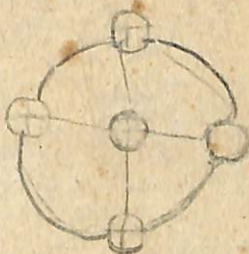


4199

Ն. ՌԻԲԿԻՆ

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ԴՊՐՈՑԻ 9-ՐԴ ՅԵՎ 10-ՐԴ
ԴԱՍԱՐԱՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ



ՀԽՍՀ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀՐԱՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ
ՅԵՐԵՎԱՆ 1937

514
Դ-42

19 AUG 2006

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԿՐԹԱԳԻՐԻ ԵՎ ԼԻԲՐԱՐԱՆԻ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ

04 MAY 2010

514

Բ-42

Ն. ՌԻԲԿԻՆ

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓԱԿԱՆ
ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆ ՊԱՀԱՆՋՈՂ
ՅԵՐԿՐԱԶԱՓԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՀԱՎԵԼՎԱԾՈՎ

ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ԴՊՐՈՑԻ
9 — 10-ՐԴ
ԴԱՍԱՐԱՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

ՅԵՐԱՐԴ ԽՐԱՏԱՐԱԿՈՒՅՈՒՆ
ՔԱՐԳԱՆ. ԵՎ ԽԱՐԳԱՐ. ԱՐԱ. ԽԱՆՋՅԱՆ

821 29/5/39

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

§ 1. ԱՂԵՂՆԵՐԻ ՅԵՎ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ԶԱՓՈՒՄԸ

Անկյան յեվ աղեղի
հասկացողության
ընդհանրացումը

1. Ի՞նչ անկյուն է գծում ժամացույցի փոքր սլաքը 4 ժամվա ընթացքում: Ի՞նչ անկյուն կգծի նույն ժամանակամիջոցում մեծ սլաքը:

2. Մեքենայի անիվը 2 վայրկյանում կատարում է 6 պտույտ: Քանի՞ աստիճան է պտտվում անիվը 1 վայրկյանում և քանի՞ աստիճան՝ 10 վայրկյանում:

3. Ատամնավոր անիվն ունի 72 ատամ: Քանի՞ աստիճան է պտտվում այդ անիվը 1; 30; 144; 300 ատամ շրջվելիս:

4. Գծեցեք շարժական շառավղի դիրքը $+45^\circ$ -ի, -30° -ի, $+225^\circ$ -ի, -135° -ի, -90° -ի, $+450^\circ$ -ի, -810° -ի և $+2070^\circ$ -ի հավասար անկյունների համար:

Դրանցից վճիռ անկյունների համար շարժական շառավղիները համընկնում են:

5. Աստիճաններով արտահայտեցեք աղեղների հետևյալ դրամարը:

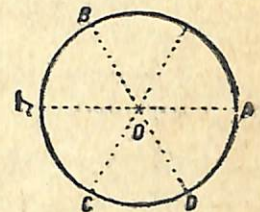
$\sim ABCAB + \sim BAC + \sim CDA$ (գծ. 1):

6. Գրեցեք անկյունների ընդհանուր ձևն այն դեպքերում, յերբ շարժական շառավղին ընդունում է՝ 1) OB , 2) OD դիրքը (գծ. 1): և գտեք այդ անկյունների մի քանի մասնավոր արժեքները:

7. 1) Շրջանի շառավղիը հավասար է 5 սմ-ի: Հաշվեցեք 18° պարունակող աղեղի չերկարությունը:

2) R շառավղին ունեցող շրջանի մեջ վորոշեցեք α° պարունակող աղեղի չերկարությունը:

8. 1) π թվի ոգնությունը կազմեցեք հետևյալ աղեղների համար



Գծ. 1



160
37

աղիանային արտահայտությունները. a) 30° ; b) 45° ; c) 60° ; d) 135° ; e) 15° ; f) $22^\circ 30'$; g) 36° ; h) 75° ; i) 108° ; k) 150° ; l) $157^\circ 30'$; m) 162° ;

2) Ռադիաններով արտահայտեցեք. a) 51° ; b) 27° ; c) $76^\circ 30'$; d) $12^\circ 30'$; e) $28^\circ 42'$; f) $73^\circ 21'$; g) 117° ; h) $216^\circ 13'$;

3) Ռադիաններով արտահայտեցեք կանոնավոր յեռանկյան, 4-անկյան, 5-անկյան, 6-անկյան և n-անկյան ներքին անկյունը:

9. 1) Աստիճաններով և ռոպեներով արտահայտեցեք $1,5$; 2 և $0,75$ ռադիանի հավասար անկյունները: Նույնպես և $\frac{\pi}{6}$; $\frac{2}{3}\pi$; $1\frac{1}{2}\pi$; $\frac{\pi}{8}$; $\frac{3}{4}\pi$; $1\frac{1}{5}\pi$ ռադիան պարունակող անկյունները:

2) Աստիճանային չափով (աղյուսակի ոգնությունը) արտահայտեցեք այն անկյունները, վորոնց ռադիանային չափերը հավասար են՝ $0,6981$; $1,3090$; $0,2356$; $1,0071$; $3,8048$; $0,48$; $1,3$; $0,8$:

10. $1,2$ մ լերկարություն շառավիղ ունեցող անիվը 1 ռոպեյում կատարում է 300 պտույտ:

1) Գտեք այդ անվի ω անկյունային արագությունը 1 վայրկյանում (անկյունային արագությունն արտահայտվում է ռադիաններով վայրկյան):

2) Գտեք անվի այն կետի շրջանագծային արագությունը, վորը կենտրոնից 20 սմ հեռավորության վրա յե գտնվում:

3) Գտեք անվի շրջանագծի վրա գտնվող կետի շրջանագծային արագությունը:

4) Ապացուցեք, վոր կենտրոնից r հեռավորության վրա գտնվող կետի պտտման շրջանագծային արագությունը հավասար է $r\omega$ -ի:

11. Լիսեռի անկյունային արագությունը հավասար է $21\frac{\text{ռադիան}}{\text{վայրկյան}}$ -ի: Վորոշեցեք այդ լիսեռի պտույտների թիվը 1 ռոպեյում:

§ 2. ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՓՈՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԱՆԿՅԱՆ ՓՈՓՈԽՎԵԼՈՒ ՀԵՏ ՄԻԱՍԻՆ

1. Վոր քառորդի մեջ են բոլոր յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները դրական: Գոյություն ունի արդյոք այնպիսի քառորդ, վորի մեջ բոլոր ֆունկցիաները բացասական են:

2. Յեթի անկյունը պատկանում է յեռանկյան, ապա նրա յեռանկյունաչափական վոր ֆունկցիաները կարող են լինել բացասական և հատկապես յեթի:

3. Յեռանկյան մեջ կես անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաներն ինչ նշան ունեն:

4. Վոր սահմաններում կարող է փոփոխվել $1 + \sin x$ գումարը:

5. Հետևյալ հավասարություններից վորն է հնարավոր.

$$1) \sin \alpha = \frac{\sqrt{ab}}{\frac{1}{2}(a+b)}; \quad 2) \cos \beta = a + \frac{1}{a}; \quad 3) \sec \alpha = \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$$

6. $\frac{\cos x}{\sec x}$ կոտորակը կարող է բացասական լինել:

7-13 խնդիրների մեջ պարզեցեք արտահայտությունները.

$$7. a \cdot \sin 0 + b \cdot \cos 90^\circ + c \cdot \operatorname{tg} 180^\circ$$

$$8. a \cdot \operatorname{tg} 0 + b \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} + c \cdot \sec 0$$

$$9. a \cdot \cos 0 + b \cdot \cos 180^\circ + c \cdot \cos 360^\circ$$

$$10. a^2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} + 2ab \cdot \sec \pi - b^2 \cdot \sin \frac{3}{2}\pi$$

$$11. a^2 \cdot \operatorname{cosec} 90^\circ - 2ab \cdot \sin 180^\circ + b^2 \cdot \operatorname{cosec} 270^\circ$$

$$12. a^2 \cdot \sin 2\pi + 2ab \cdot \cos \frac{3}{2}\pi + b^2 \cdot \operatorname{tg} 2\pi$$

$$13. a^3 \cdot \operatorname{ctg} 270^\circ + b^3 \cdot \operatorname{tg} 90^\circ$$

14. 5 սմ լերկարության շառավիղ ունեցող շրջանի մեջ կառուցեք հետևյալ անկյունները. 30° ; 120° ; 225° ; -30° ; -120° ; -560° ; և այդ անկյունների չորս յեռանկյունաչափական գծերը: Յեռանկյունաչափական գծերը չափելով 1 մմ-ի ճշտությամբ, վորոշեցեք $(0,1$ -ի ճշտությամբ) հետևյալ ֆունկցիաների արժեքները.

$$1) \operatorname{tg} 30^\circ; \quad 2) \cos 120^\circ; \quad 3) \sin 225^\circ; \quad 4) \cos (-30^\circ); \quad 5) \operatorname{tg} (-120^\circ);$$

$$6) \operatorname{ctg} (-560^\circ):$$

15. Վորոշեցեք հետևյալ տարբերություններից յուրաքանչյուրի նշանը.

$$1) \sin 20^\circ - \sin 21; \quad 2) \cos 20^\circ - \cos 21^\circ; \quad 3) \operatorname{tg} 20^\circ - \operatorname{tg} 21^\circ; \quad 4) \operatorname{ctg} 20^\circ - \operatorname{ctg} 21^\circ; \quad 5) \cos 20^\circ - \cos 120^\circ; \quad 6) \sin 120^\circ - \sin 240^\circ; \quad 7) \operatorname{tg} 120^\circ - \operatorname{tg} 40^\circ; \quad 8) \operatorname{ctg} 30^\circ - \operatorname{ctg} 130^\circ;$$

16. Հետևյալ յուրաքանչյուր գույքի մեջ վոր ֆունկցիան ավելի մեծ արժեք ունի. 1) $\sin 20^\circ$ -ը, թե $\cos 20^\circ$ -ը, 2) $\sin 50^\circ$ -ը, թե $\cos 50^\circ$ -ը, 3) $\operatorname{tg} 40^\circ$ -ը, թե $\operatorname{ctg} 40^\circ$ -ը, 4) $\operatorname{tg} 50^\circ$ -ը, թե $\operatorname{ctg} 50^\circ$ -ը:

17. Կառուցեք այն անկյունները, վորոնց սինուսները հավասար են 1) $0,6$ -ի, 2) $-\frac{1}{2}$ -ի: Գտեք այդ անկյունների մեծությունը 1° -ի ճշտությամբ:

Անկյան կառու-
ցումը յեվ գեներ

18. Կառուցեք այն անկյունները, Վորոնց կոսինուսները հավասար են 1) $\frac{2}{3}$ -ի, 2) $-0,4$ -ի:

19. Կառուցեք այն անկյունները, Վորոնց տանգենսները հավասար են 1) $+1,5$ -ի, 2) -1 -ի:

20. Կառուցեք այն անկյունները, Վորոնց կոտանգենսները հավասար են 1) -2 -ի, 2) $+1$ -ի:

21. x անկյան տված ընդհանուր ձևից գրեցեք նրա 360° -ից, (2π) -ից. փոքր գրական արժեքները:

- | | |
|--|--|
| 1) $x = 15^\circ + 120^\circ \cdot n$ | 2) $x = -60^\circ + 360^\circ \cdot n$ |
| 3) $x = -10^\circ + 60^\circ \cdot n$ | 4) $x = \pm 120^\circ + 720^\circ \cdot n$ |
| 5) $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi \cdot n$ | 6) $x = -\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi \cdot n$ |
| 7) $x = (-1)^n \cdot 45^\circ + 180^\circ \cdot n$ | 8) $x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} \pm \pi \cdot n$ |

22. Գրեցեք հետևյալ հավասարումների ընդհանուր լուծումները՝ անկյունները գտնելով կառուցման և չափման միջոցով (1° -ի մոտավոր ճշտությամբ):

- | | |
|--------------------|----------------------------|
| 1) $\lg x = 2,6$ | 2) $\lg x = -0,8$ |
| 3) $\cos x = 0,9$ | 4) $\cos x = -\frac{2}{3}$ |
| 5) $\sin x = 0,25$ | 6) $\sin x = -\frac{5}{7}$ |

23—31 խնդիրների մեջ պահանջվում է գտնել այն յեռանկյունաչափական ֆունկցիայի արժեքը, Վոր պարունակում է հավասարումը, և կառուցել անկյունները:

- | | |
|---|-------------------------------|
| 23. $\sin^2 x - 3 = 2 \sin x$ | 24. $\cos^2 x + \cos x = 1$ |
| 25. $6 \sin^4 x = 1 - \sin^2 x$ | 26. $\sin^2 x = 2 \sin x$ |
| 27. $\lg^2 x = 2 \lg x$ | 28. $\sec^2 x = 2 \sec x$ |
| 29. $\operatorname{ctg}^3 x + 4 \operatorname{ctg} x = 0$ | 30. $\frac{2}{1 + \lg x} = 0$ |
| 31. $(\cos x - 2) \cdot (2 \operatorname{cosec} x + 1) = 0$ | |

32. Հետևյալ հավասարումներից x -ն արտահայտեցեք հակադարձ շրջանային ֆունկցիաների ոգնությունով:

- 1) $\lg x = m$; 2) $\cos x = m$ և 3) $\sin x = m$
 Ի՞նչ մեծությամբ թիվ կարող եք լինել m -ն այս հավասարումներից յուրաքանչյուրի մեջ:

Հակադարձ օրգանային ֆունկցիաներ

33. Հետևյալ հավասարությունները գրեցեք հակադարձ շրջանային ֆունկցիաների ոգնությունով:

- | | | |
|---|--|--|
| 1) $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ | 2) $\sin(-45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 3) $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| 4) $\cos 90^\circ = 0$ | 5) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$ | 6) $\operatorname{tg} 0 = 0$ |
| 7) $\operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$ | 8) $\operatorname{ctg} 0 = \infty$ | 9) $\sin x = 0,23$ |
| 10) $\cos x = 0,5762$ | 11) $\operatorname{tg} x = 0,468$ | 12) $\operatorname{ctg} x = 1,237$ |

34. Աղյուսակների ոգնությունով արտահայտեցեք աստիճաններով և ռադիաններով:

- | | |
|---------------------------------|------------------------------------|
| 1) $\arcsin 0,7314$ | 2) $\arccos 0,3987$ |
| 3) $\operatorname{arctg} 3,677$ | 4) $\operatorname{arccotg} 0,5117$ |

35. Հետևյալ հավասարումներից գտեք x -ը:

- | | | |
|--------------------------------|--|---|
| 1) $\arcsin x = \frac{\pi}{4}$ | 2) $\arccos x = \frac{\pi}{6}$ | 3) $\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{3}$ |
| 4) $\arcsin \frac{x}{3} = a$ | 5) $\arccos \frac{x}{a} = \frac{b}{c}$ | 6) $\operatorname{arctg} \frac{1}{x} = a$ |

36. Կառուցեք:

- | | | |
|-----------------------------------|---------------------------------------|--|
| 1) $\arcsin 0,8$ | 2) $\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)$ | 3) $\arccos \frac{2}{3}$ |
| 4) $\arccos(-0,75)$ | 5) $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ | 6) $\operatorname{arctg}(-1,5)$ |
| 7) $\operatorname{arctg} 1,2$ | 8) $\operatorname{arccotg}(-0,6)$ | 9) $\operatorname{arcsec} 1 \frac{1}{2}$ |
| 10) $\operatorname{arccosec}(-2)$ | | |

§ 3. ՄԻՅԵՎՆՈՒՅՆ ԱՆԿՅԱՆ ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶՄՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԱՌՆՁՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

α անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաներն արտահայտեցեք:

- | | |
|---|--|
| 1. $\sin \alpha$ -ի միջոցով: | 2. $\cos \alpha$ -ի միջոցով: |
| 3. $\operatorname{tg} \alpha$ -ի միջոցով: | 4. $\operatorname{ctg} \alpha$ -ի միջոցով: |

Գտեք α անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները, լեթե տված է:

- | | | |
|------------------------|-------------------------|--------------------------------|
| 5. $\sin \alpha = 0,8$ | 6. $\sin \alpha = -0,3$ | 7. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ |
|------------------------|-------------------------|--------------------------------|

$$\begin{array}{lll} 8. \cos \alpha = -\frac{3}{5} & 9. \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{5} & 10. \operatorname{tg} \alpha = -\frac{9}{40} \\ 11. \operatorname{ctg} \alpha = \frac{8}{15} & 12. \operatorname{ctg} \alpha = -3 & 13. \sec \alpha = 3 \\ 14. \sec \alpha = -1\frac{9}{20} & 15. \operatorname{cosec} \alpha = 2,6 & 16. \operatorname{cosec} \alpha = -\sqrt{3} \end{array}$$

Ընդունելով՝ $0 < b < a$, 17—19-րդ խնդիրները ալկաների ոգնու-
թյամբ գտեք α անկյան յեռանկյունաչափական փունկցիաները:

$$17. \sin \alpha = \frac{a-b}{a+b} \quad 18. \cos \alpha = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a} \quad 19. \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Գտեք α անկյան յեռանկյունաչափական փունկցիաները, յետե՝

$$\begin{array}{l} 20. \alpha\text{-ն գրական սուր անկյուն է և } \operatorname{tg} \alpha = 4\frac{19}{20} \\ 21. \alpha\text{-ն յեռանկյան անկյուն է և } \cos \alpha = -0,28 \\ 22. \alpha\text{-ն վերջանում է III քառորդում և } \sin \alpha = -\frac{12}{13} \\ 23. \alpha\text{-ն վերջանում է IV քառորդում և } \operatorname{ctg} \alpha = -1,05 \end{array}$$

Պարզեցեք 24—62-րդ խնդիրները արտահայտութիւնները.

$$\begin{array}{ll} 24. 1 - \sin^2 \alpha. & 25. 1 - \cos^2 \alpha. \\ 26. \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}. & 27. \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha - 1}. \\ 28. \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha. & 29. \sec^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha. \\ 30. a) \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}; \quad b) \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}. & 31. a) \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha}; \quad b) \frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha - 1}. \\ 32. \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha. & 33. \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad 34. \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha. \\ 35. \sin \alpha \cdot \sec \alpha. & 36. \cos \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha. \quad 37. \operatorname{ctg} \alpha \cdot \sec \alpha. \\ 38. \sin \alpha : \operatorname{tg} \alpha. & 39. \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{ctg} \alpha. \\ 40. 1 - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha. & 41. 1 - \sin^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha. \\ 42. (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha. & \\ 43. (\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha)^2 + (\operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \alpha)^2 & 44. (\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha)^2 - 1. \\ 45. \sin^2 \alpha \cdot \sec^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha. & \\ 46. \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1. & 47. \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1. \\ 48. \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha. & \\ 49. \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha}. & 50. \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}. \\ 51. (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2. & 52. \frac{\cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha}. \\ 53. \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha\text{-ն արտահայտեցեք } a) \sin \alpha\text{-ով և } b) \cos \alpha\text{-ով:} \end{array}$$

$$54. \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha\text{-ն արտահայտեցեք } \sin \alpha\text{-ով և } \cos \alpha\text{-ով:}$$

$$55. \frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}\text{-ն արտահայտեցեք } \operatorname{tg} \alpha\text{-ով:}$$

$$56. \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}\text{-ն արտահայտեցեք } \operatorname{ctg} \alpha\text{-ով:}$$

$$57. \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}\text{-ն արտահայտեցեք } a) \operatorname{tg} \alpha\text{-ով և } b) \operatorname{ctg} \alpha\text{-ով:}$$

$$58. \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}\text{-ն արտահայտեցեք } a) \operatorname{tg} \alpha\text{-ով, } b) \operatorname{ctg} \alpha\text{-ով:}$$

$$59. \sec \alpha\text{-ն արտահայտեցեք } \operatorname{ctg} \alpha\text{-ով, յետե } \alpha\text{-ն վերջանում է IV քառորդում:}$$

$$60. \text{Հաշվեցեք } \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}\text{-ն, յետե } \operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{4}.$$

$$61. \text{Վորոշեցեք } \sin \alpha \cdot \cos \alpha\text{-ն, յետե } \sin \alpha + \cos \alpha = m.$$

$$62. \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = m; \text{ վորոշեցեք } \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha\text{-ն և } \operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha\text{-ն:}$$

Ապացուցեք հետևյալ նույնութիւնները (63—92).

$$63. \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha.$$

$$64. \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}. \quad 65. \frac{\sec \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sec \alpha + 1}.$$

$$66. \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha.$$

$$67. \operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha - \operatorname{cosec}^2 \alpha.$$

$$68. \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \sec^2 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha. \quad 69. \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

$$70. \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha} = \sin \alpha \cdot \cos \alpha. \quad 71. \frac{\sin \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cosec} \alpha} = \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$72. \frac{\sec \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{cosec} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha.$$

$$73. \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha}{\sec \alpha - \operatorname{cosec} \alpha}.$$

$$74. \frac{1 + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \cdot \frac{1 + \sec \alpha}{1 + \operatorname{cosec} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha. \quad 75. \frac{1 - \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} : \frac{1 + \sec \alpha}{1 + \operatorname{cosec} \alpha} = \operatorname{ctg}^3 \alpha.$$

$$76. \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{\operatorname{ctg} \alpha} = 1. \quad 77. \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 1.$$

$$78. \frac{\sin^2 \alpha}{\sec^2 \alpha - 1} + \frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1} = 1. \quad 79. \operatorname{cosec} \alpha - \sin \alpha = \cos \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$80. \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha.$$

$$81. \sec^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha = \sec^2 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha.$$

$$82. \sec^2 \alpha (\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1) = \operatorname{cosec}^2 \alpha.$$

$$83. 1 + \sin \alpha + \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha = (1 + \cos \alpha) (1 + \operatorname{tg} \alpha).$$

84. $(\sin \alpha - \operatorname{cosec} \alpha)(\cos \alpha - \sec \alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.
 85. $(\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha)(\cos \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) = (1 + \sin \alpha)(1 + \cos \alpha)$.
 86. $\sin \alpha(1 + \operatorname{tg} \alpha) + \cos \alpha(1 + \operatorname{ctg} \alpha) = \sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha$.
 87. $\sin^3 \alpha(1 + \operatorname{ctg} \alpha) + \cos^3 \alpha(1 + \operatorname{tg} \alpha) = \sin \alpha + \cos \alpha$.
 88. $\operatorname{tg}^3 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha - \operatorname{cosec} \alpha \cdot \sec \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha \cdot \sec^2 \alpha = \operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha$.
 89. $\sec^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha = (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2$.
 90. $\left(\frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{cosec} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} \right)^2 = \frac{\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$.
 91. $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$.
 92. $\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} = 2 \operatorname{tg} \alpha$.

Լուծեցեք 93—113 հավասարումները: Հավասարումից գտած ֆունկցիայով կառուցեք անկյունը և փոխադրիչով հափեցեք այդ անկյունը (1° -ի ճշտությամբ): Պատասխանը գրեցեք ընդհանուր տեսքով:

93. $\sin^2 x = 1 + \cos^2 x$.
 94. $\sin x \cdot \operatorname{tg} x = \frac{3}{2}$.
 95. $\sin x = \operatorname{ctg} x$.
 96. $\cos x - 1 + 2 \sin x \cdot \operatorname{tg} x = 0$.
 97. $\sin^2 x + \cos x = 0$.
 98. $\sec x = \operatorname{tg}^2 x$.
 99. $2 \cos^2 x = 3 \sin x + 2$.
 100. $\operatorname{tg} x - \operatorname{stg} x = \frac{3}{2}$.
 101. $\cos x = 2 \operatorname{tg} x$.
 102. $\operatorname{cosec} x - \sin x = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x$.
 103. $2 \operatorname{tg} x = -3 \operatorname{cosec} x$.
 104. $2 \sec x = \operatorname{cosec} x$.
 105. $2 \cos^2 x + 4 \sin^2 x = 3$.
 106. $2(\cos^2 x - \sin^2 x) = 1$.
 107. $\sin^4 x - \cos^4 x = 0,5$.
 108. $1 + \sin x \cos x - \sin x - \cos x = 0$.

Լուծեցեք սինուսի և կոսինուսի վերաբերյալ համասեռ, կամ սինուսի և կոսինուսի վերաբերյալ համասեռ հավասարումի վերածվող հետևյալ հավասարումները:

109. $\sin x = \cos x$.
 110. $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$.
 111. $3 \sin^2 x = \cos^2 x$.
 112. $\sin^2 x + 2 \sin x \cos x = 3 \cos^2 x$.
 113. $1 - 3 \cos^2 x = 2 \sin x \cos x$.

§ 4. ԼՐԱՅՈՒՑԻՉ ՅԵՎ ՀԱՎԵԼԻՉ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԸ

1. Վերածել 45° -ից փոքր անկյան ֆունկցիայի. 1) $\sin 73^\circ$;
 2) $\cos 80^\circ 40'$; 3) $\operatorname{tg} 69^\circ 25' 40''$; 4) $\operatorname{ctg} 59^\circ 59'$.

Հայեր

2. Վերածել սուր անկյան նույն ֆունկցիաներին. 1) $\sin 112^\circ 20'$;
 2) $\cos 99^\circ 25' 35''$; 3) $\operatorname{tg} 108^\circ 48' 36''$; 4) $\operatorname{ctg} 140^\circ 40'$.

3. Վերածել 45° -ից փոքր անկյան ֆունկցիայի. 1) $\sin 121^\circ 40'$;
 2) $\sin 163^\circ 35'$; 3) $\cos 158^\circ 17'$; 4) $\cos 98^\circ 21'$; 5) $\operatorname{tg} 160^\circ 27' 32''$;
 6) $\operatorname{tg} 106^\circ 32'$; 7) $\operatorname{ctg} 120^\circ 28' 40''$; 8) $\operatorname{ctg} 140^\circ 42'$.

Պարզեցեք հետևյալ արտահայտությունները.

4. $\frac{\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)}{\operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha)}$.
 5. $\frac{\cos^2(90^\circ - \alpha) - 1}{\cos(180^\circ - \alpha)}$.
 6. $\sin(\pi - \alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\pi - \alpha)$.
 7. $\frac{\operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}$.

8. $\sin(90^\circ - \alpha) + \sin(90^\circ + \alpha) + 2 \cos(180^\circ - \alpha)$.
 9. $\cos(90^\circ - \alpha) + \cos(90^\circ + \alpha)$.
 10. $\operatorname{tg} 43^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 47^\circ$.
 11. $\cos(180^\circ - \alpha) \cdot \sin(90^\circ + \alpha) \cdot \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) \cdot \operatorname{ctg}(90^\circ + \alpha)$.

12. $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{ctg}(\pi - \alpha) + \operatorname{ctg}(\pi - \alpha) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$.

13. $\frac{2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(\pi - \alpha)}$.

14. $\frac{\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) \cos(180^\circ - \alpha) \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)}{\sin(90^\circ + \alpha) \operatorname{ctg}(90^\circ + \alpha) \operatorname{tg}(90^\circ + \alpha)}$.

15. Ցույց տվեք, Վոր

$\sin(45^\circ + \alpha) = \cos(45^\circ - \alpha)$; $\cos(45^\circ + \alpha) = \sin(45^\circ - \alpha)$ և այլն:

§ 5. ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԲՆԱԿԱՆ ՄԵԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՂՅՈՒՍԱԿՆԵՐ

Բնական յեռանկյունաչափական մեծությունների աղյուսակների ադնությունները գտեք հետևյալ ֆունկցիաների թվային արժեքները.

1. 1) $\sin 15^\circ$; 2) $\sin 45^\circ$; 3) $\sin 60^\circ$; 4) $\sin 73^\circ$;
 5) $\sin 38^\circ 30'$; 6) $\sin 69^\circ 24'$; 7) $\sin 11^\circ 50'$; 8) $\sin 87^\circ 10'$.
 2. 1) $\operatorname{tg} 20^\circ$; 2) $\operatorname{tg} 45^\circ$; 3) $\operatorname{tg} 85^\circ$; 4) $\operatorname{tg} 72^\circ 30'$;
 5) $\operatorname{tg} 17^\circ 42'$; 6) $\operatorname{tg} 53^\circ 13'$; 7) $\operatorname{tg} 20^\circ 48'$; 8) $\operatorname{tg} 83^\circ 7'$;
 9) $\operatorname{tg} 85^\circ 28'$; 10) $\operatorname{tg} 88^\circ 30'$; 11) $\operatorname{tg} 89^\circ 48'$; 12) $\operatorname{tg} 89^\circ 59'$.
 3. 1) $\cos 65^\circ$; 2) $\cos 45^\circ$; 3) $\cos 30^\circ$; 4) $\cos 73^\circ$;
) $\cos 38^\circ 30'$; 6) $\cos 20^\circ 24'$; 7) $\cos 61^\circ 10'$; 8) $\cos 78^\circ 46'$;
 9) $\cos 2^\circ 52'$; 10) $\cos 1^\circ 20'$.

4. 1) $\text{ctg } 20^\circ$; 2) $\text{ctg } 45^\circ$; 3) $\text{ctg } 37^\circ 30'$; 4) $\text{ctg } 71^\circ 24'$;
 5) $\text{ctg } 69^\circ 13'$; 6) $\text{ctg } 19^\circ 37'$; 7) $\text{ctg } 88^\circ 15'$; 8) $\text{ctg } 5^\circ$;
 9) $\text{ctg } 2^\circ 27'$; 10) $\text{ctg } 90^\circ$; 11) $\text{ctg } 1^\circ 53'$.

Գտեք սուր անկյունների մեծությունը նրանց ֆունկցիաների տված արժեքներով.

5. 1) $\sin \alpha = 0,3420$; 2) $\sin \beta = 0,5948$; 3) $\sin \gamma = 0,842$;
 4) $\sin x = 0,9293$; 5) $\sin y = 1,0024$; 6) $\sin z = 0,3932$.
 6. 1) $\text{tg } \alpha = 0,4452$; 2) $\text{tg } \beta = 11,43$; 3) $\text{tg } \gamma = 2,675$;
 4) $\text{tg } x = 0,5452$; 5) $\text{tg } y = 5,558$; 6) $\text{tg } z = 0,5$;
 7) $\text{tg } u = 0,42$; 8) $\text{tg } v = 12,9$; 9) $\text{tg } w = 6,63$;
 7. 1) $\cos \alpha = 0,891$; 2) $\cos \beta = 0,910$; 3) $\cos \gamma = 0,6361$;
 4) $\cos x = 1,0008$; 5) $\cos y = 0,8189$; 6) $\cos z = 0,4485$.
 8. 1) $\text{ctg } \alpha = 2,747$; 2) $\text{ctg } \beta = 0,4142$; 3) $\text{ctg } \gamma = 1,768$;
 4) $\text{ctg } x = 1,4948$; 5) $\text{ctg } y = 0,6946$; 6) $\text{ctg } z = 1,6946$;
 7) $\text{ctg } u = 7,115$; 8) $\text{ctg } v = 10,23$; 9) $\text{ctg } w = 20$.

Աղյուսակներով գտեք բութ անկյունների հետևյալ ֆունկցիաների արժեքները.

9. $\sin 105^\circ$; $\sin 172^\circ 8'$; $\sin 140^\circ 15'$; $\sin 115^\circ 22'$.
 10. $\cos 118^\circ$; $\cos 156^\circ 30'$; $\cos 98^\circ 42'$; $\cos 169^\circ 17'$.
 11. $\text{tg } 121^\circ$; $\text{tg } 160^\circ 24'$; $\text{tg } 101^\circ 41'$; $\text{tg } 147^\circ 39'$.
 12. $\text{ctg } 175^\circ$; $\text{ctg } 124^\circ 30'$; $\text{ctg } 171^\circ 13'$; $\text{ctg } 111^\circ 11'$.

§ 6. Ուղղանկյուն Յեռանկյունների ԼՈՒԾՈՒՄԸ

Նշանակումներ. ABC ուղղանկյուն յեռանկյան մեջ՝ $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $\angle C = 90^\circ$, BC եջը = a, AC եջը = b և ներքնաձիգը՝ AB = c:

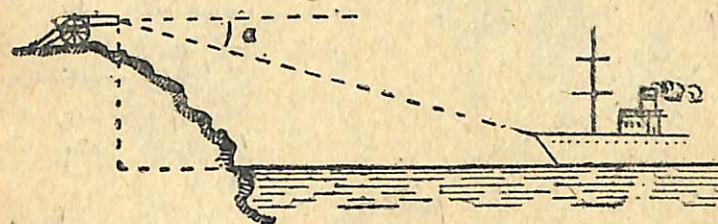
1. Տված է ABC ուղղանկյուն յեռանկյունը: Վորոշեցեք՝ 1) $\sin \alpha$ -ն և $\text{tg } \alpha$ -ն, յեթե a = 48 սմ և c = 50 սմ, 2) $\text{tg } \alpha$ -ն և $\cos \alpha$ -ն, յեթե a = 15 մ և b = 20 մ, 3) $\text{tg } \beta$ -ն և $\cos \beta$ -ն, յեթե b = 8,4 սմ և c = 8,5 սմ:

2. ABC ուղղանկյուն յեռանկյան կողմերի յերկարությունները (սանտիմետրներով արտահայտվում են հետևյալ թվերով՝ a = 7 $\frac{1}{5}$ և c = 17: Վորոշեցեք β անկյան բոլոր ֆունկցիաները:

3. ABC ուղղանկյուն յեռանկյան մեջ հաշվեցեք 1) a եջը, յեթե ներքնաձիգը՝ c = 30,6 սմ և $\sin \alpha = \frac{2}{3}$; 2) c-ն, յեթե a = 51 սմ և $\sin \alpha = 0,75$:

4. ABC ուղղանկյուն յեռանկյան մեջ հաշվեցեք a եջը, յեթե՝ 1) b = 14 մ և $\text{tg } \alpha = 0,72$; 2) b = 20,4 դմ և $\text{tg } \alpha = 1,5$:

5. Դիրիժաբլն ընկավ լուսարձակի լույսի շերտի մեջ այն ժամանակ, յերբ լուսարձակի առանցքը հորիզոնի հետ կազմում էր 47° անկյուն: Նույն ժամանակ լուսարձակի հեռավորությունը դիրիժաբլից, ուղիղ գծով, հավասար էր 3,5 կմ-ի: Հաշվեցեք՝ 1) դիրիժաբլի վերելքի բարձրությունը, 2) դիրիժաբլի հորիզոնական հեռավորությունը լուսարձակից:



Գծ. 2

6. Մարտկոցը տեղավորված է 150 մ բարձրություն ունեցող բլրի վրա: Ծովում լողացող թիրախի իջեցման անկյունը մարտկոցից վորոշված է 9° (գծ. 2): Ինչի՞ յ հավասար թիրախի հեռավորությունը մարտկոցից (հորիզոնական ուղղությամբ):

7. Ջրասույզ նավակի պերիսկոպն ամրացից յերևում է 1500 մ հեռավորության վրա: Ամրոցի հրանոթները տեղավորված են ջրի մակերևույթից 330 մ բարձրության վրա: Վորոշեցեք այն անկյունը, վորով պետք է իջեցնել հրանոթի փողը, վոր նա ուղղված լինի նավակի վրա:

8. Ինքնաթիռը մարտկոցին ադդանշան է տալիս, վոր գտնվում է թիրախի ուղիղ վերևը 1700 մ բարձրության վրա (գծ. 3): Նույն մոմենտում մարտկոցի դիտողը գտնում է, վոր ինքնաթիռի բարձրության անկյունը հավասար է 25° -ի: Հաշվեցեք մարտկոցի հեռավորությունը թիրախից (հորիզոնական ուղղությամբ):

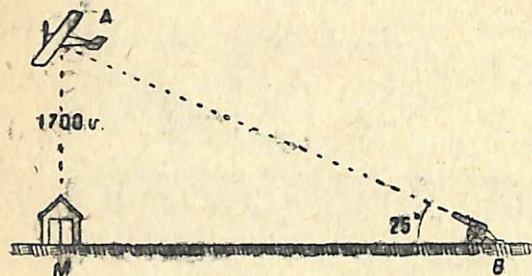
9. Դետի լայնությունը վորոշելու համար, նրա մի ափին, անմիջապես ջրի մոտ, անց են կացնում a մետրի հավասար AB բազիսը: Բազիսի A ծայրից, բազիսին ուղղահայաց ուղղության վրա մյուս ափում հենց ջրի մոտ յերևում է C ծառը: Բազիսի մյուս՝ B ծայրից այդ ծառը յերևում է β անկյան տակ: Հաշվեցեք գետի լայնությունը, յեթե a = 42 մ և $\beta = 25^\circ 28'$:

10. Աշտարակի հիմքի կենտրոնից a մետր հեռավորության վրա գտնվող կետից, այդ աշտարակի ծայրը յերևում է բարձրության α

անկյան տակ: Վորոշեցեք աշտարակի բարձրությունը ($a = 86,6$; $\alpha = 22^\circ 17'$),

11. $h = 12$ մ բարձրության վրա գտնվող պատուհանից գետի ափերը յերևում են $\alpha_1 = 17^\circ$ և $\alpha_2 = 45^\circ$ իջեցման անկյունների տակ: Այդ յերկու անկյունները գտնվում են գետի ուղղություն ուղղահայաց միևնույն հարթության մեջ: Վորոշեցեք գետի լայնությունը:

12. Լեռնային յերկաթուղին յուրաքանչյուր 30 մ ճանապարհի վրա բարձրանում է 1 մ: Գտեք վերելքի անկյունը:



Գծ. 3

ուղղաձիգ բարձրացումը հավասար է 37,4 մ-ի: Փողոցի յերկարությունը հավասար է 728 մ-ի: Վորոշեցեք փողոցի վերելքի անկյունը և հորիզոնական պրոյեկցիան:

15. Բլրի գագաթին գտնվում է a մետր յերկարության նշանաձող: Բլրի ստորոտի հորիզոնական հարթության վրա գտնվող և ձողի վերին ծայրից b մետր հեռավորություն ունեցող մի կետից ձողի այդ ծայրը յերևում է հորիզոնի նկատմամբ α անկյան տակ: Վորոշեցեք բլրի բարձրությունը ($a = 2$; $b = 14$; $\alpha = 63^\circ 18'$):

16. Յեթե յերկրի հորիզոնական մակերևույթի վրա ծառերը յենթադրվում է տնկել մեկը մյուսից a մետր հեռավորության վրա, ապա դրան համապատասխան ի՞նչ հեռավորության վրա պետք է տնկել ծառերը բլրի հորիզոնի հետ α անկյուն կազմող լանջի վրա (գծ. 4), ($a = 3,5$; $\alpha = 25^\circ 18'$):

17. MN ուղղի վրա վերցրած է A կետը և այդ կետից տարված է a մետր յերկարություն ունեցող AB հատվածը, վորը MN-ի հետ կազմում է α սուր անկյունը: Վորոշեցեք AB հատվածի (x) պրոյեկցիան MN ուղղի վրա և հետևեցեք այդ պրոյեկցիայի փոփոխություններին, յերբ α անկյունը փոփոխվում է 90° -ից մինչև 0° և ընդհանրապես 0° -ից մինչև 90° :

18. 30 մ բարձրություն ունեցող շենքը 45 մ յերկարության ստվեր է ձգում: Վորոշեցեք արեգակի բարձրությունը:

13. Մարդը բլրի լանջով դեպի վեր 1050 մ անցնելով, բլրի հիմքի հարթությունից բարձրացավ 90 մ: Վորոշեցեք բլրի լանջի թեքության անկյունը (միջին):

14. Հավասարաչափ բարձրացող փողոցի հանութի ժամանակ հաստատված է, վոր այդ փողոցի

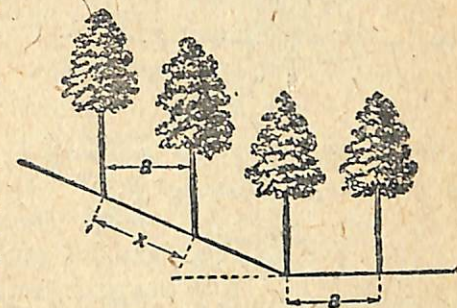
160
37

19. Կատրին, յերբ արեգակի բարձրությունը 28° է, գործարանի ծխնելույղը ձգում է 76 մ յերկարության ստվեր: Վորոշեցեք ծխնելույղի բարձրությունը:

20. Ինչքան է արեգակի բարձրությունն այն ժամանակ, 1) յերբ կանգնած մարդու ստվերը հավասար է նրա հասակի կեսին, 2) յերբ ստվերը յերկու անգամ մեծ է նրա հասակից և 3) յերբ ստվերը $2\frac{1}{2}$ անգամ մեծ է նրա հասակից:

21. Ուղղաձիգ ձողի ստվերը փոքր է ձողից նրա յերկարություն $\frac{1}{n}$ -ով: Ինչքան է արեգակի բարձրությունը ($n = 10,5$):

22. T նշանին 2500 մ հեռավորությունից կրակող H հորիցը հրաման ստացավ կրակը փոխադրել S նշանին, վորը T-ից 1500 մ հեռավորության վրա յե գտնվում: Ի՞նչ անկյունով պետք է պտտել հրանոթը, յեթե ST-ն ուղղահայաց է HT-ին:



Գծ. 4

23. Յերկու կետեր միաժամանակ դուրս են գալիս ուղիղ անկյան գագաթից, և շարժվում են հավասարաչափ մեկն անկյան մի կողմով, իսկ մյուսը՝ մյուս կողմով: Առաջինը մեկ վայրկյանում անցնում է a մետր, իսկ յերկրորդը՝ b մետր: Առաջին կետից, այդ կետի շարժման ուղղության նկատմամբ ի՞նչ φ անկյան տակ է յերևում յերկրորդ կետը:

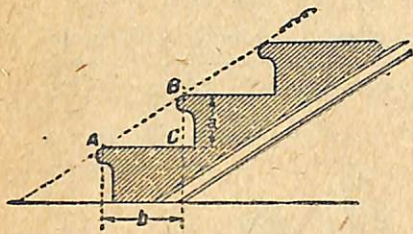
24. Տան քարե սանդուխքն իր յուրաքանչյուր բազկում (այսինքն յերկու պտտման սրահակների միջև) ունի 15-ական աստիճան, ընդվորում յուրաքանչյուր աստիճանի ողտակար լայնությունը (աստիճանի յերեսը) հավասար է $b = 27$ սմ, իսկ աստիճանի բարձրությունը՝ $a = 18$ սմ: Վորոշեցեք այդ սանդուխքի վերելքի անկյունը (գծ. 5):

25. Տան սանդուխքի յուրաքանչյուր աստիճանի լայնությունը հավասար է 25 սմ-ի: Ինչքան պետք է լինի աստիճանի բարձրությունը, վորպեսզի սանդուխքի վերելքի անկյունը հավասար լինի 40° -ի:

26. Յերկու ուղիղ փողոցները հատվում են $51^\circ 50'$ անկյան տակ: Այդ փողոցներից մեկը հատման տեղից 1625 մ հեռավորության վրա պետք է ամենակարճ ճանապարհով միանա յերկրորդի հետ: Վորոշեցեք այդ ամենակարճ նրբանցքի յերկարությունը:

Յեռանկ. խնդ. ժող.—2

27. Շրջանից դուրս գտնվող A կետը տվյալ շրջանի O կենտրոնի հետ միացնող AO հատվածի յերկարությունը հավասար է $c=2,53$ մ,



Գծ 5

A կետից տարված է շրջանագծի AC շոշափողը, վորն AO գծի հետ կազմում է $\alpha=38^\circ 46'$ անկյունը: Վորոշեցեք շառավղի (r) և շոշափողի (x) յերկարությունները:

28. Վորոշեցեք ուղղանկյուն յեռանկյանն արտագծված շրջանի շառավղիը, յեթե այդ յեռանկյան եջերից մեկը հավասար է a դեցիմետրի, իսկ այդ եջի մոտ գտնվող սուր անկյունը՝ β -ի:

Ուղղանկյուն յեռանկյունների լուծման բերվող խրմուրներ

29. Լիսեռնի՝ 6-րդ գծագրի վրա պատկերված կոնային մասի ծնիչն ունի 120° վերելք, այսինքն յուրաքանչյուր 100 մմ բարձրության վրա շառավղիը մեծանում է 12 մմ-ով: Գտեք վերելքի α անկյունը և D տրամագիծը ($h=105$ մմ, $d=80$ մմ):

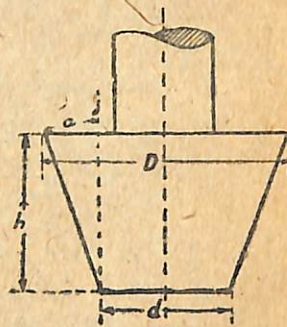
30. Հատած կոնի մեջ, վորը տված է 6-րդ գծագրի վրա, հայտնի յեն d և D տրամագծերը: Կոնի ծնիչի վերելքը հավասար է $1:n$: Գտեք սկզբնական և վերջնական հարթությունների h հեռավորությունը և վերելքի α անկյունը ($n=20$):

