպի հիմքը φ անկյան տակ և հիմքը α և β անկյուններն ունեցող յեռանկյունն է:

17. Յեռանկյուն բուրգի մեջ յերկու կողմնային նիստերը հավասարա-սրուն ուղղանկյուն յեռանկյուններ են, վորոնց ներքնաձիգերը հավասար են b -ի և իրար հետ կազմում են α անկյուն: Վորոշեցեք ալք բուրգի ծավալը:

18. Բուրգի հիմքը մի սեղան է, վորի յուրաքանչյուր կողմնային կողը և հիմքերից փոքրը հավասար են a -ի, իսկ սուր անկյունները՝ α -ի: Բուրգի կողմնային կողերը հիմքի հետ կազմում են φ անկյուն: Վորոշեցեք ալք բուրգի ծավալը:

19. Բուրգի հիմքը հավասարասրուն մի սեղան է, վորի մեջ հիմքերը հավասար են a և b ($a > b$), իսկ անկյունագծերի անհավասար հատվածների միջև կազմված անկյունը հավասար է α -ի: Բուրգի բարձրությունն անցնում է հիմքի անկյունագծերի հատման կետով: Հիմքի ղուգահեռ կողմերի մոտ գտնվող յերկնիստ անկյունները հարաբերում են ալնպես $1:2$: Վորոշեցեք բուրգի ծավալը:

20. $SABCD$ բուրգի հիմքը $ABCD$ ղուգահեռալկողն է: SB և SD կողերը ուղղահայաց են հիմքի BC և AD կողմերին և կազմում են հիմքի հարթության հետ φ անկյուն: Վորոշեցեք բուրգի ծավալը, յեթե ղուգահեռալկողի սուր անկյունը հավասար է α -ի, իսկ մակերեսը P -ի:

21. $SABC$ բուրգի ABC նիստի մեջ A անկյունը հավասար է $72^\circ 36' 45''$ և B անկյունը հավասար է $47^\circ 23' 15''$: Բուրգի ծավալը հավասար է $317,058$ խորանարդ սանտիմետրի, SC կողով և ABC յեռանկյան C անկյան կիսողով հարթության: Այդ հարթությունը ինչպիսի մասերի յե բաժանում տված ծավալը:

22. Կանոնավոր տիտրաեդրի կողով անց ե կացրած հարթություն, վորն ալք տետրաեդրի ծավալը բաժանում է $3:5$ հարաբերությամբ: Ինչպիսի մասերի յե բաժանվում յերկնիստ անկյունը:

Հասած բուրգի

23. Հորն ունի կանոնավոր հատած քառանկյուն բուրգի ձև: Հիմքերի կողմերը հավասար են 14 մ և 10 մ: Կողմնային նիստերը հիմքի հետ կազմում են 38° անկյուն: Ինչքան ջուր կտանի այդ հորը:

24. Հատած կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ տրված են մեծ և փոքր հիմքերի կողմերը՝ a և b , և կողմնային նիստի α սուր անկյունը: Վորոշեցեք ալք հատած բուրգի ծավալը ($a=25,704$; $b=15,23$; $\alpha=65^\circ 12'$):

25. Կանոնավոր ութանկյուն հատած բուրգի հիմքերի կողմերը հավասար են 90 սմ և 30 սմ, կողմնային կողը հավասար է 2 մ: Գտեք ծավալը:

26. Կանոնավոր Ու-անկյուն հատած բուրգի հիմքերի կողմերը հավասար են a և b : Կողմնային կողը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն: Գտեք ծավալը:

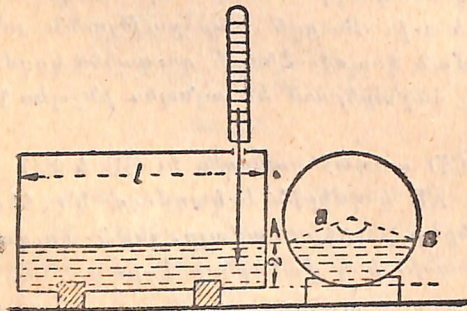
27. Վորոշեցեք կանոնավոր Ու-անկյուն հատած բուրգի ծավալը (V) և լրիվ մակերևույթը ($S_{\text{լրիվ}}$), յեթե կողմնային կողը հավասար է 1-ի, իսկ հիմքերի կողմերը՝ a և b :

28. Վորոշեցեք կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ծավալը, յեթե հայտնի լինի, վոր հիմքի կողմը հավասար է a -ի և կողմնային նիստերի միջև կազմված յերկնիստ անկյունը՝ α -ի:

29. Գլանի կողմնային մակերևույթը փռվածքի մեջ պատկերացված է մի ուղղանկյունով, վորի մեջ d անկյունագիծը հիմքի հետ կազմում է α անկյուն: Վորոշեցեք գլանի ծավալը:

30. Գլանի հիմքի շրջանի մեջ անց է կացրած a յերկարությամբ մի լար: Այդ լարի համապատասխան կենտրոնական անկյունը հավասար է α -ի: Գլանի բարձրությունը h է: Գտեք այդ գլանի ծավալը ($a=4,8$ դմ; $\alpha=26^\circ 32' 46''$; $h=23$ դմ):

31. Հավասարակողմ գլանի (այսինքն մի գլանի, վորի հիմքի տրամագիծը հավասար է ծնիչին) հիմքին ներգծած է կանոնավոր Ու-անկյուն, վորի կողմը հավասար է a -ի: Վորոշեցեք. 1) այդ գլանի կողմնային մակերևույթը և 2) ծավալը:



Գծ. 40.

Եթե այդ խողովակի արտաքին մակերևույթի ծնիչով անցկացնենք ներքին մակերևույթը շոշափող յերկու հարթություն, այդ հարթությունների միջև կազմված անկյունը, հավասար կլինի α -ի, իսկ այդ հարթությունների և խողովակի հիմքի ներքին շրջանագծի շոշափման կետերը միացնող լարը հավասար է b -ի:

34. Գլանի հիմքի մեջ անց է կացրած այդ հիմքին ներգծած կանոնավոր Ու-անկյան կողմին հավասար մի լար: Յեթե այդ լարի ծայրերը միացնենք մյուս հիմքի կենտրոնին, ապա ստացված յեռանկյան մակերեսը հավասար կլինի Q ի, իսկ գագաթի անկյունը՝ α ի: Վորոշեցեք տվյալ գլանի կողմնային մակերևույթը (S) և ծավալը (V):

32. Հորիզոնական վիճակում հաստատված գլանային գուռը (бак) լցված է հեղուկով (գծ. 40): AB աղեղը պարունակում է 135° : Գուռի տրամագիծը (ներքին) հավասար է 1,7 մ: Գուռի յերկարությունը (ներքին) հավասար է 3,5 մ: Վորոշեցեք հեղուկի քանակը:

33. Վորոշեցեք H բարձրությունն ունեցող գլանաձև խողովակի ծավալը, գիտենալով, վոր

$l = 6$

35. Մանր ավաղի շիպի անկյունը հավասար է $\varphi=31^\circ$: Ավաղի կույտը կոնի տեսք ունի, Հիմքի շրջանագծի յերկարությունը հավասար է 11 մ: Ավաղի տեսակարար կշիռը 1,6 է: Վորոշեցեք ավաղի այդ կույտի քաշը:

36. Կոնի ծնիչի և առանցքի միջև կազմված անկյունը հավասար է $\alpha=18^\circ 45' 50''$, ծնիչի յերկարությունը՝ $l=36,17$ դմ: Վորոշեցեք կոնի լրիվ մակերևույթն (S) ու ծավալը (V):

37. Կոնի ծնիչը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն, իսկ բարձրությունը հավասար է h -ի: Վորոշեցեք 1) լրիվ մակերևույթը և 2) ծավալը:

38. Կոնի ծնիչը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն: Հիմքի շառավիղը հավասար է R ի: Վորոշեցեք կոնի լրիվ մակերևույթն ու ծավալը:

39. Կոնի առանցքային հատվածքը մի յեռանկյուն է, վորի գագաթի անկյունը հավասար է α : Այդ յեռանկյան արտագծած շրջանի շառավիղը հավասար է R -ի: Վորոշեցեք կոնի ծավալը:

40. Կոնի հիմքի մեջ a լարը ձգում է α աղեղը. կոնի ծնիչի և բարձրության միջև կազմված անկյունը հավասար է β -ի: Վորոշեցեք կոնի ծավալը:

41. Կոնի ծնիչի և բարձրության յերկարությունների տարբերությունը հավասար է $d=2,5$ դմ, իսկ զրանցով կազմված անկյունը՝ $\alpha=42^\circ 38' 16''$: Վորոշեցեք կոնի ծավալը:

42. $R=5,38$ դմ շառավիղն ունեցող շրջանագիծը ծառայում է վորպես ընդհանուր հիմք յերկու կոների, վորոնք կառուցված են ընդհանուր հիմքի մի կողմում: Կոներից մեկի ծնիչը հիմքի հարթության հետ կազմում է $\alpha=74^\circ 28'$ անկյուն, իսկ մյուս կոնի ծնիչը նույն հարթության հետ կազմում է $\beta=60^\circ 12'$ անկյուն: Վորոշեցեք այդ կոների կողմնային մակերևույթներով սահմանագծված ծավալը:

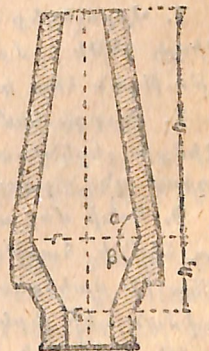
Հատած կոն

43. Հատած կոնի ծնիչը R շառավիղն ունեցող հիմքի հետ կազմում է α անկյուն: Մյուս հիմքի շառավիղը հավասար է r -ի: Գտեք հատած կոնի ծավալը:

44. Հատած կոնի հիմքերի հարաբերությունը հավասար է 4-ի, ծնիչը հավասար է 1 ի և հիմքի հարթության հետ կազմում է անկյուն: Վորոշեցեք հատած կոնի ծավալը:

45. 41-րդ գծագրի վրա պատկերացված է գոմնային վառարանի յերկայնական կտրվածքը: Դոմնային վառարանի ներքին մասը կազմված է յերկու հատած կոնից: Վերևի և ներքին անցքերի շառավիղները հավասար են r_1 և r_2 : Ծնիչները ընդհանուր հիմքի հետ կազմում են α և β անկյուններ: Ամբողջ ծավալը հավասար է V -ի: Վորոշեցեք կոների ընդհանուր հիմքի r շառավիղը և այդ կոների h ու h_1 բարձրությունները ($2r_1=4,2$ մ; $2r_2=4,9$ մ; $\alpha=76^\circ$; $V=572,6$ մ³):

46. Հատած կոնի մեջ տեղավորվում է մի կոն,



Գծ. 41.

վորի հիմքը հատած կոնի փոքր հիմքն է, բարձրությունը՝ հատած կոնի բարձրությունն է և ծնիչները համապատասխանաբար զուգահեռ են հատած կոնի ծնիչներին: Վորոշեցեք հատած կոնի ծավալը, լեթե հայտնի յե, վոր այդ հատած կոնի ծնիչների շարունակությունների միջև կազմված անկյունը հավասար է $\alpha = 65^\circ 49' 48''$ և ծնիչներից յուրաքանչյուրը հավասար է $a = 24,9$ դմ:

47. Հատած կոնի մեջ առանցքային հատվածքի անկյունագծերը փոխադարձ ուղղահայաց են, իսկ ծնիչը մեծ հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն և հավասար է 1-ի: Վորոշեցեք այդ հատած կոնի ծավալը ($l=12$; $\alpha=70^\circ 20'$):

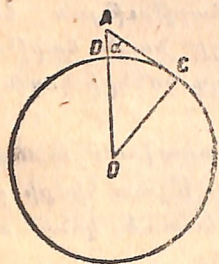
§ 22. ԳՈՒՆԻ ՅԵՎ ՆՐԱ ՄԱՍԵՐԸ

ԳՈՒՆԻ

1. Յերկրագնդի շառավիղը հավասար է 6370 կմ: Մոսկվան գտնվում է հյուսիսային լայնության 56° -ի վրա: Վորոշեցեք այդ լայնության շրջանի շառավիղը:

2. Յերկրագնդի շառավիղը հավասար է 6370 կմ: Վորոշեցեք արևագարձի ($23^\circ 27'$ լայնություն) և բևեռային շրջանագծի ($66^\circ 33'$ լայնություն) լերկարությունը:

3. Սարի գագաթին A կետում գտնվող դիտողը Հավան տեսողության դեպի հորիզոն ուղղված AC ճառագայթի և AD ուղղաձիգ գծի միջև կազմված $\angle DAC = x$ անկյունը (գծ. 42): Գիտենալով լերկարագնդի շառավիղը (R), վորոշեցեք սարի բարձրությունը ($AD=x$):



Գժ. 42.

4. $V=53,377$ դմ³ ծավալ ունեցող գնդին ներգծած է մի կոն: Կոնի հիմքի տրամագծի մեկի ծայրերից անց կացրած ծնիչներով կազմած անկյունը հավասար է $\alpha = 42^\circ 18'$: Վորոշեցեք կոնի ծավալը:

5. Կոնի ծնիչը առանցքի հետ կազմում է $\alpha = 35^\circ 18' 20''$ անկյուն: Վորոշեցեք կոնի ծավալի հարաբերությունը այդ կոնին արտագծած գնդի ծավալին:

6. Կանոնավոր n-անկյուն բուրգի հիմքի կողմը հավասար է a-ի, հիմքի լերկնիստ անկյունը հավասար է φ : Վորոշեցեք այդ բուրգին ներգծած գնդի շառավիղը:

7. Վորոշեցեք կանոնավոր n-անկյուն բուրգին արտագծած գնդի շառավիղը, յեթե հիմքի կողմը հավասար է a-ի, իսկ կողմնային կողը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն ($n=8$; $a=3,5$ մ $\alpha=58^\circ 37' 42''$):

8. Բուրգի հիմքը մի ուղիղ է, վորի կողմը a չե, իսկ սուր անկյունը α : Հիմքի լերկնիստ անկյունը հավասար է φ : Վորոշեցեք այդ բուրգին ներգծած գնդի շառավիղը:

9. Կոնի մեջ տրված են հիմքի շրջանագծի C լերկարությունը և ծնիչի ու հիմքի հարթության միջև կազմված α անկյունը: Վորոշեցեք կոնի կողմնային մակերևույթը և այդ կոնին ներգծած գնդի մակերևույթի փոխշոշափման գծի լերկարությունը:

10. Կոնական մակերևույթին ներգծած է գունդ: շոշափման գիծը այդ գնդի մակերևույթը բաժանում է m:n հարաբերությամբ: Վորոշեցեք կոնական մակերևույթի ծնիչի թեքությունը դեպի առանցքը ($m:n = \frac{1}{3}$):

11. Վորոշեցեք կոնի ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը, յեթե հիմքի մակերեսը, ներգծած գնդի մակերևույթը և կոնի կողմնային մակերևույթը կազմում են թվաբանական պրոգրեսիա:

12. Կոնը m անգամ մեծ է այդ կոնին ներգծած գնդից: Վորոշեցեք այդ կոնի ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը:

(Գտեք m-ի ամենափոքր արժեքը, հաշվեցեք անկյունը, յեթե $m=2\frac{1}{4}$):

13. Կոնի ծավալը կիսող լայնական հատվածքը անցնում է արտագծած գնդի կենտրոնով: Վորոշեցեք ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը:

14. Վորոշեցեք կոնի առանցքային հատվածքի գագաթի անկյունը, յեթե այդ կոնը արտագծած է չորս հավասար գնդերի աչյակես, վոր դրանցից յուրաքանչյուրը շոշափում է մնացած չերեքին:

15. Գնդին արտագծած հատած կոնի կողմնային մակերևույթը հարաբերում է գնդի կողմնային մակերևույթին աչյակես, ինչպես m:n: Վորոշեցեք ծնիչի և մեծ հիմքի միջև կազմված անկյունը ($\frac{m}{n} = \frac{2}{1}$):

16. Հատած կոնի հիմքերի շառավիղները հավասար են R և r, իսկ ծնիչը թեքված է դեպի ներքին հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշեցեք այդ հատած կոնին արտագծած գնդի շառավիղը:

17. Հատած կոնի հիմքերի շառավիղներն են r_1 և r_2 ($r_1 > r_2$): Այդ հատած կոնին ներգծած է գունդ: Վորոշեցեք 1) գնդի մակերևույթը և 2) կոնի ծնիչի ու հիմքի հարաբերության միջև կազմված անկյունը:

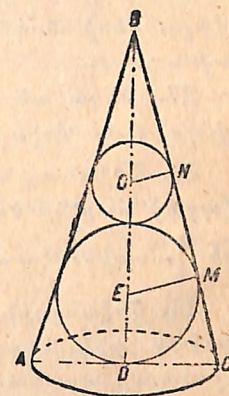
18. Կոնի մեջ տեղավորված են չերկու գնդեր աչյակես, վոր դրանք շոշափում են թե մեկը մյուսին և թե կոնի մակերևույթին (գծ. 43): Գնդերի OM և EN շառավիղների հարաբերությունը հավասար է $\frac{m}{n}$: Վորոշեցեք կոնի առանցքով տարած հատվածքի գագաթի ABC անկյունը:

19. Կոնի հիմքի շառավիղը հավասար է K-ի, իսկ ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը α -ի: Այդ կոնին ներգծված են մի շարք գնդեր աչյակես, վոր առաջին գունդը շոշափում է բուրգի հիմքն ու կողմնային մակերևույթը, իսկ հաջորդ յուրաքանչյուր գունդը շոշափում է բուրգի կողմնային մակերևույթն ու նախորդ գունդը: Գտեք այն սահմանը, վորին ձգտում է այդ գնդերի ծավալների գումարը, յեթե գնդերի թիվն անվերջ մեծացնենք:

ԳՆԴԻ ՄԱՍԵՐԸ

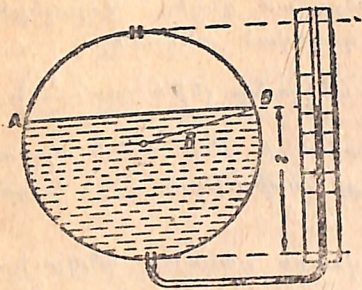
20. Գունդն ունի գնդի ձև: Այդ գունդը մինչև և բարձրությունը լցված է մի հեղուկով: Վորի տեսակաբար կշիռը հավասար է d-ի: AB աղեղը (գծ. 44) պարունակում է φ : Գունդի շառավիղը (ներքին) հավասար է R ի: Վորոշեցեք հեղուկի կշիռը:

21. Կազամբարը կազմված է մի գլանից, վորը վերևից ծածկված է



Գժ. 43.

գնդային սեգմենտով: Գլանի ներքին չափերն են՝ տրամագիծը—24 մ, բարձրությունը—6 մ: Գլանը ծածկող գնդային սեգմենտի առանցքային հատվածքում ստացված աղեղը պարունակում է $73^{\circ}44'$: Գտեք գազամբարի տարողությունը:



Գծ. 44.

