

2475

Ի. ՊՈՊՈՎ

ԹՎԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

ԴԱՍԱԳԻՐԲ ՄԻՋՆԱԿԱՐԴ ԴՊՐՈՅԻ
V—VI ԴԱՍԱՐԱՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

511(075)
7-84

ՊԵՏԼԿԱՆ ՀՐԾՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ
ՅԵՐԵՎԱՆ 1936

511(075)
Պ-84

այ

Ի. ՊՈՊՈՎ

12 SEP 2006

20 MAY 2010

ԹՎԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

ԴԱՍԱԳԻՐԻ ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ԴՊՐՈՑԻ
V—VI ԴԱՍԱՐԱՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Բնագրի չորրորդ հրատարակությունից
քաղվ. ԱՐՇ. ՇԱՎԱՐՇԹԱՆ

Բնագիրը հաստատել է ՌՍՖՖՀ-ի ԼժԿ-ը



ՊԵՏԱԿԱՆ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
ՅԵՐԵՎԱՆ 1936

23 JUL 2013

Տեխ. խմբագիր Գ. ԶԼԵՅԱՆ

Սրբագրիչներ՝ Հ. ՄԱՆՈՒԿՅԱՆ ԵՎ Հ. ԴՈՒՆԻՍՅԱՆ

2475

1440
46

Հրատարակ. 3609

Իլադ. լիազոր. Վ. 1973

Պատվեր 179

Տիրած 45000

Հանձնված է արտադրության 17 հունվարի 1936 թ.

Մատուցված է արտադրության 25 մայիսի 1936 թ.

Վերահրատարակ. Սերբան, II Գնունի, 4.

I. ԹՎԵՐԻ ԳՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՅԵՎ ԸՆԹԵՐՅՈՒՄԸ

§ 1. Ներածություն

Թվարանությունը թվերի, նրա հատկու-
թյունների և գործողությունների գիտու-
թյունն է:

Թվարանությունը սկիզբ առավ այն ժամանակ, յերբ մար-
դիկ հաշվել սովորեցին, յերբ նրանք սկսեցին հասկանալ, թե ի՞նչ
է միավորն իբրև հաշվի անջատ առարկա: Ուսումնասիրելով
հնում ապրած մարդկանցից մնացած զանազան հուշարձանները
և դրանց մակադրությունները, կարող ենք ասել, թե մարդիկ
առաջներում ինչպես են հաշվել, սակայն չենք կարող մատնա-
նըշել, թե մեկ հայտնի ժողովուրդներից վորն է թվարանության
սկիզբը դրել:

§ 2. Թվերի բնա- կան շարք

«Մեկ» կամ «միավոր» բառը գործածվում է
մե՞կ վորևէ առարկա նշելու համար: Յերբ
ուզում ենք առարկաների համախումբը
թվով արտահայտել, ապա պետք է այդ
առարկաները համարել:

Առարկաները համարելու համար պետք է նախ մեկ առար-
կա վերցնել, հետո դրան միացնել ևս մեկը, այնուհետև դար-
ձյալ մեկը և այսպես շարունակաբար. հետզհետե կստացվեն
1) մեկ առարկա, 2) մեկ և մեկ առարկա, 3) մեկ, մեկ և մեկ
առարկա և այլն: Փոխանակ մեկ յեվ մեկ արտահայտության՝
գործածվում է յերկու բառը, փոխանակ ասելու մեկ, մեկ և մեկ,
գործածվում է յերեք բառը և այլն: Ստացվում է թվերի բնական
շարքը՝ մեկ, յերկու, յերեք, չորս...: Այդ շարքում ամենավոր
թիվը միավորն է: Հարկ յեղած դեպքում այդ շարքը կարելի յե
շարունակել վորքան կամենաք, դա չունի վերջ, չունի ամենա-

մեծ թիվ, քանի վոր վերջին թիվը, ինչպիսին ել լինի, միշտ կարելի յե մեծացնել մի միավոր ավելացնելով և նոր թիվ ստանալ:

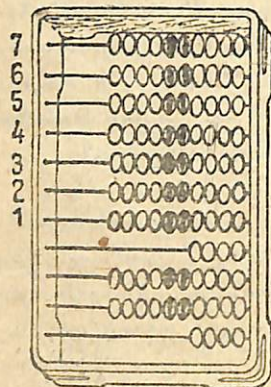
Համրանքը մեզ պետք ե այն ժամանակ, յերբ կա առարկաների համախումբ, առարկաների հավաք: Թիվն ստացվում ե համրանքի հետեանքով: Ամբողջ թիվն արտահայտում ե մի քանի միավորների համախումբ կամ մեկ միավոր:

Համրանքը մարդուն հնարավորութուն տվեց տարրերել հավասար, ավելի, պակաս հասկացողութունները և բերեց քվերի բնական շարքն ստեղծելու մտքին:

Թվերի բնական շարքը հետևյալն ե՝

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...

Առաջին տասը թվերն անվանել են՝ մեկ, յերկու, յերեք... և այլ: Այդ տասը և մի քանի ուրիշ անուններով կազմվում են բոլոր թվերի անունները:



Նկ. 1.

§ 3. Ռամբոնի հաշիվի ստանդարտական սխեմա

Սկզբներում յուրաքանչյուր անջատ առարկա արտահայտվում եր կետով կամ գծով: Սակայն այդ հարմար չեր այն դեպքերում, յերբ համրանքի չնթակա առարկաների թիվը մեծ եր:

Մեծ թվերի համար հնարված են հատուկ նշաններ: Ժամանակի ընթացքում թվանշանների ձևը փոխվեց: Այն նշանները, վորոնք այժմ ոգտագործում ենք մենք, կոչվում են արաբական, քանի վոր յենթագրում են, վոր յեվրոպացիք արաբներից են փոխառել այդ թվանշանները:

Հետզհետե մարդիկ սովորեցին մի քանի նշաններով գրել բոլոր թվերը: Համրիչի վրա գցենք բնական շարքի թվերը: Սկսենք այն լարից, վորը 1-ին նկարում նշված ե իրրե առաջինը (1): Այդ լարի հատերը համարելով, մեկ-մեկ տանենք դեպի ձախ—մեկ, յերկու, յերեք, չորս,

հինգ, վեց, յոթ, ութ, ինն, տաս:

Ստացանք առաջին կարգի տասը միավորներ, կամ ինչպես նաև անվանում են, տասը հաաարակ միավորներ, վորոնք կազմում են մեկ տասնյակ կամ յերկուրդ կարգի մեկ միավոր: Համրիչի առաջին լարի տաս հատերը յետ տանելով դեպի աջ, փոխարինում ենք յերկուրդ լարի մեկ հատով, վորը հանդիսանում ե յերկուրդ կարգի միավոր: Այա առաջին լարի հատերը նորից մեկ-մեկ տանելով դեպի ձախ, ստանում ենք տասնմեկ, տասնյերկու, տասնյերեք... մինչև քսան: Տասնավորը փոխարինելով յերկուրդ լարի մեկ հատով ևս, կստանանք երկուրդ կարգի յերկու միավոր:

Այսպես շարունակելով համրանքը, կստանանք հարյուր, վորը համապատասխանում ե յերկուրդ լարի տասը հատերին: Մենք ստացանք մեկ հարյուրավոր—յերորդ կարգի մեկ միավոր: Յերկուրդ լարի տասը հատերը համրիչի վրա կը փոխարինվեն յերրորդ լարի մեկ հատով: Այսպես շարունակելով համրանքը՝ կստանանք տասը հարյուրավոր կամ հազարավոր:

Մենք հաշվեցինք այսպես կոչվող առաջին դասի բոլոր միավորները:

Տեսնում ենք, վոր առաջին կարգի տասը միավորները կազմում են յերկուրդ կարգի մեկ միավոր, յերկուրդ կարգի տասը միավորները՝ յերրորդ կարգի մեկ միավոր, յերրորդ կարգի տաս միավորները՝ չորրորդ կարգի մեկ միավոր: Ուրեմն, հաջորդող կարգի յուրաքանչյուր միավոր պարունակում ե նախորդող ստորին կարգի տաս միավորներ: Ուստի և մեր հաշվային սխեմը կոչվում ե աստիճանական սխեմ:

Առաջին յերեք կարգերը կազմում են առաջին դասը—միավորների դասը: Այդ կարգերն են՝ միավորները, տասնավորները և հարյուրավորները: Յերկուրդ դասը—հազարավորների դասն ե, վորի կարգերն են՝ հազարավորները, տասհազարավորները և հարյուրհազարավորները: Յերորդ դասը—միլիոնավորների դասն ե, վորը նույնպես յերեք կարգ ունի, վորոնք են՝ միլիոնավորները, տասմիլիոնավորները և հարյուրմիլիոնավորները: Միլիոնավորներին հաջորդում ե չորրորդ-միլիարդավորների (կամ բիլիոնների) դասը, իսկ վերջինիս՝ հինգերորդ-սիլիոնավորների դասը:

Այսպիսով, հաշվի տասնորդական սխեմանում:

1) Ֆուրաբանչուր կարգի տառը միավոր կազմում է հա-
ջորդ ավելի բարձր կարգի մեկ միավոր:

2) Կարգերը միանալով կազմում են դասեր. յուրաքան-
չյուր դաս կազմված է յեռեքական կարգից:

Թվերի համբանքի կարգը համապատասխանում է հետևյալ աղյուսակին.

5-րդ դաս	4-րդ դաս	3-րդ դաս միլիոնավորներ	2-րդ դաս հազարավորներ	1-ին դաս միավորներ
Տրիլիոնավորներ	Միլիարդավորներ (բիլիոններ)	9-րդ կարգ՝ հարյուրմիլիոնավորներ	8-րդ կարգ՝ տասնամիլիոնավորներ	7-րդ կարգ՝ միլիարդավորներ
6-րդ կարգ՝ հազարավորներ	5-րդ կարգ՝ տասնհազարավորներ	4-րդ կարգ՝ միլիարդավորներ	3-րդ կարգ՝ հազարավորներ	2-րդ կարգ՝ տասնավորներ
1-ին կարգ՝ միավորներ				

§ 2. Թվաբևեռություն

Բոլոր թվերը գրվում են մի քանի նշան-
ներով միասին. դրանք կոչվում են քվանդ-
անգներ: Գոյություն ունեն տասն թվանշան-
ներ. սրանցից 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 կոչվում են իմաստա-
վոր թվանշաններ, իսկ տասներորդը՝ 0—զերո:

Թիվը քվանդանգներով արտահայտելու համար յուրաքանչյուր
կարգի քիվ գրվում է մեկը մյուսից հետո, սկսելով ամենա-
բարձր կարգից, այնպես, վոր բարձր կարգի միավորները սո-
րին կարգի միավորներից զեպի ձախ գրվեն: Ֆեքե վորեվ
կարգում կամ դասում միավորներ չկան, այդ կարգի տեղը զը-
վում է զերո, իսկ դասի տեղը՝ յեռեք զերո:

1. Գրված է 3085. Այդ թիվը կազմված է միավորներից (5)
տասնավորներից (8) և հազարավորներից (3): Հարյուրավոր չկա
այդ թվում, ուստի հարյուրավորները կարգում գրված է զերո:

Յեթե զերոն չգրվեր, կառացվեր 385, այսինքն յեռեքնալուր ուր-
սուն ճից:

2. Գրված է 4000236. այս թվում հազարավորների դասի
բոլոր յերեք կարգերն են չկան, ուրիշ խոսքով հազարավորների
դաս չկա:

Մեծ թվերի ընթերցումը հեշտացնելու համար գրելիս դա-
սերի միջև մի վորք տարածություն է թողնվում:

15 900 կմ թվում հազարավորների դասն անջատված է միա-
վորների դասից:

3. Վորեն թվում թվանշանների տեղափոխումից փոխվում
է թվի մեծությունը. որինակ, 15 900, 15 090, 19 500, 51 009—
սրանք տարբեր թվեր են: Առաջինում 9-ը նշանակում է 9 հա-
րյուրավոր, յերկրորդում՝ 9 տասնավոր, յերրորդում՝ 9 հազա-
րավոր, իսկ չորրորդում 9 միավոր:

Թվերի գրությունը հիմնված է յերկու կանոնի վրա:

1) Վորեվ քվանդանգով արտահայտված միավորների նեա-
նակությունը կախված է այն հանգամանքից, քե այդ քվանդ-
անք վոր կարգում է գտնվում:

Այն թվանշանը, վոր աջ կողմից հաշված առաջին տեղում
է, արտահայտում է առաջին դասի միավորները, աջից յերկրորդ
տեղում՝ առաջին դասի տասնավորներ, յերրորդ տեղում՝ առա-
ջի դասի հարյուրավորներ: Այնուհետև աջից զեպի ձախ տեղ
են ընտում յերկրորդ դասի միավորները, տասնավորները և հա-
րյուրավորները: Նույնը պետք է ասել նաև յերրորդ, չորրորդ և
հինգերորդ դասերի նկատմամբ:

2) Ֆեքե դասի մեք վորեվ կարգի միավորներ չկան, ապա
այդ կարգի տեղը զերո յեն գրում:

Այն թիվը, վոր գրվում է մեկ թվանշանով, կոչվում է
միանի: Այն թիվը, վոր գրվում է յերկու թվանշանով՝ կոչվում
է յեկանի և այլն: Յերկանի, յիտանի, քառանի թվերը և
այլն՝ կոչվում են բազմանի:

- Որինակ, 9-ը ամենամեծ միանի թիվն է:
302-ը—յիտանի թիվ է:
5400-ը—քառանի թիվ է:
100-ը—ամենափոքր յիտանի թիվն է:
999-ը—ամենամեծ յեռանի թիվն է:

Կրկնած թվերը կարգավոր համար գրավում են այսպես—
կարգում են ամեն մի դասի չերեք կարգի միավորներն առան-
ձին-առանձին, վերջում հիշելով այդ դասի անունը, որինակ, 917
հազար, 459 միլիոն:

Առաջին դասի բոլոր չերեք կարգերի միավորները կարգա-
լիս, վերջում չի հիշվում այդ դասի անունը, այլ միայն հաս-
կացվում է, նրա փոխարեն դնում են համարանքի յենթակա ա-
ռարկաների անունը: Որինակ, կարգում են 345 ռոգեկառն, բայց
վոչ թե 345 միավոր ռոգեկառն: 40 239 մ-ը կարգում են այսպես՝
հազարուն հազար յերկուհարյուր յեեսուն ինը մեք:

**§ 5. Հոմեական
քվանտներ**

Մինչև հազար գրելու համար հոմեակցիք
գործ էլին ամուս հետևյալ հիմնական թվա-
նշանները.

I—1, X—10, C—100, M—1000

Բացի դրանցից կային նաև հետևյալ միջանկյալ թվանշան-
ները.

V—5, L—50, D—500

Յեթե մի հիմնական թվանշան յերկու կամ յերեք անգամ
զրվում էր կողք-կողքի, այդ նշանակում էր, վոր թիվը հավա-
սար է այդ միավորների գումարին, որինակ.

II—2, XXX—30, MM—2000

Յեք ստորին կարգի միավորը գրվում էր բարձր կարգի
միավորի աջ կողմը, այդ նշանակում էր մի թիվ, վոր հավա-
սար է նշված բոլոր թվերի գումարին, որինակ.