31. 12 մ բարձրություն ունեցող յերկաթուղային լիբը ներքևից ունի 36 մ լայնություն, իսկ վերելքից՝ 6 մ: Հաշվեցեք շիպի թեքությունն անկյունը հորիզոնական հարթության հետ:

32. Յերկաթուղային լիբը վերելքից ունի 6 մ լայնություն, իսկ ներքևից՝ 24 մ: Լիբի կողմնային կողմերը թեքված են դեպի հորիզոնական հարթությունը 35° անկյան տակ: Վորոշեցեք լիբի բարձրությունը:

33. Յերկաթուղային լիբի լծյնական հատվածն ունի հավասարասրուն սեղանի ձև: Այդ լիբը կառուցելիս ոգտագործված է ամենամեծ հնարավոր շիպը՝ $\varphi=39^\circ$: Սեղանի ներքևի հիմքը՝ $a=10$ մ, բարձրությունը՝ $h=3$ մ: Վորոշեցեք սեղանի վերին հիմքը:

34. Հավասարասրուն յեռանկյան b հիմքի և a սրունքի ոգնությունը վորոշեցեք հիմքի անկյունը ($b=28,13$; $a=17,53$):



Գծ 6

35. Հավասարասրուն յեռանկյան բարձրությունը հավասար է h-ի, իսկ հիմքը b-ի: Վորոշեցեք այդ յեռանկյան գագաթի անկյունը ($b=31,26$ և $h=20,75$):

36. Շրջանի շառավղիը հավասար է R-ի: Վորոշեցեք այդ շրջանի մեջ α աստիճան պարունակող աղեղը ձգող լարի յերկարությունը ($R=4,175$; $\alpha=37^\circ 42'$):

37. $R=35,8$ դմ շառավղ ունեցող շրջանի մեջ տարված է $a=28,7$ դմ յերկարության մի լար: Գտեք այդ լարով ձգված աղեղի աստիճանների և բուպենների թիվը և լարի հեռավորությունը կենտրոնից:

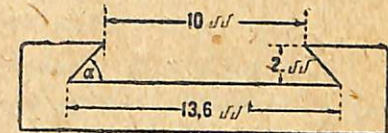
38. Լարը հավասար է շրջանի տրամագծի $\frac{3}{4}$ մասին: Վորոշեցեք այդ լարով ձգված աղեղի աստիճանների և բուպենների թիվը:

39. Լարը շրջանագիծը բաժանում է յերկու այնպիսի մասերի, վորոնք հարաբերում են այնպես, ինչպես $m:n$: Շրջանագծի յերկարությունը հավասար է c մետրի: Վորոշեցեք լարի հեռավորությունը կենտրոնից ($m:n=3:7$; $c=120$):

40. Շրջանագծին ներգծված α անկյունը հենվում է a սանտիմետր յերկարություն ունեցող լարի վրա: Վորոշեցեք շրջանի շառավղիը:

41. Տված են իրար փոխուղղահայաց յերկու ուժեր $P=4,372$ կգ և $Q=5,645$ կգ: Ի՞նչ անկյուն է կազմում համադրող P ուժի հետ և ինչքան է նրա մեծությունը:

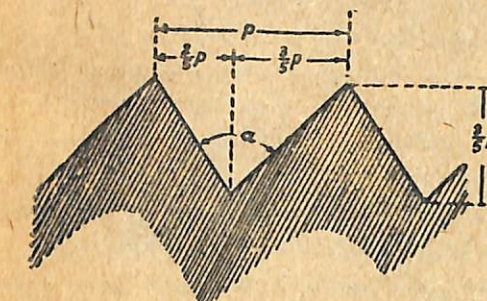
42. Հավասարասրուն յեռանկյան հիմքը հավասար է b դեցիմետրի, իսկ հիմքի անկյունը՝ α -ի: Վորոշեցեք այդ յեռանկյան պարագիծը:



Գծ 7

43. Հավասարասրուն յեռանկյան հիմքը հավասար է b դեցիմետրի, իսկ սրունքի վրա իջեցրած բարձրությունը՝ h դեցիմետրի: Վորոշեցեք յեռանկյան հիմքին առնթեր x անկյունը:

44. 7-րդ գծագրի վրա նկարված է մի փորակ: Վորոշեցեք այդ փորակի թեքությունն α անկյունը դեպի հիմքը:



Գծ 8

45. 8-րդ գծագրի վրա ցույց է տրված հրանոթային փականի հատուկ պոտտակային պարույրը: Վորոշեցեք α անկյունը:

46. A, B և C վայրերը դասավորված են ափսոսաբար, վոր նրանց հեռավորությունները քարտեզի վրա արտահայտվում են հետևյալ թվերով:

$$AB = 0,85 \text{ դմ},$$

$$AC = 1,20 \text{ դմ},$$

$$BC = 1,20 \text{ դմ},$$

B վայրը գտնվում է A-ից ուղիղ դեպի հյուսիս: Վորոշեցեք A-ից C ուղղությունը:

47. Ուղղագիծ լծակի բազուկների յերկարությունները հավասար են 5 դմ-ի և 15 դմ-ի: Գտնի՞ր դիմադրող կրթարանա (ուղղաձիգ ուղղություն) լծակի յուրաքանչյուր ծայրը, յեթե լծակը հորիզոնական դիրքից թեքվում է՝ 1) 40° , 2) 60° և 3) 90° :

48. Նավը շարժվել է հետևյալ ձևով:

Ուղղությունը	Անցած հանապարհը կմ-ներով
23° Հս. Արևելք	10
27° Հս. Արևելք	13
82° Հս. Արևելք	15

Վորոշեցեք այն հեռավորությունները, վոր անցել է նավը իր մեկնման կետից դեպի արևելք և դեպի հյուսիս:

49. Ուղղանկյան կողմերը հավասար են a-ի և b-ի: Վորոշեցեք այն անկյունները, վոր անկյունագծերը կազմում են կողմերի հետ ($a = 75,2$ դմ; $b = 63,6$ դմ):

50. Ուղղանկյան կողմերը հավասար են a-ի և b-ի: Հաշվեցեք անկյունագծերով կազմված անկյունը ($a = 13,5$ դմ; $b = 7,4$ դմ):

51. Ուղղանկյան կողմերը հավասար են a սմ-ի և b սմ-ի: Այդ ուղղանկյան կողմերի միջնակետերը հանդիսանում են քառանկյան գագաթներ: Վորոշեցեք այն անկյունները, վոր այդ քառանկյան կողմերը կազմում են տված ուղղանկյան կողմերի հետ ($a = 23,76$; $b = 58,28$):

52. Շեղանկյան անկյունագծերը հավասար են d_1 սմ-ի և d_2 սմ-ի ($d_1 = 28$; $d_2 = 49$): Հաշվեցեք այդ շեղանկյան անկյունները:

53. 1) AP-ն (գծ. 9) շարժիչի շարժաթևն է և OA-ն՝ նրա շուռտվիկը: Վորոշեցեք OB-ի և AB-ի յերկարությունները, յեթե

$$OA = r = 0,4 \text{ մ},$$

իսկ $\alpha = 30^\circ$: Անուհետև հաշվեցեք APB անկյունը և շարժաթևի PB

ալրոյեկցիայի յերկարությունը (OP ուղղորդի վրա), դիտենալով, վոր շարժաթևի յերկարությունը՝ $l = 2$ մ:

2) Ապացուցեք, վոր շարժաթևի և շուռտվիկի հորիզոնական հարթության հետ կազմած α և β անկյունների միջև գոյություն ունի հետևյալ առնչությունը:

$$\sin \beta = \frac{r}{l} \sin \alpha$$

3) Գտեք α անկյան զանազան արժեքների դեպքում β անկյան համապատասխան արժեքները, յերբ $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$ ($\alpha = 0^\circ; 10^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ; 50^\circ; 60^\circ; 70^\circ; 80^\circ; 90^\circ$):

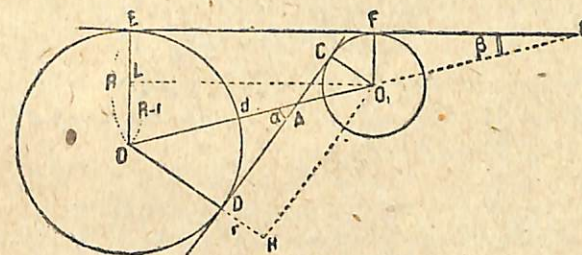
4) Ինչո՞ւ համար $\alpha = 90^\circ$ դեպքում β անկյունն (այս ինդերի յերկրորդ կետի բանաձևի մեջ) ունի ամենամեծ արժեքը:

5) Ինչո՞ւ յե հավասար β անկյունն այն դեպքում, յերբ շարժաթևն ու շուռտվիկը փոխուղղահայաց են:

6) Դիցուք, յերբ $\alpha = 0$, P կետը գրավում է Q դիրքը: Ցույց տվեք, վոր շարժաթևի գլխի QP = x տեղափոխությունը կարելի յե հաշվել՝

$$x = r(1 - \cos \alpha) + l(3 - \cos \beta)$$

բանաձևով:



Գծ. 10

Հաշվեցեք x-ի մեծությունը, յերբ $\alpha = 0^\circ; 10^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ; 50^\circ; 60^\circ; 70^\circ; 80^\circ; 90^\circ$, յեթե շուռտվիկի յերկարությունը՝ $r = 300$ մմ, իսկ շարժաթևի յերկարությունը՝ $l = 1500$ մմ:

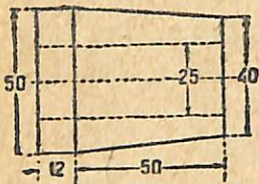
54. Տված է r սանտիմետր յերկարության շառավիղ ունեցող մի շրջան: Կենտրոնից a սանտիմետր հեռավորության վրա գտնվող կետից անց է կացրած յերկու շոշափող: Վորոշեցեք այդ շոշափողներով կազմված անկյունը ($r = 3,35$; $a = 8,32$):

55. Յերկու շրջանների կենտրոնները միացնող գծի յերկարու-թյունը հավասար է d սանտիմետրի (գծ. 10), շառավիղները՝ R և r սանտիմետրի: Վորոշեցեք այն α և β անկյունները, վոր այդ շրջանների ներքին և արտաքին ընդհանուր շոշափողները կազմում են կենտրոնները միացնող գծի հետ ($R = 3,065$; $r = 1,007$; $d = 6,245$):

56. Շրջանագծի շառավիղը հավասար է 5 դմ-ի: Այդ շրջանագծի վորեւէ A կետից տարված է յերկու լար, վորոնց յերկարություններն են՝ 7 դմ և 8 դմ: Հաշվեցեք այդ լարերով կազմված անկյունը: Քննարկեցեք յերկու դեպք. 1) յերբ լարերը գտնվում են A կետից տարած AO շառավղի տարբեր կողմերում և 2) յերբ լարերը գտնվում են այդ շառավղի մի կողմում:

57. Հավասարասրուն յեռանկյան մեջ բարձրությունը հավասար է h դեցիմետրի, իսկ կողմնային բարձրությունը h_1 դեցիմետրի: Վորոշեցեք յեռանկյան հիմքի անկյունը ($h = 2,5$; $h_1 = 3$):

58. Հավասարասրուն յեռանկյան սրունքը հավասար է a սանտիմետրի, իսկ գագաթի անկյունը՝ β -ի: Վորոշեցեք արտագծած և ներգծած շրջանների R և r շառավիղները:



Գծ. 11

59. Ուղղանկյուն յեռանկյան եջերից մեկը հավասար է b մետրի, իսկ ուղիղ անկյան գագաթից ներքնաձիգի վրա իջեցրած ուղղահայացը՝ h մետրի: Վորոշեցեք այդ ուղղանկյուն յեռանկյան սուր անկյուններից մեկը և ապա մյուս եջը (a -ն) և ներքնաձիգը (c -ն):

60. Վորոշեցեք 11-րդ նկարում ցույց տրված անվակալի կոնի ծնիչների միջև կազմված անկյունը:

61. Վորոշեցեք հետևյալ հատած կոնների ծնիչների միջև կազմված անկյունները (1° -ի ճշտությամբ):

Մեծ տրամագիծը մմ-ով	50	75	75	75	100	100
Փոքր » »	25	25	50	50	25	25
Կոնի յերկարությունը մմ-ով	50	75	75	25	40	25

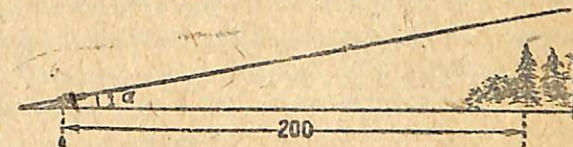
62. Յերկրագնդի տրամագիծը հավասար է 12740 կմ-ի: Վորոշեցեք φ° լայնության վրա գտնվող վայրից անցնող զուգահեռականի շրջանագծի յերկարությունը ($\varphi = 57^\circ 4' 33''$):

63. Անտառի վրայով կրակելու համար բարձրացման ինչ α անկյուն պետք է տալ հրանոթին, յիթե ծառերի ծայրերը 15 մ-ով բարձր են հրանոթի մակարդակից, և անտառը հրանոթից 200 մ հեռավորու-

թյան վրա չե գտնվում: Հաշվումներ կատարելիս ծածկողի բարձրությանը (տվյալ դեպքում անտառի) սովորաբար ավելացնում են դիտանցիայի 0,01 մասը (տվյալ դեպքում դիտանցիան 200 մ է):

64. Հրանոթը նպատակակետի հետ միացնող գիծը հորիզոնի հետ կազմում է այսպես կոչված նպատակակետի տեղանքի անկյուն: Հաշվեցեք տեղանքի անկյունը հրանոթի մակարդակից 65 մ բարձրության վրա գտնվող նպատակակետի վրա կրակելիս, յիթե հրանոթի և նպատակակետի հեռավորությունը $\frac{1}{10000}$ մասշտաբ ունեցող քարտեզի վրա հավասար է 31,5 սմ-ի:

65. A և B կետերի հեռավորությունը հավասար է 15 սմ-ի: Այդ կետերի առաջ դրված է մի հայելի, վորն առաջին կետից ունի $a = 5$ սմ հեռա-



Գծ. 12

վորություն, իսկ յերկրորդից՝ $b = 7$ սմ: Ինչի՞ յե հավասար այն ճառագայթի անկման անկյունը, վորը դուրս է գալիս A -ից և անդրադառնալով անցնում է B կետով:

§ 7. ՇԵՂԱՆԿՅՈՒՆ ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

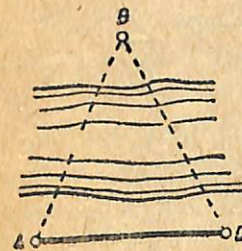
Միջուկների
քննարկը

1. Կուճեցեք յեռանկյունը հետևյալ տվյալների ոգնությամբ:

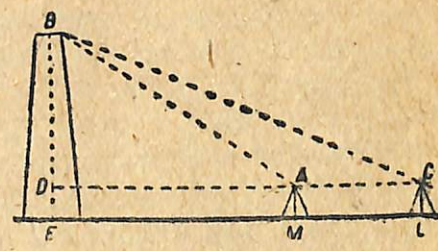
$$1) a = 109; \quad \beta = 33^\circ 24'; \quad \gamma = 66^\circ 59';$$

$$2) c = 16; \quad \alpha = 143^\circ 8'; \quad \beta = 22^\circ 37'$$

2. Պահանջվում է վորոշել A գործարանի հեռավորությունը գետի մյուս կողմում գտնվող յերկաթուղային B կայարանից (գծ. 13): Հայտնի յե, վոր՝ $AC = 100$ մ; $\angle BAC = 74^\circ$; $\angle BCA = 44^\circ$:



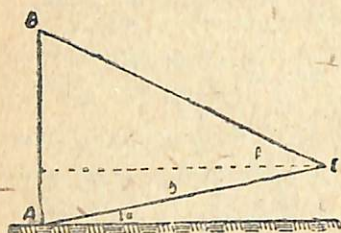
Գծ. 13



Գծ. 14

3. Մի գործարանի ծխնեղույղի (վորի հիմքին մոտենալը հնարավոր չէ) բարձրությունը վորոշելու համար չափել են $AC = 11,0$ մ բազիսը, վորի շարունակությունն անցնում է ծխնեղույղի հիմքով (գծ. 14). $\angle BAD = 49^\circ$; $\angle BCD = 35^\circ$: Անկյունաչափական գործիքի բարձրությունը հավասար է $1,37$ մ-ի: Ինչի՞նչ յե հավասար ծխնեղույղի բարձրությունը:

4. AB ուղղաձիգ առարկայի բարձրությունը վորոշելու համար, այդ առարկայի A հիմքից տարված է AC բազիսը, վորի յերկարությունը հավասար է b մետրի: AC բազիսը A -ից C բարձրանում է հորիզոնի հարթության հետ կազմելով α° անկյուն (գծ. 15): Բազիսի C ծայրից առարկայի գագաթը յերևում է բարձրության β° անկյան տակ: Վորոշեցե՞ք առարկայի բարձրությունը:



Գծ. 15

5. Սարի լանջը իջնում է դեպի հորիզոնը β° անկյան տակ: Այդ սարի վրա կա մի ծառ, վորի ստվերն ընկնում է սարի լանջին դեպի ներքև և արեգակի α° բարձրության ժամանակ ունի l մետր յերկարություն: Վորոշեցե՞ք ծառի բարձրությունը:

6. Զուգահեռագծի անկյունագծերից մեկը հավասար է d մետրի և բաժանում է այդ զուգահեռագծի ան-

կյունը α° և β° մասերին: Վորոշեցե՞ք զուգահեռագծի կողմերը:

7. Յեռանկյան մեջ տված է a կողմը և այդ կողմին առնթեր յերկու անկյունները՝ β° և γ° : Վորոշեցե՞ք յեռանկյան բոլոր անկյունների կիսորդները՝ l_a , l_b , l_c :

8. Գետի լայնությունը վորոշելու համար նրա ափին, անմիջապես ջրի մոտ անց են կացրել c յերկարությամբ AB բազիսը և մյուս ափին, անմիջապես ջրի մոտ, նշան են արել C ծառը: Անուհետև չափել են $\angle CAB = \alpha^\circ$ և $\angle ABC = \beta^\circ$: Վորոշեցե՞ք գետի լայնությունը C ծառի դիմաց ($c = 400$; $\alpha = 45^\circ$; $\beta = 30^\circ$):

9. ABC յեռանկյան մեջ տրված են՝ $\angle A = \alpha^\circ$; $\angle C = \gamma^\circ$ և բարձրությունը՝ $AD = h_a$ մետրի: Վորոշեցե՞ք այդ յեռանկյան կողմերի յերկարությունները:

10. ABC յեռանկյան մակերեսը վորոշելու համար չափել են այդ յեռանկյան a և b կողմերն ու դրանցով կազմված γ անկյունը: Հաշվեցե՞ք այդ յեռանկյան մակերեսը ($a = 125$ մ; $b = 160$ մ; $\gamma = 52^\circ$):

Յեռանկյան մակերեսը

11. Հավասարասրուն յեռանկյան մեջ սրունքը հավասար է b -ի,

իսկ գագաթի անկյունը՝ α -ի: Վորոշեցե՞ք այդ յեռանկյան մակերեսը ($b = 10$ մ; $\alpha = 75^\circ 20'$):

12. Յեթե յեռանկյան a և b կողմերի յերկարությունները մնան հաստատուն, իսկ այդ կողմերով կազմված γ անկյունը փոփոխվի 0 -ից մինչև 180° սահմաններում, ապա γ -ի վրա արժեքի դեպքում յեռանկյան մակերեսը կլինի ամենամեծ:

13. Ապացուցե՞ք, վոր զուգահեռագծի մակերեսը հավասար է նրա յերկու հարևան կողմերի արտադրյալը բազմապատկած այդ կողմերով կազմված անկյան սինուսով:

14. Ապացուցե՞ք, վոր յուրաքանչյուր քառանկյան մակերեսը հավասար է նրա յերկու անկյունագծերի արտադրյալի կեսը բազմապատկած այդ անկյունագծերով կազմված անկյան սինուսով:

15. Շեղանկյան կողմը հավասար է a -ի, իսկ անկյուններից մեկը α -ի: Վորոշեցե՞ք այդ շեղանկյան մակերեսը ($a = 7,5$ սմ; $\alpha = 22^\circ 10'$):

16. Ուղղանկյան անկյունագծերը հավասար է d -ի, իսկ անկյունագծերով կազմված անկյունը՝ φ -ի: Վորոշեցե՞ք այդ ուղղանկյան Q մակերեսը: Վորոշեցե՞ք Q -ի մաքսիմում արժեքը, յերբ φ -ն փոփոխվում է 0 -ից մինչև 180° :

17. Մի սեղանի հիմքերն են՝ a և b , կողմնալին կողմը՝ c , այդ կողմին առնթեր անկյունը՝ α : Վորոշեցե՞ք սեղանի մակերեսը:

18. Մի զուգահեռագծի մակերեսը հավասար է 12 դմ², այդ զուգահեռագծի կողմերը՝ $a = 3,7$ դմ և $b = 4,2$ դմ: Վորոշեցե՞ք զուգահեռագծի անկյունները:

19. Մի յեռանկյան մակերեսը հավասար է $71,24$ սմ²-ի, այդ յեռանկյան կողմերը՝ $a = 15$ սմ և $b = 13$ սմ: Վորոշեցե՞ք այդ կողմերով կազմված անկյունը:

20. Վորոշեցե՞ք յեռանկյան Δ և ունեցող հողամասի մակերեսը, յեթե այդ յեռանկյան կողմերից մեկը հավասար է c -ի, իսկ մյուս կողմերն առաջինի հետ կազմում են α և β անկյունները ($c = 20$; $\alpha = 65^\circ 30'$; $\beta = 84^\circ 30'$):

21. Անտառամասի ուղղագիծ սահմաններից յերկուսը զուգամիտվում են $BAC = \alpha$ անկյան տակ: Պահանջվում է այդ անտառամասից անջատել Q քառակուսի մետր մեծությու ունեցող DAE մակերեսը, դեպի AC կողմը $AED = \gamma$ անկյան տակ թեքված DE ուղղի ողնությունով: Այդպիսի ուղիղ հեշտ կլինի անցկացնել, յեթե հայտնի լինեն AE և AD կողմերը: Վորոշեցե՞ք այդ կողմերի յերկարությունները:

22. ABC յեռանկյան մեջ տված են՝ $\angle C = \gamma$ և A ու B գագաթներից անցկացրած h_a և h_b բարձրությունները: Վորոշեցե՞ք յեռանկյան մակերեսը:

23. Վորոշեցեք յեռանկյան մակերեսը յեթե հայտնի չեն α և β անկյուններն ու h_a բարձրությունը:

Խոսքնումների
քննարկ

24. ABC յեռանկյան մեջ տված են $b=7$; $c=10$; $\alpha=56^\circ 29'$: Գտեք a կողմը:

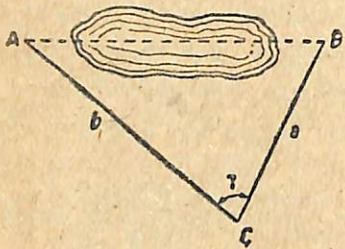
25. Լուծեցեք ABC յեռանկյունը հետևյալ տվյալներով.

$$1) a=10; \quad b=15; \quad \gamma=123^\circ 17'$$

$$2) a=0,2; \quad c=0,6; \quad \beta=23^\circ 28'$$

$$3) c=40; \quad a=100; \quad \beta=16^\circ 28'$$

26. A և B կետերի հեռավորությունը վորոշելու համար ընտրված է յերրորդ C կետն ախպես, վոր նրանից յերեան և մատչելի լինեն A և B կետերը (A կետից B-ն ուղիղ գծով անցնել հնարավոր չէ): Այնուհետև չափված են $BC=a$, $AC=b$ հե-



Գծ. 16

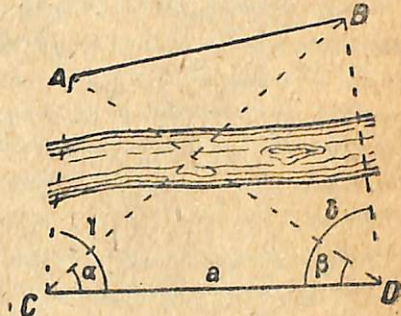
հեռավորությունները և $ACB=\gamma$ անկյունը (գծ. 16): Հաշվեցեք AB-ն ($a=100$ մ; $b=80$ մ; $\gamma=48^\circ 57'$):

27. ABC յեռանկյան մեջ տված են $a=3$, $b=4$, $c=6$ կողմերը: Գտեք γ անկյունը:

28. Չուգահեռագծի կողմերը հավասար են 4,0 մ-ի և 5,0 մ-ի: Այդ չուգահեռագծի անկյուններից մեկը հավասար է 52° -ի: Գտեք յերկու անկյունագծերը:

29. Նյութական կետին գործող զորած $P=100$ կգ և $Q=200$ կգ ուժերն իրար հետ կազմում են $\alpha=50^\circ$ անկյուն: Վորոշեցեք համազորի R մեծությունը և այն անկյունները, վոր համազորը կազմում է P և Q ուժերի հետ:

30. Յերկու (A և B) անմատչելի կետերի հեռավորությունը վորոշելու համար չափել են CD բազիսը, վոր հավասար է a մետրի և չի անցնում A և B կետերի միջով: Չափել են նաև $ACD=\gamma$, $BCD=\alpha$, $ADC=\beta$ և $BDC=\delta$ անկյունները: Հաշվեցեք AB-ն, յեթե $a=2000$; $\alpha=52^\circ 40'$; $\beta=42^\circ 1'$; $\gamma=86^\circ 40'$; $\delta=81^\circ 15'$:



Գծ. 17

§ 8. ՎԵՐԱԾՄԱՆ ԲԱՆԱԶԵՎԵՐ

1. a) $162^\circ 30'$; b) 230° ; c) 335° անկյունների սինուսները, կոսինուսները, տանգենսներն ու կոտանգենսները վերածեցեք սուր անկյան միեվնույն ֆունկցիաներին:

2. a) $25^\circ 30' 20''$; b) 130° ; c) 250° ; d) 340°

անկյունների սինուսները, կոսինուսները, տանգենսներն ու կոտանգենսները փոխարինեցեք սուր անկյան նմանանուն ֆունկցիաներով:

3. a) 75° ; b) 150° ; c) 200° ; d) 315°

անկյունների յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները փոխարինեցեք այնպես, վոր անկյունը 45° -ից մեծ չլինի:

Վերածեցեք ամենափոքր դրական արգումենտի.

4. a) $\sin 2000^\circ$; b) $\sin(-1000^\circ)$; c) $\cos 1500^\circ$; d) $\cos(-2900^\circ)$.

5. e) $\operatorname{tg} 600^\circ$; f) $\operatorname{tg}(-40^\circ)$; g) $\operatorname{ctg} 1305^\circ$; h) $\operatorname{ctg}(-300^\circ)$.

6. i) $\sec 1900^\circ$; k) $\sec(-2150^\circ)$; l) $\operatorname{cosec} 500^\circ$; m) $\operatorname{cosec}(-80^\circ)$.

7. a) $\sin(-7,3\pi)$; b) $\cos \frac{34}{9}\pi$; c) $\operatorname{tg}(-\frac{79}{11}\pi)$; d) $\operatorname{cosec}(-0,6\pi)$.

Հաշվեցեք.

8. a) $\sin(-1350^\circ)$; b) $\cos 720^\circ$; c) $\operatorname{tg} 900^\circ$; d) $\operatorname{ctg}(-450^\circ)$.

9. a) $\sin \frac{19}{6}\pi$; b) $\cos \frac{11}{2}\pi$; c) $\operatorname{ctg} \frac{16}{3}\pi$; d) $\sec 9\pi$.

10. 50° անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաներն արտահայտեցեք այդ անկյանը կից անկյան ֆունկցիաներով:

Պարզեցեք արտահայտությունները ($11-21$ խնդիրների մեջ).

11. $\sin(90^\circ + \alpha) + \cos(180^\circ - \alpha) + \operatorname{tg}(270^\circ + \alpha) + \operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha)$.

12. $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) - \cos(\pi - \alpha) + \operatorname{tg}(\pi - \alpha) - \operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$.

13. $\sin^2(270^\circ - \alpha) + \sin^2(360^\circ - \alpha)$. 14. $\operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2} - \alpha) \cdot \operatorname{tg}(2\pi - \alpha)$.

15. $a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$. 16. $\frac{\sin(-\alpha) \cdot \operatorname{tg}(-\alpha)}{\cos(-\alpha) \cdot \operatorname{ctg}(-\alpha)}$.

17. $\frac{\operatorname{cosec}(-\alpha) \cdot \operatorname{cosec}(90^\circ + \alpha)}{\sec(-\alpha) \cdot \sec(180^\circ + \alpha)}$. 18. $\frac{\sin(\pi + \alpha) \cdot \sec(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\operatorname{tg}(\pi - \alpha) \cdot \sec(2\pi - \alpha)}$.

19. $\sin 160^\circ \cdot \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cdot \cos 340^\circ + \operatorname{tg} 110^\circ \cdot \operatorname{tg} 340^\circ$.

20. $\frac{\sin(90^\circ - \alpha) \cdot \operatorname{tg} 132^\circ \cdot \operatorname{cosec} 222^\circ \cdot \sin 90^\circ}{\cos(180^\circ + \alpha) \cdot \sec 312^\circ \cdot \operatorname{ctg} 48^\circ \cdot \cos 180^\circ}$.

21. $\frac{\operatorname{tg}(270^\circ - \alpha) \cdot \sin 130^\circ \cdot \operatorname{cosec} 220^\circ \cdot \sin 270^\circ}{\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) \cdot \cos 50^\circ \cdot \sec 320^\circ \cdot \cos 360^\circ}$.

22. Ձևափոխեցե՛ք հետևյալ անկյունների յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները.

a) $\alpha - 90^\circ$; b) $\alpha - 180^\circ$; c) $\alpha - 270^\circ$; d) $\alpha - 360^\circ$

23. Վերոշեցե՛ք $\cos x$ -ը

$$3 \sin^2(360^\circ - x) - 7 \sin(x - 90^\circ) + 3 = 0$$

հավասարումից:

24. Վերոշեցե՛ք $\sin x$ -ը, յեթե՝

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin \frac{\pi}{2} = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right):$$

25. Վերոշեցե՛ք $\operatorname{tg} x$ -ը

$$\sin(2\pi - x) \cos(\pi - x) + \sin^2\left(\frac{3}{2}\pi - x\right) - \sin^2(2\pi - x) = 0$$

հավասարումից:

Հոլձեցե՛ք հավասարումները (26—30 խնդիրներում).

26. $\sin^2(270^\circ - x) + 2\cos(360^\circ - x) = 3$

27. $\sin(x - 90^\circ) = -\sin(x - 180^\circ)$

28. $\cos(\pi + x) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

29. $\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

30. $\sin(x + 90^\circ) = -\operatorname{ctg}(360^\circ - x)$

§ 9. ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ԹԵՈՐԵՄԸ

Գումարի յեվ տարբերության սինուսն ու կոսինուսը

1. Հաշվեցե՛ք՝ $\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)$, յեթե $\sin \alpha = 0,625$ և $\sin \beta = 0,8$:

2. Վերլուծե՛լ և պարզե՛լ՝

a) $\sin(\alpha + 60^\circ) + \sin(\alpha - 60^\circ)$

b) $\cos(30^\circ + \alpha) - \cos(30^\circ - \alpha)$

3. Տված է՝ $\cos \alpha = 0,6$; $0 < \alpha < 90^\circ$: Գտե՛ք $\sin(\alpha + 30^\circ)$:

4. Տված է՝ $\sin \alpha = \sqrt{0,2}$; $0 < \alpha < 90^\circ$: Գտե՛ք $\cos(60^\circ + \alpha)$:

5. Տված է՝ $\cos \alpha = 0,5$; $\sin \beta = -0,4$; $270^\circ < \alpha < 360^\circ$; $180^\circ < \beta < 270^\circ$: Գտե՛ք $\sin(\alpha - \beta)$ և $\cos(\alpha + \beta)$:

6. Տված է՝ $\sin \alpha = \frac{2}{3}$; $\cos \beta = -\frac{3}{4}$; α անկյունը II քառորդումն է, իսկ β -ն՝ III քառորդում:

Գտե՛ք $\sin(\alpha + \beta)$ և $\cos(\alpha - \beta)$:

7. Գտե՛ք $\sin(\alpha + \beta)$, յեթե $\sin \alpha = 0,6$ և $\sin \beta = 0,8$:

8. α և β անկյունները սուր են և ղրական՝

$$\cos \alpha = \frac{1}{7}; \quad \cos(\alpha + \beta) = -\frac{11}{14}$$

Վերոշեցե՛ք $\cos \beta$ -ն:

9. Հաշվեցե՛ք a) $\sin 75^\circ$ -ը և $\cos 75^\circ$ -ը, 75° -ը փոխարինելով $45^\circ + 30^\circ$ գումարով, b) $\sin 15^\circ$ -ը և $\cos 15^\circ$ -ը, 15° -ը փոխարինելով $45^\circ - 30^\circ$ տարբերությամբ:

10. $\sin(\alpha \pm \beta)$ -ն և $\cos(\alpha \pm \beta)$ -ն արտահայտող բանաձևերը կիրառեցե՛ք հետևյալ դեպքերում. a) $\alpha = 0^\circ$; 90° ; 180° ; 270° ; 360° ; b) $\beta = 90^\circ$; 180° ; 270° ; 360° ; c) $\alpha = \beta$:

11. Յեթե α և β անկյունները ղրական են և $\alpha + \beta < 90^\circ$, ապա $\sin(\alpha + \beta) < \sin \alpha + \sin \beta$: Ապացուցե՛ք այդ 1) դձագրի ոգնությամբ և 2) բանաձևի ոգնությամբ:

12. $\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$ և $\frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)}$ արտահայտություններն արտահայտեցե՛ք.

a) $\operatorname{tg} \alpha$ -ով և $\operatorname{tg} \beta$ -ով; b) $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով և $\operatorname{ctg} \beta$ -ով:

13. Վերլուծեցե՛ք՝ $\sin(\alpha + \beta + \gamma)$ -ն և $\cos(\alpha + \beta + \gamma)$ -ն:

14. Տված է՝ $\sin \alpha = \frac{3}{5}$; $\sin \beta = \frac{12}{13}$; $\sin \gamma = \frac{7}{25}$, ղրտե՛ղ α , β և γ -ն

սուր անկյուններ են:

Գտե՛ք $\sin(\alpha + \beta + \gamma)$ -ն և $\cos(\alpha + \beta + \gamma)$ -ն:

15. Վերլուծեցե՛ք և պարզեցե՛ք՝ $\operatorname{tg}(45^\circ \pm \alpha)$:

16. Գտե՛ք $\operatorname{tg} 105^\circ (= 60^\circ + 45^\circ)$:

17. Տված է՝ $\operatorname{tg} \alpha = 3$:

Գտե՛ք $\operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)$:

18. Տված է՝ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$ և $\operatorname{tg} \beta = -2$: Գտե՛ք $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$ -ն և $\operatorname{ctg}(\alpha - \beta)$ -ն:

19. $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)$ -ն արտահայտեցե՛ք $\operatorname{ctg} \alpha$ -ի և $\operatorname{ctg} \beta$ -ի միջոցով:

20. $\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta)$ -ն արտահայտեցե՛ք. a) $\operatorname{ctg} \alpha$ -ի և $\operatorname{ctg} \beta$ -ի միջոցով; b) $\operatorname{tg} \alpha$ -ի և $\operatorname{tg} \beta$ -ի միջոցով:

21. Վերլուծե՛լ $\operatorname{tg}(\alpha + \beta + \gamma)$ -ն:

Պարզեցե՛ք հետևյալ արտահայտությունները (22—26 խնդիրներին մեջ).

22. $\frac{\sin(\alpha - \beta) + 2 \cos \alpha \sin \beta}{2 \cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha - \beta)}$

23. $\frac{\cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - \sin \alpha \sin \beta}$

$$24. \frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)}$$

$$25. \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}$$

$$26. \frac{\sin(45^\circ + \alpha) - \cos(45^\circ + \alpha)}{\sin(45^\circ + \alpha) + \cos(45^\circ + \alpha)}$$

Ապացուցեք նույնությունները (27—37 խնդիրներում).

$$27. \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta.$$

$$28. \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta.$$

$$29. \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \beta \cdot \cos \beta.$$

$$30. (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot (\sin \beta - \cos \beta) = \sin(\beta - \alpha) - \cos(\beta + \alpha).$$

$$31. \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin \beta - \cos(\alpha + \gamma) \cdot \sin \gamma = \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos \beta - \sin(\alpha + \gamma) \cdot \cos \gamma.$$

$$32. a) \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta)}; \quad b) \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)}.$$

$$33. \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} 2\alpha = \operatorname{cosec} 2\alpha. \quad 34. \sin \alpha - \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$35. \operatorname{tg}(\alpha + \beta) - \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

$$36. \cos \alpha + \cos(120^\circ - \alpha) + \cos(120^\circ + \alpha) = 0.$$

$$37. \frac{1}{2}(\cos \alpha + \sqrt{3} \cdot \sin \alpha) = \cos(60^\circ - \alpha).$$

38. Յեթե $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$ և $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{3}$, ընդվորում α -ն և β -ն սուր անհիյուններ են, ապա $\alpha + \beta = 45^\circ$: Ապացուցեք այդ:

39. Յեթե α -ն, β -ն և γ -ն սուր անհիյուններ են, վորոնց տանգենտները հավասար են $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$ և $\frac{1}{8}$, ապա $\alpha + \beta + \gamma = 45^\circ$: Ապացուցեք այդ:

40. Տված է $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{4}$; $\operatorname{ctg} \beta = \frac{1}{7}$; α -ն և β -ն սուր անհիյուններ են: Ապացուցեք, վոր $\alpha + \beta = 135^\circ$.

Հուշե՛ք հավասարումները (41—54 խնդիրներում):

$$41. \sin(x + 30^\circ) + \cos(x - 30^\circ) = 0.$$

$$42. \cos(\alpha + x) \cdot \cos(\alpha - x) + 0,75 = \cos^2 \alpha.$$

$$43. \cos(\alpha - \beta) \cdot \sin(\gamma - x) = \cos(\alpha + \beta) \cdot \sin(\gamma + x).$$

$$44. \operatorname{tg}(x + 45^\circ) + \operatorname{tg}(x - 45^\circ) = 2 \operatorname{ctg} x.$$

$$45. \sin(x + \alpha) + \sin(x - \alpha) = \cos \alpha.$$

$$46. \sin(\alpha - x) : \cos(\alpha + x) = a : b.$$

$$47. \operatorname{tg}(x + \alpha) \cdot \operatorname{tg}(x - \alpha) = m. \quad 48. \sin 2x \cdot \cos x = \cos 2x \cdot \sin x.$$

$$49. \sin x \cdot \sin 2x = \cos x \cdot \cos 2x \quad 50. \cos 2x \cdot \cos 3x = \cos 5x.$$

$$51. \sin(\alpha + x) - \cos x \cdot \sin \alpha = \cos \alpha.$$

$$52. 2 \sin x = \sin(45^\circ - x). \quad 53. \sin(45^\circ - x) = \frac{1}{2} \cos(45^\circ + x).$$

$$54. \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{1}{2}.$$

§ 10. ԱՐԳՈՒՄԵՆՏԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ ՈՒ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

Բազմապատկման
բանաձևեր

1. Հաշվեցեք. a) $\sin 2\alpha$ -ն և $\cos 2\alpha$ -ն, յեթե $\sin \alpha = 0,8$; b) $\operatorname{tg} 2\alpha$ -ն, յեթե $\operatorname{tg} \alpha = -3$.

2. Հավասարաբուռն յեռանկյան հիմքի անհայտ սինուսը հավասար է $\frac{5}{13}$ -ի: Վորոշեցեք

այդ յեռանկյան գագաթի անկյան սինուսն ու կոսինուսը:

3. Յեթե $0 < \alpha < 45^\circ$, ապա $\sin 2\alpha < 2 \sin \alpha$: Ապացուցեք այդ 1) զծագրով, 2) $\sin 2\alpha$ -ի բանաձևի ոգնությունով:

4. Տված է $\sin \alpha = 0,8$; $90^\circ < \alpha < 180^\circ$:

Գտեք $\sin 2\alpha$ -ն և $\cos 2\alpha$ -ն:

5. Տված է $\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{3}}$; $270^\circ < \alpha < 360^\circ$

Գտեք $\sin 2\alpha$ -ն և $\cos 2\alpha$ -ն:

6. Տված է $\operatorname{tg} \alpha = 3$: Գտեք $\operatorname{tg} 2\alpha$ -ն:

7. $\sin 2\alpha$ -ն և $\cos 2\alpha$ -ն արտահայտեցեք. a) միայն $\sin \alpha$ -ով, b) միայն $\cos \alpha$ -ով:

8. $\operatorname{ctg} 2\alpha$ -ն արտահայտեցեք. a) $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով, b) $\operatorname{tg} \alpha$ -ով:

9. $\sec 2\alpha$ -ն արտահայտեցեք $\sec \alpha$ -ով:

10. a) $\sin \alpha$ -ն և $\cos \alpha$ -ն արտահայտեցեք $\sin \frac{\alpha}{2}$ -ի և $\cos \frac{\alpha}{2}$ -ի միջոցով; b) $\operatorname{tg} \alpha$ -ն արտահայտեցեք $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ի միջոցով:

11. $\sin \alpha$ -ն և $\cos \alpha$ -ն արտահայտեցեք $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ի միջոցով:

12. Յույց տվեք, վոր α անկյան բոլոր յեռանկյունահաջադական ֆունկցիաները ռացիոնալաբար են արտահայտվում $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ով:

13. Տված է $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3}$: Գտեք $\sin \alpha$ -ն, $\cos \alpha$ -ն և $\operatorname{tg} \alpha$ -ն:

14. Տված է $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{2} + 1$: Գտեք $\sin 2\alpha$ -ն, $\cos 2\alpha$ -ն և $\operatorname{tg} 2\alpha$ -ն:

15. $\sin 3\alpha$ -ն, $\cos 3\alpha$ -ն և $\operatorname{tg} 3\alpha$ -ն արտահայտեցեք համապատասխանաբար $\sin \alpha$ -ի, $\cos \alpha$ -ի և $\operatorname{tg} \alpha$ -ի միջոցով:

16. $\sin 4\alpha$ -ն և $\cos 4\alpha$ -ն արտահայտեցեք $\sin \alpha$ -ի և $\cos \alpha$ -ի միջոցով:

Բաժանման բա-
նաձևվեր

17. Հաշվեցեք $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$ և $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, յեթե $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ և $\sin \alpha = -0,6$:

18. Գտեք 15° անկյան սինուսը, կոսինուսը, տանգենսը և կոտանգենսը, ընդունելով $15^\circ = \frac{30^\circ}{2}$ (արդյունքները բաղդատել § 9-ի 9-րդ խնդրի պատասխանների հետ):

19. Գտեք $22^\circ 30'$ ($= \frac{45^\circ}{2}$) անկյան սինուսը, կոսինուսը, տանգենսը և կոտանգենսը:

20. Հավասարաբարուն յեռանկյան զագաթի անկյան կոսինուսը հավասար է $-\frac{7}{25}$ -ի: Վերջիցեք հիմքի անկյան սինուսն ու կոսինուսը:

21. Հաշվեցեք $\sin \frac{\alpha}{4}$ -ը, յեթե $450^\circ < \alpha < 540^\circ$ և $\sin \alpha = \frac{336}{625}$:

22. Հաշվեցեք $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}$ -ը, յեթե $45^\circ < \frac{\alpha}{4} < 90^\circ$ և $\cos \alpha = \frac{3}{5}$:

23. Յեթե $\cos \alpha = \frac{40}{41}$ և $\cos \beta = \frac{60}{61}$, ընդգործում α -ն և β -ն դրական սուր անկյուններ են, ապա $\sin \frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{1}{41 \cdot 61}$: Ստուգեցեք այդ:

24. $\operatorname{tg} 7^\circ 30' = \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$: Ստուգեցեք այդ:

25. $\sin \frac{\alpha}{2}$ -ը և $\cos \frac{\alpha}{2}$ -ն արտահայտեցեք $\sin \alpha$ -ով:

26. $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ը և $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ -ն արտահայտեցեք համապատասխանաբար $\operatorname{tg} \alpha$ -ով և $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով:

27. Վերջիցեք $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ը, յեթե $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ և $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{5}$:

Ապացուցեք նույնություները (28—49 խնդիրների մեջ):

28. a) $2 \sin(90^\circ - \alpha) \sin \alpha = \sin 2\alpha$; b) $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = -\cos 2\alpha$.

29. a) $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$; b) $(\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2})^2 = 1 - \sin \alpha$.

30. a) $\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sin 2\alpha$; b) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos 2\alpha$.

31. $\cos^2(\alpha + \beta) + \cos^2(\alpha - \beta) - \cos 2\alpha \cdot \cos 2\beta = 1$.

32. $\frac{\cos \alpha}{\sec \frac{\alpha}{2} + \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{2}(\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}) \sin \alpha$.