22. Հաժաար հիմքեր ունեցող մի գնդային շերտի կողմնային մակերևույթը հավասարամեծ է հիմքերի գումարին: Վորոշեցեք այդ շերտի առանցքային հատվածքի վրա ստացված աղեղի խրկարությունը:

23. Վորոշեցեք գնդային սեգմենտի, կոր մակերևույթը, յեթե այդ սեգմենտի առանցքային հատվածքի աղեղը հավասար է α -ի, իսկ լարի խրկարությունը՝ α -ի:

24. Գնդային սեգմենտի առանցքային հատվածքի աղեղը հավասար $\alpha = 65^{\circ}28'36''$: Այն գնդի շառավիղը, վորից

անջատված է տված սեգմենտը, հավասար է $R=24$ դմ: Վորոշեցեք սեգմենտի կոր մակերևույթը:

25. Գնդային սեկտորի առանցքային հատվածքի սեգմենտի աղեղը հավասար է α -ի և այդ աղեղին ձգող լարը՝ b : Վորոշեցեք սեկտորի ծավալը:

26. Գնդի ծավալը հավասար է V -ի: Վորոշեցեք գնդի այն սեկտորի ծավալը, վորի առանցքային հատվածքի կենտրոնական անկյունը հավասար է α -ի:

27. Գնդական սեկտորի գազաթի անկյունը հավասար է α -ի, իսկ շառավիղը՝ R է: Վորոշեցեք այդ սեկտորի լրիվ մակերևույթը:

28. Շրջանային OAB սեկտորի պտտումից (OA շառավիղի շուրջը) առաջացած մարմնի ծավալը հավասար է նույն շառավիղն ունեցող գնդի ծավալի $\frac{1}{4}$ մասին: Վորոշեցեք OA և OB շառավիղների միջև կազմված անկյանը:

29. Շրջանային սեկտորը, վորի շառավիղը հավասար է R -ի, իսկ կենտրոնական անկյունը α , պտտվում է այդ սեկտորի միջին շառավիղին ուղղահայաց տրամագծի շուրջը: Վորոշեցեք պտտման մարմնի ծավալը:

30. Շրջանային սեկտորի աղեղը հավասար է α -ի (180° -ից փոքր): Սեկտորը պտտվում է այդ սեկտորից դուրս գտնվող տրամագծի շուրջը: Ստացված մարմնի ծավալը հարաբերում է նույն շառավիղն ունեցող գնդի ծավալին այնպես, ինչպես $\frac{m}{n}$: Վորոշեցեք այն անկյուններից փոքրը, վոր

տրամագիծը կազմում է սեկտորի կողմնային շառավիղների հետ ($\alpha=90^{\circ}$;

$$\frac{m}{n} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}):$$

31. Գնդային սեկտորի շառավիղը հավասար է R -ի, շառավիղներով կազմված ամենամեծ անկյունը հավասար է α է: Վորոշեցեք այդ սեկտորին ներգծած գնդի ծավալն ու մակերևույթը:

§ 23. ՊՏՏՐԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐ

«Բաժան մարմիններ, վորո՞ւմ վերածվում են գլանի յեվ կոնի»

1. Յեռանկյան կողմերից մեկը՝ $c=6$ մ, իսկ այդ կողմի մոտ գտնված անկյունները՝ $\alpha=97^{\circ}12'20''$ և $\beta=13^{\circ}18'$: Այդ յեռանկյունը պտտվում է c կողմի շուրջը: Վորոշեցեք այդ պտտումից առաջացած մարմնի ծավալն ու մակերևույթը:

2. Հավասարասրուն յեռանկյան մակերեսը հավասար է $S=50$ դմ², իսկ գագաթի անկյունը՝ $\beta=100^{\circ}26'24''$: Հաշվեցեք այն մարմնի լրիվ մակերևույթը, վոր առաջանում է այդ յեռանկյան պտտումից, հիմքի ծայրերից մեկով անցկացրած հիմքին ուղղահայաց ուղիղի շուրջը:

3. Վորոշեցեք այն մարմնի ծավալը, վորը առաջանում է ABC յեռանկյան պտտումից մի ուղիղի շուրջ, վորն անցնում է A գագաթով և զուգահեռ է BC կողմին, գիտենալով, վոր $BC=a=23,543$ դմ, AB կողմի պրոնկցիան պտտման առանցքի վրա հավասար է $b=7,3345$ դմ, իսկ AB -ի և b -ի միջև կազմված անկյունը հավասար է $\alpha=18^{\circ}36'47''$:

4. Կանոնավոր յեռանկյունը, վորի կողմը հավասար է a -ի, պտտվում է մի առանցքի շուրջ, վորը գտնվում է այդ յեռանկյունուց դուրս և անցնում է նրա կողմերից մեկի ծայրով, կազմելով վերջինի հետ α անկյուն: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի մակերևույթը:

5. Հավասարասրուն յեռանկյունը, վորի սրունքը հավասար է b -ի, իսկ գագաթի անկյունը α -ի, պտտվում է սրունքներից մեկի շուրջ: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի ծավալն ու մակերևույթը ($\alpha=120^{\circ}$):

6. Ռոմբը, վորի կողմը a չէ, իսկ սուր անկյունը՝ α , պտտվում է մի առանցքի շուրջ, վորն անցնում է սուր անկյան գագաթով և ուղղահայաց է կողմին: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի ծավալն ու մակերևույթը:

7. Յեռանկյան մեջ տրված են a կողմն ու B և C անկյունները: Վորոշեցեք այն մարմնի ծավալն ու մակերևույթը, վորը կստացվի յեռանկյունը տված կողմի շուրջը պտտեցնելուց:

8. Յեռանկյան մեջ տված են b և c կողմերն ու դրանցով կազմած α անկյունը: Այդ յեռանկյունը պտտվում է մի առանցքի շուրջ, վորը գտնվում է յեռանկյունուց դուրս և անցնում է α անկյան գագաթից: Այդ առանցքը հավասարապես է թեքված դեպի b և c կողմերը: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի ծավալը:

9. Յեռանկյան մեջ տված են a հիմքն ու նրան կից անկյունները՝ α և $90^{\circ}+\alpha$: Վորոշեցեք այդ յեռանկյունը իր բարձրությամբ շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը:

10. R խրկարության շառավիղ ունեցող կիսաշրջանագծի մեջ AB տրամագծի B ծայրից վեցրած են BC աղեղը, վորը հավասար է α -ի (փոքր 90° -ից), և C կետից անց է կացրած շոշափող մինչև AB տրամագծի հետ հատվելը D կետում: Բացի այդ, C կետը միացրած է A կետի հետ: Վորոշեցեք ACD յեռանկյունը AD կողմի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը:

11. Տրված են ABC յեռանկյան անկյունները: Վորոշեցեք, թե ինչպես

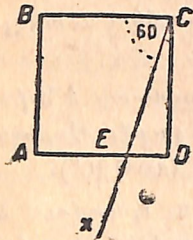
են հարաբերում ∇_a , ∇_b և ∇_c ծավալները, վորոնք ստացվում են այդ լեռանկյունը հաջորդաբար a , b և c կողմերի շուրջը պտտելուց:

12. Բթանկյուն լեռանկյան մեջ տրված են մեծ կողմը (b) և այդ կողմի մոտ գտնվող α և γ անկյունները: Այդ լեռանկյունը պտտվում է մի առանցքի շուրջը, վորն անցնում է արտագծած շրջանի կենտրոնով և զուգահեռ է b կողմին: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի ծավալը ($b=10$; $\alpha=50^\circ$; $\gamma=23^\circ 17'$):

13. Ուղղանկյուն լեռանկյան մակերեսը հավասար է S -ի: Սուր անկյուններից մեկը հավասար է α -ի: Այդ սուր անկյան դագաթով անց է կացրած մի ուղիղ, վորը ուղղահայաց է ներքնաձիգին և գտնվում է լեռանկյան հարթության մեջ: Վորոշեցեք լեռանկյունն այդ ուղիղի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը (V):

14. Վորոշեցեք այն մարմնի ծավալն ու մակերևույթը, վորն առաջանում է ուղղանկյան պտտումից, նրա մի դագաթից d անկյունագծին տարած ուղղահայաց ուղիղի շուրջը, լեթե անկյունագծի շուրջը կողմի հետ կազմում է α անկյուն ($d=34,06$ մ; $\alpha=56^\circ 14' 18''$):

15. ABCD քառանկյան C դագաթից (գծ. 45) անց է կացրած CX ուղիղը, վորը BC կողմի հետ կազմում է $BCx=60^\circ$ անկյուն և հատում է AD կողմը E կետում: Վորոշեցեք EABC քառանկյունը CX առանցքի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը, լեթե հայտնի լինի, վոր քառակուսու կողմը հավասար է a -ի:



Գծ. 45.

16. Ուղղանկյուն լեռանկյան պարագիծը հավասար է $2p=27,425$ դմ, անկյուններից մեկը՝ $\alpha=41^\circ 15' 32''$: Վորոշեցեք այդ լեռանկյունը իր տրամագծի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը:

17. Ի լեռնաբուծյան շառավիղ ունեցող շրջանին տրամագծած ուղղանկյուն սեղանի սուր անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշեցեք այդ սեղանի իր վոշ զուգահեռ կողմերից վորքի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի կողմնալին մակերևույթը:

18. Յերկու լեռանկյուններ գտնվում են միևնույն հարթության մեջ և ունեն $b=25,345$ սմ ընդհանուր կողմը: Այդ լեռանկյուններից մեկը հավասարակողմ է, իսկ մյուսը՝ հավասարասրուն: Վերջինի դագաթի անկյունը հավասար է $\alpha=54^\circ 17' 36''$: Վորոշեցեք այն մարմնի մակերևույթն ու ծավալը, վորը կառաջանա լեռանկյունների տված սեստեմի պտտումից մի առանցքի շուրջը, վորը անցնում է այդ լեռանկյունների ընդհանուր դագաթներից մեկով և զուգահեռ է հավասարասրուն լեռանկյան բարձրութանը:

19. Չուգահեռակողմի անկյունագծի շուրջը, նույն զուգահեռակողմի վորք կողմի հետ կազմում է β անկյունը: Չուգահեռակողմի մեծ կողմերի հետևավորութունը հավասար է h ի: Վորոշեցեք այն մարմնի ծավալը, վորը կառաջանա զուգահեռակողմի պտտումից մի առանցքի շուրջը, վորն անցնում է այդ զուգահեռակողմի σ սուր անկյան դագաթից և զուգահեռ է վերջինի շրջանագծին:

20. Չույդ թվով (n) կողմ ունեցող կանոնավոր բազմանկյունը պտտվում է այդ բազմանկյան լեռկու հակադիր դագաթները միացնող գծի շուրջը: Պտտման մարմնի մակերևույթն ու ծավալն արտահայտեցեք 1) ներգծած շրջանի r շառավիղով, 2) արտագծած շրջանի R շառավիղով և 3) բազմանկյան a կողմով:

21. Չույդ թվով (n) կողմ ունեցող կանոնավոր բազմանկյունը պտտվում է կողմի միջնակետը հանդիպակաց դագաթի հետ միացնող գծի շուրջը: Պտտման մարմնի ծավալն ու մակերևույթն արտահայտեցեք 1) ներգծած շրջանի r շառավիղով, 2) արտագծած շրջանի R շառավիղով և 3) բազմանկյան a կողմով:

23. R շառավիղն ունեցող շրջանալին սեգմենտը պտտվում է այդ սեգմենտի α աղեղի ծայրից անցնող տրամագծի շուրջը: Վորոշեցեք այդ պտտումից առաջացած մարմնի ծավալը (V) և լրիվ մակերևույթը (S):

24. α կենտրոնական անկյունն ունեցող շրջանալին սեկտորը պտտում է սեկտորի միջին շառավիղի հետ β անկյուն կազմող տրամագծի շուրջը: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի ծավալը:

25. Ի շառավիղն ունեցող շրջանի մեջ վերցված է $AB=x$ աղեղով ABC սեգմենտը: AB լարը DE տրամագծի հետ կազմում է β անկյուն: Վորոշեցեք ACB սեգմենտը DE տրամագծի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը:

26. α անկյունն ունեցող շրջանալին սեկտորը պտտվում է այդ սեկտորի միջին շառավիղին ուղղահայաց տրամագծի շուրջը: Սեկտորի մակերեսը հավասար է Q -ի: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի ծավալը ($\alpha=70^\circ 36'$; $Q=211,8$):

27. OA շառավիղի A ծայրից սկսած վերցված է AB աղեղը, վորը հավասար է α -ի (փոքր 90° -ից): B կետից անց է կացրած AO-ին զուգահեռ, մինչև հատվելը OA-ին ուղղահայաց շառավիղի հետ: OA շառավիղի վրա վ'րցված է BC-ին հավասար AD հատվածը և D կետը միացված է C-ի հետ: BC, CD և AD ուղիղներով և AB աղեղով սահմանափակված պատկերը պտտվում է OC առանցքի շուրջը: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի ծավալը, գիտենալով, վոր աղեղի շառավիղը հավասար է R -ի:

28. Գնդի տրամագծի ծայրից անց է կացրած լար աչնպես, վոր այդ լարի տրամագծի շուրջը պտտումից առաջացած մակերևույթը կիսում է գնդի ծավալը: Վորոշեցեք լարի և տրամագծի միջև կազմված α անկյունը:

29. α (փոքր 90°) աղեղը պարունակող գնդային սեգմենտը պտտում է աղեղի սահմանալին շառավիղներին մեկին ուղղահայաց տրամագծի շուրջը: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի մակերևույթն ու ծավալը, լեթե աղեղի շառավիղը հավասար է R -ի:

Պատասխանները, վորոնք լինենց մեջ պարունակվում են գծի մասեր

Յեռանկյունափական ֆունկցիաների աղյուսակ

°	sin	tg	ctg	cos	°
0	0,000	0,000	∞	1,000	90
1	0,017	0,017	57,290	1,000	89
2	0,035	0,035	28,636	0,999	88
3	0,052	0,052	19,081	0,999	87
4	0,070	0,070	14,301	0,998	86
5	0,087	0,087	11,430	0,996	85
6	0,105	0,105	9,514	0,995	84
7	0,122	0,123	8,144	0,993	83
8	0,139	0,141	7,115	0,990	82
9	0,156	0,158	6,314	0,988	81
10	0,176	0,176	5,671	0,985	80
11	0,191	0,194	5,145	0,982	79
12	0,208	0,213	4,705	0,978	78
13	0,225	0,231	4,331	0,974	77
14	0,242	0,249	4,011	0,970	76
15	0,259	0,268	3,732	0,966	75
16	0,276	0,287	3,487	0,961	74
17	0,292	0,306	3,271	0,956	73
18	0,309	0,325	3,078	0,951	72
19	0,326	0,344	2,904	0,946	71
20	0,342	0,364	2,747	0,940	70
21	0,358	0,384	2,605	0,934	69
22	0,375	0,404	2,475	0,927	68
23	0,391	0,424	2,356	0,921	67
24	0,307	0,445	2,246	0,914	66
25	0,423	0,466	2,145	0,903	65
26	0,438	0,488	2,050	0,899	64
27	0,454	0,510	1,963	0,891	63
28	0,469	0,532	1,881	0,883	62
29	0,485	0,554	1,804	0,875	61
30	0,500	0,577	1,732	0,866	60
31	0,515	0,601	1,664	0,857	59
32	0,530	0,625	1,600	0,848	58
33	0,545	0,649	1,540	0,839	57
34	0,559	0,675	1,483	0,829	56
35	0,574	0,700	1,428	0,819	55
36	0,588	0,727	1,376	0,809	54
37	0,602	0,754	1,327	0,799	53
38	0,616	0,781	1,280	0,788	52
39	0,629	0,810	1,235	0,777	51
40	0,643	0,839	1,192	0,766	50
41	0,656	0,869	1,150	0,755	49
42	0,669	0,900	1,111	0,743	48
43	0,682	0,933	1,072	0,731	47
44	0,695	0,966	1,036	0,719	46
45	0,707	1,000	1,000	0,707	45
°	cos	ctg	tg	sin	°

ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ

§ 1.

1. 120° ; 1440° . 2. 1080° ; 10800° . 3. 5° ; 150° ; 720° ; 1500° . 5. 360° .
6. 1) $120^\circ + 360^\circ n$; 2) $-60^\circ + 360^\circ n$, 4π $300^\circ + 360^\circ n$;
1) 120° , 480° , 840° , ...
7. 1) 1,57 սմ, 2) $\frac{\pi R x}{180}$. 8. 1) a) $\frac{\pi}{6}$; b) $\frac{\pi}{4}$; c) $\frac{\pi}{3}$; d) $\frac{3}{4}\pi$; e) $\frac{\pi}{12}$;
f) $\frac{\pi}{8}$; g) $\frac{\pi}{5}$; h) $\frac{5}{12}\pi$; i) $\frac{3}{5}\pi$; k) $\frac{5}{6}\pi$; l) $\frac{7}{8}\pi$; m) $0,9\pi$.
2) a) 0,8901; b) 0,4712; c) 1,3352; d) 0,2182; e) 0,5009; f) 1,2802;
g) 2,0420; h) 3,7737. 3) $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{2}{5}\pi$; $\frac{2}{3}\pi$; $\frac{\pi(n-2)}{n}$.
9. 1) $85^\circ 57'$; $114^\circ 35'$; $42^\circ 58'$; 30° ; 120° ; 270° ; $22^\circ 30'$; 135° ; 216° .
2) 40° ; 75° ; $13^\circ 30'$; $57^\circ 42'$; 218° ; $27^\circ 30'$; $74^\circ 29'$; $45^\circ 50'$.
10. 1) $10\pi = 31,4$; 2) 6,28 մ/վայրկ; 3) 37,7 մ/վայրկ. 11. 200.

§ 2.