33. $\frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}} = -\frac{1}{4} \sin 2\alpha$.

34. a) $\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{cosec} 2\alpha$; b) $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{ctg} 2\alpha$.

35. a) $\sin 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha = \cos 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$, b) $\sin 2\alpha - \operatorname{ctg} \alpha = -\cos 2\alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.

36. $\frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$.

37. $\operatorname{tg}(\alpha + 45^\circ) + \operatorname{tg}(\alpha - 45^\circ) = 2 \operatorname{tg} 2\alpha$.

38. $2 \sin(45^\circ + \alpha) \cdot \sin(45^\circ - \alpha) = \cos 2\alpha$.

39. $\frac{1 - \operatorname{tg}^2(45^\circ - \alpha)}{1 + \operatorname{tg}^2(45^\circ - \alpha)} = \sin 2\alpha$. 40. $\sin 3\alpha \operatorname{cosec} \alpha - \cos 3\alpha \cdot \sec \alpha = 2$.

41. $4 \sin \alpha \cdot \sin(60^\circ - \alpha) \cdot \sin(60^\circ + \alpha) = \sin 3\alpha$.

42. $4 \cos \alpha \cdot \cos(60^\circ - \alpha) \cdot \cos(60^\circ + \alpha) = \cos 3\alpha$.

43. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(60^\circ - \alpha) \cdot \operatorname{tg}(60^\circ + \alpha) = \operatorname{tg} 3\alpha$.

44. $\frac{\sin 3\alpha + \sin^3 \alpha}{\cos 3\alpha - \cos^3 \alpha} = -\operatorname{ctg} \alpha$. 45. $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 60^\circ}{\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 60^\circ} = \operatorname{tg} 3\alpha \cdot 3 \operatorname{ctg} \alpha$.

46. a) $1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$; b) $1 + \sin \alpha = 2 \cos^2(45^\circ - \frac{\alpha}{2})$.

47. a) $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$; b) $1 - \sin \alpha = 2 \sin^2(45^\circ - \frac{\alpha}{2})$.

48. $\frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha + \sin 2\alpha} = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$. 49. $\frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha)$.

50. Յեթե $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7}$ և $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{3}$, ընդգործում α -ն և β -ն սուր անկյուններ են, ապա $\alpha + 2\beta = 45^\circ$: Ապացուցեք այդ:

51. Յեթե $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7}$ և $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{3}$, ապա $\cos 2\alpha = \sin 4\beta$:

Ստուգեցեք:

Լուծեցեք հավասարումները (52—74 խնդիրներում).

52. $\sin x \cdot \cos x = 0,25$.

53. $\sin^2 x - \cos^2 x = 0,5$.

54. $1 - \operatorname{tg}^2 x = 2 \operatorname{tg} x$.

55. $\sin 2x = \sin x$.

56. $a \cdot \sin x = b \cdot \cos \frac{x}{2}$.

57. $1 + \sin^2 2x = 4 \sin^2 x$.

58. $\cos 2x = \cos x$.

59. $\cos 2x = 2 \sin^2 x$.

60. $\operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} x$.

61. $\operatorname{tg} 2x = 3 \operatorname{tg} x$.

62. $a(1 + \cos x) = b \cdot \cos \frac{x}{2}$.

63. $1 - \cos x = \sin \frac{x}{2}$.

Յեռանկ. խնդ. ժող. — 3

64. $a(1 + \cos x) = b \cdot \sin x$.

65. $1 - \cos x = \sin x$.

66. $1 + \sec x = m \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$.

67. $1 + \sec x = \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2}$.

68. $\sin 3x = 2 \sin x$;

69. $\cos 3x = 4 \cos^2 x$.

70. $\sin x \cdot \sin 3x = \frac{1}{2}$; 71. $\cos^3 x \cdot \sin 3x + \sin^3 x \cdot \cos 3x = \frac{3}{4}$.

72—74 հավասարումների մեջ $\sin x$ -ը և $\cos x$ -ը նախորդ արտահայտել ըստ 11-րդ խնդրի բանաձևերի:

72. $\sin x + \cos x = 1 \frac{1}{4}$.

73. $4 \sin x + 3 \cos x = 2$.

74. $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{3}$

§ 11. Յեռանկյնային և քառակուսային ձևերի ձևափոխումներ, չափափոխումներ, չափափոխումներ, չափափոխումներ, չափափոխումներ

Հետևյալ արտահայտությունները բերեք լուծարիթմիկ ձևերի և պարզեցեք.

1. a) $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$; b) $\sin 78^\circ - \sin 42^\circ$;

c) $\cos 152^\circ + \cos 28^\circ$; d) $\cos 48^\circ - \cos 12^\circ$.

2. a) $\sin 5^\circ + \sin 20^\circ$; b) $\sin 3^\circ - \sin 5^\circ$;

c) $\cos 3^\circ 15' + \cos 17^\circ$; d) $\cos 5^\circ - \cos 25^\circ$.

3. a) $\sin(30^\circ + \alpha) + \sin(30^\circ - \alpha)$; b) $\cos \frac{\alpha + \beta}{2} + \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$.

4. a) $\frac{\sin 25^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 25^\circ - \sin 15^\circ}$; b) $\frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos \alpha - \cos \beta}$.

5. a) $\sin 20^\circ + \cos 40^\circ$; b) $\cos 20^\circ - \sin 20^\circ$; c) $\sin \alpha - \cos \beta$.

6. a) $\sin \alpha + \cos \alpha$; b) $\sin \alpha - \cos \alpha$.

7. a) $\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta$; b) $\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta$; c) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta$; d) $\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta$.

8. a) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$; b) $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$.

9. a) $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$; b) $\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta$.

10. a) $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta$; b) $\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \beta$; c) $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \beta$; d) $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

11. a) $1 + \sin \alpha$; b) $\sin \alpha - 1$; c) $1 - 2 \sin^2 \alpha$; d) $1 - 2 \cos^2 \alpha$.

12. $\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha$. 13. $\operatorname{tg} \alpha - \sec \alpha$. 14. $\operatorname{cosec} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$.

15. a) $1 \pm \operatorname{tg} \alpha$; b) $1 \pm \operatorname{ctg} \alpha$. 16. $1 \pm \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$.

17. a) $\sqrt{1 + \cos \alpha} + \sqrt{1 - \cos \alpha}$; b) $\sqrt{1 + \cos \alpha} - \sqrt{1 - \cos \alpha}$

18. $\sqrt{\operatorname{tg} \alpha + \sin \alpha} + \sqrt{\operatorname{tg} \alpha - \sin \alpha}$.

19. a) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \beta \cdot \cos \beta$; b) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \beta \cdot \cos \beta$.

20. a) $1 + \sin \alpha + \cos \alpha$; b) $1 - \sin \alpha - \cos \alpha$.

21. $1 - 2 \cos \alpha + \cos 2\alpha$.

22. a) $1 + \operatorname{tg} \alpha + \sec \alpha$; b) $\sec \alpha + \operatorname{tg} \alpha - 1$.

23. a) $1 + \sin \alpha + \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha$; b) $1 + \sin \alpha - \cos \alpha - \operatorname{tg} \alpha$.

24. a) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha + \sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha$; b) $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha - \sec \alpha - \operatorname{cosec} \alpha$.

25. a) $\sin \alpha + \sin \beta + \sin(\alpha + \beta)$; b) $\sin \alpha - \sin \beta + \sin(\alpha + \beta)$.

26. $\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha$.

Ապացուցեք հոսյունությունները (27—38 խնդիրներում):

27. $\frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} = \operatorname{ctg} \frac{\beta - \alpha}{2}$. 28. $\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} = \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{tg} \beta$.

29. a) $\frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}$; b) $\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}$.

30. $\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha)$. 31. $\frac{\sec \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\sec \alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg}^2(45^\circ + \frac{\alpha}{2})$.

32. a) $\frac{\operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} \alpha} = \sin 2\alpha$; b) $\frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} 2x} = \cos 2\alpha$.

33. $\sqrt{1 + \sin \alpha} - \sqrt{1 - \sin \alpha} = 2 \sin \frac{\alpha}{2}$ (յեթե $0 < \alpha < 90^\circ$).

34. $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} \cdot \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

35. a) $(\sin \alpha + \sin \beta)^2 + (\cos \alpha + \cos \beta)^2 = 4 \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$;

b) $(\sin \alpha - \sin \beta)^2 + (\cos \alpha - \cos \beta)^2 = 4 \sin^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$.

36. a) $1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}$;

b) $1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta = -\frac{\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}$.

37. $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha$.

38. $\operatorname{tg} 3\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 3\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

Ապացուցեք, թե $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (որինակ յեռանկյան

64. $a(1 + \cos x) = b \cdot \sin x$.

65. $1 - \cos x = \sin x$.

66. $1 + \sec x = m \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$.

67. $1 + \sec x = \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2}$.

68. $\sin 3x = 2 \sin x$;

69. $\cos 3x = 4 \cos^2 x$.

70. $\sin x \cdot \sin 3x = \frac{1}{2}$. 71. $\cos^3 x \cdot \sin 3x + \sin^3 x \cdot \cos 3x = \frac{3}{4}$.

72—74 հաճախարույնների մեջ $\sin x$ -ը և $\cos x$ -ը նախորդ արտահայտել ըստ 11-րդ խնդրի բանաձևերի:

72. $\sin x + \cos x = 1 \frac{1}{4}$. 73. $4 \sin x + 3 \cos x = 2$.

74. $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{3}$

§ 11. ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻՆԵՐԻ ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ԳՈՒՄԱՐԻ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒՄԸ ԱՐՏԱՐԻՅԱԼԻ ՈՃԱՆԴԱԿ ԱՆԿՅՈՒՆ

Հետևյալ արտահայտությունները բերեք լողարիթմիկու հարմար ձևի և պարզեցեք.

1. a) $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$; b) $\sin 78^\circ - \sin 42^\circ$;

c) $\cos 152^\circ + \cos 28^\circ$; d) $\cos 48^\circ - \cos 12^\circ$.

2. a) $\sin 5^\circ + \sin 20^\circ$; b) $\sin 3^\circ - \sin 5^\circ$;

c) $\cos 3^\circ 15' + \cos 17^\circ$; d) $\cos 5^\circ - \cos 25^\circ$.

3. a) $\sin(30^\circ + \alpha) + \sin(30^\circ - \alpha)$; b) $\cos \frac{\alpha + \beta}{2} + \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$.

4. a) $\frac{\sin 25^\circ + \sin 15^\circ}{\sin 25^\circ - \sin 15^\circ}$; b) $\frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos \alpha - \cos \beta}$.

5. a) $\sin 20^\circ + \cos 40^\circ$; b) $\cos 20^\circ - \sin 20^\circ$; c) $\sin \alpha - \cos \beta$.

6. a) $\sin \alpha + \cos \alpha$; b) $\sin \alpha - \cos \alpha$.

7. a) $\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta$; b) $\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta$; c) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta$; d) $\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta$.

8. a) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$; b) $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$.

9. a) $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$; b) $\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta$.

10. a) $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \beta$; b) $\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \beta$; c) $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \beta$; d) $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

11. a) $1 + \sin \alpha$; b) $\sin \alpha - 1$; c) $1 - 2 \sin^2 \alpha$; d) $1 - 2 \cos^2 \alpha$.

12. $\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha$. 13. $\operatorname{tg} \alpha - \sec \alpha$. 14. $\operatorname{cosec} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha$.

15. a) $1 \pm \operatorname{tg} \alpha$; b) $1 \pm \operatorname{ctg} \alpha$. 16. $1 \pm \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$.

17. a) $\sqrt{1 + \cos \alpha} + \sqrt{1 - \cos \alpha}$; b) $\sqrt{1 + \cos \alpha} - \sqrt{1 - \cos \alpha}$

18. $\sqrt{\operatorname{tg} \alpha + \sin \alpha} + \sqrt{\operatorname{tg} \alpha - \sin \alpha}$.

19. a) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \beta \cdot \cos \beta$; b) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \beta \cdot \cos \beta$.

20. a) $1 + \sin \alpha + \cos \alpha$; b) $1 - \sin \alpha - \cos \alpha$.

21. $1 - 2 \cos \alpha + \cos 2\alpha$.

22. a) $1 + \operatorname{tg} \alpha + \sec \alpha$; b) $\sec \alpha + \operatorname{tg} \alpha - 1$.

23. a) $1 + \sin \alpha + \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha$; b) $1 + \sin \alpha - \cos \alpha - \operatorname{tg} \alpha$.

24. a) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha + \sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha$; b) $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha - \sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha$.

25. a) $\sin \alpha + \sin \beta + \sin(\alpha + \beta)$; b) $\sin \alpha - \sin \beta + \sin(\alpha + \beta)$.

26. $\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha$.

Ապացուցեք նույնությունները (27—38 խնդիրներում):

27. $\frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta} = \operatorname{ctg} \frac{\beta - \alpha}{2}$. 28. $\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} = \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) \cdot \operatorname{tg} \beta$.

29. a) $\frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}$; b) $\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta)}$.

30. $\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha)$. 31. $\frac{\sec \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\sec \alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg}^2(45^\circ + \frac{\alpha}{2})$.

32. a) $\frac{\operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} \alpha} = \sin 2\alpha$; b) $\frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} 2x} = \cos 2\alpha$.

33. $\sqrt{1 + \sin \alpha} - \sqrt{1 - \sin \alpha} = 2 \sin \frac{\alpha}{2}$ (յեթե $0 < \alpha < 90^\circ$).

34. $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} \cdot \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

35. a) $(\sin \alpha + \sin \beta)^2 + (\cos \alpha + \cos \beta)^2 = 4 \cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$;

b) $(\sin \alpha - \sin \beta)^2 + (\cos \alpha - \cos \beta)^2 = 4 \sin^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$.

36. a) $1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}$;

b) $1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta = -\frac{\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}$.

37. $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha$.

38. $\operatorname{tg} 3\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 3\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

Ապացուցեք, Վոր յերբ $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (որինակ յեռանկյան

անկյունների համար) ճիշտ կլինեն հետևյալ առնչությունները (39—49 խնդիրների մեջ): Պատասխաններում, այդ համարների վերաբերյալ կան ցուցումներ):

$$39. a) \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2};$$

$$b) \sin \alpha + \sin \beta - \sin \gamma = 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}.$$

$$40. a) \cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 1 + 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2};$$

$$b) \cos \alpha + \cos \beta - \cos \gamma = -1 + 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}.$$

$$41. \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma.$$

$$42. \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \gamma + \operatorname{cosec} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \beta \cdot \operatorname{cosec} \gamma.$$

$$43. \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} = \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}.$$

$$44. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} + \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = 1.$$

$$45. \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \gamma + \operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \gamma = 1.$$

$$46. \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2 + 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma.$$

$$47. \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 - 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma.$$

$$48. \sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma = 4 \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma.$$

$$49. \cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = -1 - 4 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma.$$

50—59 արտահայտությունները ձևափոխեցեք լողարիթմական հաշվումների համար, մի քանի հասարակ անկյունների ողնություններ:

$$50. 1 + 2 \sin \alpha. \quad 51. 1 - 2 \cos \alpha. \quad 52. \sqrt{3 - 2 \sin \alpha}.$$

$$53. a) \sqrt{2 + 2 \cos \alpha}; \quad b) \sqrt{2} \cdot \sin \alpha - 1. \quad 54. 3 - 4 \sin^2 \alpha.$$

$$55. 3 - 4 \cos^2 \alpha. \quad 56. 1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$$57. 3 - \operatorname{ctg}^2 \alpha. \quad 58. 1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha.$$

$$59. a) \sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha; \quad b) \cos \alpha - \cos 2\alpha + \cos 3\alpha.$$

60. Ձևափոխեցեք ոժանդակ անկյան ողնություններ.

$$1) \sqrt{a^2 + b^2} \text{ յերբ } a > 0 \text{ և } b > 0$$

$$2) \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \text{ յերբ } p > 2 \text{ և } \sqrt{q} > 0$$

61. Յենթադրելով, Վոր $a > b > 0$, ոժանդակ անկյան ողնություններ ձևափոխեցեք՝

$$1) \frac{a+b}{a-b} \quad 2) \sqrt{a+b} + \sqrt{a-b} \quad 3) \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}$$

62. Ոժանդակ անկյունն ոգտագործեցեք հետևյալ արտահայտությունները հաշվելու.

$$x = \sqrt{a^2 + b^2} - 2ab \cdot \cos \gamma$$

Հետևյալ հավասարումները (63—75) լուծեցեք, ֆունկցիաների գումարը կամ տարբերությունն արտադրյալի վերածելու միջոցով.

$$63. \sin 3x + \sin x = 0$$

$$64. \cos 4x + \cos x = 0$$

$$65. \sin 5x = \sin x$$

$$66. \cos 2x = \cos x$$

$$67. \cos 3x = \sin x$$

$$68. \sin x + \cos x = 1$$

$$69. \cos x - \sin x = 1 : \sqrt{2}$$

$$70. \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2(1 + \sqrt{5})$$

$$71. \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 2(1 - \sqrt{2})$$

$$72. \operatorname{ctg} 2x - \operatorname{ctg} 4x = 2$$

$$73. \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 3x = \sec x \cdot \sec 3x$$

$$74. \cos x + \cos 3x = \cos 2x$$

$$75. \sin 3x = \sin 2x - \sin x$$

§ 12. ԼՈՂԱՐԻԹՄԱԿԱՆ ԱՂՅՈՒՍԱԿՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ
ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶՈՓԱԿԱՆ ՆՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՀԱՇՎԵԼԻՄ
ՅԵՎ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐ ԳՏՆԵԼԻՄ

Այս պարագրաֆի, նույնպես և 12-րդ ու 13-րդ պարագրաֆներին խնդիրների պատասխանները տված են ըստ հնգանիշ աղյուսակների: Սակայն այդ խնդիրները լուծելիս կարելի չե ոգտվել նաև քառանիշ աղյուսակներից: Այդ դեպքում անհրաժեշտ է խնդրի տվյալների և պատասխանների թվերը կլորացնել, թողնելով միայն 4 նշանակիչ թվանշան և դեն զրոնով վայրկյանները: Այս դեպքում պետք է ի նկատի ունենալ, Վոր յերբեմն պատասխանները կարող են տարբերվել վերջին կարգի 1—2 միավորով:

Աղյուսակներով գտեք.

$$1. a) \lg \sin 21^\circ 37'; \quad b) \lg \sin 63^\circ 42'; \quad c) \lg \sin 21^\circ 11' 12'';$$

$$d) \lg \sin 47^\circ 12' 23''; \quad e) \lg \sin 53^\circ 15''; \quad f) \lg \sin 1^\circ 23' 18''.$$

$$2. a) \lg \cos 32^\circ 8'; \quad b) \lg \cos 50^\circ 22'; \quad c) \lg \cos 44^\circ 53' 36'';$$

$$d) \lg \cos 62^\circ 47' 25''; \quad e) \lg \cos 30^\circ 48''; \quad f) \lg \cos 89^\circ 36' 20''.$$

3. a) $\lg \operatorname{tg} 27^{\circ}41'$; b) $\lg \operatorname{tg} 16^{\circ}7'35''$; c) $\lg \operatorname{tg} 70^{\circ}42'53''$;
 d) $\lg \operatorname{tg} 14^{\circ}15''$; e) $\lg \operatorname{tg} 52^{\circ}12''$; f) $\lg \operatorname{tg} 89^{\circ}10'16''$.
 4. a) $\lg \operatorname{ctg} 80^{\circ}53'$; b) $\lg \operatorname{ctg} 20^{\circ}26'48''$; c) $\lg \operatorname{ctg} 77^{\circ}21'13''$;
 d) $\lg \operatorname{ctg} 45^{\circ}36''$; e) $\lg \operatorname{ctg} 87^{\circ}59'34''$; f) $\lg \operatorname{ctg} 15^{\circ}40''$.

Գտեք սուր անկյունը, յեթե տված է.

5. $\lg \sin x =$ a) $9,40006 - 10$; b) $9,86342 - 10$; c) $9,67466 - 10$;
 d) $9,93410 - 10$; e) $9,87114 - 10$; f) $7,86616 - 10$.
 6. $\lg \cos x =$ a) $9,86152 - 10$; b) $8,93007 - 10$; c) $9,94970 - 10$;
 d) $9,84932 - 10$; e) $9,80800 - 10$; f) $8,05840 - 10$.
 7. $\lg \operatorname{tg} x =$ a) $8,78649 - 10$; b) $0,00657$; c) $9,46075 - 10$;
 d) $0,07710$; e) $0,00015$; f) $7,35000 - 10$.
 8. $\lg \operatorname{ctg} x =$ a) $1,03675$; b) $9,50180 - 10$; c) $0,37380$;
 d) $9,33875 - 10$; e) $9,99995 - 10$; f) $8,00000 - 10$.

Լոգարիթմների ոգնությունը հաշվեցեք.

9. a) $\sin 20^{\circ}$; b) $\cos 47^{\circ}36'28''$; c) $\operatorname{tg} 75^{\circ}36''$;
 d) $\operatorname{ctg} 15'$; e) $\sec 40^{\circ}$; f) $\operatorname{cosec} 53^{\circ}2'43''$.
 10. a) $\sin 230^{\circ}$; b) $\cos 740^{\circ}$; c) $\operatorname{tg} (-250^{\circ}10')$;
 d) $\operatorname{ctg} 1000^{\circ}15'20''$; e) $\sec (-100^{\circ})$; f) $\operatorname{cosec} 500^{\circ}20'45''$.

Գտեք սուր անկյունը, յեթե տված է.

11. a) $\sin x = \frac{4}{7}$; b) $\cos x = 0,38934$; c) $\operatorname{tg} x = 4$;
 d) $\operatorname{ctg} x = 10$; e) $\sec x = 1,5$; f) $\operatorname{cosec} x = 2,65047$;
 g) $\sin x = \frac{1}{2} \sin 20^{\circ}$; h) $\operatorname{ctg} x = 3 \operatorname{ctg} 48^{\circ}$.

Գտեք x -ի այն արժեքները, վորոնք գտնվում են 0 -ի և 360° -ի միջև, յեթե տված է.

12. $\sin x = \frac{5}{11}$. 13. $\sin x = -0,682$. 14. $\cos x = 0,76213$.
 15. $\cos x = -0,5688$. 16. $\operatorname{tg} x = \frac{176}{353}$. 17. $\operatorname{tg} x = -2,48$.
 18. $\operatorname{ctg} x = 5$. 19. $\operatorname{ctg} x = -0,731$. 20. $\sec x = 15$.
 21. $\sec x = -2,5$. 22. $\operatorname{cosec} x = 10$. 23. $\operatorname{cosec} x = -1\frac{2}{7}$.

24—31 խնդիրներում վորոշեցեք x -ի այն արժեքը, վորն ամեն-

նափոքր բացարձակ մեծություն ունի (դրական կամ բացասական, յեթե նրա բացարձակ մեծությունը փոքր է).

24. $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} 40^{\circ} + \operatorname{tg} 70^{\circ}$. 25. $\operatorname{ctg} x = 1 + \sin 23^{\circ}14'48''$.
 26. $\cos x = 1 - \operatorname{ctg} 66^{\circ}12'$. 27. $\sin x = \sin 37^{\circ}15' - 1$.
 28. $\cos x = 1 + \operatorname{tg} 117^{\circ}$. 29. $\operatorname{tg} x = \sin 44^{\circ} + \cos 166^{\circ}$.
 30. $\operatorname{ctg} (-x) = 1 - \cos (-20^{\circ}) \cdot \sec 70^{\circ}46'$.
 31. $\sin (x + 180^{\circ}) = \sqrt[3]{-\operatorname{tg} 152^{\circ}28''}$.

Հաշվեցեք հետևյալ արտահայտությունները (32 — 34 խնդիրներում).

32. $(a^2 - b^2) \cdot \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \cos \beta}$, յեթե $a = 7,3862$; $b = 5,2138$; $\alpha = 42^{\circ}26'$;
 $\beta = 68^{\circ}34'45''$.
 33. $(a + \sin \alpha) \cdot (a + \cos \alpha)$ յերբ $a = 0,00105$ և $\alpha = 143^{\circ}12'18''$.
 34. $a^2 \cdot \sec \alpha \cdot \sqrt[4]{-\operatorname{tg} 2\alpha}$ յերբ $a = 0,020438$ և $\alpha = 67^{\circ}34'30''$.

Հաշվեցեք հետևյալ արտահայտությունները (35 — 41 խնդիրներում), նախորդ արտահայտության վերածելու միջոցով.

35. $x = \pi \cdot (\sin 30^{\circ}53'30'' + \sin 80^{\circ}24')$.
 36. $x = \frac{\sqrt[3]{0,0001}}{\cos 16^{\circ}41'25'' - \sin 49^{\circ}10'35''}$.
 37. $x = \left(16 \frac{768}{815}\right)^2 \cdot (1 + \sin 11^{\circ}7'20'')$.
 38. $x = \sqrt{2} \cdot (1 - \operatorname{tg} 61^{\circ}38'42'')$.
 39. $x = \sqrt[4]{0,005} \cdot (1 + 2 \sin 41^{\circ}19')$.
 40. $x = (2,7148)^3 \cdot \sqrt{3 - 4 \cos^2 72^{\circ}5'}$.
 41. $x = \sqrt{a^2 \cdot \sin^2 \alpha + b^2 \cdot \cos^2 \alpha}$, յեթե
 $a = 0,014806$; $b = 0,003984$; $\alpha = 36^{\circ}15'24''$.

Ուղղանկյուն
 յեռանկյունների
 լուծումը

42—57. Ուղղանկյուն յեռանկյունների լուծման հիմնական դեպքերը:

I. Տված են ներքնաձևից ու սուր անկյունը.

42. $c = 9,35$; $A = 65^{\circ}14'$.
 43. $c = 627$; $A = 23^{\circ}30'$.
 44. $c = 0,79792$; $A = 66^{\circ}36'24''$. 45. $c = 3,6435$; $A = 50^{\circ}0'12''$.

II. Տված են եջերից մեկն ու սուր անկյունը.

46. $a = 6,37$; $A = 4^{\circ}35'$, 47. $a = 18,003$; $B = 43^{\circ}$.

48. $b = 0,1738$; $A = 35^{\circ}55'24''$. 49. $b = 0,29544$; $B = 25^{\circ}37'48''$.

III. Տված են ներքնածիզն ու եջերից մեկը.

50. $c = 65$; $a = 16$. 51. $c = 113$; $b = 15$.

52. $c = 697$; $a = 528$. 53. $c = 1710,2$; $b = 823$.

IV. Տված են յերկու եջերը.

54. $a = 261$; $b = 380$. 55. $a = 156$; $b = 133$.

56. $a = 0,097836$; $b = 0,10003$.

57. $a = 12,007$; $b = 6,9194$.

58 — 69. Հավասարասրուն յեռանկյուն.

Նշանակումներ. $a = c$ — սրունքներ (կողմնային կողմեր), b — հիմքը, $A = C$ — հիմքի անկյունները, B — գագաթի անկյունը, h — բարձրությունը, h_1 — կողմնային բարձրությունը, $2p$ — պարագիծը, S — մակերեսը:

Լուծեցեք հավասարասրուն յեռանկյունը հետևյալ տվյալներով.

58. $a = 797,92$; $A = 66^{\circ}36'24''$. 59. $a = 627$; $B = 133^{\circ}$.

60. $b = 15,658$; $A = 59^{\circ}45'20''$. 61. $b = 5,529$; $B = 51^{\circ}11'$.

62. $a = 8,757$; $b = 13,958$. 63. $b = 925,22$; $h = 721,4$.

64. $A = 65^{\circ}40'$; $h_1 = 20$. 65. $b = 130,72$; $S = 1955,8$.

66. $B = 73^{\circ}0'14''$; $S = 45,038$. 67. $2p = 40,65$; $A = 72^{\circ}46'38''$.

68. $S = 250$; $a:b = 7:4$. 69. $S = 56$; $a = 14$.

§ 13. Շեղանկյուն Յեռանկյունների Լուծումը ԼՈԳԱՐԻԹՄՆԵՐԻ ՈՒՏԱԳՈՐԾՈՒՄՈՎ

Նշանակումներ. a, b և c — յեռանկյան կողմերն են. A, B և C — այդ կողմերի հանդիպակաց անկյուններն են. S — մակերեսն է, $2p$ — պարագիծը, R — արտագծած շրջանի շառավիղը, r — ներգծած շրջանի շառավիղը, h_a, h_b և h_c — a, b և c կողմին համապատասխանող բարձրություն, անկյան կիսողի և միջնագծի յերկարություններն են.

I. Տված են մի կողմն ու յերկու անկյունները.

Շեղանկյուն յեռանկյունների Լուծման հիմնական դեպքերը

1. $a = 370$; $B = 86^{\circ}3'$; $C = 50^{\circ}55'36''$.

2. $a = 450$; $A = 87^{\circ}55'$; $B = 10^{\circ}52'51''$.

3. $a = 951$; $B = 126^{\circ}43'$; $C = 13^{\circ}41'8''$.

4. $a = 97,515$; $A = 102^{\circ}18'$; $C = 21^{\circ}6'$.

5. $b = 13,024$; $A = 11^{\circ}48'45''$; $B = 133^{\circ}42'15''$.

6. $c = 15,948$; $A = 51^{\circ}33'31''$; $B = 18^{\circ}19'29''$.

II. Տված են յերկու կողմերն ու այդ կողմերի միջև կազմված անկյունը.

7. $a = 510$; $b = 317$; $C = 76^{\circ}18'52''$.

8. $a = 225$; $b = 800$; $C = 36^{\circ}44'$.

9. $a = 2,296$; $c = 1,687$; $B = 29^{\circ}51'46''$.

10. $b = 28$; $c = 42$; $A = 124^{\circ}$.

11. $a = 30,986$; $c = 69,014$; $B = 87^{\circ}47'16''$.

12. $b = 40,326$; $c = 32,114$; $A = 73^{\circ}40'$.

III. Տված են յերկու կողմերն ու այդ կողմերից մեկի դիմաց գտնվող անկյունը.

13. $a = 87$; $b = 65$; $A = 75^{\circ}45'$.

14. $a = 34$; $b = 93$; $A = 14^{\circ}15'$.

15. $a = 24$; $b = 83$; $A = 26^{\circ}45'$.

16. $b = 360$; $c = 309$; $C = 21^{\circ}14'25''$.

17. $a = 13,897$; $c = 8,425$; $A = 126^{\circ}42'36''$.

18. $a = 0,4366$; $b = 1,2937$; $B = 11^{\circ}3'20''$.

19. $a = 13,807$; $c = 8,136$; $C = 14^{\circ}36'32''$.

20. $b = 263,09$; $c = 215,4$; $B = 70^{\circ}14'42''$.

21. $a = 19,058$; $b = 28,193$; $A = 31^{\circ}16'47''$.

22. $a = 457,08$; $b = 169,93$; $B = 21^{\circ}49'45''$.

23. $a = 2579,8$; $c = 10$; $A = 130^{\circ}21'35''$.

IV. Տված են յերեք կողմերը.

24. $a = 19$; $b = 34$; $c = 49$. 25. $a = 89$; $b = 321$; $c = 395$.

26. $a = 44$; $b = 483$; $c = 485$.

27. $a = 0,099$; $b = 0,101$; $c = 0,158$.

28. $a = 172,5$; $b = 1134,7$; $c = 1205,4$.

29. $a = 421,63$; $b = 409,87$; $c = 335,94$.

30. $a = 1,2345$; $b = 2,3456$; $c = 3,4567$.

Շեղանկյուն յեռանկյունների լուծման հասուկ դեպքեր

31. $R = 7,9235$; $A = 113^\circ 17'$; $B = 48^\circ 16' 44''$.

32. $S = 501,97$; $A = 15^\circ 28' 40''$; $B = 45^\circ 0' 23''$.

33. $h_a = 5,3708$; $B = 115^\circ 10' 27''$; $C = 5^\circ 8' 33''$.

34. $l_a = 0,75868$; $B = 98^\circ 31'$; $C = 4^\circ 25'$.

35. $a + b = m = 488,8$; $A = 70^\circ 24'$; $B = 40^\circ 16'$.

36. $a - b = n = 23$; $A = 108^\circ$; $B = 18^\circ$.

37. $h_a + h_b = m = 1,3807$; $A = 102^\circ 32' 40''$; $B = 58^\circ 17' 20''$.

38. $h_b - h_c = n = 60,8$; $B = 46^\circ 23' 51''$; $C = 80^\circ 28' 23''$.

39. $2p = 420,76$; $A = 24^\circ 37' 4''$; $B = 52^\circ 30' 56''$.

40. $r = 5$; $A = 22^\circ 37' 10''$; $B = 39^\circ 18' 28''$.

41. $c = 1,2304$; $a : b = 3 : 4$; $B = 48^\circ$.

42. $a = 63,516$; $b : c = 9 : 11$; $A = 95^\circ 30'$.

43. $c = 226,88$; $h_c : b = 63 : 65$; $B = 17^\circ 4'$.

44. $a = 15,988$; $A = 46^\circ 20' 35''$; $b = a_c$ (a_c -ն a -ի պրոյեկցիան է c -ի վրա).

45. $b = 29$; $l_c = 31$; $A = 68^\circ 43'$.

46. $S = 2423,4$; $a = 42,5$; $B = 124^\circ 38'$.

47. $a = 32$; $b = 25$; $A = 2B$.

48. $a + b = 36,5$; $R = 19,063$; $A - B = 19^\circ 31' 18''$.

49. $a + b = m = 2147$; $c = 353$; $C = 13^\circ 41' 8''$.

50. $a - b = n = 6,457$; $c = 18,309$; $C = 53^\circ 40'$.

51. $a + b = m = 14,317$; $c = 5,189$; $A = 102,38'$.

52. $a - b = n = 6,232$; $c = 15,146$; $A = 78^\circ 40'$.

53. $S = 15$; $ab = 48$; $\sin A = \cos B$.

54. $h_b = 60$; $h_c = 36$; $a : R = \cos A$.

55. $a = 23$; $b = 45$; $R = 25,098$.

56. $a = 120$; $b = 29$; $h_c = 23,762$.

57. $a = 6$; $b = 8$; $S = 12$.

58. $b = 98$; $c = 76$; $m_c = 68$. 59. $a = 20$; $b = 12$; $m_c = 14$.

60. $h_a = 8$; $h_b = 12$; $h_c = 18$. 61. $b = 42$; $c = 28$; $l_a = 12,809$.

§ 14. Յեռանկյունաչափական հավասարումներ

1—12 հավասարումներից վերջերս x -ի մեծությունը. 1) ընդհանուր տեսքով և 2) 0-ից մինչև 360° (0-ից մինչև 2π) սահմաններում.

1. $3 \sin x = 2 \cos^2 x$. 2. $\sin x = \operatorname{ctg} x$. 3. $3 + 2 \cos x = 4 \sin^2 x$.

4. $\sin x = -\cos x$. 5. $\operatorname{tg} x = 3 \operatorname{ctg} x$. 6. $\operatorname{tg} x = 2 \sin x$.

7. $\operatorname{ctg} x = 3 \cos x$. 8. $\operatorname{cosec} x = 2 \sin x$. 9. $\sin 3x = 0,5$.

10. $\operatorname{ctg} \frac{2x}{5} = 1$. 11. $3 \operatorname{tg}^2 \frac{x}{3} = 1$. 12. $2 \sin \left(\frac{x}{6} - \frac{\pi}{2} \right) = 1$.

13. Գտեք α և β անկյունների փոխկախումը հետևյալ դեպքերում.

1) $\sin \alpha = \sin \beta$; 5) $\sin \alpha = -\sin \beta$; 9) $\sin \alpha = \cos \beta$;

2) $\cos \alpha = \cos \beta$; 6) $\cos \alpha = -\cos \beta$; 10) $\sin \alpha = -\cos \beta$;

3) $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta$; 7) $\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} \beta$; 11) $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta$;

4) $\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta$; 8) $\operatorname{ctg} \alpha = -\operatorname{ctg} \beta$; 12) $\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{ctg} \beta$.

Հոծեցեք հետևյալ հավասարումները (14—73).

14. $\operatorname{ctg} 10x = 0$. 15. $(\cos x)^{\sin x} = 1$.

16. $\sin^2 x - \cos^2 x = \cos x$. 17. $a(\sin x + \cos x)^2 = b \sin 2x$.

18. $\operatorname{tg} px + \operatorname{tg} qx = 0$. 19. $\sin 3x = -\cos x$.

20. $\sin 5x \cdot \operatorname{tg} 4x \cdot \cos 2x = 0$. 21. $a \sin x + b \cos x = 0$.

22. $\sin x + \cos x = \operatorname{cosec} x$. 23. $5 \cos 2x = 4 \sin x$.

24. $\cos \frac{x}{2} + \cos x = 1$. 25. $\sin(m+x) + \sin x = \cos \frac{m}{2}$.

26. $\sin 3x + \sin 2x + \sin x = 0$. 27. $\frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{tg} x} + \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 2x} = 2,5$.

28. $a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = \sqrt{a^2 + b^2}$.

29. $a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = c$. 30. $2 \sin x - 9 \cos x = 7$.

31. $\frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} = \frac{1}{2}$. 32. $14,36 \sin x + 23 \cos x = 26,02$.

33. $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$. 34. $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = 2$.

35. $\sec x = \sin x + \cos x$. 36. $\sin x + \cos x = \sec x + \operatorname{cosec} x$.
 37. $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = 2 - \operatorname{tg} x$. 38. $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg} x = \sec 80^\circ$.
 39. $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = 3 \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$.
 40. $(4 - \sqrt{3})(\sec x + \operatorname{cosec} x) = 4(\sin x \cdot \operatorname{tg} x + \cos x \cdot \operatorname{ctg} x)$.
 41. $\sin(x + 30^\circ) \cdot \sin(x - 30^\circ) = \sin 30^\circ$.
 42. $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(45^\circ + x) = 2$.
 43. $\cos(a - b) \cdot \sin(c - x) = \cos(a + b) \cdot \sin(c + x)$.
 44. $\operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg}(x - 45^\circ) \cdot \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg}(x + 45^\circ)$.
 45. $\sec^2 x + 3 \sec x \cdot \operatorname{cosec} x + \operatorname{cosec}^2 x = 4$.
 46. $\operatorname{tg} 3x = \sin 6x$. 47. $\sqrt{2} \cdot \cos 2x = \cos x + \sin x$.
 48. $4 \sin^2 x + \sin^2 2x = 3$. 49. $2 \sin^2 x + \sin^2 2x = 2$.
 50. $\sin^2 2x - \sin^2 x = \sin^2 30^\circ$. 51. $\cos 4x + \cos 2x + \cos x = 0$.
 52. $\cos x - \cos 2x = \sin 3x$.
 53. $a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = a \cdot \sin 2x - b \cdot \cos 2x$.
 54. $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x$.
 55. $\operatorname{ctg}(\pi - 3x) = \operatorname{tg}(x - \pi)$. 56. $\cos \frac{x}{2} + \cos x = 1$.
 57. $\operatorname{cosec} x = \operatorname{cosec} \frac{x}{2}$. 58. $\sec^2 \frac{x}{2} + \operatorname{cosec}^2 \frac{x}{2} = 16 \operatorname{ctg} x$.
 59. $8 \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = 1 + \sec x$. 60. $\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = 1 + \sin 2x$.
 61. $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$. 62. $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} 3x = 0$.
 63. $\cos x \cdot \cos 3x = \cos 5x + \cos 7x$.
 64—73 հավասարումներում տված արտահայտությունները պետք է նախորոք կրճատել (այլապես կստացվեն կողմնակի արժանանքներ).
64. $\frac{\cos 2x}{1 + \operatorname{tg} x} = 0$. 65. $\frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x} = 0$.
 66. $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} 2x = 0$. 67. $\sin 3x \cdot \operatorname{ctg} x = 0$.
 68. $\frac{\sin 2x}{\sin x} = \frac{\cos x}{\cos 2x}$. 69. $\frac{1 + \cos 2x}{2 \cos x} = \frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x}$.
 70. $\frac{1 - \cos 2x}{2 \sin x} = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$.
 71. $\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} 2x = 2$.

72. $\sin 3x \cdot \operatorname{tg} 2x \cdot \sec x = 0$. 73. $3 \sin x = 1 - \sqrt{3 \cos^2 x - 2}$.
 Լուծեցեք հավասարումները սխառները (74—95).
 74. Քանի $\sin x$ -ը և $\sin y$ -ը, յեթե
 $\sin x + \sin y = 0,2$ և $\cos x + \cos y = -0,2$.
 75. Հետևյալ սխառներից վերոշեցեք $\cos x$ -ն ու $\cos y$ -ը.
 $\cos(x + y) = \frac{1}{6}(1 - 2\sqrt{6})$; $\cos(x - y) = \frac{1}{6}(1 + 2\sqrt{6})$.
 76. Քանի $\operatorname{tg} x$ -ը և $\operatorname{tg} y$ -ը, յեթե $x + y = 45^\circ$ և $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 10$.
 77. Հետևյալ սխառների ողնությամբ x -ն արտահայտեցեք a , b և φ մեծություններով.
 $a = x \cdot \sin \alpha$; $b = x \cdot \sin \beta$; $\alpha + \beta = \varphi$.
 78. Վերոշեցեք x -ն ու y -ը, յեթե
 $\sin(x - y) = \cos(x + y) = \frac{1}{2}$.
 Հետևյալ սխառներից վերոշեցեք սուր անկյունները (79—95).
 79. $\sin x \cdot \cos y = 0,36$; $\cos x \cdot \sin y = 0,14$.
 80. $\sin x \cdot \sin y = 0,36$; $\cos x \cdot \cos y = 0,14$.
 81. $x + y = \alpha$; $\sin x + \sin y = a$.
 82. $x + y = 77^\circ$; $\cos x - \cos y = 0,4898$.
 83. $x + y = \alpha$; $\sin x \cdot \sin y = a$.
 84. $x - y = 48^\circ 20'$; $\cos x \cdot \cos y = 0,48967$.
 85. $x + y = \alpha$; $\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{m}{n}$. 86. $x + y = 96^\circ 38'$; $\frac{\cos x}{\cos y} = \frac{5}{3}$.
 87. $x + y = \alpha$; $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = a$.
 88. $x - y = 31^\circ$; $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = 0,74$.
 89. $x + y = \alpha$; $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = a$.
 90. $x - y = 5^\circ$; $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 0,8391$.
 91. $x + y = \alpha$; $\frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} y} = \frac{m}{n}$. 92. $x - y = 3^\circ 46'$; $\frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} y} = \frac{11}{9}$.
 93. $2 \sin x + \cos y = 1$; $16 \sin^2 x + \cos^2 y = 4$.
 94. $x + y + z = 180^\circ$; $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 2$; $\operatorname{tg} y \cdot \operatorname{tg} z = 3$.
 95. $x + y + z = 180^\circ$; $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 3$; $\operatorname{tg} y \cdot \operatorname{tg} z = 14$.

§ 15. ՀԱԿԱԴԱՐԶ ՇՐՋԱՆԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

(Ցես նույնպես § 2-ի № № 32—36)

Ցուցում. Այս խնդիրները լուծելիս պետք է հիշել այն սահմանների մասին, Վոր կարող են ընդունել $\arcsin$ -ները և իբրև կողմնակի դեն գցել այն պատասխանները, վորոնք չեն համապատասխանում այդ սահմաններին.

Գտեք՝ ինչի՞ց յին հավասար հետևյալ արտահայտությունները (1—16).

1. 1) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$; 2) $\arcsin 2$; 3) $\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

2. 1) $\sin\left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$; 2) $\cos\left(2 \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; 3) $\tan\left(\arcsin \frac{1}{2}\right)$.

3. 1) $\cotg[\arcsin(-1)]$; 2) $\sin\left(3 \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

3) $\cos\left[2 \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]$.

4. 1) $\cos(\arcsin x)$; 2) $\sin\left(\arcsin \frac{3}{4}\right)$; 3) $\sin[\arcsin(-2)]$.

5. 1) $\sin\left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; 2) $\cos\left(\arcsin \frac{1}{2}\right)$; 3) $\tan(\arcsin \sqrt{3})$.

6. 1) $\arcsin(\cotg \frac{4\pi}{5})$; 2) $\arcsin(\tan x)$; 3) $\arcsin\left(\sin \frac{\pi}{7}\right)$.

7. 1) $\sin(\arcsin 0,8)$; 2) $\cos\left(\arcsin \frac{8}{17}\right)$; 3) $\tan\left(\arcsin \frac{3}{5}\right)$.

8. 1) $\sin\left(\arcsin \frac{1}{2} + \arcsin \frac{1}{2}\right)$;

2) $\cos\left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

9. 1) $\tan\left(\arcsin 2 + \arcsin \frac{1}{2}\right)$; 2) $\tan\left(\arcsin x + \arcsin \frac{1}{x}\right)$.

10. $\tan\left(\arcsin \frac{2a-b}{b\sqrt{3}} + \arcsin \frac{2b-a}{a\sqrt{3}}\right)$.