1. Առաջինում; զույգ 4. 0-ից մինչև 2; 5. Միայն 1-ին. 6. Վոչ. 7. 0. 8. c.
9. $a-b+c$. 10. $(a-b)^2$. 11. a^2-b^2 . 12. 0. 13. $\pm\infty$.
14. 1) 0 6; 2) -0,5; 3) -0,7; 4) 0,9; 5) 1,7; 6) -2,7.
15. 1. 3, 7 — բացասական են; 2, 4, 5, 6, 8 — դրական են.
16. 1) $\cos 20^\circ$; 2) $\sin 50^\circ$; 3) $\operatorname{ctg} 40^\circ$; 4) $\operatorname{tg} 50^\circ$.
21. 1) 15° ; 135° ; 255° ; 2) 300° ; 3) 50° ; 110° ; 170° ; 230° ; 290° ; 350° ;
4) 120° ; 5) $\frac{\pi}{6}$; $\frac{5}{6}\pi$; $1\frac{1}{6}\pi$; $1\frac{5}{6}\pi$; 6) $\frac{\pi}{12}$; $1\frac{5}{12}\pi$; 7) 45° ; 135° ; 8) $\frac{\pi}{3}$; $\frac{2}{3}\pi$.
22. 1) $69^\circ + 180^\circ n$; 2) $-39^\circ + 180^\circ n$; 3) $\pm 26^\circ + 360^\circ n$; 4) $\pm 132^\circ + 360^\circ n$;
5) $15^\circ + 360^\circ n$ և $165^\circ + 360^\circ n$; 4π $(-1)^n \cdot 15^\circ + 180^\circ n$;
6) $45^\circ + 360^\circ n$ և $135^\circ + 360^\circ n$; 4π $(-1)^n \cdot 45^\circ + 180^\circ n$.
23. $\sin x = -1$. 24. $\cos x = \frac{1}{2} (\sqrt{5}-1)$ 25. $\sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.
26. $\sin x = 0$ 27. $\operatorname{tg} x = 0,2$. 28. $\sec x = 2$.
29. $\operatorname{ctg} x = 0$. 30. $\operatorname{tg} x = \pm\infty$. 31. Հնարավոր չէ.
32. $\operatorname{arc} \operatorname{tg} m + 180^\circ n$; m -ը հավասար է զրոյին թվի; 2) $\pm \operatorname{arc} \cos m + 360^\circ n$;
 $-1 \leq m \leq 1$; 3) $(-1)^n \operatorname{arc} \sin m + 180^\circ n$; $-1 \leq m \leq 1$.
33. 1) $\frac{\pi}{6} = \operatorname{arc} \sin \frac{1}{2} r$; 2) $-45^\circ = \operatorname{arc} \sin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; 3) $\frac{\pi}{4} = \operatorname{arc} \cos \frac{\sqrt{2}}{2}$;
4) $90^\circ = \operatorname{arc} \cos 0$; 5) $-\frac{\pi}{4} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} -1$; 6) $0 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0$;
7) $30^\circ = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \sqrt{3}$; 8) $0 = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \infty$.
34. 1) 47° 4π 0,8203; 2) $66^\circ 30'$ 4π 1,1606; 3) $74^\circ 47'$ 4π 1,3052;
4) $62^\circ 54'$ 4π 1,0978.
35. 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\sqrt{3}$; 4) $3 \sin a$; 5) $a \cos \frac{b}{c}$; 6) $\frac{1}{\operatorname{tg} a}$.

№ [a] 10° 15' 20' 25' 30'	1	2	3	4
$\sin \alpha$	$(\sin \alpha)$	$\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$	$\pm \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\cos \alpha$	$\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$	$(\cos \alpha)$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$	$(\operatorname{tg} \alpha)$	$\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$	$\pm \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$	$(\operatorname{ctg} \alpha)$
$\sec \alpha$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\cos \alpha}$	$\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$	$\pm \frac{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\frac{1}{\sin \alpha}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\operatorname{tg} \alpha}$	$\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$
№ [a] 35° 40° 45° 50° 55°	5	6	7	8
$\sin \alpha$	$(0,8)$	$(-0,3)$	$\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$	$\pm \frac{4}{5}$
$\cos \alpha$	$\pm 0,6$	$\pm \frac{\sqrt{91}}{10}$	$\left(\frac{2}{3}\right)$	$\left(-\frac{3}{5}\right)$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \frac{4}{3}$	$\pm \frac{3}{\sqrt{91}}$	$\pm \frac{\sqrt{5}}{2}$	$\pm \frac{4}{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm 0,75$	$\pm \frac{\sqrt{91}}{3}$	$\pm \frac{2}{\sqrt{5}}$	$\pm \frac{3}{4}$
$\sec \alpha$	$\pm \frac{5}{3}$	$\pm \frac{10}{\sqrt{91}}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{3}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$1,25$	$-\frac{10}{3}$	$\pm \frac{3}{\sqrt{5}}$	$\pm \frac{5}{4}$

№ [a] 60° 65° 70° 75° 80°	9	10	11	12
$\sin \alpha$	$\pm \sqrt{\frac{5}{6}}$	$\pm \frac{9}{41}$	$\pm \frac{15}{17}$	$\pm \sqrt{0,1}$
$\cos \alpha$	$\pm \frac{1}{\sqrt{6}}$	$\pm \frac{40}{41}$	$\pm \frac{8}{17}$	$\pm \sqrt{0,9}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$(\sqrt{5})$	$\left(-\frac{9}{40}\right)$	$\frac{15}{8}$	$-\frac{1}{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$-\frac{40}{9}$	$\left(\frac{8}{15}\right)$	(-3)
$\sec \alpha$	$\pm \sqrt{6}$	$\pm \frac{41}{40}$	$\pm \frac{17}{8}$	$\pm \frac{\sqrt{10}}{3}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\pm \sqrt{\frac{6}{5}}$	$\pm \frac{41}{9}$	$\pm \frac{17}{15}$	$\pm \sqrt{10}$
№ [a] 85° 90° 95° 100° 105°	13	14	15	16
$\sin \alpha$	$\pm \frac{\sqrt{8}}{3}$	$\pm \frac{21}{29}$	$\frac{5}{13}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\cos \alpha$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{20}{29}$	$\pm \frac{12}{13}$	$\pm \sqrt{\frac{2}{3}}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \sqrt{8}$	$\pm \frac{21}{20}$	$\pm \frac{5}{12}$	$\pm \sqrt{\frac{1}{2}}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \frac{1}{\sqrt{8}}$	$\pm \frac{20}{21}$	$\pm 2,4$	$\pm \sqrt{2}$
$\sec \alpha$	(3)	$\left(-1\frac{9}{20}\right)$	$\pm \frac{13}{12}$	$\pm \sqrt{\frac{3}{2}}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\pm \frac{5}{\sqrt{8}}$	$\pm \frac{29}{21}$	$(2,6)$	$(-\sqrt{3})$

№ пункта	1	2	3	4
$\sin \alpha$	$(\sin \alpha)$	$\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$	$\pm \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\cos \alpha$	$\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$	$(\cos \alpha)$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$	$(\operatorname{tg} \alpha)$	$\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$	$\pm \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$	$(\operatorname{ctg} \alpha)$
$\sec \alpha$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\cos \alpha}$	$\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$	$\pm \frac{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\frac{1}{\sin \alpha}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\operatorname{tg} \alpha}$	$\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$
№ пункта	5	6	7	8
$\sin \alpha$	$(0,8)$	$(-0,3)$	$\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$	$\pm \frac{4}{5}$
$\cos \alpha$	$\pm 0,6$	$\pm \frac{\sqrt{91}}{10}$	$\left(\frac{2}{3}\right)$	$\left(-\frac{3}{5}\right)$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \frac{4}{3}$	$\pm \frac{3}{\sqrt{91}}$	$\pm \frac{\sqrt{5}}{2}$	$\pm \frac{4}{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm 0,75$	$\pm \frac{\sqrt{91}}{3}$	$\pm \frac{2}{\sqrt{5}}$	$\pm \frac{3}{4}$
$\sec \alpha$	$\pm \frac{5}{3}$	$\pm \frac{10}{\sqrt{91}}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{3}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$1,25$	$-\frac{10}{3}$	$\pm \frac{3}{\sqrt{5}}$	$\pm \frac{5}{4}$

№ пункта	9	10	11	12
$\sin \alpha$	$\pm \sqrt{\frac{5}{6}}$	$\pm \frac{9}{41}$	$\pm \frac{15}{17}$	$\pm \sqrt{0,1}$
$\cos \alpha$	$\pm \frac{1}{\sqrt{6}}$	$\pm \frac{40}{41}$	$\pm \frac{8}{17}$	$\pm \sqrt{0,9}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$(\sqrt{5})$	$\left(-\frac{9}{40}\right)$	$\frac{15}{8}$	$-\frac{1}{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$-\frac{40}{9}$	$\left(\frac{8}{15}\right)$	(-3)
$\sec \alpha$	$\pm \sqrt{6}$	$\pm \frac{41}{40}$	$\pm \frac{17}{8}$	$\pm \frac{\sqrt{10}}{3}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\pm \sqrt{\frac{6}{5}}$	$\pm \frac{41}{9}$	$\pm \frac{17}{15}$	$\pm \sqrt{10}$
№ пункта	13	14	15	16
$\sin \alpha$	$\pm \frac{\sqrt{8}}{3}$	$\pm \frac{21}{29}$	$\frac{5}{13}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\cos \alpha$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{20}{29}$	$\pm \frac{12}{13}$	$\pm \sqrt{\frac{2}{3}}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \sqrt{8}$	$\pm \frac{21}{20}$	$\pm \frac{5}{12}$	$\pm \sqrt{\frac{1}{2}}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \frac{1}{\sqrt{8}}$	$\pm \frac{20}{21}$	$\pm 2,4$	$\pm \sqrt{2}$
$\sec \alpha$	(3)	$\left(-\frac{9}{20}\right)$	$\pm \frac{13}{12}$	$\pm \sqrt{\frac{3}{2}}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\pm \frac{3}{\sqrt{8}}$	$\pm \frac{29}{21}$	$(2,6)$	$(-\sqrt{3})$

№ задачи	17	18	19	20
$\sin \alpha$	$\left(\frac{a-b}{a+b}\right)$	$\pm \frac{b}{a}$	$\pm \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}}$	$\frac{99}{101}$
$\cos \alpha$	$\pm \frac{2\sqrt{ab}}{a+b}$	$\left(\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}\right)$	$\pm \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$	$\frac{20}{101}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \frac{a-b}{2\sqrt{ab}}$	$\pm \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$	$\left(\frac{a}{b}\right)$	$\left(4\frac{19}{20}\right)$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \frac{2\sqrt{ab}}{a-b}$	$\pm \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{b}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{20}{99}$
$\sec \alpha$	$\pm \frac{a+b}{2\sqrt{ab}}$	$\frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}}$	$\pm \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b}$	$\frac{101}{20}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\frac{a+b}{a-b}$	$\pm \frac{a}{b}$	$\pm \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$	$\frac{101}{99}$
№ задачи	21	22	23	
$\sin \alpha$	0,96	$\left(-\frac{12}{13}\right)$	$-\frac{20}{29}$	
$\cos \alpha$	(-0,28)	$-\frac{5}{13}$	$\frac{21}{29}$	
$\operatorname{tg} \alpha$	$-\frac{24}{7}$	$\frac{12}{5}$	$-\frac{20}{21}$	
$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\frac{7}{24}$	$\frac{5}{12}$	(-1,05)	
$\sec \alpha$	$-\frac{25}{7}$	$-\frac{13}{5}$	$\frac{29}{21}$	
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\frac{25}{24}$	$-\frac{13}{12}$	-1,45	

24. $\cos^2 \alpha$ 25. $\sin^2 \alpha$ 26. $1 - \cos \alpha$.
 27. $-(1 + \sin \alpha)$. 28. $\sec^2 \alpha$. 29. $\cos^2 \alpha$.
 30. а) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$; б) $\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$. 31. а) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$; б) $\operatorname{tg}^2 \alpha$.
 32. $\cos \alpha$. 33. $\sin \alpha$. 34. $\sec \alpha$. 35. $\operatorname{tg} \alpha$ 36. $\operatorname{ctg} \alpha$.
 37. $\operatorname{cosec} \alpha$. 38. $\cos \alpha$. 39. $\operatorname{tg}^2 \alpha$.
 40. $2 \sin^2 \alpha$. 41. $2 \cos^2 \alpha$. 42. 1. 43. 1.
 44. $\operatorname{tg}^2 \alpha$. 45. $\sec^2 \alpha$. 46. $\sec^2 \alpha$. 47. $\operatorname{cosec}^2 \beta$.
 48. $\operatorname{cosec}^2 \alpha$. 49. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$. 50. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$ 51. 4.
 52. $\operatorname{ctg}^6 \alpha$. 53. а) $2 \sin^2 \alpha - 1$; б) $1 - 2 \cos^2 \alpha$. 54. $\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$
 55. $\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$. 56. $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$. 57. а) $\frac{\operatorname{tg} \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha + 1}$; б) $\frac{1 - \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha}$.
 58. а) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$; б) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$. 59. $\sec \alpha = -\frac{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}{\operatorname{ctg} \alpha}$.
 60. 9. 61. $\frac{m^2 - 1}{2}$. 62. $m^2 - 2$ и $m^2 - 3m$.
 93. $\pm 90^\circ + 360^\circ n$. 94. $\pm 60^\circ + 360^\circ n$. 95. $\pm 52^\circ + 360^\circ n$.
 96. $360^\circ n$. 97. $\pm 128^\circ + 360^\circ n$. 98. $\pm 27^\circ + 360^\circ n$.
 99. $180^\circ n$. 100. $63^\circ + 180^\circ n$ и $-27^\circ + 180^\circ n$.
 101. $(-1)^n \cdot 24^\circ + 180^\circ n$ 102. $\pm 90^\circ + 360^\circ n$ и $\pm 60^\circ + 360^\circ n$.
 103. $\pm 120^\circ + 360^\circ n$. 104. $27^\circ + 180^\circ n$. 105. $\pm (-1)^n \cdot 45^\circ + 180^\circ n$.
 106. $\pm 60^\circ + 360^\circ n$ и $\pm 120^\circ + 360^\circ n$. 107. $\pm (-1)^n \cdot 60^\circ + 180^\circ n$.
 108. $360^\circ n$ и $90^\circ + 360^\circ n$. 109. $45^\circ + 180^\circ n$. 110. $60^\circ + 180^\circ n$.
 111. $30^\circ + 180^\circ n$. 112. $45^\circ + 180^\circ n$ и $-72^\circ + 180^\circ n$.
 113. $76^\circ + 180^\circ n$ и $-63^\circ + 180^\circ n$.

§ 4.

1. 1) $\cos 17^\circ$; 2) $\sin 9^\circ 20'$; 3) $\operatorname{ctg} 20^\circ 34' 20''$; 4) $\operatorname{tg} 30^\circ 1'$.
 2. 1) $\sin 67^\circ 40'$; 2) $-\cos 80^\circ 34' 25''$. 3) $-\operatorname{tg} 71^\circ 11' 24''$; 4) $-\operatorname{ctg} 39^\circ 20'$.
 3. 1) $\cos 31^\circ 40'$; 2) $\sin 16^\circ 25'$; 3) $-\cos 21^\circ 43'$; 4) $-\sin 8^\circ 21'$;
 5) $-\operatorname{tg} 19^\circ 32' 28''$; 6) $-\operatorname{ctg} 16^\circ 32'$; 7) $-\operatorname{tg} 30^\circ 28' 40''$; 8) $-\operatorname{ctg} 39^\circ 18'$.
 4. -1. 5. $\cos \alpha$. 6. $-\cos \alpha$. 7. $-\sec \alpha$.
 8. 0. 9. 0. 10. 1. 11. $\sin^2 \alpha$.
 12. 0. 13. $2 \cos \alpha$. 14. 1.

§ 5.

1. 1) 0,2588; 2) 0,7071; 3) 0,8660; 4) 0,9563; 5) 0,6225; 6) 0,9361; 7) 0,2051; 8) 0,9988;
2. 1) 0,3640; 2) 1; 3) 11,43; 4) 3,172; 5) 0,3191; 6) 1,3375; 7) 0,3796; 8) 8,284; 9) 12,61; 10) 38,19; 11) 286,5; 12) 3,438.
3. 1) 0,4226; 2) 0,7071; 3) 0,8660; 4) 0,2924; 5) 0,7826; 6) 0,9373; 7) 0,4823; 8) 0,1948; 9) 0,9987; 10) 0,9997;
4. 1) 2,747; 2) 1; 3) 1,3032; 4) 0,3365; 5) 0,3796; 6) 2,805; 7) 0,0306; 8) 11,43; 9) 23,37; 10) 0; 11) 33,41.
5. 1) 20°; 2) 36°30'; 3) 57°21'; 4) 68°20'; 5) հնարավոր չէ; 6) 23°9'.
6. 1) 24°; 2) 85°; 3) 69°30'; 4) 28°36'; 5) 79°48'; 6) 26°34'; 7) 22°47'; 8) 85°34'; 9) 81°25'.
7. 1) 27°; 2) 24°30'; 3) 50°30'; 4) հնարավոր չէ; 5) 35°2'; 6) 63°21'.
8. 1) 20°; 2) 67°30'; 3) 29°29'; 4) 33°47'; 5) 55°13'; 6) 30°33'; 7) 8°; 8) 5°35'; 9) 2°52'.
- 9) 0,9659; 0,1368; 0,6395; 0,9036.
10. -0,4695; -0,9171; -0,1513; -0,9825.
11. -1,6643; -0,3561; -4,836; -0,6334.
12. -11,43; -0,6873; -6,472; -0,3876.

§ 6.

1. 1) $\sin \alpha = 0,96$; $\operatorname{tg} \alpha = 3\frac{3}{7} \approx 3,429$; 2) $\operatorname{tg} \alpha = 0,75$; $\cos \alpha = 0,8$; 3) $\operatorname{tg} \beta \approx 6,462$; $\cos \beta \approx 0,1529$.
2. $\sin \beta = \frac{77}{85}$; $\cos \beta = \frac{36}{85}$; $\operatorname{tg} \beta = 2\frac{5}{36}$; $\operatorname{ctg} \beta = \frac{36}{77}$.
3. 1) 20,4 սմ; 2) 68 սմ.
4. 1) 10,08 սմ; 2) 30,6 սմ.
5. 1) 2,56 կմ; 2) 2,39 կմ.
6. 947 սմ.
7. 12°43'.
8. 3647 սմ.
9. 20 սմ.
10. 35,5 սմ.
11. 27 սմ.
12. 1°54'.
13. 4°55'.
14. 2°57'; 727 սմ.
15. $b \sin \alpha - a = 10,5$ սմ.
16. 3,9 սմ.
17. 33°41'.
18. 33°41'.
19. 40 սմ.
20. 1) 63°26'; 2) 26°34'; 3) 21°48'.
21. $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{n}{n-1} = 47°52'$.
22. 30°58'.
23. $\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{b}{a}$.
24. 33°41'.
25. 21 սմ.
26. 1278 սմ.
27. $r = 1,58$ սմ; $x = 1,97$ սմ.
28. $\frac{a}{2 \cos \beta}$.
29. 6°51'; 128,8 սմ.
30. $h = 10 (D - d)$; 2°52'.
31. 38°40'.
32. 63 սմ.
33. 2,6 սմ.
34. 36°39'.
35. 73°58'.
36. 2,693.
37. 47°16'; 32,8 սմ.
38. 97°10'.
39. $\frac{c}{2\pi} \cdot \cos \frac{180^\circ m}{m+n} \approx 11,2$.

40. $\frac{a}{2 \sin \alpha}$ Յուցմունք. Վերջին անկյան մի կողմ ընդունել տրամագիծը.

41. 52°14'; 7,148 կգ. 42. $b(1 + \sec \alpha)$. 43. $\operatorname{arc} \sin \frac{h}{b}$

44. 42°. 45. 78°42'.

46. 69°15' ղեպի արևելք կամ արևմուտք.

47.

α	5 դմ	15 դմ
40°	3,2 դմ	9,6 դմ
60°	4,3 »	13,0 »
90°	5 »	15 »

48. 26.6 կմ ղեպի արևելք և 21,7 կմ ղեպի հյուսիս.

49. 40°12' և 49°48'. 50. 57°28'. 51. 67°49' և 22°11'.

52. 120°30' և 59°30'.