11. $\sin\left(\arcsin \frac{3}{5} + \arcsin \frac{8}{17}\right)$.

12. $\cos\left(\arcsin \frac{9}{\sqrt{82}} + \arcsin \frac{\sqrt{41}}{4}\right)$.

13. $\cos(2 \arcsin \frac{2}{7})$.

14. $\sin(2 \arcsin m)$.

15. $\tan(3 \arcsin \frac{1}{4})$.

16. $\sin(2 \arcsin m)$.

Ստուգե՛ք հետևյալ հավասարությունների իրավացիությունը (17—31).

17. a) $\arcsin \frac{3}{5} = \arcsin \frac{4}{5}$; b) $\arcsin \sqrt{\frac{a}{a+b}} = \arcsin \sqrt{\frac{a}{b}}$.

18. $\arcsin \frac{5}{13} + \arcsin \frac{12}{13} = \frac{\pi}{2}$.

19. $\arcsin \frac{1}{2} + \arcsin \frac{1}{7} = \arcsin\left(-\frac{11}{14}\right)$.

20. $\arcsin 0,6 - \arcsin 0,8 = -\arcsin 0,28$.

21. $\arcsin \frac{1}{2} + \arcsin \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}$. 22. $\arcsin \frac{1}{7} + \arcsin \frac{3}{4} = \frac{3\pi}{4}$.

23. $2 \arcsin a = \arcsin(2a^2 - 1)$.

24. $2 \arcsin m = \arcsin(1 - 2m^2)$.

25. $2 \arcsin \frac{1}{5} + \arcsin \frac{1}{4} = \arcsin \frac{32}{43}$.

26. $\arcsin \sqrt{\frac{2}{3}} - \arcsin \frac{\sqrt{6+1}}{2\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$.

27. $2 \arcsin \sqrt{\frac{x}{a}} = \arcsin \frac{a-x}{a+x}$.

28. $\arcsin \frac{4}{5} + \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}} = \arcsin \frac{2}{11}$.

29. $\arcsin m + \arcsin n = \arcsin \frac{1-mn}{\sqrt{(1+m^2)(1+n^2)}}$.

30. $\arcsin \sqrt{3} + \arcsin(2 + \sqrt{3}) = \frac{\pi}{4}$.

31. $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \arcsin(\sqrt{2} + 1)^2$.

Լուծե՛ք հետևյալ հավասարումները (32—44).

32. $\arcsin(1+x) + \arcsin(1-x) = \frac{\pi}{4}$.

33. $\arcsin(x-1) = 2 \arcsin x$. 34. $\arcsin x = 2 \arcsin \frac{1}{x}$.

35. $\arcsin \frac{x}{2} = 2 \arcsin(x-1)$. 36. $\arcsin 2x = 3 \arcsin x$.

37. $x = \arcsin(\cos x)$. 38. $2x = \arcsin(\tan x)$.

39. $\arcsin x + \arcsin \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4}$. 40. $\arcsin x + \arcsin x \sqrt{3} = \frac{\pi}{2}$.

41. $\arcsin x + \arcsin(1-x) = \arcsin(-x)$.

42. $\arcsin x + \arcsin 3x = \frac{\pi}{2}$.

43. $\arcsin \frac{1}{x-1} - \arcsin \frac{1}{x+1} = \arcsin a$.

44. $\arcsin x + \frac{1}{2} \arcsin 5x = \frac{\pi}{4}$.

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆ ՊԱՀԱՆՁՈՂ
ՅԵՐԿՐԱԶԱՓԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

§ 15*ա. ՀԱՐԹԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

Կանոնավոր
քաղմանկյուններ

1*. Ներգծած կանոնավոր n -անկյան տված a կողմի ոգնությունը հաշվեցեք արտագծած կանոնավոր n -անկյան b կողմը:

2*. Հաշվեցեք կանոնավոր 7-անկյան անկյունագծերի յերկարությունը, յեթե այդ 7-անկյան կողմը հավասար է 10 սմ-ի:

3*. Վորոշեցեք a սմ յերկարության կողմ ունեցող կանոնավոր n -անկյան ամենափոքր անկյունագիծը:

4*. Վորոշեցեք a սմ յերկարության կողմ ունեցող կանոնավոր n -անկյան ամենամեծ անկյունագծի յերկարությունը, յերկու դեպքի համար. 1) n -ը զույգ թիվ է, 2) n -ը կենտ թիվ է:

Ուղղագիծ պատկերների մակերեսներ

5*. Ուղղանկյան անկյունագծերը հատվում են $75^\circ 22'$ անկյան տակ. այդ ուղղանկյան մակերեսը հավասար է 562 մ²: Վորոշեցեք ուղղանկյան կողմերը:

6*. Ի շառավիղն ունեցող շրջանին արտագծված է մի շեղանկյուն, վորի սուր անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշեցեք այդ շեղանկյան մակերեսը ($r=5$; $\alpha=36^\circ 47'$):

7*. Հավասարասրուն յեռանկյան մակերեսը հավասար է Q -ի, գագաթի անկյունը՝ β -ի: Վորոշեցեք այդ յեռանկյան բարձրությունը ($Q=450$; $\beta=73^\circ$):

8*. Հավասարասրուն յեռանկյան մակերեսը հավասար է Q մ²-ի, իսկ հիմքը՝ b մ-ի: Վորոշեցեք գագաթի անկյունը ($Q=1956$; $b=130,7$):

9*. Վորոշեցեք կանոնավոր n -անկյան մակերեսը, յեթե նրա կողմը հավասար է a դմ-ի. 1) $n=7$; $a=20$; 2) $n=8$; $a=1$; 3) $n=12$; $a=10$:

10*. Հաշվեցեք R շառավիղն ունեցող շրջանին ներգծած կանոնավոր n -անկյան մակերեսը.

1) $n=12$; $R=7$; 2) $n=5$; $R=7$:

11*. Հաշվեցեք R շառավիղն ունեցող շրջանին արտագծած կանոնավոր n -անկյան մակերեսը:

12*. Սեղանի հիմքերը հավասար են 25 սմ-ի և 15 սմ-ի: Կողմնային կողմը հավասար է 12 սմ-ի: Կողմնային կողմի և մեծ հիմքի միջև կազմված անկյունը հավասար է 50° -ի: Հաշվեցեք այդ սեղանի մակերեսը:

13*. Հնգանկյուն հողամասը չափել են այսպես կոչված բևեռային յեղանակով (գծ. 18): O կետից (բևեռ) չափել են $OA=43$ մ, $OB=36$ մ, $OC=41$ մ, $OD=56$ մ և $OE=34$ մ հեռավորությունները և $AOB=65^\circ 30'$; $BOC=71^\circ 20'$; $COD=80^\circ$ և $DOE=61^\circ 35'$ անկյունները: Հաշվեցեք այդ հողամասի մակերեսը:

14*. Վորոշեցեք հավասարասրուն սեղանի մակերեսը, յեթե նրա անկյունագիծը հավասար է a -ի և հիմքերի հետ կազմում է α անկյունը:

15*. Կանոնավոր վեցանկյան կողմը հավասար է 84 սմ-ի: Հաշվեցեք այդ վեցանկյան հավասարամեծ կանոնավոր 7-անկյան կողմը:

16*. Կանոնավոր 9-անկյունը և կանոնավոր 10-անկյունը հավասար պարագծեր ունեն: Վորոշեցեք ինչպես են հարաբերում նրանց մակերեսները:

Երջանի մասերի
մակերեսներ

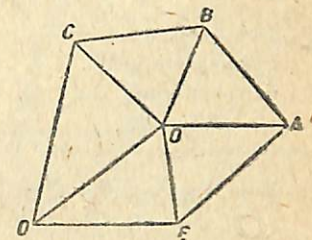
17*. Հաշվեցեք սեկտորի մակերեսը, յեթե նրա շառավիղը հավասար է 8 սմ-ի, իսկ նրան ներգծած շրջանի շառավիղը հավասար է 2 սմ-ի:

18*. Վորոշեցեք սեգմենտի մակերեսը, յեթե նրա շառավիղը հավասար է r -ի և աղեղը՝ α -ի. 1) $r=4,731$; $\alpha=46^\circ 44'$; 2) $r=12$; $\alpha=29^\circ 38'$:

19*. a սմ յերկարության լարը R սմ շառավիղն ունեցող շրջանը բաժանում է յերկու սեգմենտի: Դաեք փոքր սեգմենտի մակերեսը ($a=3,5$; $R=6,2$):

20*. R սմ յերկարության շառավիղ ունեցող շրջանի մեջ տարված է յերկու զուգահեռ լար: Այդ լարերից յուրաքանչյուրը ձգում է α աստիճան պարունակող աղեղ: Վորոշեցեք շրջանի մակերեսի այն մասը, վորը գտնվում է լարերի միջև:

Յևանկ. խնդ. ժող.—4



Գծ. 18

Խառք խնդիրներ

21*. Կիսաշրջանագիծը բաժանել են 4:7 հարաբերությամբ և բաժանման կետից ուղղահայաց են իջեցրել տրամագծին: Վորոշեցեք տրամագծի հատվածները, յեթե նրա յերկարությունը հավասար է 11 սմ-ի:

22*. Զուգահեռագծի մեջ տված է α սուր անկյունը և անկյունագծերի հատման կետի a և b հեռավորություններն անհավասար կողմերից: Վորոշեցեք զուգահեռագծի անկյունագծերն ու մակերեսը:

23*. Հաշվեցեք յերեք փոխադարձաբար իրար շոշափող շրջանագծերով սահմանափակված մակերեսը, յեթե այդ շրջանագծերի շառավիղները համապատասխանաբար հավասար են 1 մ-ի, 2 մ-ի և 3 մ-ի:

24*. Վորոշեցեք այն շեղանկյան սուր անկյունը, վորի կողմն անկյունագծերի միջին համեմատականն է:

§ 16. ՈՒՂԻՂՆԵՐ ՅԵՎ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Հարթությանն ուղղահայաց յեվ րեք գծեր

1. M կետից P հարթության տարած ուղղահայացի ու թեքի միջև կազմված անկյունը հավասար է α -ի: Թեքի յերկարությունը հավասար է a -ի: Վորոշեցեք M կետի հեռավորությունը հարթությունից ($a = 11,22$; $\alpha = 72^\circ 54'$):

2. Հարթությանը տարված է P յերկարության ուղղահայաց այդ ուղղահայացի հիմքից, վորպես կենտրոնից, հարթության վրա r շառավիղով գծված է շրջանագիծ: Վորոշեցեք ուղղահայացի և այդ ուղղահայացի ծայրը շրջանագծի վորևե կետի հետ միացնող ուղղի միջև կազմված անկյունը ($P = 4,54$; $r = 8$):

3. Գառակուսու կողմը՝ $AB = a = 30$: Այդ քառակուսու O կենտրոնից քառակուսու հարթության տարված է ուղղահայաց այդ ուղղահայացի վրա վերցրած է $OM = d = 20$ հատվածը, իսկ M կետից տարված է $MC \perp AB$: Հաշվեցեք MC ուղղի և քառակուսու հարթության վրա վերցրած նրա պրոյեկցիայի միջև կազմված x անկյունը:

4. Խորանարդի կողը հավասար է $a = 10$ սմ: Հաշվեցեք այն անկյունը, վորով խորանարդի անկյունագիծը թեքված է դեպի այդ խորանարդի նիստերը:

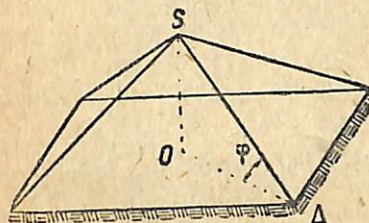
5. Սիլոսի քառակուսաձև հորի վրա պետք է շինել կաուր, կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ձևով: Հիմքի կողմը հավասար է 6,5 մ-ի: Կաուրի բարձրությունը պետք է հավասար լինի 2,5 մ-ի: Վորոշեցեք SA ծակդասարկների յերկարությունը և այդ գծի թեքությունը դեպի հիմքի հարթությունը (դժ. 19):

6. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի բարձրությունը հավասար

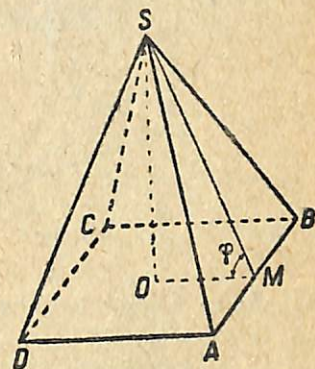
է 7 սմ-ի, իսկ հիմքի կողմը՝ 8 սմ-ի: Ի՞նչ անկյունով է թեքված կողմնային կողը, դեպի հիմքի հարթությունը:

7. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ձև ունեցող վրանը կազմված է 4 ձողերից, վորոնք ձգում են բեղենտը (դժ. 20): Վրանի SO բարձրությունը հավասար է 2,4 մ-ի: Յերկու հարևան ձողերի հիմքերի հեռավորությունը հավասար է $AB = 2$ մ: Վորոշեցեք վրանի գագաթի և հիմքի կողմի միջնակետի SM հեռավորությունը, այսինքն բուրգի ապոթեմը, և այդ գծի թեքության անկյունը դեպի յերկրի հորիզոնական մակերևույթը:

8. ABC կանոնավոր յեռանկյան կողմը հավասար է a -ի: Այդ յեռանկյան O կենտրոնից կանգնեցրած է ուղղահայաց, վերջինի վրա վերցված է M կետն այնպես,



Գժ. 19



Գժ. 20

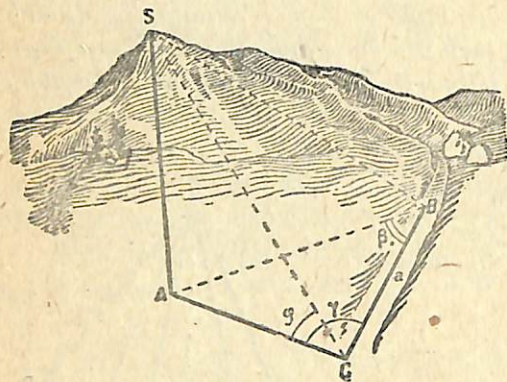
վոր $MA = a$. այնուհետև M կետից տարված է $MD \perp AC$ հատվածը: Հաշվեցեք MD ուղիղի և ABC յեռանկյան հարթության միջև կազմված φ անկյունը:

9. Թեքը հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Տված հարթության մեջ այդ անկյան գագաթից տարված է մի յերկրորդ ուղիղ, վորը թեքի (այդ հարթության վրա վերցրած) պրոյեկցիայի հետ կազմում է β անկյունը: Վորոշեցեք այդ ուղիղներով կազմված անկյունը ($\alpha = 43^\circ 53'$; $\beta = 11^\circ 10'$):

10. Տված հարթության մեջ չգտնվող ուղիղը, հատվելով հարթության մեջ գտնվող ուղղի հետ, կազմում է α անկյունը, իսկ վերջինը կազմում է առաջին ուղղի տված հարթության վրա վերցրած պրոյեկցիայի հետ β անկյունը: Վորոշեցեք առաջին ուղղի կազմած անկյունը հարթության հետ ($\alpha = 8^\circ 26'$; $\beta = 5^\circ 40'$):

11. a , b և c կողմերն ունեցող յեռանկյանն արտագծած շրջանագծի կենտրոնից կանգնեցրած է այդ յեռանկյան հարթությանը h ուղղահայացը: Վորոշեցեք այն անկյունները, վոր կազմում են ուղղահայացի ծայրը յեռանկյան գագաթների հետ միացնող գծերն այդ հարթության հետ ($h = 60$; $a = 30$; $b = 5$; $c = 29$):

12. Հորիզոնական հարթության միջով անցնում է ուղղագիծ ճանապարհի a մետր յերկարություն ունեցող BC հատվածը: Ճանապարհի մոտ գտնվում է մի սար, վորի գագաթը C կետից յերևում է φ անկյան տակ (գծ. 21): S գագաթը, պրոյեկտվում է ճանապարհի հարթության վրա A կետում: BC հատվածն իր ծայրերից դեպի A կետն ուղղված ճառագայթների հետ կազմում է $\angle ACB = \gamma$ և $\angle ABC = \beta$ անկյունները: Վորոշեցեք այդ սարի բարձրությունը: ($a = 400$, $\beta = 40^\circ 10'$; $\gamma = 60^\circ 40'$; $\varphi = 50^\circ 50'$):



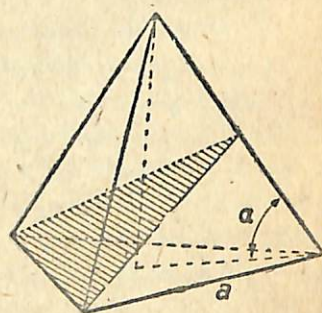
Գծ. 21

Վորոշեցեք հիմքի կողմով և կողմնային կողի միջնակետով անցկացրած հատվածի մակերեսը:

Ջուգահեռ ուղիղներ չեմ հարթություններ

կյունը (յերկուս դեպք):

15. Հարթության յերկու կետերից տարված են այդ հարթությանը յերկու իրար զուգահեռ թեքեր (AM և BN), վորոնք հարթության հետ կազմում են α անկյունը (գծ. 23): Այդ ուղիղների ուղղահայացաբար հատող MN ուղիղը հարթության հետ կազմում է β անկյունը: Վորոշեցեք AB և AM ուղիղների միջև կազմված φ անկյունը:



Գծ. 23

16. Հարթության յերկու կետերից, վորոնց հեռավորությունը հավասար է a -ի, տարված են յերկու իրար զուգահեռ թեքեր, վորոնք հարթության հետ կազմում են φ անկյունը: Վորոշեցեք այդ թեքերի հեռավորությունը, յեթե տվյալ հարթության վրա վիրցրած նրանց պրոյեկցիաների հեռավորությունը հավասար է b -ի:

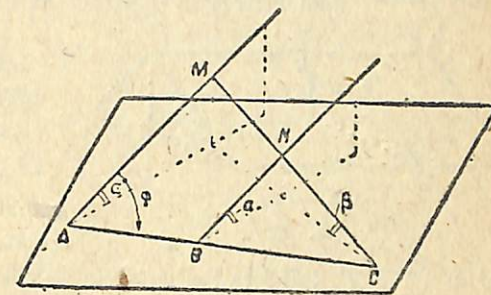
17. AB հատվածը զուգահեռ է հարթությանը: Այդ հատվածի ծայ-

րերից հարթությանը տարված են յերկու թեքեր, այն է՝ $AC = c$ և $BD = d$:

AC թեքը հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Վորոշեցեք BD թեքի կազմած անկյունը հարթության հետ ($c = \sqrt{6}$; $d = 3$; $\alpha = 60^\circ$):

18. Հարթության զուգահեռ հատվածի ծայրերից տարված են այդ հատվածին ուղղահայացներ այնպես, վոր նրանք հարթության հետ կազմում են α և β անկյունները ($\alpha > \beta$): Հատվածի յերկարությունը հավասար է a -ի: Ուղղահայացների և հարթության հատման կետերի միջև յեղած հեռավորությունը հավասար է b -ի: Վորոշեցեք հարթության հեռավորությունը հատվածից (յերկուս դեպք):

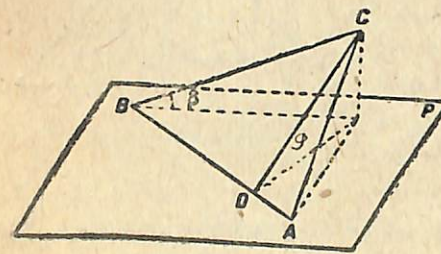
19. Յերկու ուղիղների այն հատվածները, վորոնք գտնվում են յերկու զուգահեռ հարթությունների միջև, հարաբերում են այնպես, ինչպես $2:3$, իսկ այն անկյունները, վոր այդ ուղիղները կազմում են հարթության հետ, հարաբերում են այնպես, ինչպես $2:1$: Վորոշեցեք այդ անկյունները:



Գծ. 23

§ 17. ՅԵՐԿՆԻՍՏ ՅԵՎ ԲԱԶՄԱՆԻՍՏ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐ

1. Տրված է α յերկնիստ անկյունը: Այդ անկյան նիստերից մեկի վրա, կողից a հեռավորությունն ունեցող կետից կանգնեցրած է ուղղահայաց մինչև մյուս նիստի հետ հատվելը: Վորոշեցեք այդ ուղղահայացի յերկարությունը ($a = 6,06$; $\alpha = 41^\circ 55'$):



Գծ. 24

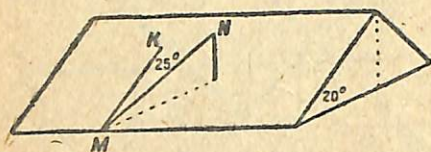
2. 1) ABC ուղղանկյուն յեռանկյան AB ներքնածիզը գտնվում է P հարթության մեջ, իսկ եջերը P հարթության հետ կազմում են α և β անկյունները (գծ. 24): Վորոշեցեք յեռանկյան հարթության և P հարթության միջև կազմված φ անկյունը:

2) ABC յեռանկյան մի կողմը (AB) գտնվում է P հարթության մեջ: Մյուս յերկու կողմերը (CA և CB) P հարթության հետ կազմում են α և β անկյունները, վորոնց տանգենսները համապա-

տասխանաբար հավասար են $\frac{1}{3}$ -ի և $\frac{1}{4}$ -ի, իսկ CA և CB կողմերի պրոյեկցիաները, նույն հարթության վրա, փոխուղղահայաց են: Վորոշեցեք ABC յեռանկյան թեքությունը դեպի P հարթությունը:

3. 20° թեքություն ունեցող կտուրի վրա անցկացրած ե MN ուղիղը (գծ. 25), վորը ամենամեծ վայրեջքի MK գծի հետ կազմում է 25° անկյուն (վորպես ամենամեծ վայրեջքի գծի ծառայում է հարթության վրա անցկացրած հորիզոնական գծի ուղղահայացը): Վորոշեցեք MN ուղղի կազմած x անկյունը հորիզոնի հետ:

4. Սարի 32° թեքություն ունեցող լանջի վրայով անցնում է մի ճանապարհ, վորն ամենամեծ վայրեջքի հետ կազմում է 45° անկյուն (տես Յ-ըգ խնդիրը): Գտեք ճանապարհի թեքությունը:



Գծ. 25

գծի և M և P հարթությունների հաաման գծի միջև կազմված անկյունը:

6. Կանոնավոր n-անկյուն բուրգի բարձրությունը յերկու անգամ փոքր է հիմքի կողմից: Վորոշեցեք հիմքի յերկնիստ անկյունը:

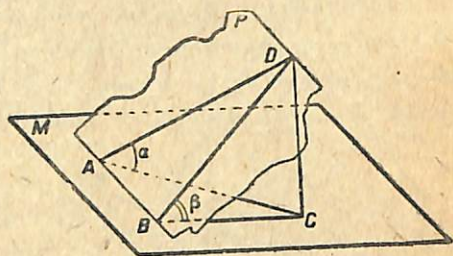
7. 27-ըգ գծագրի վրա տված է լողացող պոնտոնային կոտենկի ուղվագիծը (պոնտոնը — յերկաթե հարթահատակ նավակ է), վորը պրոյեկտված է ուղղաձիգ և հորիզոնական հարթությունների վրա: Չափսերը տված են մետրերով: Վորոշեցեք՝

a) շեղվիրների a յերկարությունը և հենարանների b յերկարությունը:

b) շեղվիրների և հենարանների թեքության անկյունները դեպի պոնտոնի հարթ մակերևույթը:

c) շեղվիրների միջև կազմված անկյունը և հենարանների միջև կազմված անկյունը:

d) շեղվիրների հարթության և պոնտոնի հարթության միջև կազմված անկյունը, հենարանների հարթության և պոնտոնի հարթության միջև կազմված անկյունը:

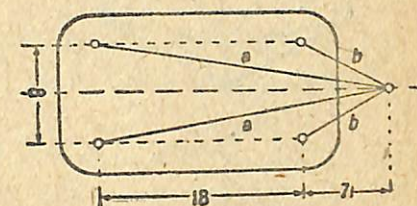
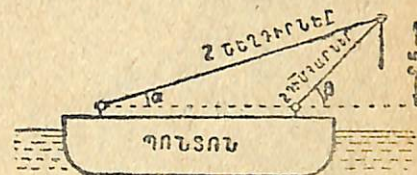


Գծ. 26

5. M հարթության A կետից տարված է AD թեքը, վորը հարթության հետ կազմում է α անկյունը (գծ. 26): AD ուղղով տարված է M հարթության հետ $DBC = \beta$ անկյուն կազմող P հարթությունը: Վորոշեցեք AD

8. Գառակուսի հիմք ունեցող շինություն ծածկը տրված է հատակագծի վրա (գծ. 28). չափսերը տրված են մետրերով: Ծածկի վերին մակերեսի բարձրությունը տանիքի հիմքից, հավասար է շենքի լայնության $\frac{1}{3}$ մասին: Բոլոր չորս լանջերն ել միևնույն թեքություն ունեն դեպի հորիզոնական հարթությունը: Ինչի՞ց է հավասար ծածկի թեքության անկյունը:

9. Ուղղանկյուն յեռանկյան մեջ տրված են a ներքնածիղը և α սուր անկյունը: Վորոշեցեք ուղիղ անկյան գագաթի հեռավորությունն այն հարթությունից, վորն անցնում է ներքնածիղով և յեռանկյան հարթության հետ կազմում է φ անկյունը:

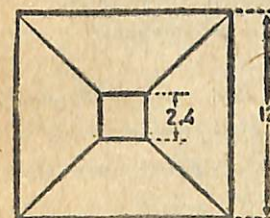


Գծ. 27

10. Բուրգի հիմքը կանոնավոր յեռանկյուն է: Յերեք նիստերից մեկն ուղղահայաց է հիմքին, իսկ մյուս յերկուսը թեքված են դեպի հիմքը α անկյան տակ: Կողմնային կողերն ինչ անկյան տակ են թեքված դեպի հիմքի հարթությունը:

11. AB ուղիղը զուգահեռ է P հարթության: CD ուղիղը AB-ին հատում է α անկյան տակ և P հարթության հետ կազմում է φ անկյունը:

Վորոշեցեք այն անկյունը, վոր P հարթությունը կազմում է AB և CD ուղիղներով անցնող հարթության հետ:

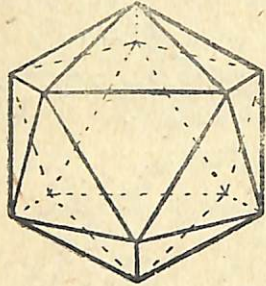


Գծ. 28

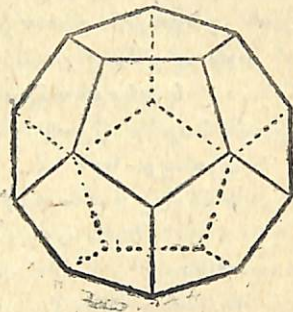
12. Ուղղանկյուն չորսույի մի գագաթից դուրս յեկող կողերի ծայրերը միացված են ուղիղներով: Չորսույի նիստերի վրա առաջացած յեռանկյունների մակերեսները հավասար են 4 դմ^2 , 6 դմ^2 , 12 դմ^2 : Վորոշեցեք չորսույի հիշյալ կետերով անցնող հարթությունով առաջացած հատվածի և փոքր հիմքի միջև կազմված անկյունը:

13. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմն ու կողմնային կողը հարաբերում են այնպես, ինչպես $\sqrt{3} : \sqrt{2}$: Հիմքի անկյունագծով տարված է կողմնային կողին զուգահեռ հարթությունը: Վորոշեցեք այդ հարթության թեքությունը հիմքի նկատմամբ:

14. Զուգահեռագիծն ու P հարթությունը դասավորված են այնպես, Վոր զուգահեռագծի փոքր կողմերից մեկը գտնվում է P հարթության վրա, իսկ այդ կողմին հակադիր կողմի հեռավորությունը P հարթությունից հավասար է զուգահեռագծի մեծ կողմերի հեռավորությանը: Վորոշեցեք P հարթության և զուգահեռագծի հարթության միջև կազմված անկյունը, յեթե զուգահեռագծի կողմերը հարաբերում են այնպես, ինչպես $3:5$:



Գծ. 29



Գծ. 30

15. Հաշվեցեք՝

- 1) կանոնավոր տետրաեդրի,
- 2) » ութանկյան,
- 3) » իկոսանկյան (գծ. 29),
- 4) » դոդեկանկյան (գծ. 30)

յերկու հարևան նիստերով կազմված անկյունը:

§ 18. ՊԱՏԿԵՐՆԵՐԻ ՊՐՈՅԵԿՏԻԱՆԵՐԻ (ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ) ՄԱԿԵՐԵՍՆԵՐԸ

1. Զուգահեռագծի մակերեսը՝ $Q = 50$ սմ²: Այդ զուգահեռագծի հարթությունը պրոյեկցիաների P հարթության հետ կազմում է 30° անկյուն: Զուգահեռագծի մի կողմը գտնվում է P հարթության վրա: Վորոշեցեք զուգահեռագծի պրոյեկցիայի մակերեսը:

2. Ուղիղ յեռանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմերից մեկով տարված է մի հարթություն, վորը հատում է հանդիպակաց կողմնային կողը և թեքված է հիմքի հարթությունից 45° -ով: Վորոշեցեք հատվածի մակերեսը, յեթե հիմքի մակերեսը հավասար է Q -ի:

3. Կանոնավոր յեռանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմով տարված է մի հատող հարթություն, վորը թեքված է դեպի հիմքի հար-

թությունը α անկյան տակ: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Գտեք հատվածի մակերեսը:

4. Կտուրի վրա ծխնելույզի համար բաց թողած անցքի մակերեսը հավասար է 2100 սմ²-ի: Կտուրի թեքության անկյունը հավասար է 32° -ի: Ծխնելույզն ունի քառակուսի պրիզմայի ձև: Գտեք պրիզմայի հիմքի կողմը:

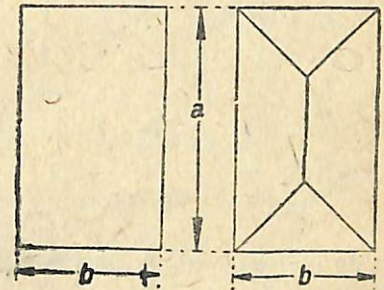
5. Ծխնելույզի չափերն են՝ 40 սմ $\times$ 40 սմ: Կտուրի թեքության անկյունը հավասար է 35° -ի: Վորոշեցեք կտուրի վրա թողած անցքի մակերեսը:

6. Դառալանջ կտուրը ծածկում է 28 մ² մակերես: Կտուրի բոլոր լանջերը ունեն $32^\circ 53'$ թեքություն: Գտեք կտուրի մակերեսը:

7. Դառալանջ կտուրի կողմնային լանջը մի հավասարաբուն սեղան է, վորի զուգահեռ կողմերը հավասար են 10 մ-ի և 6 մ-ի, իսկ բարձրությունը՝ 5 մ-ի:

Լանջի պրոյեկցիան տանիքի հարթության վրա հավասար է 32 մ²: Գտնել լանջի թեքության անկյունը և պիպի բարձրությունը տանիքից:

8. Յի-րդ պծագրի վրա նկարված են միալանջ և քառալանջ կտուրների սխեմաները, վորոնք ունեն ուղղանկյան ձև (a և b կողմերով): Յերկու կտուրների լանջերն ել թեքված են դեպի հորիզոնը α անկյան տակ: Այդ կտուրներից վորը ներկելու համար ավելի շատ ներկ կպահանջվի:

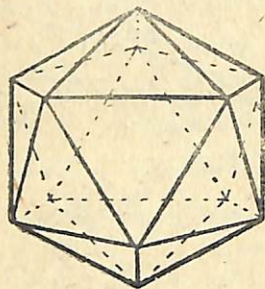


Գծ. 31

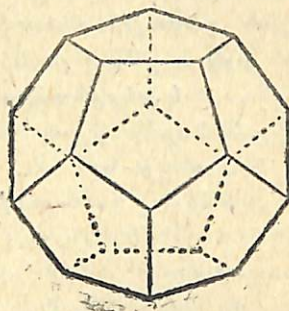
9. Լուսավորվածության պայծառությունը կախում ունի այն անկյունից, վորը կազմում է լույսի ճառագայթը լուսավորվող մակերևույթի հետ: Դիցուք լուսավորվող մակերեսը հավասար է Q -ի, իսկ լուսավորվող հարթության և լույսի ճառագայթների միջև կազմած անկյունը հավասար է α -ի: Ի՞նչ մակերեսի վրա կընկնելին լույսի նույն ճառագայթները, յեթե լուսավորվող հարթությունն ուղղահայաց լիներ լույսի ճառագայթներին: Այդ մակերեսը նախորդից մեծ, թե վորք էլին: Ավելի պայծառ լուսավորված էլին, թե խավար:

10. Ի՞նչ մեծության հորիզոնական մակերես կարելի չի ծածկել 120 մ² կտրով, յեթե վերջինի թեքությունը հավասար է $27^\circ 30'$ -ի:

14. Զուգահեռագծի ու P հարթությունը դասավորված են այնպես, Վոր զուգահեռագծի փոքր կողմերից մեկը գտնվում է P հարթության վրա, իսկ այդ կողմին հակադիր կողմի հեռավորությունը P հարթությունից հավասար է զուգահեռագծի մեծ կողմերի հեռավորությանը: Վորոշեցեք P հարթության և զուգահեռագծի հարթության միջև կազմված անկյունը, յեթե զուգահեռագծի կողմերը հարաբերում են այնպես, ինչպես 3 : 5:



Գծ. 29



Գծ. 30

15. Հաշվեցեք՝

- 1) կանոնավոր տետրաեդրի,
- 2) » ուղտանդրի,
- 3) » իկոսանդրի (գծ. 29),
- 4) » դոդեկանդրի (գծ. 30)

յերկու հարևան նիստերով կազմված անկյունը:

§ 18. ՊԱՏԿԵՐՆԵՐԻ ՊՐՈՅԵԿՏԻԱՆԵՐԻ (ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ) ՄԱԿԵՐԵՄՆԵՐԸ

1. Զուգահեռագծի մակերեսը՝ $Q = 50$ մ²: Այդ զուգահեռագծի հարթությունը պրոյեկցիաների P հարթության հետ կազմում է 30° անկյուն: Զուգահեռագծի մի կողմը գտնվում է P հարթության վրա: Վորոշեցեք՝ զուգահեռագծի պրոյեկցիայի մակերեսը:

2. Ուղիղ յեռանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմերից մեկով տարված է մի հարթություն, վորը հատում է հանդիպակաց կողմային կողը և թեքված է հիմքի հարթությունից 45° -ով: Վորոշեցեք հատվածի մակերեսը, յեթե հիմքի մակերեսը հավասար է Q -ի:

3. Կանոնավոր յեռանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմով տարված է մի հատող հարթություն, վորը թեքված է դեպի հիմքի հար-

թությունը α անկյան տակ: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Գտեք հատվածի մակերեսը:

4. Կտուրի վրա ծխնելույզի համար բաց թողած անցքի մակերեսը հավասար է 2100 սմ²-ի: Կտուրի թեքության անկյունը հավասար է 32° -ի: Ծխնելույզն ունի քառակուսի պրիզմայի ձև: Գտեք պրիզմայի հիմքի կողմը:

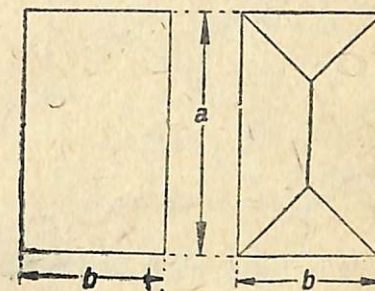
5. Ծխնելույզի չափսերն են՝ 40 սմ $\times$ 40 սմ: Կտուրի թեքության անկյունը հավասար է 35° -ի: Վորոշեցեք կտուրի վրա թողած անցքի մակերեսը:

6. Քառալանջ կտուրը ծածկում է 28 մ² մակերես: Կտուրի բոլոր լանջերը ունեն $32^\circ 53'$ թեքություն: Գտեք կտուրի մակերեսը:

7. Քառալանջ կտուրի կողմային լանջը մի հավասարաբուն սեղան է, վորի զուգահեռ կողմերը հավասար են 10 մ-ի և 6 մ-ի, իսկ բարձրությունը՝ 5 մ-ի:

Հանջի պրոյեկցիան տանիքի հարթության վրա հավասար է 32 մ²: Գտնել լանջի թեքության անկյունը և պիպի բարձրությունը տանիքից:

8. 31-րդ պծագրի վրա նկարված են միալանջ և քառալանջ կտուրների սխեմաները, վորոնք ունեն ուղղանկյան ձև (a և b կողմերով): Յերկու կտուրների լանջերն էլ թեքված են դեպի հորիզոնը α անկյան տակ: Այդ կտուրներից վորը ներկելու համար ավելի շատ ներկ կպահանջվի:



Գծ. 31

9. Լուսավորվածության պայծառությունը կախում ունի այն անկյունից, վորը կազմում է լույսի ճառագայթը լուսավորվող մակերևույթի հետ: Դիցուք լուսավորվող մակերեսը հավասար է Q -ի, իսկ լուսավորվող հարթության և լույսի ճառագայթների միջև կազմված անկյունը հավասար է α -ի: Ի՞նչ մակերեսի վրա կընկնային լույսի նույն ճառագայթները, յեթե լուսավորվող հարթությունն ուղղահայաց լիներ լույսի ճառագայթներին: Այդ մակերեսը նախորդից մեծ, թե փոքր կլինի: Ավելի պայծառ լուսավորված կլինի, թե խավար:

10. Ի՞նչ մեծության հորիզոնական մակերես կարելի չե ծածկել 120 մ² կտրով, յեթե վերջինի թեքությունը հավասար է $27^\circ 30'$ -ի:

§ 19. ԶՈՒԳԱՀԵՌԱՆԻՍՏԵՐ, ՊՐԻԶՄԱՆԵՐ, ԲՈՒՐԳԵՐ ՅԵՎ ՆՐԱՆՅ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ

Զուգահեռանիստներ
յեւ պրիզմաներ

1. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի անկյունագծի և կողմերի միջև կազմված անկյունները հավասար են α , β և γ :

1) Ապացուցեք, վոր

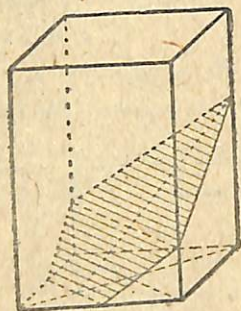
$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1,$$

2) Հաշվեցեք γ -ն, յեթե $\alpha = 31^\circ 10' 24''$ և $\beta = 69^\circ 9' 36''$:

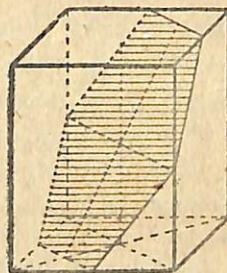
2. Յեթե կանոնավոր քառանկյուն պրիզման հատենք այնպես, վոր հատվածքում ստացվի α սուր անկյունն ունեցող մի շեղանկյուն, ապա հատող հարթությունը զուգահեռ կլինի հիմքի անկյունագծին և հիմքի հարթության հետ կկազմի այնպիսի φ անկյուն, վոր

$$\cos \varphi = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}:$$

Ապացուցեք այդ:



Գծ. 32



Գծ. 33

3. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի մեջ (գծ. 32) հիմքի հաբան յերկու կողմերի միջնակետերով տարված և մի հարթություն, վորը հատում և կողմնային յերեք կողմերը և թեքված և ղեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Հիմքի կողմը հավասար և a -ի: Վորոշեցեք ստացված հատվածքի մակերեսը:

4. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի մեջ (գծ. 33), հիմքի յերկու հաբան կողմերի միջնակետերով ու պրիզմայի առանցքի միջնակետով տարված և հարթություն: Գիտենալով, վոր հիմքի կողմը հավասար և a -ի, իսկ կողմնային կողմը b -ի, վորոշեցեք՝ 1) ստացված հատվածքի մակերեսը և 2) անցկացրած հարթության ու հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը:

5. Ուղիղ քառանկյուն պրիզմայի հիմքը α սուր անկյունն ու-

նեցող շեղանկյուն և: Ի՞նչպես պետք և հատել այդ պրիզման, վոր հատվածքը լինի մի քառակուսի, վորի գագաթները գտնվում են կողմնային կողերի վրա:

6. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի մեջ d անկյունագիծը հիմքի հետ կազմում և β անկյուն: Հիմքի անկյունագիծը կողմի հետ կազմում և α անկյունը: Վորոշեցեք զուգահեռանիստի կողմնային մակերևույթը ($\alpha = 21^\circ 35'$; $\beta = 54^\circ 24'$; $d = 17,89$ մ):

7. Ուղիղ զուգահեռանիստի հիմքը շեղանկյուն և: Այդ շեղանկյան փոքր անկյունագիծը հավասար և d -ի, իսկ սուր անկյունը α -ի: Զուգահեռանիստի բարձրությունը հավասար և $\frac{d}{2}$ -ի: Գտեք այդ զուգահեռանիստի լրիվ մակերևույթը ($d = 25,87$; $\alpha = 75^\circ 20'$):

8. Կանոնավոր հնգանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմը հավասար և a -ի: Այդ պրիզմայի բարձրությունը հավասար և $\frac{1}{4}d$ -ի, վորտեղ d -ն հիմքի անկյունագիծն և: Հաշվեցեք պրիզմայի լրիվ մակերևույթը ($a = 23,79$ մ):

9. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը հավասարասրուն յեռանկյուն և, վորի մեջ a հավասար կողմերով կազմված անկյունը հավասար և α -ի: Վերին հիմքի գագաթից տարված են յերկու հավասար կողմնային նիստերի անկյունագծերը: Այդ անկյունագծերով կազմված անկյունը հավասար և β -ի: Գտեք պրիզմայի կողմնային մակերևույթը ($a = 97,84$ մմ; $\alpha = 63^\circ 28'$ և $\beta = 39^\circ 36'$):

10. Յեռանկյուն պրիզմայի մեջ հիմքի յուրաքանչյուր կողմը հավասար և a -ի: Հիմքի գագաթներից մեկի պրոյեկցիան մյուս հիմքի կենտրոնն և: Կողմնային կողերը թեքված են ղեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշեցեք պրիզմայի կողմնային մակերևույթը:

Բուրգ

11. Բուրգի մեջ, վորի հիմքը կանոնավոր յեռանկյուն և, կողմնային նիստերից մեկը ուղղահայաց և հիմքին, իսկ մյուս յերկուսը նրա հետ կազմում են γ անկյունը: Վորոշեցեք կողմնային կողերի կազմած անկյունները հիմքի հարթության հետ ($\varphi = 30^\circ$):

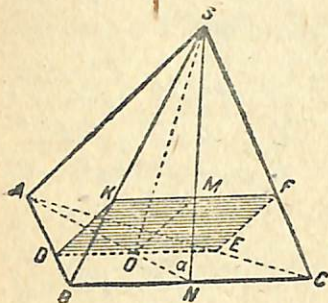
12. Կանոնավոր n -անկյուն բուրգի մեջ գագաթի հարթ անկյունը հավասար և α -ի: Վորոշեցեք հիմքի յերկնիստ անկյունները ($n = 4$; $\alpha = 60^\circ$):

13. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմը հավասար և a -ի, իսկ կողմնային կողը հիմքի հարթության հետ կազմում α անկյունը: Այդ բուրգին ներգծած և խորանարդ այնպես, վոր նրա

զագաթներին չորսը գտնվում են բուրգի ապոթեմներին վրա: Վորոշեցեք խորանարդի կողը:

14. Կանոնավոր յեռանկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմը հավասար է a -ի և կողմնային կողի հետ կազմում է α անկյունը: Վորոշեցեք բուրգի կողմնային կողով ու բարձրությունով անցկացրած հատվածքի մակերեսը:

15. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ տրված են c ապոթեմը և անկյունագծային հատվածքի P մակերեսը: Այս բուրգի մեջ վորոշեցեք կողմնային նիստի և հիմքի միջև կազմված անկյունն ու հիմքի կողմը ($c=5$; $P=15$):



Գծ. 34

16. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ բարձրությունը հարաբերում է հիմքի կողմին այնպես, ինչպես $m : n$: Հիմքի անկյունագծով տարված է թեք հարթություն այնպես, Վոր ստացված հատվածքը հավասար է անկյունագծային հատվածքին: Վորոշեցեք անցկացրած հարթության և բուրգի հիմքի միջև կազմված անկյունը ($m : n = 1 : \sqrt{6}$):

17. Կանոնավոր յեռանկյուն բուրգի մեջ (գծ. 34) տված են հիմքի կողմը (a) և հիմքին առնթեր յերկնիստ անկյունը (α): Վորոշեցեք $DEFK$ հատվածքի մակերեսը, վորը տարված է հիմքի կենտրոնով և զուգահեռ է բուրգի յերկու չհատվող SA և BC կողերին ($a=3$; $\alpha=70^\circ$):

18. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ հիմքի յերկնիստ անկյունը հավասար է α -ի: Այդ յերկնիստ անկյան կողով բուրգի ներսում տարված է մի հարթություն, վորը հիմքի հետ կազմում է β անկյունը: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Վորոշեցեք հատվածքի մակերեսը:

Պրոյեկցիայի մակերեսի քննարկում կիրառումը բուրգի մակերեսվայրը գտնելիս

վորտեղ S -ը մակերևույթն է, Q -ն՝ հիմքի մակերեսը: Ապացուցեք այդ:

20. (բանավոր). Բուրգի հիմքն ուղղանկյուն յեռանկյուն է: Այդ յեռանկյան եջերը հավասար են՝ 6 սմ և 8 սմ: Բուրգի կողմնային բոլոր նիստերը թեքված են դեպի հիմքը 60° անկյան տակ: Գտեք $S_{կողմ}$ -ը:

21. 1) (բանավոր). Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի հիմքի կողմը հավասար է a -ի, իսկ հիմքին առնթեր յերկնիստ անկյունը՝ 60° -ի: Վորոշեցեք այդ բուրգի կողմնային մակերևույթը:

2) Տրված են յերկու կանոնավոր բուրգեր՝ յեռանկյուն և վեցանկյուն: Յուրաքանչյուր բուրգի մեջ հիմքի կողմը հավասար է a -ի, իսկ հիմքի յերկնիստ անկյունը՝ 30° -ի: Վորոշեցեք յուրաքանչյուր բուրգի կողմնային մակերևույթը:

22. Յեռանկյուն բուրգի հիմքի կողմերը հավասար են 13 սմ, 14 սմ և 15 սմ, իսկ հիմքին առնթեր յերկնիստ անկյուններից յուրաքանչյուրը հավասար է 60° -ի: Վորոշեցեք բուրգի կողմնային մակերևույթը:

23. Աշտարակը վերջանում է կանոնավոր ութանկյուն բուրգի ձև ունեցող կաուրով: Կողմնային նիստերը թեքված են դեպի հիմքը 60° անկյան տակ: Բուրգի հիմքի կողմը հավասար է 1,23 մ-ի: Գտնել՝ քառակուսի մետր թիթեղ և հարկավոր այդ կաուրը ծածկելու համար:

24. Կանոնավոր բուրգի հիմքի մակերեսը հավասար է 168 սմ²: Կողմնային մակերևույթը հավասար է 200 սմ²: Վորոշեցեք կողմնային նիստի և հիմքի միջև կազմված անկյունը:

25 (բանավոր). Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ կողմնային նիստերը թեքված են դեպի հիմքը α անկյան տակ: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Հաշվեցեք $S_{կողմ}$ -ը:

26. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի բարձրությունը հավասար է h -ի: Հիմքի յերկնիստ անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշեցեք այդ բուրգի լրիվ մակերևույթը:

27. Բուրգի հիմքը մի շեղանկյուն է: Այդ շեղանկյան կողմը հավասար է a -ի, իսկ սուր անկյունը՝ α -ի: Բուրգի հիմքի յերկնիստ անկյունները հավասար են φ -ի: Գտեք բուրգի լրիվ մակերևույթը ($S_{լրիվ}$):

28. Կանոնավոր n -անկյուն բուրգի ապոթեմը հավասար է k -ի և հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Գտեք այդ բուրգի լրիվ մակերևույթը ($n=12$; $k=36,3$; $\alpha=35^\circ 40'$):

29. Բուրգի հիմքը հավասարասրուն սեղան է, վորի զուգահեռ կողմերը հավասար են a և b ($a > b$): Բուրգի բոլոր կողմնային նիստերը թեքված են դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Գտեք լրիվ մակերևույթը ($S_{լրիվ}$):

30. Բուրգի հիմքը մի հավասարասրուն սեղան է, վորի անկյունագիծը հավասար է l -ի և մեծ հիմքի հետ կազմում է α անկյունը: Բուրգի բոլոր կողմնային նիստերը թեքված են դեպի հիմքի հարթությունը φ անկյան տակ: Վորոշեցեք լրիվ մակերևույթը ($S_{լրիվ}$):

$$S_{կողմ} = \frac{Q}{\cos \alpha} \text{ և } S_{լրիվ} = \frac{2 Q \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha},$$

Բուրգի մակերևույթը

31. Կանոնավոր չեռանկյուն բուրգի մեջ տված են հիմքի կողմը (a) և գագաթի հարթ անկյունը (α): Պետք է վորոշել այդ բուրգի լրիվ մակերևույթը:

32. Կանոնավոր n -անկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Կողմնային կողմը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Վորոշեցեք կողմնային մակերևույթը:

33. Յեռանկյուն բուրգի գագաթի հարթ անկյունները հավասար են α , α և β : Յերկու հավասար անկյունների ընդհանուր կողմ ծառայող կողմնային կողմ ուղղահայաց է հիմքի հարթության և հավասար է a -ի: Վորոշեցեք այդ բուրգի կողմնային մակերևույթը:

34. Բուրգի հիմքը քառակուսի չէ: Քառակուսու կողմը հավասար է a -ի: Կողմնային նիստերից չերկուսն ուղղահայաց են հիմքին, իսկ մյուս չերկուսը հիմքի հետ կազմում են α անկյուն: Վորոշեցեք այդ բուրգի կողմնային և լրիվ մակերևույթները ($S_{\text{կողմ}}$ և $S_{\text{լրիվ}}$):

35. Բուրգի հիմքն ուղղանկյուն է: Կողմնային նիստերից յերկուսն ուղղահայաց են հիմքին, իսկ մյուս չերկուսը հիմքի հետ կազմում են α և β անկյունները: Բուրգի բարձրությունը հավասար է h -ի: Վորոշեցեք այդ բուրգի կողմնային մակերևույթը:

36. Բուրգի հիմքը մի շեղանկյուն է: Այդ շեղանկյան կողմը հավասար է a -ի, իսկ սուր անկյունը՝ α -ի: Կողմնային նիստերից յերկուսը (որինակ α անկյունը կազմող նիստերը) ուղղահայաց են հիմքին, իսկ մյուս չերկուսը թեքված են դեպի հիմքը φ անկյան տակ: Վորոշեցեք այդ բուրգի կողմնային մակերևույթը:

Հասած բուրգ

37. Կանոնավոր n -անկյուն հասած բուրգի մեջ տված են՝ կողմնային կողմը (c) ու հիմքի կողմերը (a և b): Վորոշեցեք հասած բուրգի բարձրությունը ($a > b$):

38. Կանոնավոր քառանկյուն հասած բուրգի մեծ և փոքր հիմքերի կողմերը հարաբերում են այնպես, ինչպես $m:n$: Կողմնային կողմերը թեքված են դեպի մեծ հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Այդ բուրգի մեջ, մեծ հիմքի կողմով և փոքր հիմքի այդ կողմի դիմաց գտնվող կողմով տարված է հարթություն: Ինչ անկյուն է կազմում այդ հարթությունը բուրգի մեծ հիմքի հետ:

39. Կանոնավոր n -անկյուն հասած բուրգի մեջ տված են h բարձրությունը և հիմքի a ու b կողմերը ($a > b$): Վորոշեցեք այդ հասած բուրգի լրիվ մակերևույթը:

40. Կանոնավոր n -անկյուն հասած բուրգի հիմքերի կողմերն են՝ a և b ($a > b$), կողմնային կողմ հիմքերի հարթությունների հետ կազմում է α անկյունը: Վորոշեցեք այդ հասած բուրգի լրիվ մակերևույթը:

41. Կանոնավոր n -անկյուն հատած բուրգի մեջ հիմքերի մակերեսների հարաբերությունը հավասար է m^2 , ապրթեմը՝ k , բարձրության և ապրթեմի միջև կազմված անկյունը՝ α : Վորոշեցեք այդ հատած բուրգի կողմնային մակերևույթը:

42. Կանոնավոր քառանկյուն հատած բուրգի մեջ տված են՝ բարձրությունը (h), և այն անկյունները (α և β), վոր հատած բուրգի կողմնային կողմ ու անկյունագիծը կազմում են մեծ հիմքի հետ Վորոշեցեք այդ հատած բուրգի կողմնային մակերևույթը ($h = 25$; $\alpha = 50^\circ 15'$; $\beta = 35^\circ 40'$):

§ 20. ԳԼԱՆ, ԿՈՆ, ՀԱՏԱԾ ԿՈՆ ՅԵՎ ԴՐԱՆՑ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ

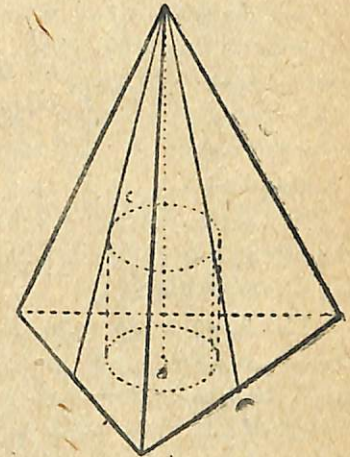
Գ Լ Ա Ն

1. Հավասարակողմ գլանի մեջ վերին հիմքի շրջանագծի մի վորևե կետը միացրած է ներքևի հիմքի շրջանագծի վորևե կետին: Դեպի այդ կետերը տարած շառավիղներով կազմված անկյունը հավասար է 30° -ի (նկատի չէ առնվում խաչվող ուղիղներով կազմված անկյունը): Վորոշեցեք միացնող ուղիղի և գլանի առանցքի միջև կազմված անկյունը:

2. Հավասարակողմ գլանի հիմքի շառավիղը հավասար է R -ի: Այդ գլանի մեջ վերին հիմքի շրջանագծի կետերից մեկը միացրած է ներքևի հիմքի շրջանագծի վորևե կետին: Միացնող ուղիղը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Վորոշեցեք այդ ուղիղի և գլանի առանցքի ամենափոքր հեռավորությունը:

3. Գլանին տարված է շոշափող ուղիղ, վորը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Վորոշեցեք ներքևի հիմքի կենտրոնի հեռավորությունն այդ ուղիղից, յեթե նրա հեռավորությունը շոշափման կետից հավասար է d -ի և հիմքի շառավիղը հավասար է R -ի:

4. Կանոնավոր չեռանկյուն բուրգի կողմնային կողմ հավասար է b -ի և հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Այդ բուրգին ներգծված է մի հավասարակողմ գլան այնպես, վոր նրա հիմքը գտնվում է բուրգի հիմքի հարթության վրա: Վորոշեցեք գլանի բարձրությունը (գծ. 35):



Գծ. 35

Լ ո Ն

5. Կոնի հիմքի շառավիղը հավասար է R-ի, իսկ ծնիչը թեքված է դեպի հիմքի հարթությունն α անկյան տակ: Այդ կոնի մեջ նրա զազաթից տարված է մի հարթություն, վորը բուրգի բարձրության հետ կազմում է φ անկյունը: Վորոշեցեք ստացված հատվածքի մակերեսը:

6. Կոնի զազաթը գտնվում է զուգահեռ հարթություններից մեկի վրա, իսկ հիմքը՝ մյուսի վրա: Կոնի առանցքի և ծնիչի միջև կազմված անկյունը հավասար է α -ի: Առանցքի միջնակետով տարված է մի ուղիղ, վորն այդ առանցքի հետ կազմում է β անկյունը և կոնի կողմնային մակերևույթը հատում է յերկու կետում: Այդ ուղիղի այն հատվածը, վորը գտնվում է զուգահեռ հարթությունների միջև, հավասար է a -ի: Վորոշեցեք այդ ուղիղի այն հատվածը, վորը գտնվում է կոնի ներսում:

7. Կոնի ծնիչը հավասար է l-ի և թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշեցեք այդ կոնին ներգծած խորանարդի կողը:

8. Կոնի մեջ տված են հիմքի շառավիղը (R) և ծնիչի ու հիմքի հարթության միջև կազմված α անկյունը: Այդ կոնին ներգծված է մի հավասարակող ուղիղ յեռանկյուն պրիզմա այնպես, վոր նրա հիմքը գտնվում է կոնի հիմքի հարթության վրա: Վորոշեցեք այդ պրիզմայի կողի յերկարությունը:

Լ ո Ն
մակերևույթը

9. Կոնի a ծնիչը թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշեցեք կոնի լրիվ մակերևույթը:

10. Կոնի կողմնային մակերևույթը յերեք անգամ մեծ է հիմքի մակերեսից: Վորոշեցեք հիմքի և ծնիչի միջև կազմված անկյունը:

11. Տված է մի կոն, վորի առանցքային հատվածքի մակերեսը 4 անգամ փոքր է լրիվ մակերևույթից: Վորոշեցեք այդ կոնի ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը:

12. Վորոշեցեք կոնի լրիվ մակերևույթը, յեթե ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը հավասար է α -ի, իսկ առանցքային հատվածքի մակերեսը Q-ի:

13. Կոնի իրար հետ φ անկյուն կազմող ծնիչներով տարված է հարթություն: Այդ հարթությունը թեքված է դեպի հիմքը α անկյան տակ: Հատվածքի մակերեսը հավասար է S-ի: Վորոշեցեք կոնի բարձրությունը ($\varphi = 52^\circ 16'$, $\alpha = 33^\circ 10' 13''$; $S = 617,5$ սմ²):

14. Կոնի հիմքի շառավիղը հավասար է r-ի: Ծնիչը թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշեցեք կոնի կողմ-

նային մակերևույթը և այն հատվածքի մակերեսը, վորն անցնում է կոնի զազաթով և բարձրության հետ կազմում է δ անկյուն ($r = 2,3$ մ; $\alpha = 42^\circ 27'$; $\delta = 36^\circ 21' 18''$).

15. Հողային լիրն ունի 36-րդ դժագրի վրա տրված ձևը:

$$\text{Տված է } \frac{h}{b} = \frac{1}{n} = 0,05;$$

$$\frac{h}{r} = \frac{1}{m} = \frac{2}{3}; \quad h = 4 \text{ մ:}$$

Հաշվեցեք՝ 1) b-ն; 2) r-ը; 3) $\alpha = \angle BAO$; 4) $\varphi = \angle BCO$; 5) γ -ն; 6) պլանի մակերեսը; 7) լրիվ մակերևույթը:

16. (17)¹. Կոնի կողմնային մակերևույթը հավասար է S-ի, իսկ ծնիչը՝ a-ի: Գտեք առանցքային հատվածքի զազաթի անկյունը ($S = 81,312$ մ²; $a = 10$ մ):

17 (18). Կոնի բարձրությունը հավասար է H-ի, իսկ ծնիչը թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Այդ կոնի լրիվ մակերևույթը կիսված է նրա բարձրության ուղղահայաց հարթության միջոցով: Վորոշեցեք՝ 1) հատող հարթության հեռավորությունը կոնի զազաթից. 2) կողմնային մակերևույթի մասերի հարաբերությունը ($\alpha = 60^\circ$):

18 (19). Կոնի առանցքային հատվածքի զազաթի անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշեցեք կոնի կողմնային մակերևույթի փուլածքի կենտրոնական անկյունը: (Որինակներ. 1) հավասարակողմ կոն, 2) $\alpha = 70^\circ 24'$).

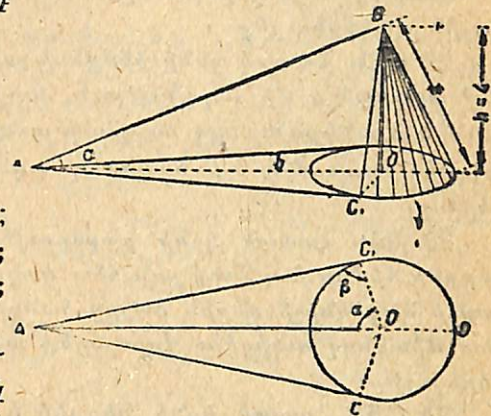
Հատած կոն

19 (20). Հատած կոնի հիմքերից մեկի շառավիղը հավասար է R-ի, իսկ մյուս հիմքինը՝ r-ի: Այդ հատած կոնի ծնիչը թեքված է դեպի R շառավիղ ունեցող հիմքը α անկյան տակ: Վորոշեցեք հատած կոնի կողմնային մակերևույթը:

20 (21). Հատած կոնի բարձրությունը հիմքերի շառավիղների միջին համեմատականն է: Հիմքերի շառավիղների գումարը հավասար է m-ի: Հատած կոնի ծնիչի կազմած անկյունը հիմքի հարթության հետ հավասար է α -ի: Վորոշեցեք այդ հատած կոնի կողմնային մակերևույթը:

1 Փակագծի մեջ դրված են այն համարները, վոր ունեն այդ խնդիրները սույն գրքի նախորդ հրատարակության մեջ (1934 թ.):

Ցեռանկ. խնդ. ժող.—5



Գծ. 36

21 (22). Հատած կոնի իրար հետ β անկյուն կազմող յերկու ծնիչներով տարված ե հարթություն, վորը կոնի հիմքերը հատում ե m -ի և n -ի հավասար լարերով ($m > n$):

Յուրաքանչյուր լարը ձգում ե α աղեղ: Գտեք հատած կոնի կողմնային մակերևույթը:

22 (23). Հատած կոնի հիմքերի շառավիղներն են R և r : Այդ կոնի մեջ տարված ե մի հարթություն, վորը հիմքի հարթության հետ կազմում ե β անկյուն: Այդ հարթությունը յուրաքանչյուր հիմքի շրջանագծից հատում ե δ -ի հավասար աղեղ: Վորոշեցեք հատվածքի մակերեսը:

23 (24). Հատած կոնի բարձրությունը հավասար ե h -ի. ծնիչը ներքևի հիմքի հարթության հետ կազմում ե α անկյուն և ուղղահայաց ե այդ ծնիչի վերին ծայրը հանդիպակաց ծնիչի ներքևի ծայրի հետ միացնող ուղիղին: Վորոշեցեք այդ հատած կոնի կողմնային մակերևույթը:

24 (25). Հատած կոնի ներքևի և վերևի հիմքերի մակերեսներն ու կողմնային մակերևույթը հարաբերում են այնպես, ինչպես $m : n : p$: Վորոշեցեք ծնիչի կազմած անկյունը ներքևի հիմքի հետ:

25 (26). Մի հատած կոնի մեջ առանցքային հատվածքի անկյունագծերը փոխուղղահայաց են, իսկ ծնիչը ներքևի հիմքի հարթության հետ կազմում ե α անկյուն և հավասար ե l -ի: Վորոշեցեք այդ հատած կոնի կողմնային մակերևույթը և լրիվ մակերևույթը ($l = 12$; $\alpha = 70^\circ 20'$):

26 (27). Հատած կոնի ծնիչը հիմքի հարթության հետ կազմում ե α անկյունը: Հիմքերի մակերեսներն են Q և q : Վորոշեցեք կողմնային մակերևույթը ($S_{կողմ}$):

§ 21. ԾԱՎԱԼՆԵՐԻ ՀԱՇՎՈՒՄԸ

Զուգահեռանիս

1. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի 1 անկյունագիծը թեքված ե դեպի հիմքի հարթությունը φ անկյան տակ. հիմքի անկյունագծերի միջև կազմված սուր անկյունը հավասար ե β -ի: Վորոշեցեք այդ զուգահեռանիստի ծավալը:

2. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի մեջ հիմքի անկյունագիծը հավասար ե $d = 7,5$ դմ, հիմքի անկյունագծերով կազմված անկյունը $\alpha = 35^\circ 27' 18''$, իսկ հիմքի մեծ կողմով անցկացրած անկյունագծային հարթության և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը $\beta = 57^\circ 33' 17''$: Վորոշեցեք զուգահեռանիստի ծավալը:

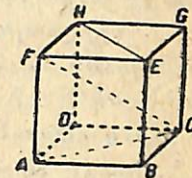
3. Ուղիղ զուգահեռանիստի հիմքի սուր անկյունը հավասար ե α -ի, իսկ կողմերը՝ a -ի և b -ի: Զուգահեռանիստի փոքր անկյունագիծը

ծը հավասար ե հիմքի մեծ անկյունագծին: Վորոշեցեք այդ զուգահեռանիստի ծավալը:

4. Ուղիղ զուգահեռանիստի հիմքի անկյունագիծը՝ $AC = d$, CB կողմը $= \frac{1}{4} AC$ և $\angle ABC = \alpha$ (գծ. 37): Զուգահեռանիստի FC անկյունագիծը հիմքի հարթության հետ կազմում ե φ անկյունը: Գտեք զուգահեռանիստի ծավալը և հիմքերի AC , EH անկյունագծերի միջև կազմված անկյունը ($d = 14,278$ դմ; $\alpha = 106^\circ 6' 7''$; $\varphi = 57^\circ 46' 51''$):

5. Զուգահեռանիստի մեջ մի դագաթից յեկնող կողերն են՝ a , b և c : Այդ կողերից a -ն և b -ն փոխուղղահայաց են, իսկ c կողը դրանցից յուրաքանչյուրի հետ կազմում ե α անկյուն: Վորոշեցեք զուգահեռանիստի ծավալը և c կողի և ուղղանկյան հարթության միջև կազմված անկյունը ($\alpha = 120^\circ$):

6. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի անկյունագիծը կողմնային նիստի հետ կազմում ե α անկյունը: Հիմքի կողմը հավասար ե a -ի: Վորոշեցեք այդ պրիզմայի ծավալը:



Գծ. 37

7. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի ներքևի հիմքի անկյունագծով ու վերևի հիմքի դագաթով տարված ե հարթություն, վորը պրիզմայի յերկու հարևան կողմնային նիստերը հատում ե իրար հետ $\alpha = 58^\circ 48' 36''$ անկյուն կազմող ուղիղներով: Պրիզմայի հիմքի կողմը հավասար ե $a = 6,4$ սմ: Վորոշեցեք այդ պրիզմայի ծավալը:

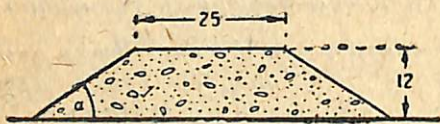
8. Կանոնավոր յեռանկյուն պրիզմայի մեջ վերին հիմքի յերկու դագաթները միացված են ներքևի հիմքի դրանց հանդիպակաց կողմերի միջնակետերին: Ստացված ուղիղներով կազմված այն անկյունը, վոր իր բացվածքով դարձած ե դեպի հիմքի հարթությունը, հավասար ե α -ի: Հիմքի կողմը հավասար ե a -ի: Վորոշեցեք այդ պրիզմայի ծավալը:

9. ՅՑ-րդ դժագրի վրա տված ե յերկաթուղային լիքի կտրվածքը: α անկյունը վորոշվում ե $\text{tg } \alpha = \frac{2}{3}$ հավասարությունից: Քանի՞ խորանարդ մետր հող ե հարկավոր մեկ դժամետր յերկաթուղային լիքի համար: Գժագրի վրա չափսերը տված են մետրերով:

10. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը ABC յեռանկյունն ե, վորի մեջ՝ $AC = b = 38,03$ դմ; $BC = a = 34,84$ դմ; $\angle ACB = \gamma = 58^\circ 22'$: Պրիզմայի կողմնային կողը հավասար ե ABC յեռանկյան h_c բարձրության: Վորոշեցեք պրիզմայի ծավալը:

11. Ուղիղ պրիզմայի h բարձրությունը հավասար ե 20 դմ-ի:

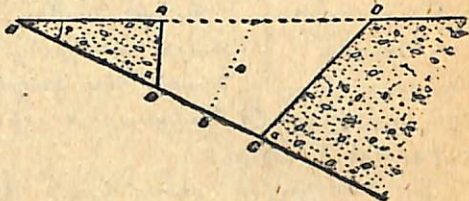
Այդ պրիզմայի հիմքը $\alpha = 45^\circ 42' 16''$ սուբստանկյունն ունեցող ուղղանկյուն սեղան է, վորն արտագծված է $r = 6,15$ զմ շառավիղն ունեցող շրջանին: Վորոշեցեք պրիզմայի ծավալը:



Գծ. 38

Թյունը ներքևում հավասար է $b = 14,2$ մ, խորությունը մեջտեղում հավասար է $h = 9,2$ մ: Քանի՞ խորանարդ մետր հող դուրս կգա փորվածքի չորաքանչյուր գծամետրից:

13. Պրիզմայի հիմքը ABC յեռանկյունն է, վորի մեջ $BC = a$ և $AB = AC$; AA_1 կողը հավասար է b -ի և ուղղահայաց է BC -ին: AA_1 կողին առնթեր յերկնիստ անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշեցեք այդ պրիզմայի ծավալը:



Գծ. 39

14. Վորոշեցեք կանոնավոր n -անկյուն բուրգի ծավալը, յեթե այդ բուրգի կողմային կողը հավասար է b -ի և թեքված է դեպի հիմքը β անկյան տակ ($n = 8$; $b = 3,5$ մ; $\beta = 78^\circ 39'$):

15. Վորոշեցեք կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ծավալը, յեթե այդ բուրգի կողմային կողը հավասար է b -ի, իսկ գագաթի հարթ անկյունը՝ α -ի:

16. Վորոշեցեք բուրգի ծավալը, յեթե նրա բարձրությունը հավասար է h -ի, կողմային կողերը թեքված են դեպի հիմքը φ անկյան տակ և հիմքը α և β անկյուններն ունեցող յեռանկյուն է:

17. Յեռանկյուն բուրգի մեջ յերկու կողմային նիստերը հավասարաբուն ուղղանկյուն յեռանկյուններ են, վորոնց ներքնաձիգերը հավասար են b -ի և իրար հետ կազմում են α անկյուն: Վորոշեցեք այդ բուրգի ծավալը:

18. Բուրգի հիմքը մի սեղան է, վորի յուրաքանչյուր կողմային կողմը և հիմքերից փոքրը հավասար են a -ի, իսկ սուր անկյունները՝ α -ի: Բուրգի կողմային կողերը հիմքի հարթության հետ կազմում են φ անկյուն: Վորոշեցեք այդ բուրգի ծավալը:

19. Բուրգի հիմքը հավասարաբուն սեղան է, վորի մեջ հիմքերը հավասար են a -ի և b -ի ($a > b$), իսկ անկյունագծերի անհավասար

12. Պահանջվում է կատարել փորվածք հորիզոնի նկատմամբ $\varphi = 18^\circ 30,5'$ թեքություն ունեցող հողամասում (գծ. 39): Փորվածքի կողքի շեպի անկյունը $\alpha = 68^\circ 10'$, փորվածքի լայնու-

հատվածների միջև կազմված անկյունը հավասար է α -ի: Բուրգի բարձրությունն անցնում է հիմքի անկյունագծերի հատման կետով: Հիմքի զուգահեռ կողմերին առնթեր յերկնիստ անկյունները հարաբերում են այնպես, ինչպես $1 : 2$: Վորոշեցեք այդ բուրգի ծավալը:

20. SABCD բուրգի հիմքն ABCD զուգահեռագիծն է: SB և SD կողերն ուղղահայաց են հիմքի BC և AD կողմերին և կազմում են հիմքի հարթության հետ φ անկյուն: Վորոշեցեք բուրգի ծավալը, յեթե զուգահեռագծի սուր անկյունը հավասար է α -ի, իսկ մակերեսը p -ի:

21. SABC բուրգի ABC նիստի մեջ A անկյունը հավասար է $\alpha = 72^\circ 36' 45''$ և B անկյունը հավասար է $\beta = 47^\circ 23' 15''$: Բուրգի ծավալը հավասար է $v = 317,058$ խորանարդ սանտիմետրի, SC կողով և ABC յեռանկյան C անկյան կիսորդով տարված է հարթություն: Այդ հարթությունն ինչպիսի՞ մասերի յե բաժանում տված ծավալը:

22. Կանոնավոր տետրաեդրի կողով տարված է այնպիսի հարթություն, վորն այդ տետրաեդրի ծավալը բաժանում է $3 : 5$ հարաբերությամբ: Ի՞նչպիսի մասերի յե բաժանվում յերկնիստ անկյունը:

Հասած բուրգ

23. Հորն ունի հատած կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ձև: Հիմքերի կողմերը հավասար են $a = 14$ մ և $b = 10$ մ: Կողմային նիստերը հիմքի հետ կազմում են $\alpha = 38^\circ$ անկյուն: Ի՞նչքան ջուր կտանի այդ հորը:

24. Հատած կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ տված են մեծ և փոքր հիմքերի կողմերը՝ a և b և կողմային նիստի α սուր անկյունը: Վորոշեցեք այդ հատած բուրգի ծավալը ($a = 25,704$; $b = 15,23$; $\alpha = 65^\circ 12'$):

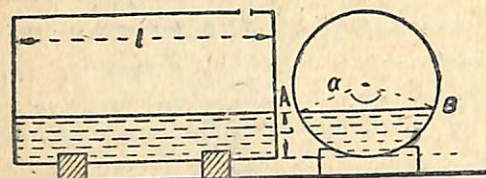
25 (26). Հատած կանոնավոր n -անկյուն բուրգի հիմքերի կողմերը հավասար են a և b : Կողմային կողը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն: Գտեք ծավալը:

26 (29). Գլանի կողմային մակերևույթը փոխվածքի մեջ ներկայացվում է մի ուղղանկյունով, վորի մեջ անկյունագիծը հավասար է d -ի և հիմքի հետ կազմում է α անկյուն: Վորոշեցեք գլանի ծավալը:

27 (30). Գլանի հիմքի շրջանի մեջ տարված է a յերկարությամբ մի լար: Այդ լարի համապատասխան կենտրոնական անկյունը հավասար է α -ի: Գլանի բարձրությունը h է: Գտեք այդ գլանի ծավալը ($a = 4,8$ զմ; $\alpha = 26^\circ 32' 46''$; $h = 23$ զմ):

28 (31). Հավասարակողմ գլանի (այսինքն մի գլանի, վորի հիմքի տրամագիծը հավասար է ծնիչին) հիմքին ներգծած է կանոնավոր n -անկյուն, վորի կողմը հավասար է a -ի: Վորոշեցեք այդ գլանի ծավալը:

29 (32). Հորիզոնական զիճակում հաստատված գլանային բաքը լցված է հեղուկով (գծ. 40): AB աղեղը պարունակում է $\alpha = 135^\circ$: Բաքի տրամագիծը (ներքին) հավասար է $D = 1,7$ մ: Բաքի լերկարությունը (ներքին) հավասար է $l = 3,5$ մ: Վորոշեցեք հեղուկի քանակը:



Գծ. 40

հարթություն, ապա այդ հարթությունների միջև կազմված անկյունը հավասար կլինի α -ի, իսկ այդ հարթությունների և խողովակի հիմքի ներքին շրջանագծի շոշափման կետերը միացնող լարը հավասար է b -ի:

31 (34). Գլանի հիմքի մեջ տարված է այդ հիմքին ներգծած կանոնավոր n -անկյան կողմին հավասար մի լար: Յեթե այդ լարի ծայրերը միացնենք մյուս հիմքի կենտրոնին, ապա ստացված յեռանկյան մակերեսը հավասար կլինի Q -ի, իսկ գագաթի անկյունը α -ի: Վորոշեցեք սվյալ գլանի ծավալը (V):

Կ ո ն

32 (35). Մանր ավաղի համար շեպի անկյունը հավասար է $\varphi = 31^\circ$: Ավաղի կույտը կոնի ձև ունի: Այդ կոնի հիմքի շրջանագծի յերկարությունը հավասար է $c = 11$ մ: Ավաղի տեսակարար կշիռը՝ $d = 1,6$: Վորոշեցեք ավաղի այդ կույտի քաշը:

33 (36). Կոնի ծնիչի և առանցքի միջև կազմված անկյունը հավասար է $\alpha = 18^\circ 45' 50''$, ծնիչի յերկարությունը՝ $l = 36,17$ դմ: Վորոշեցեք այդ կոնի ծավալը (V):

34 (37). Կոնի ծնիչը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն, իսկ բարձրությունը հավասար է h -ի: Վորոշեցեք այդ կոնի ծավալը:

35 (38). Կոնի ծնիչը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն: Հիմքի շառավիղը հավասար է R -ի: Վորոշեցեք կոնի S լրիվ մակերեսությունը և V ծավալը:

36 (39). Կոնի առանցքային հատվածքը մի յեռանկյուն է, վորի գագաթի անկյունը հավասար է α -ի: Այդ յեռանկյան արտագծած շրջանի շառավիղը հավասար է R -ի: Վորոշեցեք այդ կոնի ծավալը:

37 (40). Կոնի հիմքի մեջ a լարը ձգում է α աղեղը. կոնի ծնիչի և բարձրության միջև կազմված անկյունը հավասար է β -ի: Վորոշեցեք այդ կոնի ծավալը:

30 (33). Վորոշեցեք H բարձրությունն ունեցող գլանաձև խողովակի ծավալը, զիտնալով, վոր յեթե այդ խողովակի արտաքին մակերեսային ծնիչով անցկացնենք ներքին մակերեսային շոշափող յերկու

38 (41). Կոնի ծնիչի և բարձրության յերկարությունների տարբերությունը հավասար է $d = 2,5$ մ, իսկ դրանցով կազմված անկյունը՝ $\alpha = 42^\circ 38' 16''$: Վորոշեցեք այդ կոնի ծավալը:

39 (42). $R = 5,38$ դմ շառավիղն ունեցող շրջանը ծառայում է վորպես ընդհանուր հիմք յերկու կոների, վորոնք կառուցված են ընդհանուր հիմքի մի կողմում: Կոներից մեկի ծնիչը հիմքի հարթության հետ կազմում է $\alpha = 74^\circ 28'$ անկյունը, իսկ մյուս կոնի ծնիչը նույն հարթության հետ կազմում է $\beta = 0^\circ 12'$ անկյունը: Վորոշեցեք այդ կոների կողմնային մակերեսային յերկու սահմանագծված ծավալը:

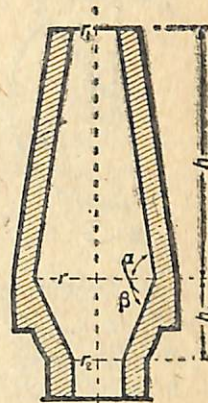
Հատած կոն

40 (43). Հատած կոնի ծնիչը R շառավիղն ունեցող հիմքի հետ կազմում է α անկյունը: Մյուս հիմքի շառավիղը հավասար է r -ի:

Գտեք այդ հատած կոնի ծավալը:

41 (44). Հատած կոնի հիմքերի մակերեսների հարաբերությունը հավասար է 4 -ի, ծնիչը հավասար է 1 -ի և հիմքի հարթության հետ կազմում է φ անկյուն: Վորոշեցեք այդ հատած կոնի ծավալը:

42 (45). 41-րդ գծագրի վրա պատկերացված է դոմնային վառարանի յերկայնական կտրվածքը: Դոմնային վառարանի ներքին մասը կազմված է յերկու հատած կոնից: Վերևի և ներքևի անցքերի շառավիղները հավասար են r_1 -ի և r_2 -ի: Ծնիչներն ընդհանուր հիմքի հետ կազմում են α և β անկյունները: Ամբողջ ծավալը հավասար է V -ի: Վորոշեցեք կոների ընդհանուր հիմքի r շառավիղը և այդ կոների h և h_1 բարձրությունները ($2r_1 = 4,2$ մ; $2r_2 = 4,9$ մ; $\alpha = 86^\circ$; $V = 572,6$ մ³):



Գծ. 41

43 (46). Հատած կոնի մեջ տեղավորվում է մի լրիվ կոն, վորի հիմքը հատած կոնի փոքր հիմքն է, բարձրությունը՝ հատած կոնի բարձրությունն է, և ծնիչները համապատասխանաբար զուգահեռ են հատած կոնի ծնիչներին: Վորոշեցեք հատած կոնի ծավալը, յեթե հայտնի յե, վոր այդ հատած կոնի ծնիչների շարունակությունների միջև կազմված ամենամեծ անկյունը հավասար է $\alpha = 65^\circ 49' 48''$ և ծնիչներից յուրաքանչյուրը հավասար է $a = 24,9$ դմ:

44 (47). Հատած կոնի մեջ առանցքային հատվածքի անկյունագծերը փոխադարձ ուղղահայաց են, իսկ ծնիչը մեծ հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն և հավասար է 1 -ի: Վորոշեցեք այդ հատած կոնի ծավալը ($l = 12$; $\alpha = 70^\circ 20'$):

§ 22. ԳՈՒՆԻ ՅԵՎ ՆՐԱ ՄԱՍԵՐԸ

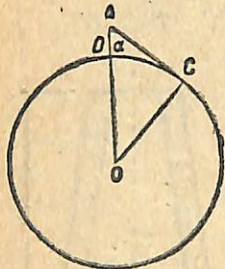
Գ ու ն դ

1. Յերկրագնդի շառավիղը հավասար է 6370 կմ-ի: Մոսկվան գտնվում է հյուսիսային լայնության 56° -ի վրա: Վորոշեցեք այդ լայնության շրջանի շառավիղը:

2. Յերկրագնդի շառավիղը հավասար է 6370 կմ-ի: Վորոշեցեք արևադարձի ($23^\circ 27'$ լայնություն) և բևեռային շրջանի ($66^\circ 33'$ լայնություն) յերկարությունը:

3. Սարի գագաթին A կետում գտնվող գիտողը չափեց տեսողության դեպի հորիզոն ուղղված AC ճառագայթի և AD ուղղաձիգ գծի միջև կազմված $\angle DAC = \alpha$ անկյունը (գծ. 42): Գիտենալով յերկրագնդի շառավիղը (r), վորոշեցեք սարի բարձրությունը ($AD = x$):

4. $V = 53,377$ դմ³ ծավալ ունեցող գնդին ներգծած է մի կոն: Կոնի հիմքի տրամագծերից մեկի ծայրերից անցնող ծնիչներով կազմած անկյունը հավասար է $\alpha = 42^\circ 18'$: Վորոշեցեք այդ կոնի ծավալը:



Գծ. 42

5. Կոնի ծնիչն առանցքի հետ կազմում է $\alpha = 35^\circ 18' 20''$ անկյուն: Վորոշեցեք կոնի ծավալի հարաբերությունն այդ կոնի արտագծած գնդի ծավալին:

6. Կանոնավոր n-անկյուն բուրգի հիմքի կողմը հավասար է a-ի, հիմքի յերկնիստ անկյունը հավասար է φ -ի: Վորոշեցեք այդ բուրգին ներգծած գնդի շառավիղը:

7. Վորոշեցեք կանոնավոր n-անկյուն բուրգին արտագծած գնդի շառավիղը, յեթե այդ բուրգի հիմքի կողմը հավասար է a-ի, իսկ կողմնային կողը հիմքի հարթություն հետ կազմում է α անկյուն ($n=8$: $a=3,5$ մ; $\alpha=58^\circ 37' 42''$):

8. Բուրգի հիմքը մի շեղանկյուն է, վորի կողմն a յե, իսկ սուր անկյունը՝ α : Հիմքին առնթիւր յերկնիստ անկյունները հավասար են φ : Վորոշեցեք այդ բուրգին ներգծած գնդի շառավիղը:

9. Կոնի մեջ տված են հիմքի շրջանագծի C յերկարությունը և ծնիչի ու հիմքի հարթության միջև կազմված α անկյունը: Վորոշեցեք կոնի կողմնային մակերևույթի և այդ կոնին ներգծած գնդի մակերևույթի փոխադասման գծի յերկարությունը:

10*. Գնդի մակերևույթի վորևե կետից տարված են յերեք հավասար լարեր, վորոնք իրար հետ կազմում են α անկյուն: Վորոշեցեք այդ լարերի յերկարությունը, յեթե գնդի շառավիղը հավասար է R-ի:

11. Վորոշեցեք կոնի ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված

անկյունը, յեթե հիմքի մակերեսը, ներգծած գնդի մակերևույթը և կոնի կողմնային մակերևույթը թվաբանական պրոգրեսիա յեն կազմում:

12. Կոնը m անգամ մեծ է այդ կոնին ներգծած գնդից: Վորոշեցեք այդ կոնի ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը: (Գտեք m-ի ամենափոքր արժեքը, հաշվեցեք անկյունը, յեթե $m = 2 \frac{1}{4}$):

13. Կոնի ծավալը կիսող լայնական հատվածքն անցնում է արտագծած գնդի կենտրոնով: Վորոշեցեք ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը:

14. Վորոշեցեք կոնի առանցքային հատվածքի գագաթի անկյունը, յեթե այդ կոնն արտագծված է չորս հավասար գնդերի, վորոնք դասավորված են այնպես, վոր դրանցից յուրաքանչյուրը շոշափում է մնացած յերեքին:

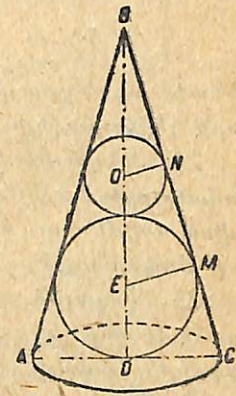
15. Գնդին արտագծած հատած կոնի կողմնային մակերևույթը հարաբերում է գնդի մակերևույթին այնպես, ինչպես $m:n$: Վորոշեցեք ծնիչի և մեծ հիմքի միջև կազմված անկյունը ($\frac{m}{n} = \frac{2}{1}$):

16. Հատած կոնի հիմքերի շառավիղները հավասար են R-ի և r-ի, իսկ ծնիչը թեքված է դեպի ներքևի հիմքի հարթությունն α անկյան տակ: Վորոշեցեք այդ հատած կոնին արտագծած գնդի շառավիղը:

17. Հատած կոնի հիմքերի շառավիղներն են r_1 և r_2 ($r_1 > r_2$): Այդ հատած կոնին ներգծված է գունդ: Վորոշեցեք՝ 1) գնդի մակերևույթը և 2) կոնի ծնիչի թեքություն անկյունը հիմքի հարթության նկատմամբ:

18. Կոնի մեջ տեղավորված են յերեք գնդեր այնպես, վոր դրանք շոշափում են թե մեկը մյուսին և թե կոնի մակերևույթին (գծ. 43): Գնդերի EM և ON շառավիղների հարաբերությունը հավասար է $\frac{m}{n}$ -ի: Վորոշեցեք կոնի առանցքով տարած հատվածքի գագաթի ABC անկյունը ($m:n=3:1$):

19. Կոնի հիմքի շառավիղը հավասար է R-ի, իսկ ծնիչը թեքված է դեպի հիմքի հարթությունն α անկյան տակ: Այդ կոնին ներգծված են մի շարք գնդեր այնպես, վոր առաջին գունդը շոշափում է բուրգի հիմքն ու կողմնային մակերևույթը, իսկ հաջորդ յուրաքանչյուր գունդը շոշափում է բուրգի կողմնային մակերևույթին ու նախորդ գունդը: Գտեք այն սահմանը, վորին ձգտում է այդ գնդերի ծավալների գումարը, յեթե գնդերի թիվը անվերջ մեծացնենք:

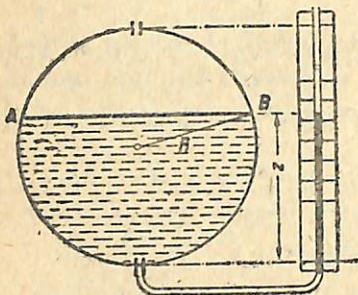


Գծ. 43

Գնդի մասերը

20. Բաճն ունի գնդի ձև: Այդ բաճը մինչև վերոշ բարձրությունը լցված է մի հեղուկով, վորի տեսակարար կշիռը հավասար է d -ի, AB աղեղը (գծ. 44) պարունակում է φ° : Բաճի շառավիղը (ներքին) հավասար է R -ի: Վորոշեցեք հեղուկի կշիռը:

21. Գաղամբարը կազմված է մի գլանից, վորը վերևից ծածկված է գնդային սեղմենտով: Գլանի ներքին չափսերն են՝ տրամագիծը — 24 մ, բարձրությունը — 6 մ: Գլանը ծածկող գնդային սեղմենտի առանցքային հատվածքում ստացված աղեղը պարունակում է $73^\circ 44'$: Գտեք գաղամբարի տարողությունը:



Գծ. 44

մենտի առանցքային հատվածքի մեջ աղեղը հավասար է α -ի, իսկ լարի յերկարությունը՝ a -ի:

24. Գնդային սեղմենտի առանցքային հատվածքի մեջ աղեղը հավասար է $\alpha = 65^\circ 28' 36''$: Այն գնդի շառավիղը, վորից անջատված է տված սեղմենտը, հավասար է $R = 24$ դմ: Վորոշեցեք այդ սեղմենտի կոր մակերևույթը:

25. Գնդային սեկտորի առանցքային հատվածքի սեղմենտի աղեղը հավասար է α -ի, իսկ այդ աղեղին ձգող լարը՝ b -ի: Վորոշեցեք սեկտորի ծավալը ($b = 25,135$; $\alpha = 63^\circ 17' 36''$):

26. Գնդի ծավալը հավասար է V -ի: Վորոշեցեք այդ գնդի այն սեկտորի ծավալը, վորի առանցքային հատվածքի կենտրոնական անկյունը հավասար է α -ի:

27. Գնդային սեկտորի գագաթի անկյունը հավասար է α -ի, իսկ շառավիղը՝ R -ի: Վորոշեցեք այդ սեկտորի լրիվ մակերևույթը:

28 (10). Կոնական մակերևույթին ներգծված է գունդ. շոշափման գծով այդ գնդի մակերևույթը բաժանվում է $m:n$ հարաբերությամբ: Վորոշեցեք կոնական մակերևույթի ծնիչի թեքությունն առանցքի նկատմամբ ($m:n = 1:3$):

29 (30). Շրջանային սեկտորի աղեղը հավասար է α -ի (180° -ից փոքր): Այդ սեկտորը պտտվում է նրանից դուրս գտնվող տրամագծի շուրջը: Ստացված մարմնի ծավալը հարաբերում է նույն շառավիղին

ունեցող գնդի ծավալին այնպես, ինչպես $m:n$: Վորոշեցեք այն անկյուններից փոքրը, վոր տրամագիծը կազմում է սեկտորի կողմնային շառավիղների հետ ($\alpha = 90^\circ$; $m:n = \sqrt{3}; \sqrt{8}$):

30 (31). Գնդային սեկտորի շառավիղը հավասար է R -ի, շառավիղներով կազմված ամենամեծ անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշեցեք այդ սեկտորին ներգծած գնդի ծավալն ու մակերևույթը:

§ 23. ՊՏՏՄԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐ

Պտտման մարմիններ,
վորոնք վերագծվում
են գլանի յեւ կոնի

1 (7). Յեռանկյան մեջ տված են a կողմն ու B և C անկյունները: Վորոշեցեք այն մարմնի մակերևույթն ու ծավալը, վորը կըստացվի այդ յեռանկյունը տված կողմի շուրջը պտտելուց:

2. Հավասարասրուն յեռանկյան մակերեսը հավասար է $Q = 50$ դմ², իսկ գագաթի անկյունը՝ $\beta = 100^\circ 26' 24''$: Հաշվեցեք այն մարմնի լրիվ մակերևույթը, վոր առաջանում է այդ յեռանկյան պտտումից, հիմքի ծայրերից մեկով անցկացրած հիմքին ուղղահայաց ուղղի շուրջը:

3. Վորոշեցեք այն մարմնի ծավալը, վորն առաջանում է ABC յեռանկյան պտտումից մի առանցքի շուրջ, վորն անցնում է A գագաթով և զուգահեռ է BC կողմին, գիտենալով, վոր $BC = a = 23,543$ դմ, AB կողմի պրոյեկցիան պտտման առանցքի վրա հավասար է $b = 7,3345$ դմ, իսկ AB -ի և առանցքի միջև կազմված անկյունը հավասար է $\alpha = 18^\circ 36' 47''$:

4. Կանոնավոր յեռանկյունը, վորի կողմը հավասար է a -ի, պտտվում է մի առանցքի շուրջ, վորը գտնվում է այդ յեռանկյունուց դուրս և անցնում է նրա կողմերից մեկի ծայրով, կազմելով վերջինի հետ α սուր անկյունը: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի մակերևույթը:

5. Հավասարասրուն յեռանկյունը, վորի սրունքը հավասար է b -ի, իսկ գագաթի անկյունն α -ի, պտտվում է սրունքներից մեկի շուրջ: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի ծավալն ու մակերևույթը ($\alpha = 120^\circ$):

6. Շեղանկյունը, վորի կողմը a -յե, իսկ սուր անկյունը՝ α , պտտվում է մի առանցքի շուրջ, վորն անցնում է սուր անկյան գագաթով և ուղղահայաց է նրա կողմին: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի ծավալն ու մակերևույթը:

7*. Հարթ բեկյալ գիծը բաղկացած է n հավասար հատվածներից, վորոնց յերկարությունը հավասար է a -ի և միացած են զիգզագի ձևով՝ α անկյան տակ: Վորոշեցեք այն մակերևույթը, վորը

կառավարանա, յեթե այդ դիրքը պտտենք նրա մի ծայրից անցնող և α անկյան կիսորդին զուգահեռ առանցքի շուրջը:

8. Յեռանկյան մեջ տված են b և c կողմերն ու դրանցով կազմված α անկյունը: Այդ յեռանկյունը պտտվում է մի առանցքի շուրջը, վորը գտնվում է յեռանկյունուց դուրս և անցնում է α անկյան գագաթից: Այդ առանցքը հավասարապես է թեքված դեպի b և c կողմերը: Վորոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի ծավալը:

9. Յեռանկյան մեջ տված են a հիմքն ու նրան առընթեր՝ α և $90^\circ + \alpha$ անկյունները: Վորոշեցեք այդ յեռանկյունն իր բարձրության շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը:

10. R յերկարության շառավիղ ունեցող կիսաշրջանագծի մեջ AB տրամագծի B ծայրից վերցված է BC աղիղը, վորը հավասար է α -ի (փոքր 90° -ից), և C կետից տարված է շոշափող մինչև AB տրամագծի շարունակության հետ հատվելը D կետում: Բացի այդ C կետը միացրած է A կետի հետ: Վորոշեցեք ACD յեռանկյունն AD կողմի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը:

11. Տված են ABC յեռանկյան անկյունները: Վորոշեցեք, թե ի՞նչ պես են հարաբերում այն մարմինների V_a , V_b և V_c ծավալները, վորոնք ստացվում են այդ յեռանկյունը հաջորդաբար a , b և c կողմերի շուրջը պտտելուց:

12 (18). Յերկու յեռանկյունները գտնվում են միևնույն հարթությունում մեջ և ունեն $b = 25,345$ սմ ընդհանուր հիմքը: Այդ յեռանկյուններից մեկը հավասարակողմ է, իսկ մյուսը՝ հավասարասրուն: Վերջինի գագաթի անկյունը հավասար է՝ $\alpha = 54^\circ 17' 36''$: Վորոշեցեք այն մարմնի ծավալն ու մակերևույթը, վորը կառավարանա յեռանկյունների տված սիստեմի պտտումից մի առանցքի շուրջը, վորն անցնում է այդ յեռանկյունների ընդհանուր գագաթներից մեկով և զուգահեռ է հավասարասրուն յեռանկյան բարձրությանը:

13. Ուղղանկյուն յեռանկյան մակերեսը հավասար է S -ի: Սուր անկյուններից մեկը հավասար է α -ի: Այդ սուր անկյան գագաթով տարված է մի ուղիղ, վորն ուղղահայաց է ներքնածիգին և գտնվում է յեռանկյան հարթութան մեջ: Վորոշեցեք յեռանկյունն այդ ուղիղի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը (V):

14. Վորոշեցեք այն մարմնի ծավալն ու մակերևույթը, վորն առաջանում է ուղղանկյան պտտումից, նրա մի գագաթից d անկյունագծին տարած ուղղահայաց ուղիղի շուրջը, յեթե անկյունագիծը կողմի հետ կազմում է α անկյուն ($d = 34,06$ մ; $\alpha = 56^\circ 14' 18''$):

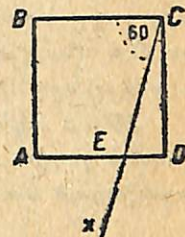
15. $ABCD$ քառակուսու C գագաթից (գծ. 45) տարված է C_x ուղիղը, վորը BC կողմի հետ կազմում է $BC_x = 60^\circ$ անկյունը և հատում է AD կողմն E կետում: Վորոշեցեք $EABC$ քառանկյունը C_x ա-

ռանցքի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը, յեթե հայտնի է, վոր քառակուսու կողմը հավասար է a -ի:

16. Ուղղանկյուն յեռանկյան պարագիծը հավասար է $2p = 27,425$ դմ, անկյուններից մեկը՝ $\alpha = 41^\circ 15' 32''$: Վորոշեցեք այդ յեռանկյունն իր ներքնածիգի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը:

17. r յերկարության շառավիղ ունեցող շրջանին արտագծած ուղղանկյուն սեղանի սուր անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշեցեք այդ սեղանն իր վոչ զուգահեռ կողմերից փոքրի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի կողմնային մակերևույթը:

18 (19). Չուգահեռագծի բութ անկյան գագաթից տարած անկյունագիծը, նույն զուգահեռագծի փոքր կողմի հետ կազմում է β անկյունը: Այդ զուգահեռագծի մեծ կողմերի հեռավորությունը հավասար է h -ի: Վորոշեցեք այն մարմնի ծավալը, վորը կառավարանա զուգահեռագծի պտտումից մի առանցքի շուրջը, վորն անցնում է այդ զուգահեռագծի α սուր անկյան գագաթից և զուգահեռ է հիշված անկյունագծին:



Գծ. 45

19 (20). Չույգ թվով (n) կողմ ունեցող կանոնավոր բազմանկյունը պտտվում է այդ բազմանկյան յերկու հակադիր գագաթները միացնող ուղիղի շուրջը: Պտտման մարմնի մակերևույթն ու ծավալն արտահայտեցեք. 1) ներգծած շրջանի r շառավիղով, 2) արտագծած շրջանի R շառավիղով և 3) բազմանկյան a կողմով:

20 (21). Չույգ թվով (n) կողմ ունեցող կանոնավոր բազմանկյունը պտտվում է յերկու հանդիպակաց կողմերի միջնակետերը միացնող գծի շուրջը: Պտտման մարմնի ծավալն ու մակերևույթն արտահայտեցեք. 1) ներգծած շրջանի r շառավիղով, 2) արտագծած շրջանի R շառավիղով և 3) բազմանկյան a կողմով:

21 (22). Կենտ թվով (n) կողմ ունեցող կանոնավոր բազմանկյունը պտտվում է կողմերից մեկի միջնակետը հակադիր գագաթի հետ միացնող ուղիղի շուրջը: Այդ պտտումից առաջացած մարմնի մակերևույթն ու ծավալը արտահայտեցեք. 1) ներգծած շրջանի r շառավիղով, 2) արտագծած շրջանի R շառավիղով և 3) բազմանկյան a կողմով:

22 (23). R շառավիղն ունեցող շրջանային սեգմենտը պտտվում է այդ սեգմենտի α աղիղի ծայրից անցնող տրամագծի շուրջը: Վորոշեցեք այդ պտտումից առաջացած մարմնի ծավալը (V) և լրիվ մակերևույթը (S):

23 (24). α կենտրոնական անկյունն ունեցող շրջանային սեկտորը պտտվում է սեկտորի միջին շառավղի հետ β անկյուն կազմող $2r$

Պտտման մարմիններ,
վորոնք իրենց սեգ-
պտույնակում են
գնդի մասեր

տրամագծի շուրջը: Վերոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի ծավալը:

24 (26). α անկյուն ունեցող շրջանային սեկտորը պտտվում է այդ սեկտորի միջին շառավղին ուղղահայաց տրամագծի շուրջը: Սեկտորի մակերեսը հավասար է Q -ի: Վերոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի մակերեսը ($\alpha=70^\circ 36'$; $Q=211,8$):

25 (28). Գնդի տրամագծի ծայրից տարված է լար այնպես, Վոր այդ լարը տրամագծի շուրջը պտտելուց առաջացած մակերեսը կիսում է գնդի ծավալը: Վերոշեցեք լարի և տրամագծի միջև կազմված α անկյունը:

26*. α աղեղը և a լարը պարունակող շրջանային սեգմենտը պտտվում է լարին զուգահեռ տրամագծի շուրջը: Վերոշեցեք պտտումից առաջացած մարմնի մակերեսը ու ծավալը:

ՅԵՌԱՆԿՑՈՒՆԱԶԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԱՂՅՈՒՍԱԿ

"	sin	tg	ctg	cos	°
0	0,000	0,000	∞	1,000	90
1	0,017	0,017	57,290	1,000	89
2	0,035	0,035	28,636	0,999	88
3	0,052	0,052	19,081	0,999	87
4	0,070	0,070	14,301	0,998	86
5	0,087	0,087	11,430	0,996	85
6	0,105	0,105	9,514	0,995	84
7	0,122	0,123	8,144	0,993	83
8	0,139	0,141	7,115	0,990	82
9	0,156	0,158	6,314	0,988	81
10	0,174	0,176	5,671	0,985	80
11	0,191	0,194	5,145	0,982	79
12	0,208	0,213	4,705	0,978	78
13	0,225	0,231	4,331	0,974	77
14	0,242	0,249	4,011	0,970	76
15	0,259	0,268	3,732	0,966	75
16	0,276	0,287	3,487	0,961	74
17	0,292	0,306	3,271	0,956	73
18	0,309	0,325	3,078	0,951	72
19	0,326	0,344	2,904	0,946	71
20	0,342	0,364	2,747	0,940	70
21	0,358	0,384	2,605	0,934	69
22	0,375	0,404	2,475	0,927	68
23	0,391	0,424	2,356	0,921	67
24	0,407	0,445	2,246	0,914	66
25	0,423	0,466	2,145	0,906	65
26	0,438	0,488	2,050	0,899	64
27	0,454	0,510	1,963	0,891	63
28	0,469	0,532	1,881	0,883	62
29	0,485	0,554	1,804	0,875	61
30	0,500	0,577	1,732	0,866	60
31	0,515	0,601	1,664	0,857	59
32	0,530	0,625	1,600	0,848	58
33	0,545	0,649	1,540	0,839	57
34	0,559	0,675	1,483	0,829	56
35	0,574	0,700	1,428	0,819	55
36	0,588	0,727	1,376	0,809	54
37	0,602	0,754	1,327	0,799	53
38	0,616	0,781	1,280	0,788	52
39	0,629	0,810	1,235	0,777	51
40	0,643	0,839	1,192	0,766	50
41	0,656	0,869	1,150	0,755	49
42	0,669	0,900	1,111	0,743	48
43	0,682	0,933	1,072	0,731	47
44	0,695	0,966	1,036	0,719	46
45	0,707	1,000	1,000	0,707	45
°	cos	ctg	tg	sin	°

ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ

§ 1.

1. -120° ; -1440° . 2. 1080° ; 10800° . 3. 5° ; 150° ; 720° ; 1500° . 5. 360° .
6. 1) $120^\circ + 360^\circ n$; 2) $-60^\circ + 360^\circ n$, *կամ* $300^\circ + 360^\circ n$;
1) 120° , 480° , 840° , ...
7. 1) $1,57$ *սմ*; 2) $\frac{\pi R \alpha}{180}$. 8. 1) a) $\frac{\pi}{6}$; b) $\frac{\pi}{4}$; c) $\frac{\pi}{3}$; d) $\frac{3}{4}\pi$; e) $\frac{\pi}{12}$;
f) $\frac{\pi}{8}$; g) $\frac{\pi}{5}$; h) $\frac{5}{12}\pi$; i) $\frac{3}{5}\pi$; k) $\frac{5}{6}\pi$; l) $\frac{7}{8}\pi$; m) $0,9\pi$.
- 2) a) $0,8901$; b) $0,4712$; c) $1,3352$; d) $0,2182$; e) $0,5009$; f) $1,2802$;
g) $2,0420$; h) $3,7737$. 3) $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{3}{5}\pi$; $\frac{2}{3}\pi$; $\frac{\pi(n-2)}{n}$.
9. 1) $85^\circ 57'$; $114^\circ 35'$; $42^\circ 58'$; 30° ; 120° ; 270° ; $22^\circ 30'$; 135° ; 216° .
2) 40° ; 75° ; $13^\circ 30'$; $57^\circ 42'$; 218° ; $27^\circ 30'$; $74^\circ 29'$; $45^\circ 50'$.
10. 1) $10\pi = 31,4$; 2) $6,28$ *մ/վրկ*; 3) $37,7$ *մ/վրկ*. 11. 200.

§ 2.

1. Առաջինում; *վրկ*; 4. 0-ից *մինչև* 2. 5. Միայն 1-ինը. 6. Վրկ; 7. 0.
8. c. 9. $a - b + c$. 10. $(a - b)^2$. 11. $a^2 - b^2$. 12. 0. 13. $\pm \infty$.
14. 1) 0,6; 2) $-0,5$; 3) $-0,7$; 4) 0,9; 5) 1,7; 6) $-2,7$.
15. 1, 3, 7-բացասական են; 2, 4, 5, 6, 8-դրական են:
16. 1) $\cos 20^\circ$; 2) $\sin 50^\circ$; 3) $\operatorname{ctg} 40^\circ$; 4) $\operatorname{tg} 50^\circ$.
21. 1) 15° ; 135° ; 255° ; 2) 300° ; 3) 50° ; 110° ; 170° ; 230° ; 290° ; 350° ;
4) 120° ; 5) $\frac{\pi}{6}$; $\frac{5}{6}\pi$; $1\frac{1}{6}\pi$; $1\frac{5}{6}\pi$; 6) $\frac{\pi}{12}$; $1\frac{5}{12}\pi$; 7) 45° ; 135° ; 8) $\frac{\pi}{3}$; $\frac{2}{3}\pi$.
22. 1) $69^\circ + 180^\circ n$; 2) $-39^\circ + 180^\circ n$; 3) $\pm 26^\circ + 360^\circ n$; 4) $\pm 132^\circ + 360^\circ n$;
5) $15^\circ + 360^\circ n$ *և* $165^\circ + 360^\circ n$, *կամ* $(-1)^n \cdot 15^\circ + 180^\circ n$;
6) $-45^\circ + 360^\circ n$ *և* $-135^\circ + 360^\circ n$, *կամ* $(-1)^{n+1} \cdot 45^\circ + 180^\circ n$.
23. $\sin x = -1$. 24. $\cos x = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$. 25. $\sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.
26. $\sin x = 0$. 27. $\operatorname{tg} x = 0$; 2. 28. $\sec x = 2$.
29. $\operatorname{ctg} x = 0$. 30. $\operatorname{tg} x = \pm \infty$. 31. Հնարավոր չէ:
32. 1) $\operatorname{arc} \operatorname{tg} m + 180^\circ n$; m -ը հավասար է վրկի *թվի*;
2) $\pm \operatorname{arc} \cos m + 360^\circ n$; $-1 \leq m \leq 1$; 3) $(-1)^n \operatorname{arc} \sin m + 180^\circ n$;
 $-1 \leq m \leq 1$.

33. 1) $\frac{\pi}{1} = \operatorname{arc} \sin \frac{1}{2}$; 2) $-45^\circ = \operatorname{arc} \sin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;
3) $\frac{\pi}{4} = \operatorname{arc} \cos \frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $90^\circ = \operatorname{arc} \cos 0$; 5) $-\frac{\pi}{4} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} (-1)$;
6) $0 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0$; 7) $30^\circ = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \sqrt{3}$; 8) $0 = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \infty$.
34. 1) 47° *կամ* $0,8203$; 2) $66^\circ 30'$, *կամ* $1,1606$; 3) $74^\circ 47'$, *կամ* $1,3052$;
4) $62^\circ 54'$, *կամ* $1,0978$.
35. 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\sqrt{3}$; 4) $3 \sin a$; 5) $a \cos \frac{b}{c}$; 6) $\frac{1}{\operatorname{tg} a}$.

§ 3.

Խնդրի №-ը	1	2	3	4
$\sin \alpha$	$(\sin \alpha)$	$\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$	$\pm \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\cos \alpha$	$\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$	$(\cos \alpha)$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$	$(\operatorname{tg} \alpha)$	$\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$	$\pm \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$	$(\operatorname{ctg} \alpha)$
$\sec \alpha$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\cos \alpha}$	$\pm \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\operatorname{ctg} \alpha}$	$\pm \frac{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\frac{1}{\sin \alpha}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\operatorname{tg} \alpha}$	$\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$
Խնդրի №-ը	5	6	7	8
$\sin \alpha$	$(0,8)$	$(-0,3)$	$\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$	$\pm \frac{4}{5}$
$\cos \alpha$	$\pm 0,6$	$\pm \frac{\sqrt{91}}{10}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \frac{4}{3}$	$\pm \frac{\sqrt{3}}{91}$	$\pm \frac{\sqrt{5}}{2}$	$\pm \frac{4}{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm 0,75$	$\pm \frac{\sqrt{91}}{3}$	$\pm \frac{2}{\sqrt{5}}$	$\pm \frac{3}{4}$
$\sec \alpha$	$\pm \frac{5}{3}$	$\pm \frac{10}{\sqrt{91}}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{3}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	1,25	$-\frac{10}{3}$	$\pm \frac{3}{\sqrt{5}}$	$\pm \frac{5}{4}$

Խնդրի №-ը	9	10	11	12
$\sin \alpha$	$\pm \sqrt{\frac{5}{6}}$	$\mp \frac{9}{41}$	$\pm \frac{15}{17}$	$\pm \sqrt{0.1}$
$\cos \alpha$	$\pm \frac{1}{\sqrt{6}}$	$\pm \frac{40}{41}$	$\pm \frac{8}{17}$	$\mp \sqrt{0.9}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$(\sqrt{5})$	$\left(-\frac{9}{40}\right)$	$\frac{15}{8}$	$-\frac{1}{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$-\frac{40}{9}$	$\left(\frac{8}{15}\right)$	(-3)
$\sec \alpha$	$\pm \sqrt{6}$	$\pm \frac{41}{40}$	$\pm \frac{17}{8}$	$\mp \frac{\sqrt{10}}{3}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\pm \sqrt{\frac{6}{5}}$	$\pm \frac{41}{9}$	$\pm \frac{17}{15}$	$\pm \sqrt{10}$
Խնդրի №-ը	13	14	15	16
$\sin \alpha$	$\pm \frac{\sqrt{8}}{3}$	$\pm \frac{21}{29}$	$\frac{5}{13}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\cos \alpha$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{20}{29}$	$\pm \frac{12}{13}$	$\pm \sqrt{\frac{2}{3}}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \sqrt{8}$	$\mp \frac{21}{20}$	$\pm \frac{5}{12}$	$\mp \sqrt{\frac{1}{2}}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \frac{1}{\sqrt{8}}$	$\mp \frac{20}{21}$	± 2.4	$\mp \sqrt{2}$
$\sec \alpha$	(3)	$\left(-1\frac{9}{20}\right)$	$\pm \frac{13}{12}$	$\pm \sqrt{\frac{3}{2}}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\pm \frac{3}{\sqrt{8}}$	$\pm \frac{29}{21}$	$(2,6)$	$(-\sqrt{3})$

Խնդրի №-ը	17	18	19	20
$\sin \alpha$	$\left(\frac{a-b}{a+b}\right)$	$\pm \frac{b}{a}$	$\frac{\pm a}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\frac{99}{101}$
$\cos \alpha$	$\pm \frac{2\sqrt{ab}}{a+b}$	$\left(\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}\right)$	$\pm \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\frac{20}{101}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \frac{a-b}{2\sqrt{ab}}$	$\pm \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$	$\left(\frac{a}{b}\right)$	$\left(\frac{19}{20}\right)$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \frac{2\sqrt{ab}}{a-b}$	$\pm \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{b}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{20}{99}$
$\sec \alpha$	$\pm \frac{a+b}{2\sqrt{ab}}$	$\frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}}$	$\pm \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b}$	$\frac{101}{20}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\frac{a+b}{a-b}$	$\pm \frac{a}{b}$	$\pm \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$	$\frac{101}{99}$
Խնդրի №-ը	21	22	23	
$\sin \alpha$	0,96	$\left(-\frac{12}{13}\right)$	$-\frac{20}{29}$	
$\cos \alpha$	$(-0,29)$	$-\frac{5}{13}$	$\frac{21}{29}$	
$\operatorname{tg} \alpha$	$-\frac{24}{7}$	$\frac{12}{5}$	$-\frac{20}{21}$	
$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\frac{7}{24}$	$\frac{5}{12}$	$(-1,05)$	
$\sec \alpha$	$-\frac{25}{7}$	$-\frac{13}{5}$	$\frac{29}{21}$	
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\frac{25}{24}$	$-\frac{13}{12}$	$-1,45$	

24. $\cos^2 \alpha$. 25. $\sin^2 \alpha$. 26. $1 - \cos \alpha$.
 27. $-(1 + \sin \alpha)$. 28. $\sec^2 \alpha$. 29. $\cos^2 \alpha$.
 30. a) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$; b) $\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$. 31. a) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$; b) $\operatorname{tg}^2 \alpha$.
 32. $\cos \alpha$. 33. $\sin \alpha$. 34. $\sec \alpha$. 35. $\operatorname{tg} \alpha$. 36. $\operatorname{ctg} \alpha$.
 37. $\operatorname{cosec} \alpha$. 38. $\cos \alpha$. 39. $\operatorname{tg}^2 \alpha$.
 40. $2 \sin^2 \alpha$. 41. $2 \cos^2 \alpha$. 42. 1. 43. 1.
 44. $\operatorname{tg}^2 \alpha$. 45. $\sec^2 \alpha$. 46. $\sec^2 \alpha$. 47. $\operatorname{cosec}^2 \beta$.
 48. $\operatorname{cosec}^2 \alpha$. 49. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$. 50. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$. 51. 4.
 52. $\operatorname{ctg}^6 \alpha$. 53. a) $2 \sin^2 \alpha - 1$; b) $1 - 2 \cos^2 \alpha$. 54. $\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$.
 55. $\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$. 56. $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$. 57. a) $\frac{\operatorname{tg} \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha + 1}$; b) $\frac{1 - \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha}$.
 58. a) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$; b) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$. 59. $\sec \alpha = -\frac{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}{\operatorname{ctg} \alpha}$.
 60. 9. 61. $\frac{m^2 - 1}{2}$. 62. $m^2 - 2$ և $m^3 - 3m$.
 93. $\pm 90^\circ + 360^\circ n$. 94. $\pm 60^\circ + 360^\circ n$. 95. $\pm 52^\circ + 360^\circ n$.
 96. $360^\circ n$. 97. $\pm 128^\circ + 360^\circ n$. 98. $\pm 52^\circ + 360^\circ n$.
 99. $180^\circ n$. 100. $63^\circ + 180^\circ n$ և $-27^\circ + 180^\circ n$.
 101. $(-1)^n \cdot 24^\circ + 180^\circ n$. 102. $\pm 90^\circ + 360^\circ n$ և $\pm 60^\circ + 360^\circ n$.
 103. $\pm 120^\circ + 360^\circ n$. 104. $27^\circ + 180^\circ n$.
 105. $\pm (-1)^n \cdot 45^\circ + 180^\circ n$. 106. $\pm 30^\circ + 180^\circ n$ և $\pm 150^\circ + 360^\circ n$.
 107. $\pm (-1)^n \cdot 60^\circ + 180^\circ n$. 108. $360^\circ n$ և $90^\circ + 360^\circ n$.
 109. $45^\circ + 180^\circ n$. 110. $60^\circ + 180^\circ n$.
 111. $\pm 30^\circ + 180^\circ n$. 112. $45^\circ + 180^\circ n$ և $-72^\circ + 180^\circ n$.
 113. $70^\circ + 180^\circ n$ և $-36^\circ + 180^\circ n$.

§ 4.

1. 1) $\cos 17^\circ$; 2) $\sin 9^\circ 20'$;
 3) $\operatorname{ctg} 20^\circ 34' 20''$; 4) $\operatorname{tg} 30^\circ 1'$;
 2) 1) $\sin 67^\circ 40'$; 2) $-\cos 80^\circ 34' 25''$;
 3) $-\operatorname{tg} 71^\circ 11' 24''$; 4) $-\operatorname{ctg} 39^\circ 20'$.
 3. 1) $\cos 31^\circ 40'$; 2) $\sin 16^\circ 25'$;
 3) $-\cos 21^\circ 43'$; 4) $-\sin 8^\circ 21'$;
 5) $-\operatorname{tg} 19^\circ 32' 28''$; 6) $-\operatorname{ctg} 16^\circ 32'$;
 7) $-\operatorname{tg} 30^\circ 28' 40''$; 8) $-\operatorname{ctg} 39^\circ 18'$.
 4. -1. 5. $\cos \alpha$. 6. $-\cos \alpha$. 7. $-\sec \alpha$. 8. 0. 9. 0. 10. 1.
 11. $-\sin^2 \alpha$. 12. 0. 13. $2 \cos \alpha$. 14. 1.

§ 5.

1. 1) 0,2588; 2) 1) 0,3640; 3) 1) 0,4226; 4) 1) 2,747;
 2) 0,7071; 2) 1; 2) 0,7071; 2) 1;
 3) 0,8660; 3) 11,43; 3) 0,8660; 3) 1,3032;
 4) 0,9563; 4) 3,172; 4) 0,2924; 4) 0,3365;
 5) 0,6225; 5) 0,3191; 5) 0,7826; 5) 0,3796;
 6) 0,9361; 6) 1,3375; 6) 0,9373; 6) 2,805;
 7) 0,2051; 7) 0,3799; 7) 0,4823; 7) 0,0305;
 8) 0,9988. 8) 8,284; 8) 0,1948; 8) 11,43;
 9) 12,61; 9) 0,9987; 9) 23,37;
 10) 38,19; 10) 0,9997. 10) 0;
 11) 286,5; 11) 30,41.
 12) 3438.
 5. 1) 20° ; 2) $36^\circ 30'$; 3) $57^\circ 21'$; 4) $68^\circ 20'$;
 5) հնարավոր չէ; 6) $23^\circ 9'$.
 6. 1) 24° ; 2) 85° ; 3) $69^\circ 30'$; 4) $28^\circ 36'$;
 5) $79^\circ 48'$; 6) $26^\circ 34'$; 7) $22^\circ 47'$; 8) $85^\circ 34'$; 9) $81^\circ 25'$.
 7. 1) 27° ; 2) $24^\circ 30'$; 3) $50^\circ 30'$; 4) հնարավոր չէ;
 5) $35^\circ 2'$; 6) $63^\circ 21'$.
 8. 1) 20° ; 2) $67^\circ 30'$; 3) $29^\circ 29'$; 4) $33^\circ 47'$;
 5) $55^\circ 13'$; 6) $30^\circ 33'$; 7) 8° ; 8) $5^\circ 35'$; 9) $2^\circ 52'$.
 9. 0,9659; 0,1368; 0,6395; 0,9036. 10. -0,4695; -0,9171; -0,1513; -
 -0,9825.
 11. -1,6643; -0,3561; -4,836; -0,6334.
 12. -11,43; -0,6873; -6,472; -0,3876.

§ 6.

1. 1) $\sin \alpha = 0,96$; $\operatorname{tg} \alpha = 3 \frac{3}{7} \approx 3,429$; 2) $\operatorname{tg} \alpha = 0,75$; $\cos \alpha = 0,8$;
 3) $\operatorname{tg} \beta \approx 6,462$; $\cos \beta \approx 0,1529$.
 2. $\sin \beta = \frac{77}{85}$; $\cos \beta = \frac{36}{85}$; $\operatorname{tg} \beta = 2 \frac{5}{36}$; $\operatorname{ctg} \beta = \frac{36}{77}$. 3. 1) 20,4 սմ; 2) 68 սմ.
 4. 1) 10,08 մ; 2) 30,6 հմ. 5. 1) 2,56 հմ; 2) 2,39 հմ. 6. 947 մ.
 7. $12^\circ 43'$. 8. 3647 մ $\approx$ 3600 մ. 9. 20 մ. 10. 35,5 մ. 11. 27,25 մ.
 12. $1^\circ 54'$.
 13. $4^\circ 55'$. 14. $2^\circ 57'$; 727 մ. 15. $b \sin \alpha - a = 10,5$ մ.
 16. 3,9 մ. 18. $33^\circ 41'$. 19. 40 մ.
 20. 1) $63^\circ 26'$; 2) $26^\circ 34'$; 3) $21^\circ 48'$. 21. $\operatorname{arctg} \frac{n}{n-1} = 47^\circ 52'$.
 22. $30^\circ 58'$. 23. $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$. 24. $33^\circ 41'$.

25. 21 սմ. 26. 1278 մ: 27. $r=1,58$ մ; $x=1,97$ մ:
 28. $\frac{a}{2 \cos \beta}$ 29. $6^\circ 51'$; 105,2 մմ: 30. $h=10(D-d)$; $2^\circ 52'$.
 31. $38^\circ 40'$. 32. 63 մ: 33. 2,6 մ:
 34. $36^\circ 39'$. 35. $73^\circ 58'$. 36. 2,698.
 37. $47^\circ 16'$; 32,8 մ: 38. $97^\circ 10'$.
 39. $\frac{c}{2\pi} \cdot \cos \frac{180^\circ m}{m+n} \approx 11,2$.

40. $\frac{a}{2 \sin \alpha}$. Յուշուժ. Իբրև անկյան մի կողմ ընդունել արամագիծը:

41. $52^\circ 15'$; 7,141 կգ. 42. $b(1 + \sec \alpha)$ 43. $\arcsin \frac{h}{b}$.

44. $48^\circ 47''$. 45. $78^\circ 42'$.

46. $69^\circ 15'$ դեպի հյուսիս զնացող ուղղության հետ:

α	5 դմ	15 դմ
40°	3,2 դմ	9,6 դմ
60°	4,3 »	13,0 »
90°	5 »	15 »

47. 48. 26,6 կմ դեպի արևելք և 21,7 կմ դեպի հյուսիս.
 49. $40^\circ 13'$ և $49^\circ 47'$. 50. $57^\circ 28'$. 51. $67^\circ 49'$ և $22^\circ 11'$.
 52. $120^\circ 30'$ և $59^\circ 30'$.
 53. 1) $OB \approx 0,35$ մ; $AB \approx 0,2$ մ; $\beta = 5^\circ 44'$; $BP \approx 1,99$.
 3) 0 ; $1^\circ 59'$; $3^\circ 55'$; $5^\circ 44'$; $7^\circ 23'$; $8^\circ 49'$; $9^\circ 59'$; $10^\circ 50'$; $11^\circ 22'$; $11^\circ 32'$;
 5) $11^\circ 19'$; 6) 0 ; 5 մմ; 22 մմ; 48 մմ; 83 մմ; 125 մմ; 173 մմ;
 224 մմ; 277 մմ; 330 մմ.
 54. $47^\circ 30'$. 55. $\alpha = 40^\circ 42'$; $\beta = 19^\circ 15'$.
 56. 1) $82^\circ 27'$; 2) $8^\circ 43'$. 57. $53^\circ 8'$.
 58. $R = \frac{a}{2 \cos \frac{\beta}{2}}$; $r = a \sin \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\beta}{4} \right)$.
 59. $\alpha = \arcsin \frac{h}{b}$; $a = \frac{h}{\cos \alpha}$; $c = \frac{b}{\cos \alpha}$. 60. $11^\circ 26'$.
 61. 28° ; 37° ; 19° ; 53° ; 86° ; 113° . 62. 21 750 կմ:
 63. $4^\circ 52'$. 64. $1^\circ 11'$. 65. $51^\circ 05'$.

§ 7.

1. 1) $b=61$; $c=102$; 2) $a=39$; $b=25$. 2. 78,7 մ: 3. 21,1 մ:
 4. $\frac{b \sin (\alpha+\beta)}{\cos \beta}$. 5. $\frac{1 \sin (\alpha-\beta)}{\cos \alpha}$. 6. $\frac{a \sin \alpha}{\sin (\alpha+\beta)}$ և $\frac{d \sin \beta}{\sin (\alpha+\beta)}$.
 7. $l_b = \frac{a \sin \gamma}{\sin \left(\frac{\beta}{2} + \gamma \right)}$; $l_c = \frac{a \sin \beta}{\sin \left(\beta + \frac{\gamma}{2} \right)}$; $l_a = \frac{a \sin \beta \sin \gamma}{\sin (\beta + \gamma) \cos \frac{\beta - \gamma}{2}}$.

8. $\frac{c \sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)} \approx 146,4$ մ:
 9. $a = \frac{ha \sin \alpha}{\sin \gamma \sin (\alpha + \gamma)}$; $b = \frac{ha}{\sin \gamma}$; $c = \frac{ha}{\sin (\alpha + \gamma)}$.
 10. 7880 մ²: 11. $\frac{1}{2} b^2 \sin \alpha \approx 48$ մ².
 12. Յեբբ $\gamma = 90^\circ$. 15. $a^2 \sin \alpha \approx 21$ մմ².
 16. $\frac{d^2 \sin \varphi}{2}$; մաքսիմումը հավասար է $\frac{d^2}{2}$ -ի յեբբ $\varphi = 90^\circ$.
 17. $\frac{a+b}{2} \cdot c \sin \alpha$. 18. $50^\circ 33'$ և $129^\circ 27'$. 19. $46^\circ 56'$ և $133^\circ 04'$.
 20. 360 մ²: 21. $AE = \sqrt{\frac{2Q \sin (\alpha + \gamma)}{\sin \alpha \sin \gamma}}$; $AD = \sqrt{\frac{2Q \sin \gamma}{\sin \alpha \sin (\alpha + \gamma)}}$.
 22. $\frac{ha_h b}{2 \sin \gamma}$. 23. $\frac{h_b^2 \sin \beta}{2 \sin \alpha \sin (\alpha + \beta)}$. 24. $\alpha = 8,5$.
 25. 1) $c=22$; $\alpha=22^\circ 12'$; $\beta=34^\circ 31'$; 2) $b=0,4$; $\alpha=10^\circ 49'$; $\gamma=145^\circ 43'$;
 3) $b=63$; $\alpha=153^\circ 16'$; $\gamma=10^\circ 16'$.
 26. 77 մ. 27. $117^\circ 17'$. 28. 8,1 մ և 4,0 մ:
 29. 275 կգ; $16^\circ 17'$ և $33^\circ 43'$. 30. 1633 մ:

§ 8.

1. $\cos 162^\circ 30' = -\cos 17^\circ 30'$. 2. $\sin 340^\circ = -\cos 70^\circ$.
 3. $\sin 75^\circ = \cos 15^\circ$; $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ$.
 4. a) $-\sin 20^\circ$; b) $\cos 10^\circ$; c) $\sin 30^\circ$; d) $\cos 20^\circ$.
 5. e) $\operatorname{ctg} 30^\circ$; f) $-\operatorname{tg} 40^\circ$; g) $\operatorname{ctg} 45^\circ$; h) $\operatorname{tg} 30^\circ$.
 6. i) $-\operatorname{cosec} 10^\circ$; k) $\sec 10^\circ$; l) $\operatorname{cosec} 40^\circ$; m) $-\sec 10^\circ$.
 7. a) $\cos 0,2\pi$; b) $\cos \frac{2}{9}\pi$; c) $-\operatorname{tg} \frac{2}{11}\pi$; d) $-\sec 0,1\pi$.
 8. a) 1; b) 1; c) 0; d) 0. 9. a) $-\frac{1}{2}$; b) 0; c) $\sqrt{3}$; d) -1 .
 10. $\cos 50^\circ = -\cos 130^\circ$. 11. $-2 \operatorname{ctg} \alpha$. 12. $2 \cos \alpha$. 13. 1.
 14. -1 . 15. $a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha$. 16. $-\operatorname{tg}^3 \alpha$.
 17. $\operatorname{ctg} \alpha$. 18. $\frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$. 19. 0. 20. $\operatorname{ctg}^2 42^\circ$.
 21. $-\operatorname{ctg}^2 40^\circ$.
 22. $\sin (\alpha - 90^\circ) = -\cos \alpha$; $\cos (\alpha - 180^\circ) = -\cos \alpha$; $\operatorname{tg} (\alpha - 360^\circ) = \operatorname{tg} \alpha$.
 23. $\cos x = -\frac{2}{3}$. 24. $\sin x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$. 25. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. 26. $360^\circ \cdot n$.
 27. $135^\circ + 180^\circ \cdot n$. 28. $\frac{\pi}{4} + \pi n$. 29. $\pi \cdot n \pm \frac{\pi}{4}$. 30. $90^\circ (2k + 1)$.

§ 9.

1. -1 . 2. a) $\sin \alpha$; b) $-\sin \alpha$. 3. $0,4 \sqrt{3} + 0,3$.

4. $\sqrt{0,2} - \sqrt{0,15}$. 5. $0,2 + \sqrt{0,63}$; $-\sqrt{0,21} - \sqrt{0,12}$.
 6. $\frac{1}{12}(\sqrt{35}-6)$; $\frac{1}{12}(3\sqrt{5}-2\sqrt{7})$. 7. ± 1 ; $\pm 0,28$. 8. $\frac{1}{2}$.
 9. a) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$; $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$; b) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$; $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$.
 12. a) $\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} \pm \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$; b) $\frac{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha} \pm \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta - 1}$.
 13. $\sin \alpha \cos \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \alpha \cos \beta \sin \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$;
 $\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \sin \alpha \cos \beta \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma$.
 14. $\frac{56}{65} \pm \frac{57}{1625}$. 15. $\frac{1 \pm \operatorname{tg} \alpha}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha}$. 16. $-(2 + \sqrt{3})$. 17. $-\frac{1}{2}$.
 18. -1 և $\frac{1}{7}$. 19. $\frac{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta \pm 1}$. 20. a) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta \pm 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}$; b) $\frac{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}$.
 21. $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} \alpha}$. 22. $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$.
 23. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$. 24. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$. 25. $\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$.
 26. $\operatorname{tg} \alpha$. 41. $-45^\circ + 180^\circ n$. 42. $(-1)^n \cdot 60^\circ + 180^\circ n$.
 43. $x = \arctg(\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma) + 180^\circ n$. 44. $\pm 30^\circ + 180^\circ n$.
 45. $x = 30^\circ + 360^\circ n$; $150^\circ + 360^\circ n$. 46. $x = \arctg \frac{a-b \cdot \operatorname{tg} \alpha}{a \cdot \operatorname{tg} \alpha - b} + \pi n$.
 47. $x = \arctg\left(\pm \sqrt{\frac{m + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + m \operatorname{tg}^2 \alpha}}\right) + \pi n$. 48. $x = 180^\circ n$, $\text{կամ } x = \pi n$.
 49. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \cdot n$. 50. $x = 90^\circ n$; $60^\circ n$. 51. $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$.
 52. $14^\circ 38' + 180^\circ n$. 53. $45^\circ + 180^\circ n$. 54. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$.

§ 10.

1. a) $\pm 0,96$; $-0,28$; b) $\frac{3}{4}$. 2. $\frac{120}{169}$; $-\frac{119}{169}$.
 4. $-0,96$; $-0,28$. 5. $-\frac{2}{3}\sqrt{2}$; $-\frac{1}{3}$. 6. $-\frac{3}{4}$.
 7. a) $+2 \sin \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$; $1 - 2 \sin^2 \alpha$;
 b) $+2 \cos \alpha \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$; $2 \cos^2 \alpha - 1$.
 8. a) $\frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$; b) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}$. 9. $\frac{\sec^2 \alpha}{2 - \sec^2 \alpha}$.
 10. a) $2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$; $\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}$; b) $\frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$.
 11. $\frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$; $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$. Յուշուժ. նախ գրում ենք՝

$$\sin \alpha = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \quad \text{և} \quad \cos \alpha = \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

12. Քանի վոր $\sin \alpha$ և $\cos \alpha$ -ով α անկյան մնացած ֆունկցիաներն արտահայտվում են ուղիղանի կերպով, ապա բավական է դիտարկել $\sin \alpha$ -ն և $\cos \alpha$ -ն. այդ ֆունկցիաների մասին տես 11-րդ խնդրի լուծման մեջ:

13. $\frac{12}{13}$; $\frac{5}{13}$; $2,4$. 14. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; 1 .
 15. $3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$; $4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$; $\frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha}$.
 16. $4 \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha - 4 \cos \alpha \cdot \sin^3 \alpha$; $\cos^4 \alpha - 6 \cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha$.
 17. $\sqrt{0,9}$; $-\sqrt{0,1}$; -3 .
 18. $\frac{1}{2}\sqrt{2 - \sqrt{3}}$; $\frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{3}}$; $2 - \sqrt{3}$; $2 + \sqrt{3}$.
 19. $\frac{1}{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}}$; $\frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2}}$; $\sqrt{2} - 1$; $\sqrt{2} + 1$.
 20. $\frac{3}{5}$ և $\frac{4}{5}$. 21. $\frac{4}{5}$. 22. $\sqrt{5} - 2$.
 25. Ունենք՝ $\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1$ և $2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = \sin \alpha$; այստեղից

$$\begin{aligned} \text{կլանենք՝ } \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{1 + \sin \alpha} \quad \text{և} \\ \sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{1 - \sin \alpha}. \end{aligned}$$

Այս հավասարությունների ոգնությունը ստանում ենք $\sin \frac{\alpha}{2}$ -ի և $\cos \frac{\alpha}{2}$ -ի համար չորսական արժեք. բայց յեթե վորեւե նոր պայման ավելացնելով թե մեկ և թե մյուս արմատի նշանների մեջ ընտրություն կատարենք, ապա խնդիրը միայն մեկ լուծում կունենա:

26. $-1 \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$; $\operatorname{ctg} \alpha \pm \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1}$. 27. -2 .
 52. $x = 15^\circ + 180^\circ n$; $75^\circ + 180^\circ n$, $\text{կամ } x = \frac{\pi}{2} \cdot n + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{12}$.
 53. $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$. 54. $x = 22^\circ 30' + 90^\circ n$ $\text{կամ } x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \cdot n$.
 55. $x = \pi n$; $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$.
 56. $x_1 = \pm 2 \arccos 0 + 4\pi n$; $x_2 = 2 \cdot (-1)^n \arcsin \frac{b}{2a} + 2\pi n$.
 57. $x = \pm 45^\circ + 360^\circ n$; $\pm 135^\circ + 360^\circ n$, $\text{կամ } 45^\circ + 90^\circ m$.
 58. $x_1 = 360^\circ n$; $x_2 = \pm 120^\circ = 360^\circ n$ $\text{կամ } x = 360^\circ n$; $120^\circ m$.
 59. $x = \pm 30^\circ + 180^\circ n$. $x = \pi n$. 61. $x = \pi n$; $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$.
 62. $x_1 = \pm 2 \arccos 0 + 4\pi n$; $x_2 = \pm 2 \arccos \frac{b}{2a} + 4\pi n$.