53. $OB \approx 0,35$ մ; $AB \approx 0,2$ մ; $\beta = 5°48'$; $BP \approx 1,99$;

3) 0; 1°59'; 3°55'; 5°44';

7°28'; 8°49'; 9°59'; 10°50'; 11°22'; 11°32';

5) 11°19'; 6) 0; 5 մմ; 22 մմ;

48 մմ; 83 մմ; 125 մմ; 173 մմ; 224 մմ; 277 մմ; 330 մմ.

54. 47°30'. 55. $\alpha = 40°42'$; $\beta = 19°15'$.

56. 1) 82°27'; 2) 8°43'. 57. 53°8'.

58. $R = \frac{a}{2 \cos \frac{\beta}{2}}$; $r = a \sin \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\beta}{4} \right)$.

59. $\alpha = \operatorname{arc} \sin \frac{h}{b}$; $a = \frac{b}{\cos \alpha}$; $c = \frac{b}{\cos \alpha}$.

60. 11°26'.

61. 28°; 37°; 19°; 53°; 86°; 113°.

62. 21754 կմ.

63. 4°52'.

64. 1°11'.

65. 51°05'.

§ 7.

1. 1) $b = 61$; $c = 102$; 2) $a = 39$; $b = 25$.

2. 78,7 սմ. 3. 21,1 սմ.

4. $\frac{b \sin (\alpha + \beta)}{\cos \beta}$.

5. $\frac{b \sin (\alpha - \beta)}{\cos \alpha}$.

6. $\frac{d \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)}$ և $\frac{d \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$.

7. $l_b = \frac{a \sin \gamma}{\sin \left(\frac{\beta}{2} + \gamma \right)}$; $l_c = \frac{a \sin \beta}{\sin \left(\beta + \frac{\gamma}{2} \right)}$; $l_a = \frac{a \sin \beta \sin \gamma}{\sin (\beta + \gamma) \cos \frac{\beta - \gamma}{2}}$.

8. $\frac{c \sin \alpha \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)} \approx 146$ սմ.

9. $a = \frac{h_a \sin \alpha}{\sin \gamma \sin (\alpha + \gamma)}$; $b = \frac{h_a}{\sin \gamma}$; $c = \frac{h_a}{\sin (\alpha + \gamma)}$.

10. 7880 մ².

11. $\frac{1}{2} b^2 \sin \alpha \approx 48$ մ².

12. Յիրք $\gamma = 90^\circ$.

15. $a^2 \sin \alpha \approx 21$ մ².

16. $\frac{d^2 \sin \varphi}{2}$; մաքսիմումը հավասար է $\frac{d^2}{2}$ լիքի $\varphi = 90^\circ$.

17. $\frac{a+b}{2} \cdot c \sin \alpha$. 18. $50^\circ 33'$ և $129^\circ 27'$.
 19. $46^\circ 56'$ և $133^\circ 4'$. 20. 360 մ².
 21. $AE = \sqrt{\frac{2Q \sin(\alpha+\gamma)}{\sin \alpha \sin \gamma}}$; $AD = \sqrt{\frac{2Q \sin \gamma}{\sin \alpha \sin(\alpha+\gamma)}}$.
 22. $\frac{h_a h_b}{2 \sin \gamma}$. 23. $\frac{h_a^2 \sin \beta}{2 \sin \alpha \sin(\alpha+\beta)}$.
 24. $a=8,5$.
 25. 1) $c=22$; $\alpha=22^\circ 12'$; $\beta=34^\circ 31'$; 2) $b=0,4$; $\alpha=10^\circ 49'$; $\gamma=145^\circ 43'$;
 3) $b=63$; $\alpha=153^\circ 6'$; $\gamma=10^\circ 26'$.
 26. 77 մ. 27. $117^\circ 17'$. 28. $8,1$ մ և $4,0$ մ.
 29. 275 կգ; $16^\circ 17'$ և $33^\circ 43'$. 30. 1633 մ.

§ 8.

1. $\cos 162^\circ 30' = -\cos 17^\circ 30'$ 2. $\sin 340^\circ = -\cos 70^\circ$.
 3. $\sin 75^\circ = \cos 15^\circ$; $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ$.
 4. a) $-\sin 20^\circ$; b) $\cos 10^\circ$; c) $\sin 30^\circ$; d) $\cos 20^\circ$.
 5. e) $\operatorname{ctg} 30^\circ$; f) $-\operatorname{tg} 40^\circ$; g) $\operatorname{ctg} 45^\circ$; h) $\operatorname{tg} 30^\circ$.
 6. i) $-\operatorname{cosec} 10^\circ$; k) $\sec 10^\circ$; l) $\operatorname{cosec} 40^\circ$; m) $-\sec 10^\circ$.
 7. a) $\cos 0,2\pi$; b) $\cos \frac{2}{9}\pi$; c) $-\operatorname{tg} \frac{2}{11}\pi$; d) $-\sec 0,1\pi$.
 8. a) 1; b) 1; c) 0; d) 0. 9. a) $-\frac{1}{2}$; b) 0; c) $\sqrt{3}$; d) -1 .
 10. $\cos 50^\circ = -\cos 130^\circ$. 11. $-2 \operatorname{ctg} \alpha$ 12. $2 \cos \alpha$. 13. 1.
 14. -1 . 15. $a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha$ 16. $-\operatorname{tg}^3 \alpha$.
 17. $\operatorname{ctg} \alpha$. 18. $-\cos \alpha$. 19. 0. 20. $\operatorname{ctg}^2 42^\circ$.
 21. $-\operatorname{ctg}^2 40^\circ$.
 22. $\sin(\alpha - 90^\circ) = -\cos \alpha$; $\cos(\alpha - 180^\circ) = -\cos \alpha$; $\operatorname{tg}(\alpha - 360^\circ) = \operatorname{tg} \alpha$.
 23. $\cos x = -\frac{2}{3}$. 24. $\sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$. 25. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.
 26. $360^\circ \cdot n$. 27. $135^\circ + 180^\circ \cdot n$.
 28. $\frac{\pi}{4} + \pi n$. 29. $\pi n \pm \frac{\pi}{4}$. 30. $\pm 90^\circ + 360^\circ \cdot n$.

§ 9.

1. -1 . 2. a) $\sin \alpha$; b) $-\sin \alpha$. 3. $0,4 \sqrt{3} + 0,3$.
 4. $\sqrt{0,2} - \sqrt{0,15}$. 5. $0,2 + \sqrt{0,63}$; $-\sqrt{0,21} - \sqrt{0,12}$.
 6. $\frac{1}{12}(\sqrt{35} - 6)$; $\frac{1}{12}(3\sqrt{5} - 2\sqrt{7})$. 7. ± 1 ; $\pm 0,28$. 8. $\frac{1}{2}$.
 9. a) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$; $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$; b) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$; $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$.
 12. a) $\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}$ և $\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$; b) $\frac{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha}$ և $\frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta - 1}$.
 13. $\sin \alpha \cos \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \alpha \cos \beta \sin \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$;
 $\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \sin \alpha \cos \beta \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma$.

14. $\frac{56}{65}$ և $\frac{57}{1625}$. 15. $\frac{1 \pm \operatorname{tg} \alpha}{1 \pm \operatorname{tg} \alpha}$. 16. $-(2 + \sqrt{3})$.
 17. $-\frac{1}{2}$. 18. -1 և $\frac{1}{7}$. 19. $\frac{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \pm 1}$.
 20. a) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \pm 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}$; b) $\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}$.
 21. $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \alpha}$. 22. $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$.
 23. $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$. 24. $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \beta$. 25. $\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta$.
 26. $\operatorname{tg} \alpha$. 41. $-45^\circ + 180^\circ n$. 42. $(-1)^n \cdot 60^\circ + 180^\circ n$.
 43. $x = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma) + 180^\circ n$. 44. $\pm 30^\circ + 18^\circ n$.
 45. $x = 30^\circ + 360^\circ n$; $150^\circ + 360^\circ n$. 46. $\operatorname{tg} x = \frac{a - b \operatorname{tg} \alpha}{a \operatorname{tg} \alpha - b}$.
 47. $\operatorname{tg} x = \pm \sqrt{\frac{m + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + m \operatorname{tg}^2 \alpha}}$. 48. $x = 180^\circ \cdot n$ և $x = \pi n$.
 49. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \cdot n$ 50. $x = 90^\circ \cdot n$; $60^\circ \cdot n$. 51. $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$.
 52. $14^\circ 38' + 180^\circ n$.
 53. $45^\circ + 180^\circ n$. 54. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$.

§ 10.

1. a) $\pm 0,96$; $-0,28$; b) $\frac{8}{4}$. 2. $\frac{120}{169}$; $-\frac{119}{169}$.
 4. $-0,96$; $-0,28$. 5. $-\frac{2}{3}\sqrt{2}$; $-\frac{1}{3}$. 6. $-\frac{3}{4}$.
 7. a) $\pm 2 \sin \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$; $1 - 2 \sin^2 \alpha$; b) $\pm 2 \cos \alpha \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$; $2 \cos^2 \alpha - 1$.
 8. a) $\frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$; b) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}$. 9. $\frac{\sec^2 \alpha}{2 - \sec^2 \alpha}$.
 10. a) $2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$; $\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}$; b) $-\frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$.
 11. $\frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$; $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$. Յուզմունք. Նախ գրում ենք՝

$$\sin \alpha = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \text{ և } \cos \alpha = \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

 12. Քանի վոր $\sin \alpha$ և $\cos \alpha$ -ով մնացած ֆունկցիաները արտահայտվում են
 ուղիղանի կերպով, ապա բավական է դիտել $\sin \alpha$ -ն և $\cos \alpha$ -ն. այդ
 ֆունկցիաների մասին տես 11-րդ խնդրում:

13. $\frac{12}{13}$; $\frac{5}{13}$; 2,4. 14. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; 1.
15. $3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$; $4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$; $\frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha}$.
16. $4 \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha - 4 \cos \alpha \cdot \sin^3 \alpha$; $\cos^4 \alpha - 6 \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha$.
17. $\sqrt{0,9}$; $-\sqrt{0,1}$; -3.
18. $\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}$; $\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$; $2-\sqrt{3}$; $2+\sqrt{3}$.
19. $\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$; $\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$; $\sqrt{2}-1$; $\sqrt{2}+1$.
20. $\frac{3}{5}$ և $\frac{4}{5}$. 21. $\frac{4}{5}$. 22. $\sqrt{5}-2$.
25. Ունենք՝ $\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1$ և $2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = \sin \alpha$; այստեղից կբանենք՝
 $\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{1 + \sin \alpha}$ և $\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{1 - \sin \alpha}$
 Այս հավասարությունների ոգնությունը ստանում ենք $\sin \frac{\alpha}{2}$ -ի և $\cos \frac{\alpha}{2}$ -ի համար չորսական արժեք. բայց յիշենք, որ պայման ազնվացնելով թե մեկ և թե մյուս արմատի նշանների մեջ բնորոշում կատարենք, ապա խնդիրը միայն մեկ լուծում կունենա:
26. $\frac{-1 \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\operatorname{tg} \alpha}$; $\operatorname{ctg} \alpha \pm \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1}$ 27. -2.
52. $x = 15^\circ + 180^\circ \cdot n$; $75^\circ + 180^\circ \cdot n$ կամ $x = \frac{\pi}{2} \cdot n + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{12}$.
53. $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$ 54. $x = 22^\circ 30' + 90^\circ \cdot n$ կամ $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \cdot n$.
55. $x = \pi n$; $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$. 56. $\cos \frac{x_1}{2} = 0$; $\sin \frac{x_2}{2} = \frac{b}{2a}$.
57. $x = \pm 45^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 135^\circ + 360^\circ \cdot n = 45^\circ + 90^\circ \cdot m$.
58. $x_1 = x_2 = 360^\circ \cdot n$; $x_3 = \pm 120^\circ + 360^\circ \cdot n$ կամ $x = 360^\circ \cdot n$; $120^\circ \cdot m$.
59. $x = \pm 30^\circ + 180^\circ \cdot n$. 60. $x = \pi n$. 61. $x = \pi n$; $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$.
62. $\cos \frac{x_1}{2} = 0$; $\cos \frac{x_2}{2} = \frac{b}{2a}$.
63. $x = 360^\circ \cdot n$; $60^\circ + 720^\circ \cdot n$; $300^\circ + 720^\circ \cdot n$.
64. $\cos \frac{x_1}{2} = 0$; $\operatorname{tg} \frac{x_2}{2} = \frac{a}{b}$. 65. $x = 2\pi n$; $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$.
66. $\cos x = \frac{m - 2 \pm \sqrt{m(m-8)}}{2(m+1)}$.
67. $x_1 = x_2 = \pi + 2\pi n$; $x_3 = \pm \frac{\pi}{3} = 2\pi n$ կամ $x = \pi + 2\pi n$; $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} \cdot m$.
68. $x = 180^\circ \cdot n$; $\pm 30^\circ + 180^\circ \cdot n$ 69. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$.
70. $x = \pm 45^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 135^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 90^\circ + 360^\circ \cdot n$;
 $\pm 150^\circ + 360^\circ \cdot n = 45^\circ + 90^\circ \cdot m$; $\pm 30^\circ + 180^\circ \cdot m$.

71. $\sin 4x = 1$; $x_1 = x_2 = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \cdot n$. 72. $72^\circ 52' + 360^\circ \cdot n$ և $17^\circ 8' + 360^\circ \cdot n$.
73. $119^\circ 34' + 360^\circ \cdot n$ և $-13^\circ 18' + 360^\circ \cdot n$.
74. $90^\circ + 360^\circ \cdot n$ և $30^\circ + 360^\circ \cdot n$.

§ 11.

1. a) $\sqrt{1,5}$; b) $\sin 18^\circ$; c) 0; d) $-\sin 18^\circ$.
2. a) $2 \sin 12^\circ 30' \cdot \cos 7^\circ 30'$; b) $-2 \sin 1^\circ \cdot \cos 4^\circ$; c) $2 \cos 10^\circ 7' 30'' \cdot \cos 6^\circ 52' 30''$;
 d) $2 \sin 15^\circ \cdot \sin 10^\circ$.
3. a) $\cos \alpha$; b) $2 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}$.
4. a) $\frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\operatorname{tg} 5^\circ}$; b) $\operatorname{ctg} \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\beta - \alpha}{2}$.
5. a) $2 \sin 35^\circ \cdot \cos 15^\circ$; b) $\sqrt{2} \cdot \sin 25^\circ$;
 c) $2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} - 45^\circ \right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} + 45^\circ \right)$.
6. $\sqrt{2} \cdot \cos (\alpha - 45^\circ)$; $\sqrt{2} \sin (\alpha - 45^\circ)$. Կամ $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \cdot \sin (\alpha + 45^\circ)$.
7. a) $\frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$; b) $\frac{\sin (\beta + \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$; c) $\frac{\cos (\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \sin \beta}$; d) $\frac{\cos (\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \cos \beta}$.
8. a) $2 \operatorname{cosec} 2\alpha$; b) $-2 \operatorname{ctg} 2\alpha$.
9. a) $\sin (\alpha + \beta) \cdot \sin (\alpha - \beta)$; b) $\sin (\beta + \alpha) \cdot \sin (\beta - \alpha)$.
10. a) $\frac{\sin (\alpha + \beta) \cdot \sin (\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}$; b) $\frac{\sin (\beta + \alpha) \cdot \sin (\beta - \alpha)}{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}$;
 c) $-\frac{\cos (\alpha + \beta) \cdot \cos (\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}$; d) $-4 \operatorname{ctg} 2\alpha \operatorname{cosec} 2\alpha$.
11. a) $2 \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)$; b) $-2 \sin^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)$; c) $\cos 2\alpha$; d) $-\cos 2\alpha$.
12. $2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \alpha$. 13. $\operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ \right)$. 14. $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.
15. a) $\frac{\sin (45^\circ + \alpha)}{\cos 45^\circ \cdot \cos \alpha}$; b) $\frac{\sin (\alpha + 45^\circ)}{\sin 45^\circ \cdot \sin \alpha}$.
 Ցուցում. $1 = \operatorname{tg} 45^\circ = \operatorname{ctg} 45^\circ$.
16. $\frac{\sin (\beta + \alpha)}{\cos \alpha \cdot \sin \beta}$. 17. a) $2 \sin \left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} \right)$; b) $2 \sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)$.
18. $2 \sin \left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \sqrt{\operatorname{tg} \alpha}$.
19. a) $\sin (\alpha + \beta) \cdot \cos (\alpha - \beta)$; b) $\cos (\alpha + \beta) \cdot \sin (\alpha - \beta)$.
20. a) $\sqrt{8} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ \right)$; b) $\sqrt{8} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ \right)$.
 Ցուցում. Նախ փոխարինում ենք. $1 + \cos \alpha$ և $1 - \cos \alpha$.
21. $-4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \alpha$.
22. a) $\frac{\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}$; b) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}$.

23. a) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sin(45^\circ + \alpha)}{\cos \alpha} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}$; b) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sin(45^\circ - \alpha)}{\cos \alpha} \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$.
24. a) $\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \sin(45^\circ - \frac{\alpha}{2})}$; b) $\frac{\sin(\alpha - 45^\circ)}{\cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos(45^\circ - \frac{\alpha}{2})}$.
25. a) $4 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}$; b) $\cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}$.
- Յուշմուկ. $\sin(\alpha + \beta)$ արտահայտենք $\frac{\alpha + \beta}{2}$ -ի միջոցով:
26. $4 \cos \alpha \cdot \sin \frac{3\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$.
39. Նախ ձախ մասում արտաքսում ենք γ անկյունը, ստացված արտահայտությունը ձևափոխում ենք ու նորից մուծում γ անկյունը:
40. 39-րդ խնդրի ձևով:
41. $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = -\operatorname{tg} \gamma$ հավասարություն մեջ բաց ենք անում փակագծերը և ազատվում հայտարարից:
42. Կիրառելով 39-րդ խնդրի լուծման ձևը, հավասարություն ձախ մասը նախ ձևափոխում ենք այսպես. $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta} = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$; վորոշ ձևափոխություններից հետո ստանում ենք $\frac{\cos \alpha \cos \beta (\sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta) + 1}{\sin \alpha \sin \beta \sin(\alpha + \beta)}$ կային.
43. $\operatorname{ctg}(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}) = 1 : \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}$ հավասարություն մեջ բաց ենք անում փակագծերը և ազատվում հայտարարներից:
44. 43-րդ խնդրի ձևով:
45. $\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = -\operatorname{ctg} \gamma$ հավասարություն մեջ բաց ենք անում փակագծերը և ազատվում հայտարարից:
46. 39-րդ խնդրի լուծման ձևով նախ կստանանք $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2(\alpha + \beta)$, ապա բաց անելով փակագծերն ու փոխարինելով $\sin^2 \alpha$ -ն ու $\sin^2 \beta$ -ն $1 - \cos^2 \alpha$ և $1 - \cos^2 \beta$ -ով և այլն:
47. Նախորդ խնդրի ձևով:
48. 39-րդ խնդրի ձևով նախ ստանում ենք $2 \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) - 2 \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \beta)$ և այլն:
49. Լուծվում է նախորդ խնդրի ձևով:
50. $4 \sin(15^\circ + \frac{\alpha}{2}) \cdot \cos(15^\circ - \frac{\alpha}{2})$. 51. $4 \sin(\frac{\alpha}{2} + 30^\circ) \cdot \sin(\frac{\alpha}{2} - 30^\circ)$.
52. $4 \cos(30^\circ + \frac{\alpha}{2}) \cdot \sin(30^\circ - \frac{\alpha}{2})$.
53. a) $4 \cos(22^\circ 30' + \frac{\alpha}{2}) \cdot \cos(22^\circ 30' - \frac{\alpha}{2})$;
b) $\sqrt{8} \cdot \cos(\frac{\alpha}{2} + 22^\circ 30') \cdot \sin(\frac{\alpha}{2} - 22^\circ 30')$.
54. $3 - 4 \sin^2 \alpha = 4(\sin^2 60^\circ - \sin^2 \alpha) = 4 \sin(60^\circ + \alpha) \cdot \sin(60^\circ - \alpha)$.
55. $4 \sin(\alpha + 30^\circ) \cdot \sin(\alpha - 30^\circ)$ 56. $\frac{4 \sin(30^\circ + \alpha) \cdot \sin(30^\circ - \alpha)}{\cos^2 \alpha}$.

57. $\frac{4 \sin(\alpha + 30^\circ) \cdot \sin(\alpha - 30^\circ)}{\sin^2 \alpha}$.
58. $4 \cos \alpha \cdot \cos(30^\circ + \frac{\alpha}{2}) \cdot \cos(30^\circ - \frac{\alpha}{2})$.
59. a) $4 \sin 2\alpha \cdot \cos(\frac{\alpha}{2} + 30^\circ) \cdot \cos(\frac{\alpha}{2} - 30^\circ)$;
b) $4 \cos 2\alpha \cdot \sin(30^\circ + \frac{\alpha}{2}) \cdot \sin(30^\circ - \frac{\alpha}{2})$.
60. 1) $\frac{a}{\cos \varphi} \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{b}{a}$; 2) $p \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2} = \sqrt{q} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \cdot \sin \varphi = \frac{2\sqrt{q}}{p}$.
61. Դուրս բերելով a -ն փակագծից և ընդունելով $\frac{b}{a} = \cos \varphi$, կստանանք:
1) $\operatorname{ctg}^2 \frac{\varphi}{2}$; 2) $2\sqrt{a} \cdot \sin(45^\circ + \frac{\varphi}{2})$; 3) $2 \operatorname{cosec} \varphi$.
62. $x = \sqrt{(a+b)^2 - 2ab(1 + \cos \alpha)} = \dots = (a+b) \cdot \cos \varphi$, ընդվորում $\sin \varphi = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$.
63. $x = 90^\circ \cdot n$; $90^\circ + 180^\circ \cdot n$. 64. $x = 36^\circ + 72^\circ \cdot n$; $60^\circ + 120^\circ \cdot n$.
65. $x = \frac{\pi}{2} \cdot n$; $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}$ 66. $x = 120^\circ \cdot n$; $360^\circ \cdot n$.
67. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \cdot n$.
68. $\sqrt{2} \cdot \sin(x + 45^\circ) = 1$; $x = 360^\circ \cdot n$; $90^\circ + 360^\circ \cdot n$.
Վարձուքյուն. Տված հավասարումը լուծեցիք նրա լերկու մասն ել քառակուսի բարձրացնելով և ստացված արմատների ($x = 90^\circ \cdot n$) մեջ գտեք կողմնակի արմատները:
69. $x = -\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$. 70. $x = 9^\circ + 180^\circ \cdot n$; $81^\circ + 180^\circ \cdot n$.
71. $x = 33^\circ 45' + 90^\circ \cdot n$.
72. $x = 7^\circ 30' + 90^\circ \cdot n$; $37^\circ 30' + 90^\circ \cdot n$ կամ $x = \frac{\pi}{4} \cdot n + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{24}$.
73. $x_1 = x_2 = 22^\circ 30' + 90^\circ \cdot n$. 74. $x = 45^\circ + 90^\circ \cdot n$; $\pm 60^\circ + 360^\circ \cdot n$.
75. $x = \frac{\pi}{2} \cdot n$; $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$.
76. 2 77. ∞ . 78. 0. 79. 1. 80. -1. 81. $-\frac{1}{2}$.
82. 2. 83. 0. 84. $2 \sin^2 \alpha$.
85. $\pm \infty$. Յուշմուկ. $1 - \sin 2\alpha = (\cos \alpha - \sin \alpha)^2$.
86. 2. 87. $\pm \infty$. 88. 0. 89. $\cos \alpha$. 90. $\sec^2 \alpha$.

§ 12.

1. e) 9,55800—10; d) 9,86558—10; e) 9,90237—10; f) 8,38433—10.
2. c) 9,85029—10; d) 9,66015—10; e) 9,93747—10; f) 7,83786—10.
3. b) 9,46110—10; e) 0,45605; d) 9,39691—10; e) 8,18143—10; f) 1,83950.
4. b) 0,42850; c) 9,35098—10; d) 9,99985—10; e) 8,54465—10; f) 2,34129.
5. c) $28^\circ 12' 55''$; d) $59^\circ 13' 43''$; e) $48^\circ 35''$; f) $25^\circ 16''$.
6. c) $27^\circ 2' 50''$; d) $45^\circ 1' 18''$; e) $50^\circ 28''$; f) $89^\circ 20' 40''$.

7. c) $16^{\circ}6'51''$; d) $50^{\circ}3'3''$; e) $45^{\circ}36''$; f) $7'32''$.
 8. c) $22^{\circ}55'18''$; d) $77^{\circ}41'38''$; e) $45^{\circ}12''$; f) $89^{\circ}25'37''$.
 9. a) 0,34202; b) 0,67420; c) 3,7347; d) 229,18; e) 1,3054; f) 1,2514.
 10. a) -0,76603; b) 0,93970; c) -2,7726; d) -0,18093; e) -5,7588; f) 1,567.
 11. a) $34^{\circ}51'$; b) $67^{\circ}5'12''$; c) $75^{\circ}57'50''$; d) $5^{\circ}42'38''$; e) $48^{\circ}11'21''$;
 f) $22^{\circ}9'53''$; g) $9^{\circ}50'48''$; h) $20^{\circ}18'52''$.
 12. $27^{\circ}2'10''$; $152^{\circ}57'50''$. 13. 223° ; 317° .
 14. $40^{\circ}20'49''$; $319^{\circ}39'11''$. 15. $124^{\circ}40'$; $235^{\circ}20'$.
 16. $26^{\circ}30'$; $206^{\circ}30'$. 17. $111^{\circ}57'38''$; $291^{\circ}57'38''$.
 18. $11^{\circ}18'35''$; $191^{\circ}18'35''$. 19. $126^{\circ}10'$; $306^{\circ}10'$.
 20. $86^{\circ}10'39''$; $273^{\circ}49'21''$. 21. $113^{\circ}34'41''$; $246^{\circ}25'19''$.
 22. $5^{\circ}44'21''$; $174^{\circ}15'39''$. 23. $231^{\circ}3'30''$; $308^{\circ}56'30''$.
 24. $74^{\circ}25'15''$. 25. $35^{\circ}38'29''$ 26. $56^{\circ}1'$.
 27. $-23^{\circ}14'50''$. 28. $164^{\circ}16'40''$. 29. $-15^{\circ}24'37''$.
 30. $28^{\circ}21'32''$. 31. $-54^{\circ}6'$. 32. 103,69.
 33. -0,47985. 34. 0,0010936. 35. $x=4,7106$.
 36. $x=0,23076$. 37. $x=342,42$. 38. $x=-1,2062$.
 39. $x=0,61701$. 40. $x=32,396$.
 41. $\frac{b}{a} \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi$; $x = a \cdot \sin \alpha \cdot \sec \varphi = 0,009327$.

	a	b	c	A	B	S
42.	8,49	3,917	(9,35)	(65°14')	24°46'	16,628
43.	250,02	575	(627)	(23°30')	66°30'	71,880
44.	0,73233	0,31680	(0,79792)	(66°36'24'')	23°23'36''	0,11600
45.	2,7912	2,3418	(3,6435)	(50°0'12'')	39°59'48''	3,2683
46.	(6,37)	79,46	79,715	(4°35)	85°25'	253,08
47.	(18,003)	16,788	24,616	47°	(43°)	151,12
48.	0,12592	(0,1738)	0,21462	(35°55'24'')	54°4'36''	0,0 0942
49.	0,6158	(0,29544)	0,6830	64°22'12''	(25°37'48'')	0,090966
50.	(16)	63	(65)	14°15'	75°45'	504
51.	112	(15)	(113)	82°22'19''	7°37'41''	840
52.	(528)	455	(697)	49°14'49''	40°45'11''	120,120
53.	1499,2	823	(17,0,2)	61°14'5''	28°45'55''	6169,0
54.	(261)	(380)	461	34°29'	55°31'	49,590
55.	(156)	(133)	205	49°33'	40°27'	10,374
56.	(0,097836)	(0,10003)	0,13993	44°21'53''	45°38'7''	0,0048933
57.	(12,007)	(6,9194)	13,858	60°2'44''	29°57'16''	41,54

58. $B=46^{\circ}47'12''$; $b=633,6$; $S=\frac{a^2}{2} \cdot \sin 2A=232 010$.

59. $A=23^{\circ}30'$; $b=1150$; $S=\frac{a^2}{2} \cdot \sin B=143 760$

60. $B=60^{\circ}29'20''$; $a=15,343$; $S=\frac{b^2}{4} \cdot \operatorname{tg} A=105,13$.

61. $A=64^{\circ}24'30''$; $a=3,4$; $S=\frac{b^2}{4} \cdot \operatorname{ctg} \frac{B}{2}=15,957$.

62. $A=37^{\circ}9'36''$; $B=105^{\circ}40'48''$; $S=36,917$.

63. $A=57^{\circ}19'45''$; $B=65^{\circ}20'30''$; $a=857$; $S=\frac{b}{2} \cdot h=333,730$.

64. $B=48^{\circ}40'$; $b=h_1 \cdot \sin A=21,95$; $a=h_1 \cdot \sin 2A=26,636$;

$S=\frac{1}{2} a h_1=\frac{1}{2} h_1^2 \cdot \sin 2A=266,36$.

65. $\operatorname{tg} A=S:\left(\frac{b}{2}\right)^2$; $A=24^{\circ}36'$; $B=130^{\circ}48'$; $a=\frac{b}{2} \cdot \cos A=71,883$.

66. $A=53^{\circ}29'53''$; $a=\sqrt{2S \cdot \sin B}=306,9$; $b=365,12$.

67. $B=34^{\circ}26'44''$; $a=p:2 \cos^2 \frac{A}{2}=15,682$; $b=9,2864$;

$S=\left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \operatorname{tg} A=63,55$.

68. $A=73^{\circ}23'54''$; $B=33^{\circ}12'12''$; $a=30,219$; $b=17,267$.

69. $B_1=34^{\circ}51'$; $B_2=145^{\circ}9'$; $A_1=72^{\circ}34'30''$; $A_2=17^{\circ}25'30''$;

$b_1=8,385$; $b_2=26,715$.

Տնայնութ. B անկյան համար ունենք $\sin B \dots$ և $0 < B < 180^{\circ}$, իսկ այս
 տարածանքում սինուսը տալիս է յերկու անկյուն: Լուծման լերկվումը
 բացառեցե՛ք նաև յերկրաչափորեն:

§ 13.

	a	b	c	A	B	C	S
1.	(370)	541	421	43°12'4''	(86°3')	(50°55'36'')	77,700
2.	(450)	85	445	(87°55')	(10°52'51'')	81°12'9'	18,900
3.	(951)	1196	353	39°35'52''	(126°43')	(13°41'8')	134,550
4.	(97,515)	83	36	(102°48)	56°6'	(21°6)	1456,9
5.	3,688	(13,024)	10,200	(11°48'45'')	(133°42'15'')	34°29'	13,597
6.	13,311	5,337	(15,948)	51°38'31''	(18°19'29')	110°2'	33,372
7.	(510)	(317)	533	63°23'8'	35°18'	(76°18'52'')	78,540
8.	(225)	(800)	634,14	12°15'6''	131°0'54''	(36°44')	53,829
9.	(2,296)	1,183	(1,637)	104°53'51''	(29°51'46')	45°14'23'	0,96432
10.	62,154	(28)	(42)	(12,°)	21°55'43'	34°4'12''	487,48
11.	(30,986)	74,55	(69,014)	24°32'22''	(87°47'16')	67°40'22''	1068,4
12.	43,922	(40,326)	(32,114)	(73°40')	61°46'24''	44°33'36''	621,4

	a	b	c	A	B	C	S
13.	(87)	(65)	76	(75°45')	46°23'50"	57°51'10"	2,394
14.	(34)	(93)	115,28	(14°15')	42°19'21"	123°25'39"	1319,5
15.	(24)	(83)	65	(26°45')	137°40'39"	28°42'1"	744
16.	615,67	(360)	(309)	133°47'41"	24°57'54"	(21°14'25")	40,147
17.	55,41	7,109	(8,425)	3°43'29"	155°26"		3613,3
18.	(13,897)	(1,2957)	1,7245	(126°42'36")	24°12'40"	29°4'44"	24,008
19.	(0,4366)	20,714	(8,136)	3°41'46"	(11°3'20")	165°14'54"	0,072188
20.	(13,807)	6,0076	(215,4)	25°20'32"	140°25'56"	(14°36'32")	36,067
21.	240,48	(263,09)	59°21'	154°39'28"	10°44'		10,460
22.	(19,058)	(28,193)	36,298	(31°16'47")	(70°14'42")	50°24'18"	24,376
23.	(457,08)	(169,93)	11,892		50°11'6"	98°32'7"	265,63
24.	(2579,8)	2573,4	(10)	(130°21'35")	129°48'4"	18°54'19"	87,044
25.	(19)	(34)	(49)	16°25'33"	30°24'	133°10'24"	235,56
26.	(34)	(321)	(395)	7°57'43"	29°58'34"	142°3'42"	8782,6
27.	(44)	(485)	(485)	5°12'18"	84°47'40"	90°	10,626
28.	(0,099)	(0,101)	(0,158)	37°22'20"	38°15'42"	104°22'	0,0043432
29.	(172,5)	(134,7)	(1205,4)	7°42'52"	62°0'20"	110°16'44"	91,802
30.	(421,63)	(409,87)	(335,94)	68°1'12"	64°20'52"	47°38'	63,841
31.	(1,2345)	(2,3456)	(3,4567)	10°0'30"	20°56'26"	148°13'8"	0,76257

31. $C=18^{\circ}26'16''$; $a=2R \cdot \sin A=14,557$; $b=2R \cdot \sin B=11,828$;
 $c=2R \cdot \sin C=5,012$; $S=2R^2 \cdot \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C=27,228$.

32. $C=119^{\circ}30'57''$; $a=\sqrt{\frac{2S \cdot \sin A}{\sin B \cdot \sin C}}=20,865$; $b=55,293$;
 $c=68,04$.

33. $A=59^{\circ}41'$; $c=\frac{h}{\sin B}=5,9344$; $b=\frac{h_a}{\sin C}=59,92$;
 $a=\frac{h_a \cdot \sin A}{\sin B \cdot \sin C}=57,154$; $S=\frac{h_a^2}{2} \cdot \frac{\sin A}{\sin B \cdot \sin C}=153,48$.

34. $A=77^{\circ}4'$; $c=\frac{l_a}{\sin B} \cdot \cos \frac{B-C}{2}=0,52271$;
 $b=\frac{l_a}{\sin C} \cdot \cos \frac{B-C}{2}=6,7127$; $a=\frac{l_a \cdot \sin A}{\sin B \cdot \sin C} \cdot \cos \frac{B-C}{2}=6,6154$;
 $S=\frac{l_a^2}{2} \cdot \frac{\sin A}{\sin B \cdot \sin C} \cdot \cos^2 \frac{B-C}{2}=1,7099$.

35. $a=\frac{m}{2} \cdot \sin A \sec \frac{C}{2} \cdot \sec \frac{A-B}{2}$; $b=\frac{m}{2} \cdot \sin B \sec \frac{C}{2} \cdot \sec \frac{A-B}{2}$;
 $c=m \cdot \sin \frac{C}{2} \cdot \sec \frac{A-B}{2}$; $S=\frac{m^2}{4} \cdot \sin A \sin B \cdot \operatorname{tg} \frac{C}{2} \sec^2 \frac{A-B}{2}$; $C=69^{\circ}20'$;
 $a=289,9$; $b=198,9$; $c=287,93$; $S=26,976$.

Յուցման. $m=2R(\sin A + \sin B)=\dots$, վերանշման հնք
 $2R$ -ը, ապա $2R$ -ի ոգնությունը կազմում ենք կողմերի արտահայտություն-
 ները:

36. $C=5^{\circ}$; $a=\frac{n}{2} \cdot \sin A \cdot \operatorname{cosec} \frac{A-B}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{C}{2}=34,07$;
 $b=\frac{n}{2} \sin B \cdot \operatorname{cosec} \frac{A-B}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{C}{2}=11,07$; $c=n \cdot \cos \frac{C}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{A-B}{2}=28,981$;

$S=\frac{n^2}{4} \sin A \cdot \sin B \cdot \operatorname{ctg} \frac{C}{2} \cdot \operatorname{cosec}^2 \frac{A-B}{2}=152,56$.

37. $C=19^{\circ}10'$; $c=m:2 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A-B}{2}=0,75577$; $b=1,9583$; $a=2,2471$;

$S=0,72235$. Յուցման. $m=c(\sin A + \sin B)=\dots$

38. $A=53^{\circ}7'46''$; $a=n:2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C-B}{2}=232$; $b=210$; $c=286$;

$S=24024$.

39. $C=102^{\circ}52'$; $a=p \cdot \sin \frac{A}{2} \sec \frac{B}{2} \sec \frac{C}{2}=80,22$;

$b=p \cdot \sin \frac{B}{2} \sec \frac{A}{2} \sec \frac{C}{2}=152,81$; $c=p \cdot \sin \frac{C}{2} \sec \frac{A}{2} \sec \frac{B}{2}=187,74$;

$S=p^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{B}{2} \operatorname{tg} \frac{C}{2}=5975,1$.

Յուցման. 1-ին յեղանակը՝ $2p=2R(\sin A + \sin B + \sin C)=$

$=8R \cdot \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$ առանցիկ $2R=\frac{P}{\cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}}$ վերից և

ոգնություն ենք հաշվումների ժամանակ և վերի ոգնությունը կազմում ենք
 կողմերի և ապա մակերեսի արտահայտությունները:

2-րդ յեղանակը. AC կողմի շարունակությունների վրա վերցնում ենք
 $CE=CB$ և $AD=AB$ և միացնում ենք D և E կետերը B կետի հետ: DBE
 յեռանկյան մեջ $DE=2p$, $\angle D=\frac{A}{2}$ և $\angle E=\frac{C}{2}$; BE -ն վերջնական համար ու-

նենք ($\triangle DBE$ -ից): $BE:2p=\sin \frac{A}{2}:\sin\left(\frac{A}{2}+\frac{C}{2}\right)=\sin \frac{A}{2}:\cos \frac{B}{2}$ և նույն

յեղանակով կվերջնական a -ն b -ն c -ն:

40. $C=118^{\circ}4'22''$; $c=r \cdot \cos \frac{C}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{B}{2}$;

$b=r \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{C}{2}$; $a=r \cdot \cos \frac{A}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{B}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{C}{2}$;

$S=r^2 \cdot \operatorname{ctg} \frac{A}{2} \operatorname{ctg} \frac{B}{2} \operatorname{ctg} \frac{C}{2}$.