63. $x = 360^\circ \cdot n$; $60^\circ + 720^\circ \cdot n$; $300^\circ + 720^\circ \cdot n$.
 64. $x_1 = \pm 2 \arccos 0 + 4\pi n$; $x_2 = 2 \arctg \frac{a}{b} + 2\pi n$. 65. $x = 2\pi n$; $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$.
 66. $x = \pm \arccos \frac{m-2 \pm \sqrt{m(m-8)}}{2(m+1)} + 2\pi n$.
 67. $x_1 = x_2 = \pi(2n+1)$; $x_3 = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$.
 68. $x = 180^\circ \cdot n$; $\pm 30^\circ + 180^\circ \cdot n$. 69. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$.
 70. $x = \pm 45^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 135^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 30^\circ + 360^\circ \cdot n$;
 $\pm 150^\circ + 360^\circ \cdot n$; կամ $x = 45^\circ + 90^\circ \cdot m$; $\pm 30^\circ + 180^\circ \cdot m$.
 71. $x_1 = x_2 = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \cdot n$. 72. $72^\circ 52' + 360^\circ n$ և $17^\circ 8' + 360^\circ n$.
 73. $119^\circ 34' + 360^\circ n$ և $-13^\circ 18' + 360^\circ n$. 74. $90^\circ + 360^\circ n$ և $30^\circ + 360^\circ n$.

§ 11.

1. a) $\sqrt{15}$; b) $\sin 18^\circ$; c) 0; d) $-\sin 18^\circ$.
 2. a) $2 \sin 12^\circ 30' \cdot \cos 7^\circ 30'$; b) $-2 \sin 1^\circ \cdot \cos 4^\circ$;
 c) $2 \cos 10^\circ 7' 30'' \cdot \cos 6^\circ 52' 30''$; d) $2 \sin 15^\circ \cdot \sin 10^\circ$.
 3. a) $\cos \alpha$; b) $2 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}$. 4. a) $\frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\operatorname{tg} 5^\circ}$;
 b) $\operatorname{ctg} \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\beta-\alpha}{2}$.
 5. a) $2 \sin 35^\circ \cdot \cos 15^\circ$; b) $\sqrt{2} \cdot \sin 25^\circ$;
 c) $2 \sin \left(\frac{\alpha+\beta}{2} - 45^\circ \right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha-\beta}{2} + 45^\circ \right)$.
 6. $\sqrt{2} \cdot \cos(\alpha - 45^\circ)$; $\sqrt{2} \sin(\alpha - 45^\circ)$, կամ $\sin \alpha \pm \cos \alpha =$
 $= \sqrt{2} \cdot \sin(\alpha \pm 45^\circ)$.
 7. a) $\frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$; b) $\frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$; c) $\frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \sin \beta}$; d) $\frac{\cos(\alpha \pm \beta)}{\sin \alpha \cdot \cos \beta}$.
 8. a) $2 \operatorname{cosec} 2\alpha$; b) $-2 \operatorname{ctg} 2\alpha$.
 9. a) $\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta)$; b) $\sin(\beta + \alpha) \cdot \sin(\beta - \alpha)$.
 10. a) $\frac{\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}$; b) $\frac{\sin(\beta + \alpha) \cdot \sin(\beta - \alpha)}{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}$;
 c) $-\frac{\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}$; d) $-4 \operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \operatorname{cosec} 2\alpha$.
 11. a) $2 \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)$; b) $-2 \sin^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)$; c) $\cos 2\alpha$; d) $-\cos 2\alpha$.
 12. $2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha$. 13. $\operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ \right)$. 14. $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.
 15. a) $\frac{\sin(45^\circ \pm \alpha)}{\cos 45^\circ \cdot \cos \alpha}$; b) $\frac{\sin(\alpha \pm 45^\circ)}{\sin 45^\circ \cdot \sin \alpha}$.
 Ցուցում. $1 = \operatorname{tg} 45^\circ = \operatorname{ctg} 45^\circ$.

16. $\frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\cos \alpha \cdot \sin \beta}$. 17. a) $2 \sin \left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} \right)$; b) $2 \sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)$.
 18. $2 \sin \left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \sqrt{\operatorname{tg} \alpha}$.
 19. a) $\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)$; b) $\cos(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta)$.
 20. a) $\sqrt{8} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ \right)$; b) $\sqrt{8} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ \right)$.
 Ցուցում. Նախ փոխարինում ենք $1 + \cos \alpha$ -ն և $1 - \cos \alpha$ -ն:
 $\frac{\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}$; b) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}$.
 21. $-4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \alpha$. 22. a) $\frac{\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}$; b) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}$.
 23. a) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sin(45^\circ + \alpha) \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}$; b) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sin(45^\circ - \alpha) \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}$.
 24. a) $\frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}$; b) $\frac{\sin(\alpha - 45^\circ)}{\cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}$.
 25. a) $4 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}$; b) $4 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}$.
 Ցուցում. $\sin(\alpha + \beta)$ -ն արտահայտում ենք $\frac{\alpha+\beta}{2}$ -ով:
 26. $4 \cos \alpha \cdot \sin \frac{3\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$.
 39. Նախ ձախ մասում արտաքսում ենք γ անկյունը, ստացված արտահայտությունը ձևափոխում ենք ու նորից մուծում γ անկյունը:
 40. Լուծման յեղանակը նույնն է, ինչ և 39-րդ խնդրում:
 41. $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = -\operatorname{tg} \gamma$ հավասարության մեջ բաց ենք անում փակագծերը և ազատվում հայտարարից:
 42. Կիրառելով 39-րդ խնդրի լուծման ձևը, հավասարության ձախ մասը նախ ձևափոխում ենք այսպես. $\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta} - \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$; այնուհետև վորոշ ձևափոխություններից հետո ստանում ենք՝
 $\frac{\cos \alpha \cos \beta (\sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta) + 1}{\sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin(\alpha + \beta)}$ և այլն:
 43. $\operatorname{ctg} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} \right) = 1 : \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}$ հավասարության մեջ բաց ենք անում փակագծերը և ազատվում հայտարարներից:
 44. Լուծման յեղանակը նույնն է, ինչ և 43-րդ խնդրում:
 45. $\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = -\operatorname{ctg} \gamma$ հավասարության մեջ բաց ենք անում փակագծերը և ազատվում հայտարարից:
 46. Լուծման յեղանակը նույնն է, ինչ և 39-րդ խնդրում: Նախ կստանանք $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2(\alpha + \beta)$, այնուհետև բաց անելով փակագծերն ու փոխարինելով $\sin^2 \alpha$ -ն ու $\sin^2 \beta$ -ն $1 - \cos^2 \alpha$ -ով և $1 - \cos^2 \beta$ -ով և այլն:

47. Լուծման յեղանակը նույնն է, ինչ և նախորդ խնդրում: Նախ ստանում ենք $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 (\alpha + \beta)$, այնուհետև բաց ենք անում փակագծերը և $\sin^2 \alpha$ -ն ու $\sin^2 \beta$ -ն փոխարինում ենք $1 - \cos^2 \alpha$ -ով և $1 - \cos^2 \beta$ -ով և այլն:

48. Լուծման յեղանակը նույնն է, ինչ և 29-րդ խնդրում: Նախ ստանում ենք՝

$$2 \sin (\alpha + \beta) \cos (\alpha - \beta) - 2 \sin (\alpha + \beta) \cos (\alpha + \beta) \text{ և այլն:}$$

49. Լուծվում է նախորդ խնդրի ձևով:

$$50. 4 \sin \left(15^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \cos \left(15^\circ - \frac{\alpha}{2} \right).$$

$$51. 4 \sin \left(\frac{\alpha}{2} + 30^\circ \right) \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} - 30^\circ \right).$$

$$52. 4 \cos \left(30^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \sin \left(30^\circ - \frac{\alpha}{2} \right).$$

$$53. a) 4 \cos \left(22^\circ 30' + \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \cos \left(22^\circ 30' - \frac{\alpha}{2} \right);$$

$$b) \sqrt{8} \cos \left(\frac{\alpha}{2} + 22^\circ 30' \right) \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} - 22^\circ 30' \right).$$

$$54. 3 - 4 \sin^2 \alpha = 4 (\sin^2 60^\circ - \sin^2 \alpha) = 4 \sin (60^\circ + \alpha) \cdot \sin (60^\circ - \alpha).$$

$$55. 4 \sin (\alpha + 30^\circ) \cdot \sin (\alpha - 30^\circ). \quad 56. \frac{4 \sin (30^\circ + \alpha) \cdot \sin (30^\circ - \alpha)}{\cos^2 \alpha}.$$

$$57. \frac{4 \sin (\alpha + 30^\circ) \cdot \sin (\alpha - 30^\circ)}{\sin^2 \alpha}.$$

$$58. 4 \cos \alpha \cdot \cos \left(30^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \cos \left(30^\circ - \frac{\alpha}{2} \right).$$

$$59. a) 4 \sin 2 \alpha \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{2} + 30^\circ \right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{2} - 30^\circ \right).$$

$$b) 4 \cos 2 \alpha \cdot \sin \left(30^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \sin \left(30^\circ - \frac{\alpha}{2} \right).$$

$$60. 1) \frac{\alpha}{\cos \varphi} \text{ չէր } \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a}; \quad 2) p \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2} = \sqrt{q} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \text{ չէր}$$

$$\sin \varphi = \frac{2\sqrt{q}}{p}.$$

61. a -ն փակագծերից դուրս բերելով և ընդունելով $\frac{b}{a} = \cos \varphi$, կստանանք՝

$$1) \operatorname{ctg}^2 \frac{\varphi}{2}; \quad 2) 2 \sqrt{a} \cdot \sin \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right); \quad 3) 2 \operatorname{cosec} \varphi.$$

$$62. x = \sqrt{(a+b)^2 - 2ab(1 + \cos \gamma)} = \dots = (a+b) \cdot \cos \varphi, \text{ ընդվորում}$$

$$\sin \varphi = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b} \cdot \cos \frac{\gamma}{2}.$$

$$63. x = 90^\circ \cdot n; \quad 90^\circ + 180^\circ \cdot n. \quad 64. x = 36^\circ + 72^\circ \cdot n; \quad 60^\circ + 120^\circ \cdot n.$$

$$65. x = \frac{\pi}{2} \cdot n; \quad \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \cdot n. \quad 66. x = 120^\circ \cdot n; \quad 360^\circ \cdot n.$$

$$67. x = -\frac{\pi}{4} + \pi n; \quad \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \cdot n.$$

$$68. \sqrt{2} \cdot \sin (x + 45^\circ) = 1; \quad x = 360^\circ \cdot n; \quad 90^\circ + 360^\circ \cdot n.$$

Վարժություն. Տված հավասարումը լուծեցեք նրա յերկու մասն ել քառակուսի բարձրացնելով և ստացված արմատների ($x = 90^\circ \cdot n$) մեջ գտեք կողմնակի արմատները.

$$69. x = -\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n. \quad 70. x = 9^\circ + 180^\circ \cdot n; \quad 81^\circ + 180^\circ \cdot n.$$

$$71. x = 33^\circ 45' + 90^\circ \cdot n.$$

$$72. x = 7^\circ 30' + 90^\circ \cdot n; \quad 7^\circ 30' + 90^\circ \cdot n, \text{ կամ } x = \frac{\pi}{4} \cdot n + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{24}.$$

$$73. x_1 = x_2 = 22^\circ 30' + 90^\circ \cdot n. \quad 74. x = 45^\circ + 90^\circ \cdot n; \quad \pm 60^\circ + 360^\circ \cdot n.$$

$$75. x = \frac{\pi}{2} \cdot n; \quad \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n.$$

§ 12.

$$1. c) 9,55800 - 10; \quad d) 9,86558 - 10; \quad e) 9,90237 - 10; \quad f) 8,38433 - 10.$$

$$2. c) 9,85029 - 10; \quad d) 9,66015 - 10; \quad e) 9,93747 - 10; \quad f) 7,83786 - 10.$$

$$3. b) 9,46110 - 10; \quad c) 0,45605; \quad d) 9,39691 - 10;$$

$$e) 8,18143 - 10; \quad f) 1,83961.$$

$$4. b) 0,42850; \quad c) 9,35098 - 10; \quad d) 9,99985 - 10;$$

$$e) 8,54465 - 10; \quad f) 2,34150.$$

$$5. c) 28^\circ 12' 55''; \quad d) 59^\circ 13' 43''; \quad e) 48^\circ 35''; \quad f) 25^\circ 16''.$$

$$6. c) 27^\circ 2' 50''; \quad d) 45^\circ 1' 18''; \quad e) 50^\circ 28''; \quad f) 89^\circ 20' 40''.$$

$$7. c) 16^\circ 6' 51''; \quad d) 50^\circ 3' 34''; \quad e) 45^\circ 36''; \quad f) 7^\circ 42''.$$

$$8. c) 22^\circ 55' 18''; \quad d) 77^\circ 41' 38''; \quad e) 45^\circ 12''; \quad f) 89^\circ 25' 37''.$$

$$9. a) 0,34202; \quad b) 0,67420; \quad c) 3,7347; \quad d) 229,18;$$

$$e) 1,3054; \quad f) 1,2514.$$

$$10. a) -0,76603; \quad b) 0,93770; \quad c) -2,7726; \quad d) -0,18093;$$

$$e) -5,7588; \quad f) 1,567.$$

$$11. a) 34^\circ 51'; \quad b) 67^\circ 5' 12''; \quad c) 75^\circ 57' 50''; \quad d) 5^\circ 42' 38''; \quad e) 48^\circ 11' 21'';$$

$$f) 22^\circ 9' 53''; \quad g) 9^\circ 50' 48''; \quad h) 20^\circ 18' 52''.$$

$$12. 27^\circ 2' 10''; \quad 152^\circ 57' 50''.$$

$$13. 223^\circ; \quad 317^\circ.$$

$$14. 40^\circ 20' 49''; \quad 319^\circ 39' 11''.$$

$$15. 124^\circ 40'; \quad 235^\circ 20'.$$

$$16. 26^\circ 30'; \quad 206^\circ 30'.$$

$$17. 111^\circ 57' 38''; \quad 291^\circ 57' 38''.$$

$$18. 11^\circ 18' 35''; \quad 191^\circ 18' 35''.$$

$$19. 126^\circ 10'; \quad 306^\circ 10'.$$

$$20. 86^\circ 10' 39''; \quad 273^\circ 49' 21''.$$

$$21. 113^\circ 34' 41''; \quad 246^\circ 25' 19''.$$

$$22. 5^\circ 44' 21''; \quad 174^\circ 15' 39''.$$

$$23. 231^\circ 3' 30''; \quad 308^\circ 56' 30''.$$

$$24. 74^\circ 25' 15''.$$

$$25. 35^\circ 38' 29''.$$

$$26. 56^\circ 1'.$$

$$27. -23^\circ 14' 50''.$$

$$28. 164^\circ 16' 40''.$$

$$29. -15^\circ 24' 37''.$$

$$30. 28^\circ 21' 32''.$$

$$31. -54^\circ 6'.$$

$$32. 108,69.$$

33. $-0,47985$. 34. $0,0010936$. 35. $x=4,7106$.
 36. $x=0,23076$. 37. $x=342,42$. 38. $x=-1,2062$.
 39. $x=0,61701$. 40. $x=32,396$.
 41. $\frac{b}{a} \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi$; $x = \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \sec \varphi = 0,009327$.

	a	b	c	A	B	
42.	8,49	3,917	(9,35)	(65°14')	24°46'	16,623
43.	250,02	575	(627)	(23°30')	66°30'	71 880
44.	0,73233	0,31680	(0,79792)	(66°36'24")	23°23'36"	0,11600
45.	2,7912	2,3418	(3,6435)	(50°0'12")	39°59'48"	3,2683
46.	(6,37)	79,46	79,715	(4°35')	85°25'	253,08
47.	(18,003)	16,788	24,616	47°	(43°)	151,12
48.	0,12592	(0,1738)	0,21462	(35°55'24")	54°4'36"	0,010942
49.	0,6158	(0,29544)	0,6830	64°22'12"	25°37'48"	0,090966
50.	(16)	63	(65)	14°15'	75°45'	504
51.	112	(15)	(113)	82°22'19"	7°37'41"	840
52.	(528)	455	(697)	49°14'49"	40°45'11"	120 120
53.	1499,2	(823)	(1710,2)	61°14'5"	28°45'55"	619 910
54.	(261)	(380)	461	34°29'	55°31'	49 590
55.	(156)	(133)	205	49°33'	40°27'	10 374
56.	(0,097836)	(0,10003)	0,13992	44°21'53"	45°38'7"	0,0048933
57.	(12,007)	(6,9194)	13,858	60°2'44"	29°57'16"	41,54

58. $B = 46^\circ 47' 12''$; $b = 633,6$; $S = \frac{a^2}{2} \cdot \sin 2A = 232 010$.
 59. $A = 23^\circ 30'$; $b = 1150$; $S = \frac{a^2}{2} \cdot \sin B = 143 760$.
 60. $B = 60^\circ 29' 20''$; $a = 15,543$; $S = \frac{b^2}{4} \cdot \operatorname{tg} A = 105,13$.
 61. $A = 64^\circ 24' 30''$; $a = 6,4$; $S = \frac{b^2}{4} \cdot \operatorname{ctg} \frac{B}{2} = 15,957$.
 62. $A = 37^\circ 9' 36''$; $B = 105^\circ 40' 48''$; $S = 36,917$.
 63. $A = 57^\circ 19' 45''$; $B = 65^\circ 20' 30''$; $a = 857$; $S = \frac{b}{2} \cdot h = 333 730$.
 64. $B = 48^\circ 40'$; $b = h_1$; $\sin A = 21,95$; $a = h_1$; $\sin 2A = 26,636$;
 $S = \frac{1}{2} a h_1 = \frac{1}{2} h_1^2 \cdot \sin 2A = 266,36$.
 65. $\operatorname{tg} A = S : \left(\frac{b}{2}\right)^2$; $A = 24^\circ 36'$; $B = 130^\circ 48'$; $a = \frac{b}{2} : \cos A = 71,883$.
 66. $A = 53^\circ 29' 53''$; $a = \sqrt{2S} : \sin B = 306,9$; $b = 365,12$.

67. $B = 34^\circ 26' 44''$; $a = p : 2 \cos^2 \frac{A}{2} = 15,682$; $b = 9,2864$;

$S = \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cdot \operatorname{tg} A = 69,55$.

68. $A = 73^\circ 23' 54''$; $B = 33^\circ 12' 12''$; $a = 30,219$; $b = 17,267$.

69. $B_1 = 34^\circ 51'$; $B_2 = 145^\circ 9'$; $A_1 = 72^\circ 34' 30''$; $A_2 = 17^\circ 25' 30''$;

$b_1 = 8,385$; $b_2 = 26,715$.

Յուշում. B անկյան համար ունենք $\sin B = \dots$ և $0 < B < 180^\circ$,
 իսկ այս սահմաններում սինուսը տալիս է յերկու անկյուն: Լուծ-
 ման յերկակիությունը բացատրեցեք նաև յերկրաչափորեն:

§ 13.

	a	b	c	A	B	C	S
1.	(370)	541	412	43°1'24"	86°3'	(50°55'36")	77 700
2.	(450)	85	445	(87°55')	(10°52'51")	81°12'9"	18 900
3.	(951)	1196	353	39°35'52"	(126°43')	(13°41'8")	134 550
4.	97,515	83	36	(1°2'48")	56°6'	(21°6')	1456,9
5.	3,688	(13,024)	10,200	(11°48'45")	(133°42'15")	44°29'	13,597
6.	13,311	5,337	(15,948)	(51°38'31")	(18°19'29")	110°2'	33,372
7.	(510)	(317)	533	68°23'8"	35°18'	(76°18'52")	78 540
8.	(225)	(800)	634,14	12°15'6"	131°0'54"	(36°44')	53 829
9.	(2,296)	1,183	(1,687)	104°53'51"	(29°51'46")	45°14'23"	0,9 432
10.	62,154	(28)	(42)	(124°)	21°55'48"	34°4'12"	487,48
11.	(30,986)	74,55	(69,014)	24°32'22"	(87°47'16")	67°40'22"	1068,4
12.	43,922	(40,326)	(2,114)	(73 40')	61°46'24"	44°33'36"	621,4
13.	(87)	(65)	76	(75°45')	46°23'50"	57°51'10"	2394
14.	(34)	(93)	{ 115,28 65	(14°15')	{ 42°19'21" 137°40'39"	{ 123°25'39" 28°4'21"	{ 1319,5 744
15.	(24)	(83)	—	(26°45')	—	—	—
16.	{ 615,67 55,41	(360)	(309)	{ 133°47'41" 3°43'29"	{ 24°57'54" 155°2'6"	(21°14'25")	{ 40 147 3613,3
17.	(13,897)	7,109	(8,425)	(126°42'36")	24°12'40"	29°4'44"	24,008
18.	(0,4366)	(1,2987)	1,7245	3°41'46"	(11°3'20")	165°14'54"	0,072188
19.	(13,807)	6,0076	(8,136)	{ 25°20'32" 154°39'28"	{ 140°2'56" 10°44"	(14°36'32")	{ 36,067 10,460
20.	240,48	(263,09)	(215,4)	59°21'	(70°14'42")	50°24'18"	24 376
21.	(19,058)	(28,193)	{ 36,298 11,892	(31°16'47")	{ 50°11'6" 129°48'54"	{ 98°32'7" 18°54'19"	{ 265,68 87,044
22.	(457,08)	(169,93)	—	—	(21°49'45")	—	—
23.	(2579,8)	2573,4	(10)	(130°21'35")	49°23'16"	0°10'9"	9804,4
24.	(19)	(34)	(49)	16°25'36"	30°24'	133°10'24"	235,56
25.	(89)	(321)	(395)	7°57'46"	29°58'32"	142°3'42"	8782,6
26.	(44)	(483)	(485)	5°12'18"	84°47'40"	90°	10 626
27.	(0,099)	(0,101)	(0,158)	37°22'20"	38°15'42"	104°22'	0,0048432
28.	(172,5)	(1134,7)	(1205,4)	7°42'56"	62°0'20"	110°16'44"	91 802
29.	(421,63)	(409,87)	(3,5,94)	68°1'6"	64°20'55"	47°37'59"	63 841
30.	(1,2345)	(2,3456)	(3,4567)	10°50'30"	20°56'24"	148°13'6"	0,76257

$$31. C = 18^\circ 26' 16''; a = 2R \cdot \sin A = 14,557; b = 2R \cdot \sin B = 11,828; \\ c = 2R \cdot \sin C = 5,012; S = 2R^2 \cdot \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C = 27,228.$$

$$32. C = 119^\circ 30' 57''; a = \sqrt{\frac{2S \cdot \sin A}{\sin B \cdot \sin C}} = 20,865; b = 55,293; c = 68,04.$$

$$33. A = 59^\circ 41'; c = \frac{h_a}{\sin B} = 5,9344; b = \frac{h_a}{\sin C} = 59,92. \\ a = \frac{h_a \cdot \sin A}{\sin B \cdot \sin C} = 57,154; S = \frac{h_a^2}{2} \cdot \frac{\sin A}{\sin B \cdot \sin C} = 153,48.$$

$$34. A = 77^\circ 4'; c = \frac{I_a}{\sin B} \cdot \cos \frac{B-C}{2} = 0,52271; \\ b = \frac{I_a}{\sin C} \cdot \cos \frac{B-C}{2} = 6,7127; a = \frac{I_a \cdot \sin A}{\sin B \cdot \sin C} \cdot \cos \frac{B-C}{2} = 6,6154; \\ S = \frac{I_a^2}{2} \cdot \frac{\sin A}{\sin B \cdot \sin C} \cdot \cos^2 \frac{B-C}{2} = 1,7099.$$

$$35. a = \frac{m}{2} \cdot \sin A \cdot \sec \frac{C}{2} \cdot \sec \frac{A-B}{2}; b = \frac{m}{2} \cdot \sin B \cdot \sec \frac{C}{2} \cdot \sec \frac{A-B}{2}; \\ c = m \cdot \sin \frac{C}{2} \cdot \sec \frac{A-B}{2}; S = \frac{m^2}{4} \cdot \sin A \cdot \sin B \cdot \tan \frac{C}{2} \cdot \sec^2 \frac{A-B}{2}; \\ C = 69^\circ 20'; a = 289,9; b = 198,9; c = 287,93; S = 26 976.$$

Ցուցում. Ունենք $m = 2R (\sin A + \sin B) = \dots$, վերադառնալով $2R$ -ը, իսկ այնուհետև $2R$ -ի ոգնությունը կադմում ենք կողմերի արտահայտությունները:

$$36. C = 54^\circ; a = \frac{n}{2} \cdot \sin A \cdot \operatorname{cosec} \frac{A-B}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{C}{2} = 34,07; \\ b = \frac{n}{2} \cdot \sin B \cdot \operatorname{cosec} \frac{A-B}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{C}{2} = 11,07; c = n \cdot \cos \frac{C}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{A-B}{2} = \\ = 28,981; S = \frac{n^2}{4} \cdot \sin A \cdot \sin B \cdot \operatorname{ctg} \frac{C}{2} \cdot \operatorname{cosec}^2 \frac{A-B}{2} = 152,56.$$

$$37. C = 19^\circ 10'; c = m : 2 \cos \frac{C}{2} \cos \frac{A-B}{2} = 0,75577; b = 1,9583; a = 2,2471; \\ S = 0,72235. \text{ Ցուցում. } m = c (\sin A + \sin B) =$$

$$38. A = 53^\circ 7' 46''; a = n : 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C-B}{2} = 232; b = 210; c = 286; \\ S = 24 024.$$

$$39. C = 102^\circ 52'; a = p \cdot \sin \frac{A}{2} \sec \frac{B}{2} \sec \frac{C}{2} = 80,22; \\ b = p \cdot \sin \frac{B}{2} \sec \frac{A}{2} \sec \frac{C}{2} = 152,81; c = p \cdot \sin \frac{C}{2} \sec \frac{A}{2} \sec \frac{B}{2} = \\ = 187,74; S = p^2 \cdot \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} = 5975,1.$$

Ցուցում. 1-ին յեղանակ. ունենք $2p = 2R (\sin A + \sin B + \sin C) =$
 $= 8R \cdot \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2};$ այստեղից $2R = \frac{p}{\cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}};$

վորից և ոգնության ենք հաշվումների ժամանակ և վորի ոգնությունը կադմում ենք կողմերի և ապա մակերեսի արտահայտությունները:

2-րդ յեղանակ. AC կողմի շարունակությունների վրա վերցնում ենք $CE = CB$ և $AD = AB$ և միացնում ենք D և E կետերը B կետի հետ: DBE յեղանկյան մեջ $DE = 2p$, $\angle D = \frac{A}{2}$ և $\angle E = \frac{C}{2}$; BCE հավասարասրուն յեղանկյունից գտնում ենք $a = \frac{BE}{2}$, $\cos \frac{C}{2}$;

BE-ն վորոշելու համար DBE յեղանկյունից ունենք՝
 $BE : 2p = \sin \frac{A}{2} : \sin \left(\frac{A}{2} + \frac{C}{2} \right) = \sin \frac{A}{2} : \cos \frac{B}{2},$

Այսպիսով վորոշվում է a-ն: b-ի և c-ի արտահայտությունները կկազմենք ըստ համանմանությունների:

$$40. C = 118^\circ 4' 22''; c = r \cos \frac{C}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{B}{2};$$

$$b = r \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{C}{2};$$

$$a = r \cdot \cos \frac{A}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{B}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{C}{2};$$

$$S = r^2 \cdot \operatorname{ctg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{B}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{C}{2}.$$

Հաշվումների համար ավելի հարմար է ոգավել կողմերի այն հատվածներով (x, y, z), վորոնք հաշված են գագաթներից (A, B, C) մինչև շրջափման կետերը. այդ ժամանակ կստանանք՝ $x = 25$, $y = 14$ և $z = 3$, վորից հետո գտնում ենք՝ $a = z + y = 17$; $b = z + x = 28$; $c = x + y = 39$ և $S = (x + y + z) \cdot r = 42 \cdot 5 = 210$.

$$41. A = 33^\circ 52' 22''; C = 98^\circ 7' 38''; \\ a = 0,69272; b = 0,92364; S = 0,3167.$$

$$42. C = 47^\circ 26' 25''; B = 37^\circ 3' 35''; \\ b = 38,452; c = 47; S = 899,48.$$

$$43. A_1 = 75^\circ 45'; C_1 = 87^\circ 11'; \\ a_1 = 220,16; b_1 = 66,663; S_1 = 7329,7. \\ A_2 = 104^\circ 15'; C_2 = 58^\circ 41'; \\ a_2 = 257,4; b_2 = 77,94; S_2 = 8569,4.$$

$$44. B = 35^\circ 53' 7''; C = 97^\circ 46' 18''; \\ b = 12,954; c = 21,896; S = 102,6.$$

$$45. B = 10^\circ 1' 34''; C = 101^\circ 15' 26''; \\ a = 155,21; c = 163,37; S = 2207,3.$$

$$46. A = 12^\circ 7' 36''; C = 43^\circ 14' 24''; \\ b = 166,47; c = 138,6.$$

47. $A = 100^\circ 24' 56''$; $B = 50^\circ 12' 28''$;
 $C = 29^\circ 22' 36''$; $c = 15,961$; $S = 196,22$.
 48. $A = 38^\circ 49' 10''$; $B = 19^\circ 17' 52''$;
 $C = 121^\circ 52' 58''$; $a = 23,9$; $b = 12,6$; $c = 32,374$; $S = 127,85$.
 49. $A = 126^\circ 43' 1''$; $B = 39^\circ 35' 51''$;
 $a = 1196$; $b = 951$; $S = 134\ 550$.

Ցուցում. $\frac{a+b}{c} = \frac{\cos \frac{1}{2}(A-B)}{\sin \frac{1}{2}C}$; այստեղից $\cos \frac{A-B}{2} =$
 $= \frac{m}{c} \cdot \sin \frac{C}{2}$, վերի ողնությամբ վերոշում ենք $\frac{A-B}{2}$ -ը, իսկ
 գիտենալով $\frac{A+B}{2}$ -ը և $\frac{A-B}{2}$ -ը, գտնում ենք A -ն և B -ն:

50. $A = 81^\circ 30' 32''$; $B = 44^\circ 49' 28''$; $a = 22,479$; $b = 16,022$; $S = 145,06$
 51. $B = 41^\circ 4' 50''$; $C = 36^\circ 17' 10''$; $a = 8,5556$; $b = 5,7616$; $S = 14,586$

Ցուցում. 1-ին յեղանակ. Մովելդի առաջին բանաձևով ու-

նենք.
 $\frac{m}{c} = \frac{\cos \frac{1}{2}(A-B)}{\cos \frac{1}{2}(A+B)}$; այստեղից

$$\frac{m+c}{m-c} = \frac{2 \cos \frac{1}{2}A \cdot \cos \frac{1}{2}B}{2 \sin \frac{1}{2}A \cdot \sin \frac{1}{2}B} = \operatorname{ctg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{B}{2},$$

վորը հնարավորություն է տալիս վերոշել B , անկյունը:

2-րդ յեղանակ. Բազմապատկելով հետևյալ բանաձևերը.

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}} \text{ և } \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}}, \text{ կստանանք,}$$

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{p-c}{p}, \text{ բայց } \frac{p-c}{p} = \frac{2(p-c)}{2p} = \frac{a+b-c}{a+b+c} = \frac{m-c}{m+c}$$

52. $B = 37^\circ 43' 46''$; $C = 63^\circ 36' 14''$; $a = 16,58$; $b = 10,347$; $S = 76,832$.

Ցուցում. 1-ին յեղանակ. Մովելդի չերկրորդ բանաձևով ու-

նենք.
 $\frac{n}{c} = \frac{\sin \frac{1}{2}(A-B)}{\sin \frac{1}{2}(A+B)}$; այստեղից

$$\frac{c+n}{c-n} = \frac{2 \sin \frac{1}{2}A \cdot \cos \frac{1}{2}B}{2 \cos \frac{1}{2}A \cdot \sin \frac{1}{2}B} = \operatorname{tg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{B}{2},$$

վորը հնարավորություն է տալիս վերոշել B անկյունը:

2-րդ յեղանակ. Բաժանելով $\operatorname{tg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{B}{2}$ -ի վրա, կստանանք

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} : \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{p-b}{p-a}, \text{ բայց } \frac{p-b}{p-a} = \frac{2(p-b)}{2(p-a)} = \frac{c+a-b}{c+b-a} = \frac{c+n}{c-n}.$$

53. $A = 115^\circ 39' 32''$; $B = 25^\circ 39' 32''$; $C = 38^\circ 40' 56''$; $a = 9,996$; $b = 4,802$;
 $c = 6,931$.

54. $A = 26^\circ 33' 54''$; $B = 30^\circ 4' 31''$; $C = 123^\circ 21' 35''$; $a = h_c : \sin B = 71,837$;
 $c = h_b : \sin A = 134,16$; $b = c \cdot 0,6 = 80,496$; $S = 0,5 \cdot c \cdot h_c = 2414,9$.

Ցուցում. $\operatorname{tg} A = 0,5$; $b : c = h_c : h_b = 3 : 5$.

55. $A = 27^\circ 16' 17''$; $B_1 = 63^\circ 42'$; $C_1 = 89^\circ 1' 43''$; $c_1 = 50,189$; $S_1 = 517,43$;
 $B_2 = 116^\circ 18'$; $C_2 = 36^\circ 25' 43''$; $c_2 = 29,807$; $S_2 = 307,3$.

56. $B = 11^\circ 25' 16''$; $A_1 = 55^\circ 1' 27''$; $C_1 = 113^\circ 33' 17''$; $c_1 = 134,25$;
 $S_1 = 0,5 \cdot c_1 \cdot h_c = 1595$; $A_2 = 124^\circ 58' 33''$; $C_2 = 43^\circ 36' 11''$; $c_2 = 101$;
 $S_2 = 1200$.

57. $C_1 = 30^\circ$; $B_1 = 103^\circ 3' 52''$; $A_1 = 46^\circ 56' 8''$; $c_1 = 4,1063$; $C_2 = 150^\circ$;
 $B_2 = 17^\circ 11' 32''$; $A_2 = 12^\circ 48' 28''$; $c_2 = 13,533$. (Լուծման չերկադրու-

- թյունը բացառեցեք գծազրով):

58. $A = 30^\circ 24'$; $B = 99^\circ 45' 20''$; $C = 49^\circ 50' 40''$; $a = 50,32$; $S = 1884,5$

59. $A = 83^\circ 24' 48''$; $B = 36^\circ 35' 12''$; $C = 60^\circ$; $c = 17,436$; $S = 103,92$
 Ցուցում. Նախ շարունակում ենք CD միջնագիծը $DE = CD$ հե-

- ռավորության վրա և միացնելով B և E կետերը, CBE չեռան-

- կյունից վերոշում ենք CBE անկյունը:

60. $A = 127^\circ 10' 8''$; $B = 32^\circ 5' 20''$; $C = 20^\circ 44' 32''$; $a = h_b : \sin C =$
 $= 33,882$; $b = h_a : \sin C = 22,588$; $c = h_a : \sin B = 15,059$;
 $S = 135,53$.

Ցուցում. Ունենք $a : b : c = \frac{2S}{8} : \frac{2S}{12} : \frac{2S}{18} = 9 : 6 : 4$, վորը հնա-

րավորություն է տալիս վերոշել անկյունները:

61. $A = 135^\circ 10' 52''$; $B = 27^\circ 7' 27''$; $C = 17^\circ 41' 41''$; $a = 64,933$;
 $S = 414,47$.

Ցուցում. Բաղդատելով յեռանկյունների մակերեսները, կունե-

նանք՝ $\frac{b^2}{2} \cdot \sin A = \frac{b a}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} + \frac{c a}{2} \cdot \sin \frac{A}{2}$, այստեղից գտնում

ենք՝ $\cos \frac{A}{2} = \frac{(b+c)a}{2bc}$.

§ 14.

1. a) $x = 30^\circ + 360^\circ \cdot n$; $150^\circ + 360^\circ \cdot n$, կամ $x = \pi n + (-1)^n \frac{\pi}{6}$;

b) $x = 30^\circ$, 150° , կամ $x = \frac{\pi}{6}$, $\frac{5\pi}{6}$.

2. a) $x = \pm 51^\circ 49' 37'' + 360^\circ \cdot n$; b) $x = 51^\circ 49' 37''$; $308^\circ 10' 23''$.

3. a) $x = \pm 72^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 144^\circ + 360^\circ \cdot n$, *կամ* $x = \pm \frac{2\pi}{5} + 2\pi n$; $\pm \frac{4\pi}{5} + 2\pi n$; b) $x = 72^\circ, 144^\circ, 216^\circ, 288^\circ$, *կամ* $x = \frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \frac{6\pi}{5}, \frac{8\pi}{5}$.
4. a) $x = -45^\circ + 180^\circ \cdot n$, *կամ* $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$; b) $x = 135^\circ, 315^\circ$, *կամ* $x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$.
5. a) $x = \pm 60^\circ + 180^\circ \cdot n$, *կամ* $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$; b) $x = 60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$, *կամ* $x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$.
6. a) $x = 180^\circ \cdot n$; $\pm 60^\circ + 360^\circ \cdot n$, *կամ* $x = \pi n$; $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$; b) $x = 0, 60^\circ, 180^\circ, 300^\circ, 360^\circ$, *կամ* $x = 0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$.
7. a) $x = 90^\circ + 180^\circ \cdot n$; $19^\circ 28' 17'' + 360^\circ \cdot n$; $160^\circ 31' 43'' + 360^\circ \cdot n$; b) $x = 19^\circ 28' 17'', 90^\circ, 160^\circ 31' 43'', 270^\circ$.
8. a) $x = \pm 45^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 135^\circ + 360^\circ \cdot n = 45^\circ + 90^\circ \cdot m$, *կամ* $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n$; $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot m$; b) $x = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$, *կամ* $x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$.
9. a) $x = 10^\circ + 120^\circ \cdot n$; $50^\circ + 120^\circ \cdot n$, *կամ* $x = \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3} \cdot n$; $\frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi}{3} \cdot n$; b) $x = 10^\circ, 50^\circ, 130^\circ, 170^\circ, 250^\circ, 290^\circ$, *կամ* $x = \frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{18}, \frac{13\pi}{18}, \frac{17\pi}{18}, \frac{25\pi}{18}, \frac{29\pi}{18}$.
10. a) $x = 112^\circ 30' + 450^\circ \cdot n$, *կամ* $x = \frac{5\pi}{8} + \frac{5\pi}{2} \cdot n$; b) $x = 112^\circ 30'$, *կամ* $x = \frac{5\pi}{8}$.
11. a) $x = 90^\circ (6n \pm 1)$, *կամ* $x = \frac{\pi}{2} (6n \pm 1)$; b) 90° , *կամ* $\frac{\pi}{2}$.
12. a) $x = 4\pi (3n \pm 1)$; b) *վնշ*.
13. 1) $\alpha - \beta = 180^\circ \cdot 2n$; $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot (2n + 1)$; 2) $\alpha \pm \beta = 360^\circ \cdot n$; 3) $\alpha - \beta = 180^\circ \cdot n$; 4) $\alpha - \beta = 180^\circ \cdot n$; 5) $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot 2n$; $\alpha - \beta = 180^\circ \cdot (2n + 1)$; 6) $\alpha \pm \beta = 180^\circ \cdot (2n + 1)$; 7) $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot n$; 8) $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot n$; 9) $\alpha \pm \beta = 90^\circ + 360^\circ \cdot n$; 10) $\alpha \pm \beta = 270^\circ + 60^\circ \cdot 3n$; 11) $\alpha + \beta = 90^\circ + 180^\circ \cdot n$; 12) $\alpha - \beta = 90^\circ + 180^\circ \cdot n$.
- Յուշում.* Հավասարության բոլոր անդամները հավաքելով մի

կողմ, առաջին մասը փոխարինում ենք արտադրյալով կամ կոտորակով:

14. $9^\circ (2k + 1)$ 15. $180^\circ k$ 16. $60^\circ (2k + 1)$.
17. $\sin 2x = \frac{a}{b-a}$, *Հավասարումն ունի արմատներ, յեթե* $a \leq \frac{b}{2}$.
18. $\frac{k}{p+q} \cdot 180^\circ$. 19. $45^\circ (4k - 1)$ *և* $22^\circ 30' (4k + 3)$.
20. $36^\circ k$ *և* $45^\circ k$. 21. $x = \arctg \left(-\frac{b}{a} \right) + 180^\circ n$.
22. $(2k + 1) \cdot 90^\circ$ *և* $180^\circ k + 45^\circ$. 23. $(-1)^n \arcsin \frac{2 \pm \sqrt{54}}{10} + 180^\circ n$.
24. $\pm 2 \arccos \frac{\sqrt{17-1}}{4} + 720^\circ n$. 25. $180^\circ k + (-1)^k 30^\circ - \frac{m}{2}$.
26. $90^\circ k$ *և* $\pm 120^\circ + 360^\circ k$. 27. $180^\circ k$. 28. $\operatorname{tg} x_1 = \operatorname{tg} x_2 = \frac{a}{b}$.
30. $x_1 = 126^\circ 52' 12'' + 360^\circ \cdot n$; $x_2 = -151^\circ 55' 40'' + 360^\circ \cdot n$.
31. $x = 360^\circ \cdot n$; $-126^\circ 52' 12'' + 360^\circ \cdot n$.
32. $x = 31^\circ 58' 41'' + 16^\circ 20' + 360^\circ n$.
33. $x = 15^\circ + 360^\circ \cdot n$; $105^\circ + 360^\circ \cdot n$.
- Յուշում.* Տված հավասարման յերկու մասն էլ բաժանելով 2-ի վրա, կստանանք՝ $\cos (x - 60^\circ) = \cos 45^\circ$.
34. $x_1 = x_2 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n$. 35. $x = 180^\circ \cdot n$; $45^\circ + 180^\circ \cdot n$.
36. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$.
37. $x = \pm 60^\circ + 360^\circ \cdot n$.
- Յուշում.* Հավասարման բոլոր անդամները հավաքելով մի կողմը, *և միացնելով մի կոտորակի մեջ, կրճատում ենք այն* $1 + \sin x$ -ով.
38. $x = 10^\circ 9' 40'' + 180^\circ \cdot n$; $79^\circ 50' 20'' + 180^\circ \cdot n$.
39. $\frac{\pi}{4} + x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$. 40. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\frac{\pi}{6} + \pi n$; $\frac{\pi}{3} + \pi n$.
41. $x = \pm 60^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 120^\circ + 360^\circ \cdot n$, *կամ* $\pm 60^\circ + 180^\circ \cdot m$.
42. $x = 75^\circ + 180^\circ \cdot n$; $15^\circ + 180^\circ \cdot n$. 43. $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b \cdot \operatorname{tg} c$.
44. $x = 180^\circ \cdot n$; $\pm 60^\circ + 180^\circ \cdot n$, *կամ* $60^\circ \cdot m$.
45. $x = -15^\circ + 180^\circ \cdot n$; $-75^\circ + 180^\circ \cdot n$.
46. $x = 60^\circ \cdot n$; $15^\circ + 30^\circ \cdot n$.
47. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$; $-\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$. 48. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n$.
49. $x_1 = x_2 = 90^\circ + 180^\circ \cdot n$; $x_3 = 45^\circ + 90^\circ \cdot n$.
50. $x = \pm 18^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 162^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 54^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 126^\circ + 360^\circ \cdot n$, *կամ* $180^\circ \cdot m \pm 18^\circ$; $180^\circ \cdot m \pm 54^\circ$.
51. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $\pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3} \cdot n$.

Յուշում. $\cos 4x + \cos 2x$ -ը փոխարինել արտադրյալով:

52. $x=120^\circ \cdot n$; $-90^\circ + 360^\circ \cdot n$; $45^\circ + 180^\circ \cdot n$.

Յուշում. $\cos x - \cos 2x$ -ը փոխարինել արտադրյալով, իսկ $\sin 3x$ -ը վերլուծել վորպես $\sin 2\left(\frac{3x}{2}\right)$:

53. $\cos \frac{3x}{2} = 0$; $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{b}{a}$.

54. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $\pi n + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6}$.

Յուշում. Փոխարինել $\sin x + \sin 3x$ -ը $1 + \cos 2x$ -ն արտադրյալներով և մի քանի ձևափոխություններ ել կատարելուց հետո ստանում ենք՝ $\cos x (1 + 2 \cos x) (1 - 2 \sin x) = 0$ հավասարումը:

55. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n$.