Հաշվումների համար ավելի հարմար և ոգավել կողմերի այն հատված-
 ներից (x , y , z) վերոնք հաշված են գաղաթներից (A , B , C) միջև շոշափ-
 ման կետերը. այդ դեպքում կստանանք՝ $x=25$, $y=14$ և $z=3$, վերից հետո
 գտնում ենք՝ $a=z+y=17$; $b=z+x=28$; $c=x+y=39$ և $S=(x+y+z) \cdot r=$
 $=42 \cdot 5=210$:

41. $A=33^{\circ}52'22''$; $C=98^{\circ}7'38''$; $a=0,69272$; $b=0,92364$; $S=0,8167$.
 42. $C=47^{\circ}26'25''$; $B=37^{\circ}3'35''$; $b=38,452$; $c=47$; $S=899,48$.
 43. $A_1=75^{\circ}45'$; $C_1=87^{\circ}11'$; $a_1=220,16$; $b_1=66,663$; $S_1=7329,7$;
 $A_2=104^{\circ}15'$; $C_2=58^{\circ}41'$; $a_2=257,4$; $b_2=77,94$; $S_2=8569,4$.
 44. $B=35^{\circ}53'7''$; $C=97^{\circ}46'18''$; $b=12,954$; $c=21,896$; $S=102,6$.
 45. $B=10^{\circ}1'34''$; $C=101^{\circ}15'26''$; $a=155,21$; $c=163,37$; $S=2207,3$.
 46. $A=12^{\circ}7'36''$; $C=43^{\circ}14'24''$; $b=166,47$; $c=138,6$.
 47. $A=100^{\circ}24'56''$; $B=50^{\circ}12'28''$; $C=29^{\circ}22'36''$; $c=15,961$; $S=196,22$.
 48. $A=38^{\circ}49'10''$; $B=19^{\circ}17'52''$; $C=121^{\circ}52'58''$; $a=23,9$; $b=12,6$;
 $c=32,374$; $S=127,85$.
 49. $A=126^{\circ}43'1''$; $B=39^{\circ}35'51''$; $a=1196$; $b=951$; $S=13,455$.

Յուցմունք. $\frac{a+b}{c} = \frac{\cos \frac{1}{2}(A-B)}{\sin \frac{1}{2}C}$; այստեղից $\cos \frac{A-B}{2} = \frac{m}{c} \cdot \sin \frac{C}{2}$, վերի ոգ-

նությամբ վորոշում ենք $\frac{A-B}{2}$; իսկ գիտենալով $\frac{A+B}{2}$ և $\frac{A-B}{2}$, գըա-
 նում ենք A և B .

50. $A=31^{\circ}30'32''$; $B=44^{\circ}49'28''$; $a=22,479$; $b=16,022$; $S=145,06$.
 51. $B=41^{\circ}4'50''$; $C=36^{\circ}17'10''$; $a=8,5556$; $b=5,7616$; $S=14,586$.

Յուցմունք. 1-ին յեղանակ. Մուլվեյդի առաջին բանաձևով ունենք. $\frac{m}{c} =$

$$\frac{\cos \frac{1}{2}(A-B)}{\cos \frac{1}{2}(A+B)}; \text{ այստեղից } \frac{m+c}{m-c} = \frac{2 \cos \frac{1}{2}A \cdot \cos \frac{1}{2}B}{2 \sin \frac{1}{2}A \cdot \sin \frac{1}{2}B} = \operatorname{ctg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{B}{2},$$

վորը հնարավորութուն է տալիս վորոշել B -ն:

2-րդ յեղանակ. Բազմադասիկելով հետևյալ բանաձևերը.

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}} \text{ և } \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}}, \text{ կստանանք.}$$

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{p-c}{p}, \quad \frac{p-c}{p} = \frac{2(p-c)}{2p} = \frac{a+b-c}{a+b+c} = \frac{m-c}{m+c}.$$

52. $B=37^{\circ}43'46''$; $C=63^{\circ}36'14''$; $a=16,58$; $b=10,347$; $S=76,832$.

Յուցմունք. 1-ին յեղանակ. Մուլվեյդի յերկրորդ բանաձևով ունենք.

$$\frac{n}{c} = \frac{\sin \frac{1}{2}(A-B)}{\sin \frac{1}{2}(A+B)}; \text{ այստեղից } \frac{c+n}{c-n} = \frac{2 \sin \frac{1}{2}A \cdot \cos \frac{1}{2}B}{2 \cos \frac{1}{2}A \cdot \sin \frac{1}{2}B} = \operatorname{tg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{B}{2},$$

վորը հնարավորութուն է տալիս վորոշել B անկյունը:

2-րդ յեղանակը. բաժանելով $\operatorname{tg} \frac{A}{2}$ -ը $\operatorname{tg} \frac{B}{2}$ -ի վրա, կստանանք $\operatorname{tg} \frac{A}{2} : \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{p-b}{p-a}$, բայց

$$\frac{p-b}{p-a} = \frac{2(p-b)}{2(p-a)} = \frac{c+a-b}{c+b-a} = \frac{c+n}{c-n}.$$

53. $A=115^{\circ}39'32''$; $B=25^{\circ}39'32''$; $C=38^{\circ}40'56''$; $a=9,996$; $b=4,802$;
 $c=6,931$.

54. $A=26^{\circ}33'54''$; $B=30^{\circ}4'31''$; $C=123^{\circ}21'35''$; $a=h_c : \sin B=71,837$;
 $c=h_b : \sin A=134,16$; $b=c \cdot 0,6=80,496$; $S=0,5 \cdot c \cdot h_c=2414,9$.

Յուցմունք. $\operatorname{tg} A=0,5$; $b:c=h_c:h_b=3:5$.

55. $A=27^{\circ}16'17''$; $B_1=63^{\circ}42'$; $C_1=89^{\circ}1'43''$; $c_1=50,189$; $S_1=517,43$;
 $B_2=116^{\circ}18'$; $C_2=36^{\circ}25'43''$; $c_2=29,807$; $S_2=307,3$.

56. $B=11^{\circ}25'16''$; $A_1=55^{\circ}1'27''$; $C_1=113^{\circ}33'17''$; $c_1=134,25$; $S_1=$
 $=0,5 \cdot c_1 \cdot h_c=1595$; $A_2=124^{\circ}58'33''$; $C_2=43^{\circ}36'11''$; $c_2=101$; $S_2=1200$.

57. $C_1=30^{\circ}$; $B_1=103^{\circ}3'52''$; $A_1=46^{\circ}56'8''$; $c_1=4,1063$; $C_2=150^{\circ}$;
 $B_2=17^{\circ}11'32''$; $A_2=12^{\circ}48'28''$; $c_2=13,533$ (լուծման յերկվումթյունը

բացատրեցեք դժագրով):

58. $A=30^{\circ}24'$; $B=99^{\circ}45'20''$; $C=49^{\circ}50'40''$; $a=50,32$; $S=1884,5$.

59. $A=83^{\circ}24'48''$; $B=36^{\circ}35'12''$; $C=60^{\circ}$; $c=17,436$; $S=103,92$.

Յուցմունք. Նախ շարունակում ենք CD միջնագիծը $DE=CD$ հեռավորու-
 թյան վրա և, միացնելով B և E կետերը, CBE յեռանկյունից վորոշում
 CBE անկյունը:

60. $A=127^{\circ}10'3''$; $B=32^{\circ}5'22''$; $C=20^{\circ}44'32''$; $a=h_b : \sin C=33,882$;
 $b=h_a : \sin C=22,588$; $c=h_a : \sin B=15,059$; $S=135,53$.

Յուցմունք. ունենք $a:b:c = \frac{2S}{8} : \frac{2S}{12} : \frac{2S}{18} = 9:6:4$, վորը հնարավորութուն է
 տալիս վորոշել անկյունները:

61. $A=125^{\circ}10'52''$; $B=27^{\circ}7'27''$; $C=17^{\circ}41'41''$; $a=64,933$; $S=414,47$.

Յուցմունք. Բազմադասիկելով յեռանկյունների մակերեսները կունենանք $\frac{bc}{2} \cdot \sin A =$

$$= \frac{bl_a}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} + \frac{cl_a}{2} \cdot \sin \frac{A}{2}, \text{ այստեղից դանում ենք } \cos \frac{A}{2} = \frac{(b+c)l_a}{2bc}.$$

§ 14.

1. a) $x=30^{\circ}+360^{\circ} \cdot n$; $150^{\circ}+360^{\circ} \cdot n$ կամ $x=n\pi+(-1)^n \frac{\pi}{6}$; b) $x=30^{\circ}$,
 150° կամ $x=\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$.

2. a) $x=\pm 51^{\circ}49'37''+360^{\circ} \cdot n$; b) $x=51^{\circ}49'37''$; $308^{\circ}10'23''$.

3. a) $x=\pm 72^{\circ}+360^{\circ} \cdot n$; $\pm 144^{\circ}+360^{\circ} \cdot n$ կամ $x=\pm \frac{2\pi}{5}+2\pi n$; $\pm \frac{4\pi}{5}+$
 $+2\pi n$; b) $x=72^{\circ}, 144^{\circ}, 216^{\circ}, 288^{\circ}$ կամ $x=\frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{8\pi}{5}$.

4. a) $x=-45^{\circ}+180^{\circ} \cdot n$ կամ $x=-\frac{\pi}{4}+\pi n$; b) $x=135^{\circ}, 315^{\circ}$ կամ
 $x=\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$.

5. a) $x=\pm 60^{\circ}+180^{\circ} \cdot n$ կամ $x=\pm \frac{\pi}{3}+\pi n$; b) $x=60^{\circ}, 120^{\circ}, 240^{\circ}$,
 300° կամ $x=\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$.

6. a) $x=180^{\circ} \cdot n$; $\pm 60^{\circ}+360^{\circ} \cdot n$ կամ $x=\pi n$; $\pm \frac{\pi}{3}+2\pi n$; b) $x=0$,
 $60^{\circ}, 180^{\circ}, 300^{\circ}, 360^{\circ}$ կամ $x=0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$.

7. a) $x=90^{\circ}+180^{\circ} \cdot n$; $19^{\circ}28'17''+360^{\circ} n$; $160^{\circ}31'43''+360^{\circ} n$;
 b) $x=19^{\circ}28'17''$; $90^{\circ}, 160^{\circ}31'43''$; 270° .

8. a) $x = \pm 45^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 135^\circ + 360^\circ \cdot n = 45^\circ + 90^\circ \cdot m$ *կամ* $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n$; $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot m$; b) $x = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ *կամ* $x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$.
9. a) $x = 10^\circ + 120^\circ \cdot n$; $50^\circ + 120^\circ \cdot n$ *կամ* $x = \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3} \cdot n$; $\frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi}{3} \cdot n$; b) $x = 10^\circ, 50^\circ, 130^\circ, 170^\circ, 250^\circ, 290^\circ$ *կամ* $x = \frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{18}, \frac{13\pi}{18}, \frac{17\pi}{18}, \frac{25\pi}{18}, \frac{29\pi}{18}$.
10. a) $x = 112^\circ 30' + 450^\circ \cdot n$ *կամ* $x = \frac{5\pi}{8} + \frac{5\pi}{2} \cdot n$; b) $x = 112^\circ 30'$ *կամ* $x = \frac{5\pi}{8}$.
11. a) $x = 90^\circ (6n \pm 1)$ *կամ* $x = \frac{\pi}{2} (6n \pm 1)$; b) 90° *կամ* $\frac{\pi}{2}$.
12. a) $x = 4\pi (3n \pm 1)$; b) *վոչ*.
13. 1) $\alpha - \beta = 180^\circ \cdot 2n$; $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot (2n + 1)$; 2) $\alpha \pm \beta = 360^\circ \cdot n$; 3) $\alpha - \beta = 180^\circ \cdot n$; 4) $\alpha - \beta = 180^\circ \cdot n$; 5) $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot 2n$; $\alpha - \beta = 180^\circ \cdot (2n + 1)$; 6) $\alpha \pm \beta = 180^\circ \cdot (2n + 1)$; 7) $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot n$; 8) $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot n$; 9) $\alpha \pm \beta = 90^\circ + 360^\circ \cdot n$; 10) $\alpha \pm \beta = 270^\circ + 360^\circ \cdot n$; 11) $\alpha + \beta = 90^\circ + 180^\circ \cdot n$; 12) $\alpha - \beta = 90^\circ + 180^\circ \cdot n$.
- Ցուցմունք. Հավասարության բոլոր անդամները հավաքելով մի կողմ, առաջին մասը փոխարինում ենք արտադրյալով կամ կոտորակով:
14. $9^\circ (2k + 1)$. 15. $180^\circ k$. 16. $60^\circ (2k + 1)$.
17. $\sin 2x = \frac{a}{b-a}$. Հավասարումը ունի արմատներ չեթե $a \leq \frac{b}{2}$.
18. $\frac{k}{p+q} \cdot 180^\circ$. 19. $45^\circ (4k - 1)$ և $22^\circ 30' (4k + 3)$.
20. $36^\circ k$ և $45^\circ k$. 21. $x = \arctg \left(-\frac{b}{a} \right) + 180^\circ n$.
22. $(2k + 1) \cdot 90^\circ$ և $180^\circ k + 45^\circ$. 23. $(-1)^n \arcsin \frac{-2 \pm \sqrt{54}}{10} + 180^\circ n$.
24. $\pm 2 \arcsin \frac{\sqrt{17}-1}{4} + 720^\circ n$. 25. $180^\circ k + (-1)^k 30^\circ - \frac{\pi}{2}$.
26. $90^\circ k$ և $\pm 120^\circ + 360^\circ k$. 27. $180^\circ k$.
28. $\operatorname{tg} x_1 = \operatorname{tg} x_2 = \frac{a}{b}$.
30. $x_1 = 126^\circ 52' 12'' + 360^\circ \cdot n$; $x_2 = -151^\circ 55' 40'' + 360^\circ \cdot n$.
31. $x = 360^\circ \cdot n$; $-126^\circ 52' 12'' + 360^\circ n$.
32. $x = 31^\circ 58' 41'' \pm 16^\circ 20' + 360^\circ \cdot n$.
33. $x = 15^\circ + 360^\circ \cdot n$; $105^\circ + 360^\circ \cdot n$. Ցուցմունք. Հավասարության յեղկու մասն հի բաժանել 2-ի վրա, կստանանք՝ $\cos (x - 60^\circ) = \cos 45^\circ$.
34. $x_1 = x_2 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n$. 35. $x = 180^\circ \cdot n$; $45^\circ + 180^\circ \cdot n$.
36. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$.

37. $x = \pm 60^\circ + 360^\circ \cdot n$. Ցուցմունք. Հավասարման բոլոր անդամները հավաքելով մի կողմը, և միացնելով մի կոտորակի մեջ, կրճատում ենք այն $1 + \sin x \cdot n$:
38. $x = 10^\circ 9' 40'' + 180^\circ \cdot n$; $79^\circ 50' 20'' + 180^\circ \cdot n$.
39. $\frac{\pi}{4} + x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$. 40. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\frac{\pi}{6} + \pi n$; $\frac{\pi}{3} + \pi n$.
41. $x = \pm 60^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 120^\circ + 360^\circ \cdot n = \pm 60^\circ + 180^\circ \cdot m$.
42. $x = 75^\circ + 180^\circ \cdot n$; $15^\circ + 180^\circ \cdot n$. 43. $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b \cdot \operatorname{tg} c$.
44. $x = 180^\circ \cdot n$; $\pm 60^\circ + 180^\circ \cdot n = 60^\circ \cdot m$.
45. $x = -15^\circ + 180^\circ \cdot n$; $-75^\circ + 180^\circ \cdot n$.
46. $x = 60^\circ \cdot n$; $15^\circ + 30^\circ \cdot n$.
47. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$; $-\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$. 48. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n$.
49. $x_1 = x_2 = 90^\circ + 180^\circ \cdot n$; $x_3 = 45^\circ + 90^\circ \cdot n$.
50. $x = \pm 18^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 162^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 54^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 126^\circ + 360^\circ \cdot n = 180^\circ \cdot m \pm 18^\circ$; $180^\circ \cdot m \pm 54^\circ$.
51. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $\pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3} \cdot n$. Ցուցմունք. $\cos 4x + \cos 2x$ փոխարինել առաջի յալով:
52. $x = 120^\circ \cdot n$; $-90^\circ + 360^\circ \cdot n$; $45^\circ + 180^\circ \cdot n$. Ցուցմունք. $\cos x - \cos 2x$ -ը փոխարինել արտադրյալով և $\sin 3x$ -ը վերլուծել վորպես $\sin 2 \left(\frac{3x}{2} \right)$.
53. $\cos \frac{3x}{2} = 0$; $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{b}{a}$.
54. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $\pi n + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6}$. Ցուցմունք. Փոխարինել $\sin x + \sin 3x$ և $1 + \cos 2x$ -ը արտադրյալներով և մի քանի ձևափոխություններ կատարելուց հետո ստանում ենք՝ $\cos x (1 + 2 \cos x) (1 - 2 \sin x) = 0$ հավասարումը:
55. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n$. Ցուցմունք. Տված հավասարումը վերածվում է՝ $\frac{\cos 2x}{\sin 3x \cdot \cos x} = 0$, հավասարմանը:
56. $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{17}-1}{4}$; $x = \pm 77^\circ 20' 12'' + 720^\circ \cdot n$.
57. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi n$.
58. $x = \frac{\pi}{2} \cdot n + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{12}$. Ցուցմունք. Առաջին մասը փոխարինում ենք՝ $\left(\frac{4}{\sin^2 x} \right)$ կոտորակով:
59. $\cos x_1 = \cos x_2 = \frac{1}{3}$; $x_1 = x_2 = \pm 70^\circ 31' 43'' + 360^\circ \cdot n$.
60. $x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi n$; $x_2 = x_3 = \pi n$.
Ցուցմունք. $1 + \sin 2\alpha = (\cos \alpha + \sin \alpha)^2$.
61. $x_1 = x_2 = 90^\circ \cdot n$; $x_3 = \pm 30^\circ + 180^\circ \cdot n$ *կամ* $x = 90^\circ \cdot n$; $180^\circ \cdot n$; $30^\circ + 60^\circ \cdot n$.
Ցուցմունք. $\sin^2 3x - \sin^2 x$ -ը փոխարինում ենք արտադրյալով:
62. $x = 60^\circ \cdot n$; $\pm 35^\circ 15' 53'' + 180^\circ \cdot n$.

Յուշմուհի. Տված հավասարումը պատկերացնելով $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = -\operatorname{tg} 3x$ ձևով, $\operatorname{tg} 3x$ -ը վերլուծում ենք վորպես $\operatorname{tg} (x+2x)$, այդ դեպքում տված հավասարումը վերածվում է հետևյալ հավասարումների. 1) $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = 0$ և 2) $1 = -1: (1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 2x)$. (1) հավասարումից ստանում ենք $\sin 3x = 0$ իսկ (2) հավասարումից՝ $\operatorname{tg} x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$.

63. $x = \frac{\pi}{8} \cdot n; \frac{\pi}{4} \cdot n$.

Յուշմուհի. Յերկու մասն էլ $2n$ -ով բազմապատկելով կիրառում ենք $2 \cos \alpha \cdot \cos \beta = \cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta)$ հավասարությունը:

64. $x = 45^\circ + 180^\circ \cdot n; 90^\circ + 180^\circ \cdot n$. 65. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$.

66. $x = \pm \frac{1}{4} + \pi n$. 67. $x = \pm 60^\circ + 180^\circ \cdot n; 90^\circ + 180^\circ \cdot n$.

68. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n; \pm \frac{\pi}{6} + \pi n$. 69. $x_1 = 90^\circ + 180^\circ \cdot n; x_2 = x_3 = 90^\circ + 360^\circ \cdot n$.

70. $x_1 = \pi n; x_2 = x_3 = 2\pi n$.

71. $\operatorname{tg} x = \pm (\sqrt{2} + 1); \pm (\sqrt{2} - 1); x = \pm \frac{3}{8}\pi + \pi n; \pm \frac{\pi}{8} + \pi n = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} \cdot m$.

72. $x = 60^\circ \cdot n; 180^\circ \cdot n$.

Յուշմուհի. $\operatorname{tg} 2x$ -ը փոխարինում ենք $\frac{2 \sin x \cos x}{\cos 2x}$ -ով:

73. $x = \pi n$ 74. 1) $\sin x = 0,8 \sin y = -0,6$; 2) $\sin x = -0,6; \sin y = 0,8$.

Յուշմուհի. $\sin y = 0,2 - \sin x$ և $\cos y = -0,2 - \cos x$ հավասարումները բարձրացնում ենք քառակուսի և գումարում:

75. 1) $\cos x = \frac{1}{2}; \cos y = \frac{1}{3}$; 2) $\cos x = -\frac{1}{2}; \cos y = -\frac{1}{3}$; 3) $\cos x = \frac{1}{3}; \cos y = \frac{1}{2}$; 4) $\cos x = -\frac{1}{3}$.

Յուշմուհի. Վերցնելով տված հավասարումների գումարն ու տարբերությունը, նոր հավասարումներից արտահայտում ենք $\cos y$ -ն ու $\sin y$ -ը և նրանց քառակուսիները գումարում:

76. 1) $\operatorname{tg} x = 5 + \sqrt{34}; \operatorname{tg} y = 5 - \sqrt{34}$; 2) $\operatorname{tg} x = 5 - \sqrt{34}; \operatorname{tg} y = 5 + \sqrt{34}$.

77. $x^2 = \frac{a^2 + b^2 + 2ab \cos \varphi}{\sin^2 \varphi}$.

Յուշմուհի. Վերցնելով $\cos (\alpha + \beta) = \cos \varphi$, բաց ենք առնում փակագծերը, ապա արտահայտում ենք $\cos \alpha$ -ն և $\cos \beta$ -ն համապատասխանաբար $\sin \alpha$ և $\sin \beta$ -ով իսկ $\sin \alpha$ -ն և $\sin \beta$ -ն՝ $\frac{a}{x}$ և $\frac{b}{x}$ -ով:

78. 1) $x = 45^\circ + 180^\circ (m+n); y = 15^\circ + 180^\circ (m-n)$; 2) $x = 105^\circ + 180^\circ (m+n); y = -45^\circ + 180^\circ (m-n)$; 3) $x = -15^\circ + 180^\circ (m+n); y = -45^\circ + 180^\circ (m-n)$; 4) $x = 45^\circ + 180^\circ (m+n); y = -105^\circ + 180^\circ (m-n)$.

79. 1) $x = 21^\circ 21' 16''; y = 8^\circ 38' 44''$; 2) $x = 81^\circ 21' 16''; y = 68^\circ 38' 44''$.

80. 1) $x = 81^\circ 21' 16''; y = 21^\circ 21' 16''$; 2) $x = 21^\circ 21' 16''; y = 81^\circ 21' 16''$.

81. x -ը և y -ը վորոշվում են իրենց կիսապարբերություններից:

1) առաջին հավասարումից ունենք $\frac{x+y}{2} = \frac{\alpha}{2}$; 2) յերկրորդ հավասարումը փոխարինելով $2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = a$, կարելի է վորոշել $\frac{x-y}{2}$ -ը:

82. $x = 15^\circ 20'; y = 61^\circ 40'$.

83. x -ը և y -ը վորոշվում են դրանց գումարից և տարբերությունից. 1) $x + y$ -ը տված է; 2) $x - y$ -ը գտնում ենք յերկրորդ հավասարությունից, յերկու մասն էլ բազմապատկելով $2 \cdot n$ -ով և $2 \sin x \cdot \sin y$ -ը փոխարինում ենք $\cos (x - y) - \cos (x + y)$ -ով:

84. $x = 60^\circ; y = 11^\circ 40'$.

85. Առաջին հավասարումից ունենք $\frac{1}{2} (x + y) = \frac{1}{2} \alpha$, իսկ յերկրորդ հավասարումից գտնում ենք $\frac{\sin x + \sin y}{\sin x - \sin y} = \frac{m+n}{m-n}$ կամ $\frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (x+y)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (x-y)} = \frac{m+n}{m-n}$, վորտեղից վորոշում ենք $\frac{1}{2} (x - y)$ -ը:

86. $x = 35^\circ 46'; y = 60^\circ 52'$.

87. Յերկրորդ հավասարումը կարելի է փոխարինել $\frac{\sin (x+y)}{\cos x \cdot \cos y} = a$ վորտեղից՝ $\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{a} \sin (x+y)$ կամ $\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{a} \sin \alpha$ Այժմ մեծացնել 2 անգամ յերկու մասն էլ և $2 \cos x \cdot \cos y$ -ը փոխարինել $\cos (x+y) + \cos (x-y)$ -ով. Այն ժամանակը կարելի է լինի վորոշել $x - y$ -ը:

88. $x = 44^\circ 20' 3''; y = 13^\circ 20' 3''$.

89. Յերկրորդ հավասարումը կարելի է փոխարինել $\frac{\sin x \cdot \sin y}{\cos x \cdot \cos y} = \frac{a}{1}$ հավասարումով, վորից գտնում ենք $\frac{\cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y}{\cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y} = \frac{1+a}{1-a}$ կամ $\frac{\cos (x-y)}{\cos (x+y)} = \frac{1+a}{1-a}$, և այս հավասարման ոգնությունը վորոշում ենք $x - y$ -ը:

90. $x = 45^\circ; y = 40^\circ$.

91. Յերկրորդ հավասարումից գտնում ենք $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y} = \frac{m+n}{m-n}$ կամ $\frac{\sin (x+y)}{\sin (x-y)} = \frac{m+n}{m-n}$, վորի ոգնությունը վորոշում ենք $x - y$ -ը:

92. 1) $x = 22^\circ 25'; y = 18^\circ 39'$; 2) $x = 71^\circ 21'; y = 67^\circ 35'$.

93. $x = 180^\circ \cdot k \pm 30^\circ; y = 180^\circ \cdot k \pm 60^\circ$.

94. $\operatorname{tg} x = 1; \operatorname{tg} y = 2; \operatorname{tg} z = 3; x = 45^\circ; y = 63^\circ 26' 6''; z = 71^\circ 33' 54''$. Յուշմուհի $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y + \operatorname{tg} z = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y \cdot \operatorname{tg} z$.

95. $x = 30^\circ 57' 50''; y = 78^\circ 41' 25''; z = 70^\circ 20' 47''$. (Տես 94-րդ խնդիրը):

§ 15.

1. 1) $-\frac{\pi}{6}$; 2) $2\pi n \pm \frac{\pi}{3}$; 3) $\frac{3}{4}\pi$. 2. 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) 0; 3) $\sqrt{3}$.

3. 1) -1; 2) 1; 3) 0. 4. 1) x ; 2) $\pm \frac{3}{5}$; 3) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$.

5. 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\sqrt{3}$. 6. 1) $-\frac{\pi}{5}$; 2) $x + \pi n$; 3) $\frac{5\pi}{14}$.

7. 1) 0,6; 2) $\frac{15}{17}$; 3) $\frac{3}{4}$. 8. 1) 1; 2) $\frac{1}{2}$. 9. 1) ∞ ; 2) ∞ .

10. $\sqrt{3}$. 11. $\frac{77}{85}$. 12. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 13. $\frac{41}{49}$.

14. $2m\sqrt{1-m^2}$ 15. $\frac{47}{52}$ 16. $\frac{2m}{1+m^2}$ 32. $\pm\sqrt{2}$.
 33. $0; \frac{1}{2}$ 34. $\pm\sqrt{3}$ 35. $\sqrt{2}$ 36. $0; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}$.
 37. $\frac{\pi}{4} + \pi n$ 38. $\pm\frac{\pi}{6}$ 39. $\frac{2(5-2\sqrt{2})}{17}$ 40. $\frac{1}{2}$.
 41. $0; \frac{1}{2}$ 42. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 43. $\pm\sqrt{\frac{2}{a}}$ 44. $\sqrt{3}; -\frac{1}{3}\sqrt{3}$.
 45. $\pm\frac{1}{3}$.

§ 16.

1. $OM = a \cos \alpha = 3,3$ մ. 2. $\arctg \frac{r}{p} = 60^\circ 26'$ 3. $\arctg \frac{2z}{a} = 53^\circ 8'$
 4. $35^\circ 16'$ 5. $5,2$ մ; $28^\circ 33'$ 6. $51^\circ 3'$.
 7. $2,6$ մ; $67^\circ 23'$ 8. $70^\circ 32'$.
 9. $\cos \varphi = \cos \alpha \cdot \cos \beta$; $\varphi = 45^\circ$. 10. $\cos \varphi = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$; $6^\circ 12'$.
 11. $x = \arctg \frac{4hS}{abc} = 75^\circ 52'$ 12. $\frac{a \sin \beta \operatorname{tg} \varphi}{\sin(\beta + \gamma)} = 322,5$ մ.
 13. $\frac{a^2}{4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{4 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$
 14. $\arcsin \frac{n+m}{a}$; $13^\circ 21'$ կամ 90° . 15. $\varphi = \arctg \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$.
 16. $\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}$ 17. $\arcsin \frac{c \sin \alpha}{b}$; 45° .
 18. $\sqrt{b^2 - a^2} \cdot \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}$ (ուղղահայացները ուղղված են միևնույն կողմը);
 $\sqrt{b^2 - a^2} \cdot \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$ (ուղղահայացները ուղղված են տարբեր կողմեր).
 19. $82^\circ 49' 10''$ և $41^\circ 24' 35''$.

§ 17.

1. $a \operatorname{tg} \alpha = 5,44$. 2. 1) $\arcsin \sqrt{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta}$; 2) $22^\circ 37'$.
 3. $\sin x = \sin 20^\circ \cdot \cos 25^\circ$; $x = 18^\circ 3'$.
 4. 22° 5. $\sin \varphi = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ 6. $\frac{180^\circ}{n}$.
 7. a) 27 մ; 12 մ; b) $\alpha = 18^\circ 33'$; $\beta = 46^\circ 29'$; c) $8^\circ 37'$ $19^\circ 57'$;
 d) $18^\circ 47'$; $50^\circ 32'$; $839^\circ 48'$; 9. $\frac{a}{2} \sin 2\alpha \sin \varphi$.
 10. $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \alpha$; $\operatorname{tg} y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$. 11. $x = \arcsin \left(\frac{\sin \varphi}{\sin \alpha} \right)$.
 12. $73^\circ 24'$ 13. 30° 14. $\varphi = \arcsin 0,6 = 36^\circ 52'$.
 15. $\cos x = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}$; $\sin \frac{\varphi}{2} = \cos \frac{180^\circ}{n} \sec \frac{\alpha}{2}$.
 16. 1) $70^\circ 32'$; 2) $109^\circ 28'$; 3) $138^\circ 12'$; 4) $116^\circ 34'$.

§ 18.

1. $43,3$ սմ² 2. $Q \sqrt{2}$ 3. $\pm \cos \alpha$.
 4. $42,2$ սմ. 5. 1954 սմ² 6. 33 մ².
 7. $36^\circ 52'$; 3 մ. 8. հավասար.
 9. $Q \cdot \sin \alpha$; փոքր; ավելի լուսավոր; 10. 106 մմ².

§ 19.

1. $67^\circ 59'$.
 2. Համալոգ հարթութիւնը զուգահեռ է հիմքի անկյունագծին և կազմում է հիմքի հարթության հետ φ անկյուն, ընդ վորում $\cos \varphi = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.
 3. $\frac{7a^2}{8 \cos \alpha}$ 4. 1) $\frac{3}{4} a \sqrt{a^2 + 2b^2}$; 2) $\arctg \frac{b\sqrt{2}}{a}$.
 5. Համալոգ հարթութիւնը զուգահեռ է հիմքի մեծ անկյունագծին և հիմքի հարթության հետ կազմում է φ անկյուն, ընդ վորում $\cos \varphi = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.
 6. $d^2 \sqrt{2} \cdot \sin 2\beta \cdot \sin(45^\circ + \alpha) = 393,1$ մ². 7. $d^2 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4} = 1963$ մ².
 8. $5a^2 \operatorname{ctg} 36^\circ \cos^2 27^\circ = 3092$ մ².
 9. $4a^2 \operatorname{cosec} \frac{\beta}{2} \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{4} \right) \sqrt{\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}} = 34,700$ սմ².
 10. $\frac{1}{3} a^2 \sqrt{3} \sec \alpha (1 + \sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha})$.
 11. $x = \arctg \left(\frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) = 16^\circ 6'$; $y = \arctg \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) = 26^\circ 34'$.
 12. $x = \arcsin \left(\operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) = 54^\circ 45'$ 13. $\frac{a \sin \alpha}{2 \sin(\alpha + 45^\circ)}$.
 14. $\frac{1}{4} a^2 \sec \alpha \sqrt{\sin(\alpha + 30^\circ) \sin(\alpha - 30^\circ)}$.
 15. $x = \frac{1}{2} \arcsin \frac{P \sqrt{2}}{c^2} = 29^\circ 2'$ կամ $60^\circ 58'$; $y = 2c \cos x = 8,743$ կամ $4,853$.
 16. $\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{m \sqrt{2}}{n}$; $\varphi = 90^\circ - 2 \arctg \frac{m \sqrt{2}}{n} = 30^\circ$.
 17. $\frac{a^2}{9 \sqrt{3}} \sqrt{4 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = 1,962$ 18. $a^2 \cdot \frac{\sin^2 \alpha \cdot \cos \beta}{\sin^2(\alpha + \beta)}$ 20. 48 սմ².
 21. 1) $2a^2$; 2) $\frac{a^2}{2}$; 3) a^2 . 22. 168 սմ². 23. $14,61$ մ².
 24. $32^\circ 51'$. 25. $a^2 \sec \alpha$. 26. $4h^2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$.
 27. $2a^2 \sin \alpha \cos^2 \frac{\varphi}{2} \sec \varphi$ 28. $2nk^2 \cos \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} = 6238$.
 29. $\frac{1}{2} (b^2 - a^2) \operatorname{tg} \varphi \cos^2 \frac{\alpha}{2} \sec \alpha$ 30. $l^2 \sin 2\alpha \cos^2 \frac{\varphi}{2} \sec \varphi$.
 31. $a^2 \sqrt{2} \sin \left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}$.

$$32. \frac{na^2}{4 \sin \frac{180^\circ}{n} \cos \alpha} \sqrt{1 - \sin^2 \frac{180^\circ}{n} \cos^2 \alpha} \text{ և } \frac{na^2}{4} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\cos^2 \frac{180^\circ}{n}}}$$

$$33. a^2 \sec^2 \alpha \sin \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) \cos \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right).$$

$$34. a^2 \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right); a^2 \sqrt{2} \cos \frac{\alpha}{2} \operatorname{cosec} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right).$$

$$35. \frac{2h^2}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) \cos \left(45^\circ - \frac{\beta}{2} \right).$$

$$36. a^2 \sin \alpha \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad 37. \sqrt{c^2 - \frac{(a-b)^2}{4} \operatorname{cosec}^2 \frac{180^\circ}{n}}.$$

$$38. \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{m-n}{m+n} \sqrt{2}; \quad \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{m-n}{m+n} \sqrt{2} \right).$$

$$39. \frac{n(a+b)}{2} \sqrt{\frac{(a-b)^2}{4} \operatorname{ctg}^2 \frac{180^\circ}{n} + h^2 + n \frac{a^2 + b^2}{4} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}}.$$

$$40. \frac{n(a^2 - b^2)}{4 \sin \frac{180^\circ}{n}} \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \cos^2 \frac{180^\circ}{n} + \frac{n(a^2 + b^2)}{4} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}}.$$

$$41. nd^2 \frac{m+1}{m-1} \sin \alpha \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}. \quad 42. 2h^2 \operatorname{ctg} \beta \sqrt{2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 2927,7.$$

§ 20.

$$1. \operatorname{tg} \varphi = \sin 15^\circ; \quad \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} (\sin 15^\circ) = 14^\circ 31'. \quad 2. R \operatorname{cosec} \alpha \sqrt{-\cos 2\alpha}.$$

$$3. \sqrt{R^2 \sin^2 \alpha + d^2 \cos^2 \alpha}. \quad 4. \frac{b \sin 2\alpha}{2 \sqrt{2} \sin (45^\circ + \alpha)}.$$

$$5. \left(\frac{R}{\cos \alpha \cdot \cos \varphi} \right)^2 \sin \alpha \sqrt{\cos (\alpha + \varphi) \cos (\alpha - \varphi)}.$$

$$6. \frac{\alpha}{4} \cdot \frac{\sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta}{\sin (\beta + \alpha) \cdot \sin (\beta - \alpha)}. \quad 7. \frac{1 \sin \alpha \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \operatorname{tg} \alpha} = 1 \sin \alpha \sin^2 \varphi, \text{ զորտեղ } \varphi \sim$$

$$\text{զորտեղում } \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{2}} = \operatorname{ctg}^2 \varphi \text{ հավասարումը լուծելիք:}$$

$$8. \frac{R \sin \alpha \cdot \sin 60^\circ}{\sin (\alpha + 60^\circ)}. \quad 9. 2\pi a^2 \cos \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad 10. 70^\circ 32'.$$

$$11. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{4}; \quad \alpha = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 76^\circ 17' 32'' \quad 12. \pi Q \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$13. \sin \alpha \sqrt{S \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}} = 19,415 \text{ սմ.} \quad 14. 22,523 \text{ մ}^2; 4,14 \text{ մ}^2.$$

$$15. \alpha = 2^\circ 52'; \quad \varphi = 33^\circ 41'; \quad \gamma = 85^\circ 42'; \quad b = 80 \text{ մ}; \quad r = 6 \text{ մ}; \quad 640 \text{ մ}^2; \quad 646 \text{ մ}^2.$$

$$16. \text{Լիբրի մակերևույթը մեծանում է } \frac{bd}{\cos \alpha} + \frac{ld}{\cos \varphi} \text{ - ուղ.}$$

$$17. \sin \frac{x}{2} = \frac{S}{\pi a^2}; \quad x = 2 \operatorname{arc} \sin \frac{S}{\pi a^2} = 30^\circ 23'. \quad 18. H \cos \frac{\alpha}{2}.$$

$$19. 360^\circ \cdot \sin \frac{\alpha}{2}; \quad 1) 180^\circ; \quad 2) 207^\circ, 5. \quad 20. \frac{\pi(R^2 - r^2)}{\cos \alpha}.$$

$$21. \frac{\pi S^2}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha}}.$$

$$22. \frac{\pi(m^2 - n^2)}{4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}.$$

$$23. \frac{(R^2 - r^2) \sin \delta}{2 \cos \beta}.$$

$$24. \pi h^2 \sec \alpha.$$

$$25. \cos \varphi = \frac{m-n}{p}.$$

$$26. S_{\text{կողմ}} = \pi l^2 \sin \alpha = 426; \quad S_{\text{ընդ}} = 2 \pi l^2 \sin \left(\frac{\alpha}{2} + 15^\circ \right) \cos \left(\frac{\alpha}{2} - 15^\circ \right) = 652.$$

$$27. \frac{Q-q}{\cos \alpha}.$$

§ 21.