Յուշում. Տված հավասարումը վերածվում է՝ $\frac{\cos 2x}{\sin 3x \cdot \cos x} = 0$ հավասարման:

56. $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{17}-1}{4}$; $x = \pm 77^\circ 20' 12'' + 720^\circ \cdot n$.

57. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi n$ 58. $x = \frac{\pi}{2} \cdot n = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{12}$.

Յուշում. Առաջին մասը փոխարինում ենք՝ $\left(\frac{4}{\sin^2 x}\right)$ կոտորակով:

59. $\cos x_1 = \cos x_2 = \frac{1}{3}$; $x_1 = x_2 = \pm 70^\circ 31' 43'' + 360^\circ \cdot n$.

60. $x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi n$; $x_2 = x_3 = \pi n$.

Յուշում. $1 + \sin 2a = (\cos a + \sin a)^2$.

61. $x_1 = x_2 = 90^\circ \cdot n$; $x_3 = \pm 30^\circ + 180^\circ \cdot n$, կամ $x = 90^\circ \cdot n$; $180^\circ \cdot n$; $30^\circ + 60^\circ \cdot n$.

Յուշում. $\sin^2 3x - \sin^2 x$ -ը փոխարինում ենք արտադրյալով:

62. $x = 60^\circ \cdot n$; $\pm 35^\circ 15' 53'' + 180^\circ \cdot n$.

Յուշում. Տված հավասարումը պատկերացնելով $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = -\operatorname{tg} 3x$ ձևով, $\operatorname{tg} 3x$ -ը վերլուծում ենք իբրև $\operatorname{tg} (x + 2x)$, այդ դեպքում նոր հավասարումը վերածվում է հետևյալ յերկու հավասարումների. 1) $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = 0$ և 2) $1 = -1 : (1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 2x)$ (1) հավասարումից ստանում ենք $\sin 3x = 0$, իսկ (2) հավասարումից՝

միջ՝ $\operatorname{tg} x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$.

63. $x = \frac{\pi}{8} \cdot n$; $\frac{\pi}{4} \cdot n$.

Յուշում. Յերկու մասն և 2-ով բազմապատկելով կիրառում ենք $2 \cos \alpha \cdot \cos \beta = \cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta)$ հավասարությունը:

64. $x = 45^\circ + 180^\circ \cdot n$; $90^\circ + 180^\circ \cdot n$.

65. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$ 66. $x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi n$.

67. $x = \pm 60^\circ + 180^\circ \cdot n$; $90^\circ + 180^\circ \cdot n$ 68. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$.

69. $x_1 = 90^\circ + 180^\circ \cdot n$; $x_2 = x_3 = 90^\circ + 360^\circ \cdot n$ 70. $x_1 = \pi n$; $x_2 = x_3 = 2\pi n$.

71. $\operatorname{tg} x = \pm (\sqrt{2} + 1)$; $\pm (\sqrt{2} - 1)$; $x = \pm \frac{3}{8} \pi + \pi n$; $\pm \frac{\pi}{8} + \pi n$,

կամ $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} \pi$.

72. $x = 60^\circ \cdot n$; $180^\circ \cdot n$.

Յուշում. $\operatorname{tg} 2x$ -ը փոխարինում ենք $\frac{2 \sin x \cos x}{\cos^2 x}$ -ով.

73. $x = \pi n$ 74 1) $\sin x = 0,8$; $\sin y = -0,6$; 2) $\sin x = -0,6$; $\sin y = 0,8$.

Յուշում. $\sin y = 0,2 - \sin x$ և $\cos y = -0,2 - \cos x$ հավասարումները բարձրացնում ենք քառակուսի և գումարում:

75. 1) $\cos x = \frac{1}{2}$; $\cos y = \frac{1}{3}$; 2) $\cos x = -\frac{1}{2}$; $\cos y = -\frac{1}{3}$;

3) $\cos x = \frac{1}{3}$; $\cos y = \frac{1}{2}$; 4) $\cos x = -\frac{1}{3}$; $\cos y = -\frac{1}{2}$.

Յուշում. Վերցնելով տված հավասարումների գումարն ու տարբերությունը, նոր հավասարումներից արտահայտում ենք $\cos y$ -ն ու $\sin y$ -ը և նրանց քառակուսիները գումարում ենք:

76. 1) $\operatorname{tg} x = 5 + \sqrt{34}$; $\operatorname{tg} y = 5 - \sqrt{34}$; 2) $\operatorname{tg} x = 5 - \sqrt{34}$;

$\operatorname{tg} y = 5 + \sqrt{34}$ 77. $x^2 = \frac{a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos \varphi}{\sin^2 \varphi}$.

Յուշում. Վերցնելով $\cos (\alpha + \beta) = \cos \varphi$, բաց ենք անում փակագծերը, ապա արտահայտում ենք $\cos \alpha$ -ն և $\cos \beta$ -ն համապատասխանաբար $\sin \alpha$ -ով և $\sin \beta$ -ով իսկ $\sin \alpha$ -ն և $\sin \beta$ -ն՝ $\frac{a}{x}$ և $\frac{b}{x}$ -ով:

78. 1) $x = 45^\circ + 180^\circ (m + n)$, $y = 15^\circ + 180^\circ (m - n)$; 2) $x = 105^\circ + 180^\circ (m + n)$, $y = -45^\circ + 180^\circ (m - n)$; 3) $x = -15^\circ + 180^\circ (m + n)$, $y = -45^\circ + 180^\circ (m - n)$; 4) $x = 45^\circ + 180^\circ (m + n)$, $y = -105^\circ + 180^\circ (m - n)$.

79. 1) $x = 21^\circ 21' 16''$, $y = 8^\circ 38' 44''$; 2) $x = 81^\circ 21' 16''$, $y = 68^\circ 38' 44''$.

80. 1) $x = 81^\circ 21' 16''$, $y = 21^\circ 21' 16''$; 2) $x = 21^\circ 21' 16''$, $y = 81^\circ 21' 16''$.

81. x -ը և y -ը վորոշվում են իրենց կիսագումարով և կիսատարբերությամբ.

1) առաջին հավասարումից ունենք $\frac{x+y}{2} = \frac{\alpha}{2}$; 2) յերկրորդ հավասարումը փոխարինելով $2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = a$, նրա ոգնու-

թյամբ կարելի չե վորոշել $\frac{x-y}{2}$ -ը:

82. $x = 15^\circ 20'$; $y = 61^\circ 40'$.

83. x -ը և y -ը վորոշվում են դրանց գումարով և տարբերությամբ.1) $x + y$ -ը տված է; 2) $x - y$ -ը գտնում ենք յերկրորդ հավասարումից, յեթե նրա յերկու մասն ել բազմապատկենք 2-ով և $2 \sin x \cdot \sin y$ -ը փոխարինենք $\cos(x - y) - \cos(x + y)$ -ով:

84. $x = 60^\circ$; $y = 11^\circ 40'$.

85. Առաջին հավասարումից ունենք $\frac{1}{2}(x + y) = \frac{1}{2} \alpha$, իսկ յերկրորդ

$$\begin{aligned} \text{հավասարումից գտնում ենք } \frac{\sin x + \sin y}{\sin x - \sin y} &= \frac{m + n}{m - n} \text{ կամ } \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(x + y)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(x - y)} = \\ &= \frac{m + n}{m - n}, \text{ վորտեղից վորոշում ենք } \frac{1}{2}(x - y)\text{-ը:} \end{aligned}$$

86. $x = 35^\circ 46'$; $y = 60^\circ 52'$.

87. Յերկրորդ հավասարումը կարելի յե փոխարինել $\frac{\sin(x + y)}{\cos x \cdot \cos y} = a$ հա-վասարումով, վորտեղից՝ $\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{a} \cdot \sin(x + y)$ կամ
 $\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{a} \sin \alpha$: Այժմ յերկու մասն ել բազմապատկենք 2-ով և $2 \cos x \cdot \cos y$ -ը փոխարինենք $\cos(x + y) + \cos(x - y)$ -ով:
Այն ժամանակ կարելի կլինի վորոշել $x - y$ -ը:

88. $x = 44^\circ 20' 3''$; $y = 13^\circ 20' 3''$.

89. Յերկրորդ հավասարումը կարելի յե փոխարինել

$$\frac{\sin x \cdot \sin y}{\cos x \cdot \cos y} = \frac{a}{1} \text{ հավասարումով, վորից գտնում ենք}$$

$$\frac{\cos x \cdot \cos y + \sin x \sin y}{\cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y} = \frac{1 + a}{1 - a} \text{ կամ } \frac{\cos(x - y)}{\cos(x + y)} = \frac{1 + a}{1 - a} \text{ և այս հավա-}$$

սարման ոգնությամբ վորոշում ենք $x - y$ -ը:

90. $x = 45^\circ$, $y = 40^\circ$.

91. Յերկրորդ հավասարումից գտնում ենք $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y} = \frac{m + n}{m - n}$ կամ

$$\frac{\sin(x + y)}{\sin(x - y)} = \frac{m + n}{m - n}, \text{ վորի ոգնությամբ վորոշում ենք } x - y\text{-ը:}$$

92. 1) $x = 22^\circ 25'$, $y = 18^\circ 39'$; 2) $x = 71^\circ 21'$; $y = 67^\circ 35'$.

93. $x = 30^\circ$; $y = 60^\circ$.

94. $\operatorname{tg} x = 1$; $\operatorname{tg} y = 2$; $\operatorname{tg} z = 3$; $x = 45^\circ$; $y = 63^\circ 26' 6''$; $z = 71^\circ 33' 54''$.

Ցուցում. $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y + \operatorname{tg} z = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y \cdot \operatorname{tg} z$.

95. $x = 30^\circ 57' 50''$; $y = 78^\circ 41' 25''$; $z = 70^\circ 20' 45''$ (տես 94-րդ խնդիրը):

§ 15.

1. 1) $-\frac{\pi}{6}$; 2) $2\pi n \pm \frac{\pi}{3}$; 3) $\frac{3}{4}\pi$. 2. 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) 0; 3) $\sqrt{3}$.

3. 1) -1 ; 2) 1; 3) 0. 4. 1) x ; 2) $\pm \frac{3}{5}$; 3) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$.

5. 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\sqrt{3}$. 6. 1) $-\frac{\pi}{5}$; 2) $x + \pi n$; 3) $\frac{5\pi}{14}$.

7. 1) 0,6; 2) $\frac{15}{17}$; 3) $\frac{3}{4}$. 8. 1) 1; 2) $\frac{1}{2}$. 9. 1) ∞ ; 2) ∞ .

10. $\sqrt{3}$. 11. $\frac{43}{85}$. 12. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 13. $\frac{41}{49}$. 14. $2m\sqrt{1-m^2}$.

15. $\frac{47}{52}$. 16. $\frac{2m}{1+m^2}$. 32. $\pm\sqrt{2}$. 33. $0; \frac{1}{2}$.

34. $\pm\sqrt{3}$. 35. $\sqrt{2}$. 36. $0; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}$. 37. $\frac{\pi}{4} + \pi n$.

38. $\pm \frac{\pi}{6}$. 39. $\sqrt{\frac{2(5-2\sqrt{2})}{17}}$. 40. $\frac{1}{2}$. 41. $0; \frac{1}{2}$.

42. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. 43. $\pm\sqrt{\frac{2}{a}}$. 44. $\pm \frac{1}{3}$.

§ 15a.

1. $b = a \cdot \sec \frac{180^\circ}{n}$. 2. 18,02 սմ և 22,47 սմ.

3. $2a \cos \frac{180^\circ}{n}$. 4. 1) $2R = a \cdot \operatorname{cosec} \frac{180^\circ}{n}$; 2) $\frac{a}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{90^\circ}{n}$.

5. 26,974 մ; 20,835 մ: 6. $4r^2 \operatorname{cosec} \alpha = 167$.

7. $\sqrt{Q \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}} = 24,66$. 8. $\beta = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{b^2}{4Q} = 130^\circ 47' 2''$.

9. $\frac{1}{4} na^2 \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}$; 1) 1453,6; 2) 4,828; 3) 1119,6.

10. $\frac{1}{2} nR^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$; 1) 147; 2) 116,5. 11. $nR^2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$. 12. 183,84 սմ²:

13. $\approx 41a$. 14. $a^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{a^2}{2} \sin 2\alpha$. 15. 71 սմ:

16. $S_9 : S_{10} = 10 \operatorname{ctg} 20^\circ : 9 \operatorname{ctg} 18^\circ = 0,9919$. 17. 21,7495 սմ²:

18. $\pi r^2 \cdot \frac{a}{260^\circ} - \frac{r^2}{2} \sin \alpha$; 1) 0,979; 2) 1,638.

19. $\frac{\pi R^2 \alpha}{360} - \frac{R^2 \sin \alpha}{2}$, վորտեղ $\alpha = 2 \operatorname{arc} \sin \frac{a}{2R}$; 0,59 սմ²:

20. $R^2 \left[\frac{\pi(180^\circ - \alpha)}{180^\circ} + \sin \alpha \right]$. 21. 3,2152 սմ և 7,7848 սմ:

22. $S = \frac{4ab}{\sin \alpha}$; $l_1 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha} \cdot \frac{2}{\sin \alpha}$;
 $l_2 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha} \cdot \frac{2}{\sin \alpha}$.

23. $6 - \pi \cdot \frac{90^\circ + \alpha}{72^\circ} = 0,46425$, վորտեղ α -ն շոշափման կետերի միջև յեղած աղեղն է մեծ շրջանագծի վրա:
24. 30° .

§ 16.

1. $OM = a \cos \alpha = 3,3$ մ: 2. $\arctg \frac{r}{p} = 60,26'$. 3. $\arctg \frac{2d}{a} = 53^\circ 8'$.
4. $35^\circ 16'$. 5. $5,2$ մ; $28^\circ 33'$. 6. $51^\circ 3'$.
7. $2,6$ մ; $67^\circ 23'$. 8. $70^\circ 32'$.
9. $\cos \varphi = \cos \alpha \cdot \cos \beta$; $\varphi = 45^\circ$.
10. $\cos \varphi = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}$; $6^\circ 15'$. 11. $x = \arctg \frac{4hS}{abc} = 75^\circ 52'$.
12. $\frac{a \sin \beta \operatorname{tg} \varphi}{\sin(\beta + \gamma)} = 322,5$ մ: 13. $\frac{a^2}{4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{4 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$.
14. $\arcsin \frac{n+m}{a}$; $13^\circ 21'$ կամ 90° . 15. $\varphi = \arctg \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$.

Յուշում. Զուգահեռ թեքերի և նրանց հատուղի հեռքերը գտնելովում են միևնույն ուղիղ գծի վրա:

16. $\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}$ 17. $\arcsin \frac{c \sin \alpha}{d}$; 45° .
18. $\sqrt{b^2 - a^2} \cdot \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}$ (ուղղահայացներն ուղղված են դեպի միևնույն կողմը):
 $\sqrt{b^2 - a^2} \cdot \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$ (ուղղահայացներն ուղղված են դեպի տարբեր կողմեր):

Յուշում. a հատվածն ու նրան կանգնեցրած ուղղահայացները պրոյեկտում ենք աված հարթության վրա. այնուհետև կազմում ենք ուղղանկյուն յեռանկյուն՝ b ներքնաձիգով և a -ի պրոյեկցիային զուգահեռ եջով:

19. $82^\circ 49' 10''$ և $41^\circ 24' 35''$.

§ 17.

1. $a \operatorname{tg} \alpha = 5,4405$. 2. 1) $\arcsin \sqrt{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta}$; 2) $22^\circ 37'$.
3. $\sin x = \sin 20^\circ \cdot \cos 25^\circ$; $x = 15^\circ 3' 28'' \approx 15^\circ$.
4. $22^\circ 23' \approx 22^\circ$. 5. $\sin \varphi = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$. 6. $\frac{180^\circ}{n}$.
7. a) $26,7$ մ; $11,7$ մ; b) $\alpha = 18^\circ 33' 30''$; $\beta = 46^\circ 30' 51''$; c) $17^\circ 14'$; 40° ; d) $15^\circ 47'$; $50^\circ 32'$. 8. $39^\circ 48'$. 9. $\frac{a}{2} \sin 2\alpha \cdot \sin \varphi$.
10. $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \alpha$; $\operatorname{tg} y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$. 11. $x = \arcsin \left(\frac{\sin \varphi}{\sin \alpha} \right)$.

12. $73^\circ 24'$. 13. 30° . 14. $\varphi = \arcsin 0,6 = 36^\circ 52' 11''$.
15. 1) $70^\circ 31' 48''$; 2) $109^\circ 28' 16''$; 3) $138^\circ 11' 36''$.

Յուշում. Խնդիրը վերածվում է հավասար կողեր ունեցող կանոնավոր 5 անկյուն բուրգի կողմնային նիստերի միջև կազմված անկյունը վորոշելուն:

- 4) $116^\circ 33' 44''$.

Յուշում. Խնդիրը վերածվում է մի կանոնավոր յեռանկյուն բուրգի կողմնային նիստերի միջև կազմված անկյունը վորոշելուն, վորի գագաթի հարթ անկյունը հավասար է 108° -ի:

§ 18.

1. $43,3$ սմ². 2. $Q \sqrt{2}$. 3. $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4 \cos \alpha}$.
4. $42,2$ սմ. 5. 1954 սմ² ≈ 2000 սմ². 6. 33 մ².
7. $36^\circ 52'$; 3 մ. 8. հավասար.
9. $Q \cdot \sin \alpha$; փոքր; ավելի լուսավոր. 10. 106 մ².

§ 19.

1. $67^\circ 54' 50''$.
3. $\frac{7a^2}{8 \cos \alpha}$ 4. 1) $\frac{3}{4} a \sqrt{a^2 + 2b^2}$ 2) $\arctg \frac{b\sqrt{2}}{a}$.
5. Հատուղ հարթությունը զուգահեռ է հիմքի մեծ անկյունագծին և հիմքի հարթության հետ կազմում է φ անկյունը, ընդվորում $\cos \varphi = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.
6. $d^2 \sqrt{2} \cdot \sin 2\beta \cdot \sin(45^\circ + \alpha) \approx 393,2$ մ². 7. $d^2 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4} \approx 1962$ մ².
8. $5a^2 \operatorname{ctg} 36^\circ \cos^2 27^\circ \approx 3092$ մ².
9. $4a^2 \operatorname{cosec} \frac{\beta}{2} \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{4} \right) \sqrt{\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}} \approx 34700$ սմ².
10. $\frac{1}{3} a^2 \sqrt{3} \sec \alpha (1 + \sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha})$.
11. $x = \arctg \left(\frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) = 16^\circ 6' 8''$; $y = \arctg \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) = 26^\circ 33' 54''$.
12. $x = \arccos \left(\operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) = 54^\circ 44' 7''$. 13. $\frac{a \sin \alpha}{2 \sin(\alpha + 45^\circ)}$.
14. $\frac{1}{4} a^2 \sec \alpha \sqrt{\sin(\alpha + 30^\circ) \sin(\alpha - 30^\circ)}$.
15. $x = \frac{1}{2} \arcsin \frac{PV\sqrt{2}}{c^2} = 29^\circ 1' 34''$ կամ $60^\circ 58' 26''$; $y = 2c \cos x = 8,7440$ կամ $4,852$.
16. $\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{m\sqrt{2}}{n}$; $\varphi = 90^\circ - 2 \arctg \frac{m\sqrt{2}}{n} = 30^\circ$.

17. $\frac{a^2}{9\sqrt{3}}\sqrt{4+\operatorname{tg}^2\alpha}=1,962.$ 18. $a^2 \cdot \frac{\sin^2\alpha \cdot \cos\beta}{\sin^2(\alpha+\beta)}.$ 20. 48 սմ².
21. 1) $2a^2$; 2) $\frac{a^2}{2}$; $3a^2.$ 22. 168 սմ². 23. 14,61 մ².
24. $32^\circ 51' 38''.$ 25. $a^2 \sec\alpha.$ 26. $4h^2 \operatorname{ctg}\alpha \operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}.$
27. $2a^2 \sin\alpha \cos^2\frac{\varphi}{2} \sec\varphi.$ 28. $2nk^2 \cos\alpha \cos^2\frac{\alpha}{2} \operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}=6238,5.$
29. $(a+b)\sqrt{ab} \cdot \cos^2\frac{\alpha}{2} \sec\alpha.$ 30. $l^2 \sin 2\alpha \cdot \cos^2\frac{\varphi}{2} \cdot \sec\varphi.$
31. $a^2 \sqrt{2} \sin\left(45^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) \operatorname{cosec}\frac{\alpha}{2}.$
32. $\frac{na^2}{4 \sin \frac{180^\circ}{n} \cos\alpha} \sqrt{1 - \sin^2 \frac{180^\circ}{n} \cos^2\alpha},$ կամ
 $\frac{na^2}{4} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg}^2\alpha}{\cos^2 \frac{180^\circ}{n}}}$
33. $a^2 \sec^2\alpha \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) \cos\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right).$
34. $a^2 \operatorname{ctg}\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right); a^2 \sqrt{2} \cos^2\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{cosec}\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right).$
35. $\frac{2h^2}{\sin\alpha \cdot \sin\beta} \cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cos\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(45^\circ - \frac{\beta}{2}\right).$
36. $a^2 \sin\alpha \operatorname{ctg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right).$ 37. $\sqrt{c^2 - \frac{(a-b)^2}{4} \operatorname{cosec}^2 \frac{180^\circ}{n}}.$
38. $\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\alpha \cdot \frac{m-n}{m+n} \sqrt{2}; \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg}\left(\operatorname{tg}\alpha \cdot \frac{m-n}{m+n} \sqrt{2}\right),$
39. $\frac{n(a+b)}{2} \sqrt{\frac{(a-b)^2}{4} \operatorname{ctg}^2 \frac{180^\circ}{n} + h^2 + n \frac{a^2+b^2}{4} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}}.$
40. $\frac{n(a^2-b^2)}{4 \sin \frac{180^\circ}{n}} \sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha + \cos^2 \frac{180^\circ}{n} + \frac{n(a^2+b^2)}{4} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}}.$
41. $nk^2 \frac{m+1}{m-1} \sin\alpha \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}.$ 42. $2h^2 \operatorname{stg}\beta \cdot \sqrt{2 + \operatorname{ctg}^2\alpha} = 2927,7.$

§ 20.

1. $\operatorname{tg}\varphi = \sin 15^\circ; \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(\sin 15^\circ) = 14^\circ 30' 39''.$
2. $R \operatorname{cosec}\alpha \sqrt{-\cos 2\alpha}.$ 3. $\sqrt{R^2 \sin^2\alpha + d^2 \cos^2\alpha}.$

Ցուցում. Դիցուք O -ն հիմքի կենտրոնն է, A շոշափման կետն է, B -ն շոշափող ուղիղի հատման կետն է հիմքի հարթության հետ, C -ն A կետով անցնող ծնիչի ներքևի ծայրն է, և OD -ն O կետից AB -ի վրա իջեցրած ուղղահայացն է: Այդ ժամանակ

$\angle ABC = \alpha, OA = d$ և $OC = R$: Միացնելով նաև C և D կետերը, OCD յեռանկյան մեջ ստանում ենք ուղիղ անկյուն՝ C գագաթի մոտ:

4. $\frac{b \sin 2\alpha}{2\sqrt{2} \sin(45^\circ + \alpha)}.$
5. $\left(\frac{R}{\cos\alpha \cdot \cos\varphi}\right)^2 \sin\alpha \sqrt{\cos(\alpha + \varphi) \cos(\alpha - \varphi)}.$
6. $\frac{a}{4} \cdot \frac{\sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta}{\sin(\beta + \alpha) \cdot \sin(\beta - \alpha)}.$
- Ցուցում. Վերոնկի հատրածը վերցնում ենք մասերով:
7. $\frac{l \sin\alpha \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2 + \operatorname{tg}\alpha}} = l \sin\alpha \sin^2\varphi$, վերանդ φ -ն վերցնում է
 $\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{2}} = \operatorname{ctg}^2\varphi$ հավասարությունից:
8. $\frac{R \sin\alpha \cdot \sin 60^\circ}{\sin(\alpha + 60^\circ)}.$ 9. $2\pi a^2 \cos\alpha \cos^2\frac{\alpha}{2}.$ 10. $70^\circ 32'.$
11. $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{4}; \alpha = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 76^\circ 17' 32''.$ 12. $\pi Q \operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}.$
13. $\sin\alpha \sqrt{S \operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2}} = 19,4105$ սմ. 14. $22,523$ մ²; $4,4425$ մ².
15. 1) $b = nh = 80$ մ; 2) $r = mh = 6$ մ; 3) $\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{n} = 2^\circ 51' 46'';$
 4) $\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2}{3} = 33^\circ 41' 24'';$ 5) $\gamma = \operatorname{arc} \cos \frac{m}{n} = 85^\circ 41' 56'';$
 6) $537,92 \approx 540$ մ²; 7) $646,59 \approx 650$ մ².
16. $\sin \frac{x}{2} = \frac{S}{\pi a^2}; x = 2 \operatorname{arc} \sin \frac{S}{\pi a^2} = 30^\circ.$
17. 1) $H \cdot \cos^2\frac{\alpha}{2} = H \cdot \frac{\sqrt{3}}{2};$ 2) Գագաթին մոտ գտնվող մասը հարաբերում է հիմքին մոտ գտնվող մասին այնպես, ինչպես $\cos^2\frac{\alpha}{2} : \sin^2\frac{\alpha}{2}$: Հավասարակողմ կոնի համար կստանանք՝ 1) $x = \frac{3}{4}$ մասին; 2) $3:1$:

Ցուցում. Նման կոնների կողմնային մակերևույթները հարաբերում են այնպես, ինչպես այդ կոնների բարձրությունների քառակուսիները:

18. $360^\circ \cdot \sin \frac{\alpha}{2};$ 1) $180^\circ;$ 2) $207^\circ, 5.$ 19. $\frac{\pi(R^2 - r^2)}{\cos\alpha}.$
20. $\frac{\pi m^2}{\sqrt{1 + 3 \sin^2\alpha}}.$ 21. $\frac{\pi(m^2 - n^2)}{4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}.$ 22. $\frac{(R^2 - r^2) \sin \delta}{2 \cos \beta}.$

23. $\pi h^2 \sec \alpha$. 24. $\cos \varphi = \frac{m-n}{p}$. 25. S *կողմ* $= \pi l^2 \sin \alpha = 426$;

S *լրիվ* $= 2\pi l^2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} + 15^\circ\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - 15^\circ\right) = 652$. 26. $\frac{Q-q}{\cos \alpha}$.

§ 21.

1. $\frac{1}{2} l^2 \sin \beta \sin \varphi \cos^2 \varphi$. 2. $\frac{1}{2} d^2 \sin \alpha \operatorname{tg} \beta \sin \frac{\alpha}{2} \approx 58,603$ *դմ³*.

3. $2ab \sin \alpha \sqrt{ab \cos \alpha}$. 4. $\frac{1}{4} d^2 \sin 60^\circ \operatorname{tg} \varphi = 1000$ *դմ³*; 30° .

5. $V = abc \sqrt{1 - \cos 2\alpha}$; $\sin x = \sqrt{1 - \cos 2\alpha}$; ($x = 45^\circ$).

6. $\frac{a^3}{\sin \alpha} \sqrt{\cos 2\alpha}$. 7. $\frac{a^3 \sqrt{2 \cos \alpha}}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} = 271,69$ *սմ³*.

8. $\frac{3a^3}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\sin\left(60^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(60^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)}$. 9. 516 *մ³*.

10. $V = \frac{a^2 b^2 \sin^2 \gamma}{2(a+b) \cos \varphi} = 17\,854$ *դմ³*; *Յուցում*. $a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma =$
 $= (a+b)^2 \cos^2 \varphi$, *վորակել* $\sin \varphi = \frac{2 \sqrt{ab \cos \frac{\gamma}{2}}}{a+b}$ (*տես* § 11, № 62).

11. $\frac{4r^2 h \cos^2\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin \alpha} = 3,6267$ *մ³*.

12. *Յուցում*. *Նախ հաշվել* FCD *յեռանկյան մակերեսը, իսկ*
այնուհետև FAB *յեռանկյան մակերեսը*. $\frac{hb \sin \alpha \cos \varphi}{\sin(\alpha + \varphi)}$.

13. $\frac{a^2 b}{4} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$. *Յուցում*. *Ծավալն արտահայտել ուղղահայաց հատույթի*
ուղիղությամբ:

14. $\frac{1}{6} n b^3 \cos^2 \beta \sin \beta \sin \frac{360^\circ}{n} = 1,535$ *մ³*. 15. $\frac{4}{3} b^3 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sqrt{\cos \alpha}$.

16. $\frac{2}{3} h^3 \operatorname{ctg}^2 \varphi \sin \alpha \sin \beta \sin(\alpha + \beta)$. 17. $\frac{b^3}{6} \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\cos \alpha}$.

18. $\frac{2}{3} a^3 \cos^3 \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \varphi$. 19. $\frac{1}{24} (a+b)^2 \sqrt{a(a-2b)} \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$.

20. $\frac{1}{6} P \sqrt{P \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varphi}$. *Յուցում*. *Յենթադրենք, վոր բուրգի բարձրու-*
թյունը հիմքին հանդիպում է E կետում: Այդ դեպքում BED
գիծն ուղիղ է և ուղղահայաց է BC-ին և AD-ին:

21. $V_A = \frac{V \sin \beta}{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}} = 138,05$. *Յուցում*. $V_A : V_B = \sin B : \sin A$.

22. $45^\circ 17' 22''$ և $25^\circ 14' 22''$.

23. $V = \frac{a^3 - b^3}{6} \operatorname{tg} \alpha = \frac{a^3}{6} \cos^2 \varphi \operatorname{tg} \alpha$, *վորակել* $\sin^2 \varphi = \frac{b^3}{a^3}$; $V = 227,1 \approx$
 ≈ 230 *մ³*.

24. $V = \frac{a^3 - b^3}{6 \cos \alpha} \sqrt{1 - \cos 2\alpha} = \frac{a^3 \cos^2 \varphi}{6 \cos \alpha} \sqrt{1 - \cos 2\alpha}$, *վորակել* $\sin \varphi = \sqrt{\frac{b^3}{a^3}}$;
 $V = 4302,3$.

25. $\frac{n(a^3 - b^3) \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}}{24 \sin \frac{180^\circ}{n}} \cdot \operatorname{tg} \alpha$. 26. $\frac{d^3 \cos \alpha \cdot \sin 2\alpha}{8\pi}$. 27. $\frac{\pi a^2 h}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = 7895,5$ *դմ³*.

28. $\frac{\pi a^3}{4 \sin^3 \frac{180^\circ}{n}}$. 29. $V = \frac{D^2}{8} \cdot \frac{\pi a}{180} \cdot \frac{\sin(45^\circ - \varphi)}{\cos 45^\circ \cdot \cos \varphi} \cdot l$,

վորակել $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \alpha \cdot 180}{\pi a}$; $V \approx 2,1$ *մ³*. 30. $\frac{\pi b^2 H}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$.

31. $V = \frac{\pi Q}{\cos \frac{\alpha}{2} \sin^3 \frac{180^\circ}{n}} \sqrt{Q \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \sin\left(\frac{180^\circ}{n} + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{180^\circ}{n} - \frac{\alpha}{2}\right)}$.

32. $\frac{c^3 d \operatorname{tg} \varphi}{24 \pi^2} \approx 5,4$. 33. $\frac{\pi}{3} l^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha$. 34. $\frac{\pi h^3}{3} \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

35. $S = \frac{2\pi R^2}{\cos \alpha} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}$; $V = \frac{\pi R^3}{3} \operatorname{tg} \alpha$.

36. $\frac{\pi R^3}{3} \sin^3 \alpha \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3} \pi R^3 \sin^2 \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2}$.

37. $\frac{\pi a^3 \operatorname{ctg} \beta}{24 \sin^3 \frac{\alpha}{2}}$. 38. $\frac{\pi d^3 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2}} = 298,99$ *մ³*.

39. $\frac{\pi R^3 \sin(\alpha + \beta)}{3 \cos \alpha \cos \beta} = 301,94$ *դմ³*. 40. $\frac{\pi}{3} (R^3 = r^3) \operatorname{tg} \alpha$.

41. $\frac{7}{6} \pi l^3 \sin 2\varphi \cos \varphi$.

42. $r = \sqrt[3]{\frac{\frac{3}{2} V + r_1^3 \operatorname{tg} \alpha + r_2^3 \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}} = 3,43$ *մ*; $h_1 = (r - r_1) \operatorname{tg} \alpha = 19,02$ *մ*.
 $h^2 = (r - r_2) \operatorname{tg} \beta = 3,93$ *մ*.

43. $\frac{7}{6} \pi a^3 \sin \alpha \sin \frac{\alpha}{2} = 28\,052,5$ *դմ³*.

44. $\frac{\pi}{12} l^3 \sin \alpha (2 - \cos 2\alpha) = 1181,5$.

§ 22.

1. 3562 *կմ*. 2. $36\,720$ *կմ*. 15 930 *կմ*. 3. $\frac{2r \sin^2\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin \alpha}$.

4. $\frac{V}{2} \sin^2 \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 10,515$ *դմ³*. 5. $\frac{\sin^2 2\alpha \cdot \cos^2 \alpha}{2} = 0,29629$.

$$6. \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}. \quad 7. \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n} \sin 2\alpha} = 5,1 \text{ մ}. \quad 8. \frac{\alpha}{2} \sin \alpha \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}.$$

$$6. 2C \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$10. x = 2R \cdot \operatorname{cosec} 60^\circ \cdot \sqrt{\sin \left(60^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sin \left(60^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)}.$$

Ցուցում. Լարերի ընդհանուր կետից տանենք տրամագիծ և լարը նշանակելով x , արտահայտենք նրա ծալրի հեռավորությունը տրամագծից: Այդ հեռավորությունը հավասար կլինի $x \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{cosec} 60^\circ$ -ի: Անցկացնելով մեծ շրջանի մի կիսաշրջանագիծ, վրը պարունակի վերջրած տրամագիծն ու լարը, և միացնելով լարի ծայրը տրամագծի մյուս ծալրի հետ կազմենք հետևյալ հավասարումը $x \cdot \sqrt{4R^2 - x^2} = 2R \cdot x \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{cosec} 60^\circ$.

$$11. 70^\circ 31' 43''.$$

$$12. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{2m}}}; \alpha_1 = 78^\circ 27' 50''; \alpha_2 = 60^\circ.$$

$$13. \sin \alpha = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}; \alpha = 52^\circ 32'. \quad 14. \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}; \alpha = 70^\circ 31' 46''.$$

$$15. \sin \alpha = \sqrt{\frac{n}{m}}; (\alpha = 45^\circ). \quad 16. \frac{\sqrt{R^2 + r^2 + 2Rr \cos 2\alpha}}{\sin 2\alpha}$$

$$17. 1) 4\pi r_1 r_2; 2) \cos z = \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} \text{ կամ } \operatorname{tg} \frac{z}{2} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}. \quad 18. \sin \frac{ABC}{2} = \frac{m-n}{m+n}.$$

$$19. \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \frac{\operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^6 \frac{\alpha}{2}}, \text{ կամ } \frac{2}{3} \pi R^3 \operatorname{tg} 2\varphi, \text{ ընդունելով } \operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg} \varphi.$$

$$20. \frac{4}{3} \pi R^3 d \cos^4 \frac{\varphi}{4} \left(3 - 2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}\right). \quad 21. 3652 \text{ մ}^3 \approx 3700 \text{ մ}^3.$$

$$22. \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{2} - 1; \alpha = 48^\circ 56' 22''. \quad 23. \frac{\pi a^2}{4} \sec^2 \frac{\alpha}{4}.$$

$$24. 4\pi R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{4} = 574,9 \text{ դմ}^2. \quad 25. \frac{\pi b^3 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}}{12 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = 4279,9 \text{ դմ}^3.$$

$$26. V \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{4}. \quad 27. \frac{\pi R^3 \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \varphi}, \text{ վերսեղ } \operatorname{tg} \varphi = \sqrt{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}}.$$

$$28. \sin \alpha = \frac{n-m}{n+m}; (\alpha = 30^\circ).$$

$$29. \sin \left(x + \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{m}{n} \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}; (x = 15^\circ).$$

$$30. \frac{\pi R^3 \sin^3 \frac{\alpha}{2}}{6 \cos^6 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{4}\right)}; \quad \frac{\pi R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^4 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{4}\right)}.$$

§ 23.

$$1. S = \pi a^2 \cdot \frac{\sin B \cdot \sin C \cdot \cos \frac{1}{2}(B-C)}{\sin(B+C) \cdot \cos \frac{1}{2}(B+C)}, \quad V = \frac{\pi a^3}{3} \cdot \frac{\sin^2 B \cdot \sin^2 C}{\sin^2(B+C)}.$$

$$2. 4\pi Q \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\beta}{4}\right) 1736,7.$$

$$3. \frac{2}{3} \pi a b^2 \operatorname{tg}^2 \alpha = 300,86 \text{ դմ}^3. \quad 4. 2\pi a^2 \sqrt{3} \cdot \sin(30^\circ + \alpha).$$

$$5. \frac{1}{3} \pi b^3 \sin^2 \alpha; 4\pi b^2 \sin \alpha \sin \left(15^\circ + \frac{\alpha}{4}\right) \cos \left(15^\circ - \frac{\alpha}{4}\right);$$

$$\text{կամ } \alpha = 120^\circ; V = \frac{\pi b^3}{4}; S = \frac{1}{2} \pi b^2 \sqrt{3} (\sqrt{3} + 1).$$

$$6. 8\pi a^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}; 2\pi a^3 \sin \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$7. \pi a^2 n^2 \sin \frac{\alpha}{2}. \quad 8. \frac{\pi}{3} \cdot bc(b+c) \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2}.$$

$$9. \frac{\pi}{6} \cdot \frac{a^3 \operatorname{tg} 2\alpha}{\cos 2\alpha}. \quad 10. \frac{2}{3} \pi R^3 \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$11. V_a : V_b : V_c = \operatorname{cosec} A : \operatorname{cosec} B : \operatorname{cosec} C.$$

$$12. V = \frac{\pi b^3 \sin \left(30^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)}{4 \sin 30^\circ \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = 47088 \text{ սմ}^3;$$

$$S = \frac{4\pi b^2}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sin \left(15^\circ + \frac{\alpha}{4}\right) \cos \left(15^\circ - \frac{\alpha}{4}\right) = 8459 \text{ սմ}^2.$$

$$13. \frac{4}{3} \pi (1 + \cos^2 \alpha) \sqrt{\frac{S^3}{\sin 2\alpha}}.$$

$$14. \frac{1}{2} \pi d^3 \sin 2\alpha = 57350 \text{ մ}^3; 4\pi d^2 \cdot \sin 45^\circ \cos(45^\circ - \alpha) = 10110 \text{ մ}^2.$$

$$15. \frac{10 - 3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} \pi a^3. \quad 16. \frac{\pi p^3 \sqrt{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos^2 \alpha}{3 \cos^3 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)} = 378,69 \text{ դմ}^3.$$

$$17. \frac{8\pi r^2}{\sin^2 \alpha} \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right). \quad 18. \frac{2\pi h^3}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot \left(\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}\right)^2.$$

$$19. 1) S = 4\pi r^2 \cdot \sec \frac{180^\circ}{n}; \quad V = \frac{4}{3} \pi r^3 \sec \frac{180^\circ}{n};$$

$$2) S = 4\pi R^2 \cdot \cos \frac{180^\circ}{n}; \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3 \cos^2 \frac{180^\circ}{n};$$

Յեռանկ. խնդ. ժող.—8.

- 3) $S = \pi a^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{180^\circ}{n} \cdot \sec \frac{180^\circ}{n}; \quad V = \frac{\pi}{6} a^3 \operatorname{ctg}^3 \frac{180^\circ}{n} \sec \frac{180^\circ}{n}.$
20. 1) $S = 2\pi r^2 \left(2 + \operatorname{tg}^2 \frac{180^\circ}{n}\right); \quad V = \frac{2}{3} \pi r^3 \left(2 + \operatorname{tg}^2 \frac{180^\circ}{n}\right);$
- 2) $S = 2\pi R^2 \left(1 + \cos^2 \frac{180^\circ}{n}\right); \quad V = \frac{2}{3} \pi R^3 \cos \frac{180^\circ}{n} \left(1 + \cos^2 \frac{180^\circ}{n}\right);$
- 3) $S = \pi a^2 \left(\operatorname{ctg}^2 \frac{180^\circ}{n} + 0,5\right); \quad V = \frac{\pi a^3}{6} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} \left(\operatorname{ctg}^2 \frac{180^\circ}{n} + 0,5\right).$
21. 1) $S = 4\pi r^2 \cdot \cos^4 \frac{90^\circ}{n} \sec^2 \frac{180^\circ}{n}; \quad V = \frac{4}{3} \pi r^3 \cos^4 \frac{90^\circ}{n} \sec^2 \frac{180^\circ}{n};$
- 2) $S = 4\pi R^2 \cdot \cos^4 \frac{90^\circ}{n}; \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \cos^4 \frac{90^\circ}{n} \cos \frac{180^\circ}{n};$
- 3) $S = \frac{\pi a^2}{4} \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{90^\circ}{n}; \quad V = \frac{\pi a^3}{24} \cdot \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{90^\circ}{n}.$
22. $V = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \sin^4 \frac{\alpha}{2}; \quad S = 8\pi R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{4}.$
23. $\frac{4}{3} \pi r^3 \sin \beta \cdot \sin \frac{\alpha}{2}.$
24. $2Q \cdot \frac{360^\circ}{\alpha} \left(2 \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}\right) = 2Q \cdot \frac{360^\circ}{\alpha} \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} + \varphi\right) \cdot \operatorname{cosec} \varphi =$
 $= 4259,1 \left(\text{ընդ որում } \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{2}\right).$
25. $\cos a = \sqrt[4]{\frac{1}{2}}; \quad \alpha = 32^\circ 45' 53''.$
26. $\pi a^2 \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}; \quad \frac{\pi a^3}{6}.$

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ա.Ռ.ԱՋԻՆ ՄԱՍ

ՅԵՌԱՆԿՑՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

	Եջ
§ 1. Աղեղների և անկյունների չափումը	5
§ 2. Յեռանկյունաչափական ֆունկցիաների փոփոխությունները	6
§ 3. Միենույն անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաների առնչությունները	9
§ 4. Լրացուցիչ և հավելիչ անկյունների ֆունկցիաները	12
§ 5. Յեռանկյունաչափական ֆունկցիաների բնական մեծությունների աղյուսակներ	13
§ 6. Ուղղանկյուն յեռանկյունների լուծումը	14
§ 7. Շեղանկյուն յեռանկյունների լուծումը	23
§ 8. Վերածման բանաձևեր	27
§ 9. Գումարման թեորեմը	28
§ 10. Արգումենտի բազմապատկումն ու բաժանումը	31
§ 11. Յեռանկյունաչափական ֆունկցիաների հանրահաշվական դոմարի ձևափոխումն աբսոլյուտի: Ոժանդակ անկյուն	34
§ 12. Լուգարիթմական աղյուսակների կիրառումը յեռանկյունաչափական արտահայտություններ հաշվելիս և անկյուններ գտնելիս	37
§ 13. Շեղանկյան յեռանկյունների լուծումը լուգարիթմների ոգտադործումով	40
§ 14. Յեռանկյունաչափական հավասարումներ	43
§ 15. Հակադարձ շրջանային ֆունկցիաներ	46

ՅԵՐԿՐՈՐԴ ՄԱՍ

ՅԵՌԱՆԿՑՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆ ՊԱՀԱՆՁՈՂ
ՅԵՐԿՐԱԶԱՓԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ

§ 15a. Հարթաչափություն	48
§ 16. Ուղիղներ և հարթություններ	50
§ 17. Յերկնիստ և բազմանիստ անկյուններ	53
§ 18. Պատկերների պրոյեկցիաների (հարթություն վրա) մակերևույթները	56
§ 19. Զուգահեռանիստներ, պրիզմաներ բուրգեր և նրանց մակերևույթները	58
§ 20. Գլան, կոն հատած կոն և զրանց մակերևույթները	63
§ 21. Ծավալների հաշվումը	66
§ 22. Գունդ և նրա մասերը	72
§ 23. Պտտման մարմիններ	76
ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ	80

4074

Տեխ. խմբագիր՝ Ի. Վարդանյան
Սրբագրիչներ՝ Հ. Մանուկյան և Հ. Դոնուկանյան

Դրագլխի լիազոր պ—4108

Պատկեր 463

Հրատարակչ. 4034

Տիրած 7000

Թղթի չափսը 62×94 տպ. մասնուլ 7¼ մեկ մամ. 38400 նիշ. հեղինակ. 7 մամ.

Հանձնված և արտադրության 19 մարտի 1937 թ.

Ստորագրված և տպելու 7 հունիսի 1937 թ.

Պետհրատի տպարան, Յելիան, Լենինի փ. 65.

Հ Ազգային գրադարան



NL0257519

Հ Ազգային գրադարան



NL0257519

ԳԻՆԸ 1 Ռ. 90 Կ.

Н. Рибкин
Сборник задач по
Т р и г о н о м е т р и и
Для 9—10 классов средней школы
Гиз Арм. ССР. Ереван, 1937 г.