$$1. \frac{1}{2} l^2 \sin \beta \cdot \sin \varphi \cos^2 \varphi. \quad 2. \frac{1}{2} d^3 \sin \alpha \operatorname{tg} \beta \sin \frac{\alpha}{2} = 84,48 \text{ մ}^3.$$

$$3. 2ab \sin \alpha \sqrt{ab \cos \alpha}. \quad 4. \frac{1}{2} d^3 \sin 60^\circ \operatorname{tg} \varphi = 1000 \text{ մ}^3; \quad 30^\circ.$$

$$5. V = abc \sqrt{-\cos 2\alpha}; \quad \sin x = \sqrt{-\cos 2\alpha}; \quad x = 45^\circ.$$

$$6. \frac{a^3}{\sin \alpha} \sqrt{\cos 2\alpha} \quad 7. \frac{a^3 \sqrt{2 \cos \alpha}}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} = 271,69 \text{ սմ}^3.$$

$$8. \frac{3a^3}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\sin \left(60^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \sin \left(60^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}. \quad 9. 516 \text{ մ}^3.$$

$$10. 3999 \text{ մ}^2; 17854 \text{ մ}^2. \quad 11. \frac{4r^2 h \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\delta}{2} \right)}{\sin \delta} = 3,63 \text{ մ}^3.$$

$$12. 491 \text{ մ}^3. \quad 13. \frac{a^2 b}{4} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$14. \frac{1}{6} nb^3 \cos^3 \beta \sin \beta \sin \frac{360^\circ}{n} = 1,5 \text{ մ}^3. \quad 15. \frac{4}{3} b^3 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sqrt{\cos \alpha}.$$

$$16. \frac{2}{3} h^3 \operatorname{ctg}^2 \varphi \sin \alpha \sin \beta \sin (\alpha + \beta). \quad 17. \frac{b^3}{6} \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\cos \alpha}.$$

$$18. \frac{2}{3} a^3 \cos^3 \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \varphi. \quad 19. \frac{1}{24} (a+b)^2 \sqrt{a(a-2b)} \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$20. \frac{1}{6} P \sqrt{P \operatorname{tg} \alpha} \operatorname{tg} \varphi. \quad 21. \text{Ա գազաթի մոտի մասի ծավալը } V_A = 138,05.$$

$$22. 45^\circ 17' 22'' \text{ և } 25^\circ 14' 22''. \quad 23. 230 \text{ մ}^3.$$

$$24. \frac{a^3 - b^3}{6 \cos \alpha} \sqrt{-\cos 2\alpha} = 4302,4. \quad 25. 3,5 \text{ մ}^3.$$

$$26. \frac{n(a^3 - b^3) \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}}{24 \sin \frac{180^\circ}{n}} \operatorname{tg} \alpha.$$

$$27. V = \frac{n}{12} (a^3 + b^3 + ab) \sqrt{l^2 - \frac{(a-b)^2}{4} \operatorname{cosec}^2 \frac{180^\circ}{n}} \cdot \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n};$$

$$S_{\text{ընդ}} = \frac{n(a+b)}{2} \sqrt{l^2 - \frac{(a-b)^2}{4} + \frac{n(a^2 + b^2)}{4} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}}.$$

$$28. \frac{a^3 \sqrt{2}}{6} \cdot \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{-\cos \alpha}} \quad 29. \frac{d^3 \cos \alpha \cdot \sin 2\alpha}{8\pi} \quad 30. \frac{\pi a^2 h}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = 7895,5 \text{ нм}^3.$$

$$31. \frac{\pi a^2}{\sin^2 \frac{180^\circ}{n}}; \frac{\pi a^2}{4 \sin^2 \frac{180^\circ}{n}} \quad 32. 2,1 \text{ м}^3. \quad 33. \frac{\pi b^2 H}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

$$34. S = \frac{\pi Q}{\cos \frac{\alpha}{2} \sin^2 \frac{180^\circ}{n}} \sqrt{\sin \left(\frac{180^\circ}{n} + \frac{\alpha}{2} \right) \sin \left(\frac{180^\circ}{n} - \frac{\alpha}{2} \right)};$$

$$V = \frac{\pi Q}{\cos \frac{\alpha}{2} \sin^3 \frac{180^\circ}{n}} \sqrt{Q \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \sin \left(\frac{180^\circ}{n} + \frac{\alpha}{2} \right) \sin \left(\frac{180^\circ}{n} - \frac{\alpha}{2} \right)}.$$

$$35. 3,1 \text{ м}.$$

$$36. S = 2\pi l^2 \sin \alpha \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) = 1747 \text{ нм}^2;$$

$$V = \frac{\pi}{3} l^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha = 14561 \text{ нм}^3.$$

$$37. 1) \frac{2\pi h^2 \operatorname{ctg} \alpha}{\sin \alpha} \cos^2 \frac{\alpha}{2}; 2) \frac{\pi h^2}{3} \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$38. S = \frac{2\pi R^2}{\cos \alpha} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}; \quad V = \frac{\pi R^3}{3} \operatorname{tg} \alpha.$$

$$39. \frac{\pi R^3}{3} \sin^3 \alpha \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$40. \frac{\pi a^3 \operatorname{ctg} \beta}{24 \sin^3 \frac{\alpha}{2}} \quad 41. \frac{\pi d^3 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2}} = 0,30 \text{ м}^3.$$

$$42. \frac{\pi R^3 \sin(\alpha - \beta)}{3 \cos \alpha \cos \beta} = 302 \text{ нм}^3.$$

$$43. \frac{\pi}{3} (R^3 - r^3) \operatorname{tg} \alpha.$$

$$44. \frac{7}{6} \pi l^3 \sin 2\varphi \cos \varphi.$$

$$45. r = \sqrt{\frac{\frac{3}{\pi} V + r_1^3 \operatorname{tg} \alpha + r_2^3 \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}} = 3,43 \text{ м}; \quad h_1 = (r - r_1) \operatorname{tg} \alpha = 19,1 \text{ м};$$

$$h_2 = (r - r_2) \operatorname{tg} \beta = 3,93 \text{ м}.$$

$$46. \frac{7}{6} \pi a^3 \sin \alpha \sin \frac{\alpha}{2} = 28,1 \text{ м}^3.$$

$$47. \frac{\pi}{12} l^3 \sin \alpha (2 - \cos 2\alpha) \approx 1200.$$

§ 22.

$$1. 3562 \text{ нм}^3. \quad 2. 36720 \text{ нм}^3; 15930 \text{ нм}^3. \quad 3. \frac{2r \sin^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}{\sin \alpha}.$$

$$4. \frac{V}{2} \sin^2 \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 10515 \text{ нм}^3. \quad 5. \frac{\sin^2 2\alpha \cos^2 \alpha}{2} = 0,29629.$$

$$6. \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} \quad 7. \frac{\alpha}{2 \sin \frac{180^\circ}{n} \sin 2\alpha} = 5,1 \text{ м}. \quad \frac{\alpha}{2} \sin \alpha \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}.$$

$$9. 2C \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad 10. \sin \alpha = \frac{n-m}{n+m}; (\alpha = 30^\circ). \quad 11. 70^\circ 31' 43'.$$

$$12. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{2m}}}; \quad \alpha_1 = 78^\circ 27' 50''; \quad \alpha_2 = 60^\circ.$$

$$13. \sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{2}}; \quad \alpha = 52^\circ 32'. \quad 14. \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{3}{8}}; \quad \alpha 70^\circ 31' 46''.$$

$$15. \sin \alpha = \sqrt{\frac{n}{m}}; (\alpha = 45^\circ). \quad 16. \frac{\sqrt{R^2 + r^2 + 2Rr \cos 2\alpha}}{\sin 2\alpha}.$$

$$17. 1) 4\pi r_1 r_2; 2) \cos z = \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2}, \quad \operatorname{tg} \frac{z}{2} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}. \quad 18. \sin \frac{ABC}{2} = \frac{m-n}{m+n}.$$

$$19. \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \frac{\operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^6 \frac{\alpha}{2}}, \quad \operatorname{tg} \frac{2}{3} \pi R^3 \operatorname{tg} 2\varphi, \quad \operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg} \varphi.$$

$$20. \frac{4}{3} \pi R^3 d \cos^4 \frac{\varphi}{2} \left(3 - 2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} \right). \quad 21. 3652 \text{ м}^3 \approx 3700 \text{ м}^3.$$

$$22. \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{2} - 1; \quad \alpha = 48^\circ 56' 22''. \quad 23. \frac{\pi a^2}{4} \sec^2 \frac{\alpha}{4}.$$

$$24. 4\pi R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{4} = 575 \text{ нм}^2. \quad 25. \frac{\pi b^3 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}}{12 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = 4279,9 \text{ нм}^3. \quad 26. V \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{4}.$$

$$27. \frac{\pi R^2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \varphi}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \sqrt{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}}. \quad 28. 60^\circ.$$

$$29. \frac{4}{3} \pi R^3 \sin \frac{\alpha}{2}. \quad 30. \sin \left(x + \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{m}{n} \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}; \quad (x = 15^\circ).$$

$$31. \frac{\pi R^3 \sin^3 \frac{\alpha}{2}}{6 \cos^6 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{4} \right)}; \quad \frac{\pi R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^4 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{4} \right)}.$$

§ 23.

$$1. 13,43 \text{ м}^3; 36,116 \text{ м}^3. \quad 2. 306,86 \text{ нм}^2.$$

$$3. \frac{2}{3} \pi a b^2 \operatorname{tg}^2 \alpha = 300,86 \text{ нм}^3. \quad 4. 2\pi a^2 \sqrt{3} \cdot \sin(30^\circ + \alpha).$$

$$5. \frac{1}{3} \pi b^3 \sin^2 \alpha, \quad 4\pi b^3 \sin \alpha \sin \left(15^\circ + \frac{\alpha}{4} \right) \cos \left(15^\circ - \frac{\alpha}{4} \right), \quad \operatorname{tg} \alpha = 120^\circ;$$

$$V = \frac{\pi b^3}{4}; \quad S = \frac{1}{2} \pi b^2 \sqrt{3} (\sqrt{3} + 1). \quad 6. 8\pi a^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}; \quad 2\pi a^3 \sin \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$7. S = \pi a^2 \cdot \frac{\sin B \cdot \sin C \cdot \cos \frac{1}{2} (B - C)}{\sin (B + C) \cdot \cos \frac{1}{2} (B + C)}; \quad V = \frac{\pi a^3}{3} \cdot \frac{\sin^2 B \cdot \sin^2 C}{\sin^2 (B + C)}.$$

$$8. \frac{\pi}{3} \cdot bc (b + c) \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2}. \quad 9. \frac{\pi}{6} \cdot \frac{a^3 \operatorname{tg} 2\alpha}{\cos 2\alpha}.$$

10. $\frac{2}{3} \pi R^3 \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}$.
11. $V_a : V_b : V_c = \operatorname{cosec} A : \operatorname{cosec} B : \operatorname{cosec} C$.
12. $\frac{\pi b^3}{6} \cdot \frac{\sin \alpha \sin \gamma}{\sin^2(\alpha + \gamma)} (3 \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \cdot \sin \gamma)$; 253,824.
13. $\frac{4}{3} \pi (1 + \cos^2 \alpha) \sqrt{\frac{S^3}{\sin^2 \alpha}}$; 14. 57,350 մ²; 10110 մ². 15. $\frac{10 - 3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} \pi a^3$.
16. $\frac{\pi p^3 \sqrt{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos^2 \alpha}{3 \cos^3 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)} = 378,69 \text{ դմ}^3$ 17. $\frac{8\pi r^2}{\sin^2 \alpha} \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$.
18. $V = \frac{\pi b^3 \sin \left(30^\circ + \frac{\alpha}{2}\right)}{4 \sin 30^\circ \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = 47087 \text{ սմ}^3$ 19. $\frac{2\pi h^3}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot \left(\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}\right)^2$.
- $S = \frac{4\pi b^2}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sin \left(15^\circ + \frac{\alpha}{4}\right) \cos \left(15^\circ - \frac{\alpha}{4}\right) = 8459 \text{ սմ}^2$.
20. 1) $S = 4\pi r^2 \cdot \sec \frac{180^\circ}{n}$; $V = \frac{4}{3} \pi r^3 \sec \frac{180^\circ}{n}$;
 2) $S = 4\pi R^2 \cdot \cos \frac{180^\circ}{n}$; $V = \frac{4}{3} \pi R^3 \cos \frac{180^\circ}{n}$;
 3) $S = \pi a^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{180^\circ}{n} \sec \frac{180^\circ}{n}$; $V = \frac{\pi}{6} a^3 \operatorname{ctg}^3 \frac{180^\circ}{n} \sec \frac{180^\circ}{n}$.
21. 1) $S = 2\pi r^2 \left(2 + \operatorname{tg}^2 \frac{180^\circ}{n}\right)$; $V = \frac{2}{3} \pi r^3 \left(2 + \operatorname{tg}^2 \frac{180^\circ}{n}\right)$;
 2) $S = 2\pi R^2 (1 + \cos^2 \frac{180^\circ}{n})$; $V = \frac{2}{3} \pi R^3 \cos \frac{180^\circ}{n} (1 + \cos^2 \frac{180^\circ}{n})$;
 3) $S = \pi a^2 (\operatorname{ctg}^2 \frac{180^\circ}{n} + 0,5)$; $V = \frac{\pi a^3}{6} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} (\operatorname{ctg}^2 \frac{180^\circ}{n} + 0,5)$.
22. 1) $S = 4\pi r^2 \cdot \cos^4 \frac{90^\circ}{n} \sec^2 \frac{180^\circ}{n}$; $V = \frac{4}{3} \pi r^3 \cos^4 \frac{90^\circ}{n} \sec^2 \frac{180^\circ}{n}$;
 2) $S = 4\pi R^2 \cdot \cos^4 \frac{90^\circ}{n}$; $V = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \cos^4 \frac{90^\circ}{n} \cos \frac{180^\circ}{n}$;
 3) $S = \frac{\pi a^2}{4} \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{90^\circ}{n}$; $V = \frac{\pi a^3}{24} \cdot \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} \operatorname{ctg}^2 \frac{90^\circ}{n}$.
23. $V = \frac{4}{3} \pi R^3 \sin^4 \frac{\alpha}{4}$; $S = 8\pi R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{4}$.
24. $\frac{4}{3} \pi r^3 \sin \beta \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$. 25. $\frac{4}{3} \pi r^3 \sin^3 \frac{\alpha}{2} \cos \beta$.
26. $2Q \cdot \frac{360^\circ}{\alpha} \left(2 \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}\right)$; (4259,1).
27. $\frac{4}{3} \pi R^3 \sin \alpha \cos \left(30^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) \cos \left(30^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$.
28. $\cos \alpha = \sqrt[4]{\frac{1}{2}}$; $\alpha = 32^\circ 45' 59''$.
29. $S = 4\pi R^2 \sin \alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{4}$; $V = \frac{2}{3} \pi R^3 \sin \alpha \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱՍՆ I.

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

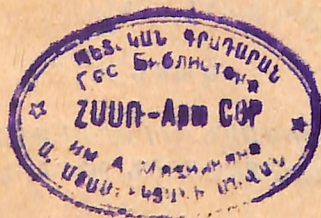
	Եջ
§ 1. Աղեղների և անկյունների չափումը	3
§ 2. Յեռանկյունաչափական ֆունկցիաների փոփոխությունները	4
§ 3. Միևնույն անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաների առնչությունները	6
§ 4. Լրացուցիչ և հավելիչ անկյունների յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները	9
§ 5. Յեռանկյունաչափական ֆունկցիաների բնական մեծությունների աղյուսակ	10
§ 6. Ուղղանկյուն յեռանկյունների լուծումը	11
§ 7. Շեղանկյուն յեռանկյունների լուծումը	18
§ 8. Վերածման բանաձևեր	20
§ 9. Գումարման թեորեմը	22
§ 10. Արգումենտի բազմապատկումն ու բաժանումը	24
§ 11. Յեռանկյունաչափական ֆունկցիաների հանրահաշվական գումարի ձևափոխումը արտադրյալի, ռիմանդակ անկյուն	27
§ 12. Լոգարիթմական աղյուսակների կիրառումը յեռանկյունաչափական արտահայտություններ հաշվելիս և անկյուններ գտնելիս	30
§ 13. Շեղանկյան յեռանկյունների լուծումը լոգարիթմների կիրառումով	32
§ 14. Յեռանկյունաչափական հավասարումներ	34
§ 15. Հակադարձ շրջանային ֆունկցիաներ	37

ՄԱՍՆ II.

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆ ՊԱՀԱՆՋՈՂ ՏԱՐԱԾԱԶԱՓԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

§ 16. Ուղեղներ և հարթություններ	40
§ 17. Յերկնիստ և բազմանիստ անկյուններ	42

§ 18. Պատկերի պրոսկցիան հարթության վրա	45
§ 19. Զուգահեռանիստներ, պրիզմաներ, բուլբներ և դրանց մակերևույթները	46
§ 20. Գլան, կոն, հաստած կոն և դրանց մակերևույթները	50
§ 21. Ծավալների հաշվումը	53
§ 22. Գունդ և նրա մասերը	58
§ 23. Պտտման մարմիններ	61
ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ	65

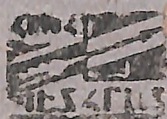


Հ Ազգային գրադարան



NL0257531

ԳԻՆԸ 1 Ռ. 80 Կ.
ԿԱԶՄԸ 40 Կ.



Н. РИБКИН
Сборник задач
Тригонометрии
8—9 год обучения
Гиз ССР Армении, Ереван, 1934