VI—6, XXI—21, MD—1500

Յեթե ստորին կարգի միավորը գրվում էր իրենից մի կարգ
բարձր թվից առաջ, ապա այդ նշանակում էր, մի թիվ, վորը
հավասար է նշված թվերի տարբերության, որինակ.

IV—4, IX—9, XC—90, CD—400, CM—900

Շատ բարդ բան է յեռանիշ և քառանիշ թվերն արտահայ-
տել այս ձևի գրությամբ: Այդ է պատճառը, վոր ներկայումս
հոմեական թվանշաններից շատ քիչ են ոգտվում: Միայն այն

դեպքերում են ոգտվում, յերբ ուզում են նշել վորեք հեղինակի
զրվածքների հատորները, զրքերի գլուխները, հուշարձանների
վրա կառույցման տարին և այլն:

II. ՉԱՓԵՐ. ՉԱՓԵՐԻ ՄԵՏՐԱԿԱՆ ՄԻԱՏԵՄԸ

**§ 1. Մեծություն-
ներ յեվ մեծ-
չափումը**

Մաթեմատիկական հաշվումների ժամանակ
մենք գործ ունենք մեծությունների հետ:

Սա հ մ ա գ ու մ. Մաթեմատիկայի մեջ
մեծություն է կոչվում այն բոլորը, վոր

կարելի յե բաղդասել ու չափել:

Յերկարությունը, քաշը, ծավալը, ժամանակը մեծություն-
ներ են:

Մեծությունները չափելու համար պետք է ունենալ չափի
միավոր:

Որինակ, մետրը, սանտիմետրը—յերկարություն չափելու
միավորներ են, կիլոգրամը, գրամը—ծանրության, իսկ ժամը,
վայրկյանը—ժամանակի միավորներ:

Սա հ մ ա գ ու մ. I. Չափի միավոր կոչվում է այն մեծու-
թյունը, վորով չափվում կամ վորի հետ բաղդասվում են բոլոր
համասեռ մեծությունները:

II. Չափել մեծությունը նշանակում է այդ մեծությունը
բաղդասել նրան համասեռ մի այնպիսի մեծության հետ, վորը
միավոր ենք ընդունում, այսինքն իմանալ, քե նրա բանի միա-
վորներից կամ մասերից է կազմված թված մեծությունը:

Չափման հիմնական միավորներ համարվում են՝ սանտի-
մետրը—յերկարության, գրամը—ծանրության և վայրկյանը—
ժամանակի համար:

Չափումից առաջանում է թիվ, որինակ, այն առարկայի
քաշը, վոր հավասարակշռվում է յերեք կիլոգրամով, նշանակում
ենք 3 թվով:

**§ 2. Չափերի մե-
սական սխեմը**

Այն բոլոր միավորների համախումբը, վոր-
ոնք գործադրվում են ամեն տեսակ մե-
ծություններ չափելու, կոչվում են չափերի
սխեմ:

Քանի զարգանում ե տեխնիկան, այնքան մեծանում ե ճշգրիտ չափումների և հաստատուն միավորներ ունենալու կարելիքը:

Ամեն ժամանակ ել հարց ե հարուցվել, թե հնարավոր չե՞ արդյոք շրջապատող բնությունից չափման հաստատուն միավորներ ստանալ: Այսպես են ստացվել ժամանակի միավորները — տարին, որը: Այդ միավորները համապատասխանում են յերկրի մշտապես կրկնվող տարեկան և որական շարժումներին: Յերկարության համար գիտության մեջ ընդունված միավորը — մետրը — կապված ե յերկրի մեծության հետ:

Ֆրանսիայում, Մեծ հեղափոխության ժամանակ, 1795 թ., իբրև յերկարության միավոր ընդունվեց Փարիզի միջորեականի քառորդի մեկ տասմիլիոներորդական մասը:

Պատրաստվեց այդ միավորի նմուշը — մետրը, վորը ներկայումս ել պահվում ե Փարիզում՝ Չափերի ու կշիռների Միջազգային բյուրոյում:

Ճշգրիտ ստուգում կատարելիս պարզվեց, վոր մետրի յերկարությունը քիչ կարճ ե իրականից: Չնայած դրան, միջազգային համաձայնությամբ մետրի նմուշն ընդունված ե իբրև յերկարության միավոր: Մետրի յերկու նմուշ ել մեզնում կա — Գիտությունների ակադեմիայում և Լենինգրադի Չափ ու կշիռների գլխավոր պալատում:

1918 թ. սեպտեմբերի 14-ին Ժողկոմխորհի վորոշումով ԽՍՀՄ-ի մեջ պարտադիր հայտարարվեց մետրական չափերի գործածությունը:

Չափերի մետրական սխտեմը համաձայնեցված ե թվերի տասնորդական սխտեմի հետ: Այսպես, որինակ, մետրը հավասար ե 10 դեցիմետրի, 100 սանտիմետրի, 1000 միլլիմետրի: Չափի միավորը 10, 100, 1000 և այլ մասերի բաժանելը հաշվումներ կատարելիս շատ հարմար ե:

Միջվարչային մետրական հանձնաժողովի վորոշումով ընդունված են մետրական չափերի զանազան միավորների հետևյալ կըրճատ նշանակումները.

§ 3. Միավորների նշանակումը

ՉԱՓԵՐԻ ԱՂՅՈՒՍԱԿԸ

I. Յերկարության չափեր

1 կիլոմետրը (կմ) = 1000 մետրի (մ)
1 մետրը (մ) = 10 դմ = 100 սմ = 1000 մմ
1 դմ = 10 սմ = 100 մմ
1 սմ = 10 մմ

II. Մակերեկույթի չափեր

1 քառ. կմ = 1 000 000 քառ. մ = 100 հեկտարի (հա)
1 հա = 100 արի (ա) = 10 000 քառ. մ
1 ա = 100 քառ. մ
1 քառ. մ = 100 քառ. դմ = 10 000 քառ. սմ
1 քառ. դմ = 100 քառ. սմ
1 քառ. սմ = 100 քառ. մմ

III. Ծավալի չափեր

1 խոր. մ = 1000 խոր. դմ = 1 000 000 խոր. սմ
1 խոր. դմ = 1000 խոր. սմ = 1 000 000 խոր. մմ
1 խոր. սմ = 1000 խոր. մմ

IV. Ծանրության չափեր

1 մետրական տոննը (տ) = 10 ցենտների (ց)
1 ց = 100 կգ
1 կգ = 1000 գրամի (գ)

V. Հեղուկների և գազերի չափեր

1 լիտրը (լ) 1 խոր. դմ-ի ծավալն ե
1 հեկտոլիտրը (հլ) = 100 լ

VI. Ծավալի և ծանրության չափերի միջևի կապը

1 խոր. մետր ջրի (4°C) քաշը = 1 տ
1 խոր. դեցիմետր » » » = 1 կգ
1 խոր. սանտիմետր ջրի » » » = 1 գ

III. ԱՄԲՈՂԶ ԹՎԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄԸ ՅԵՎ ՀԱՆՈՒՄԸ

§ 1. Գումարում

Համարելով կարելի չե թվերի գումարում կատարել:

1. Մի աղա գնեց 8 տետր, իսկ նրա քույրը՝ 7 տետր: Նրանք յերկուսով քանի տետր գնեցին:

Այս խնդիրը լուծելու համար պետք է համարել բոլոր տետրերը. կատարվի 15:

Լուծման գրառումը. $8+7=15$ տետրի:

Այս որինակում տված յերկու թվերից պետք էր կազմել մի նոր թիվ, վոր ցույց տար, թե տված թվերում ընդամենը քանի միավոր կա: Այսպիսի գործողությունը կոչվում է գումարում:

2. Կարելի չե գումարել նաև մի քանի թվեր, որինակ.

$$28+38+17+40=123$$

Այստեղ 123-ը կոչվում է 28, 38, 17 և 40 թվերի գումար:

Ս ա հ մ ա ճ ու մ. Այն բվերը, վոր գումարում են, կոչվում են գումարելիներ: Այն բիվը, վոր ստացվում է գումարումից, կոչվում է գումար:

1-ին խնդրում տված 8 և 7 գումարելիներով կազմվել է գրանց գումարը (15):

Յերկու գումարելիների դեպքի համար ($8+7=15$) մենք ունեյինք՝

Յուսջին գումարելիին + յերկուրդ գումարելիին = գումարին:

Այս բանը կարելի չե ավելի կրճատ արտահայտել տառերով. $a+b=c$, վորտեղ առաջին գումարելին արտահայտված է a տառով, յերկուրդ գումարելին՝ b տառով, իսկ գումարը՝ c տառով:

Գումար կարելի չե անվանել ինչպես c -ն, այնպես և $a+b$ -ն:

§ 2. Գումարման միջոցով լուծվող խնդիրներ

1. Մի կոլտնտեսություն յեկամուտն ստացվում էր հետևյալ աղբյուրներից.

Պետությունը հացահատիկ վաճառելուց՝ 65703 ռ.

Բանջարանոցի արտադրանքը՝ 99682 ռ.

Անասնապահական մթերքները վաճառքից՝ 3319 ռ.

Տնտեսություն ալլ ճյուղերից՝ 42416 ռ.

Կոլտնտեսություն ընդհանուր յեկամուտը 211120 ռ.

Տվյալ խնդրում առանձին թվերը հանդիսանում են գումարելիներ, իսկ ընդհանուր արդյունքը — այդ գումարելիների գումարը: Լուծելով այս խնդիրը մենք գտնում ենք մի բանի գումարելիների գումարը, այսինքն այն բիվը, վորը պարունակում է այնքան միավոր, վորքան բոլոր գումարելիները միասին առած:

2. Գյուղացին մանելով կոլտնտեսություն, առաջին տարին աշխուրի համար ստացավ 23 ց հացահատիկ: Հաջորդ տարին 15 ց հացահատիկ ավելի ստացավ նա: Քանի ց հացահատիկ ստացավ նա յերկուրդ տարին:

$$\text{Լուծում՝ } 23+15=38 \text{ ց}$$

Այս խնդիրը նույնպես գումարման գործողությամբ է լուծվում: Այստեղ հարկավոր է բիվը մեծացնել վորոք բանալի միավորներով (15):

Այստեղ էլ գումարման համար տված թվերը (23-ը և 15-ը) կոչվում են գումարելիներ, իսկ 38-ը՝ գումարման արդյունքը — գումար:

Գումարման գործողությամբ լուծվում են այն խնդիրները, վորտեղ հարկավոր է.

1) Գտնել այն բիվը, վոր հավասար է տված բոլոր բվերին — միասին առած:

2) Տված բիվը մեծացնել մի բանի միավորով:

Դիտարկյուն — Յերկու խնդիրներն էլ միշտ հնարավոր են, այդ պատճառով կարող ենք ասել, վոր գումարումը բոլոր դեպքերում էլ կարելի չե կատարել:

§ 3. Գումարման օրենքներ

1. Մեր տնից մինչև նրբանցքի մի ծայրը 36 մ է, իսկ մինչև մյուս ծայրը՝ 52 մ: Պանել նրբանցքի յերկարությունը:

Լուծում — Ընդհանուր յերկարությունը կլինի՝

$$36+52=88 \text{ մ:}$$

Նույն յերկարությունը կստացվի, յեթի թվերը դասավորենք ուրիշ կարգով՝

$$52+36=88 \text{ մ:}$$

Տեսնում ենք, վոր գումարը կախում չունի գումարելիների տեղափոխումից:

Գումարման անդամներն ունեն: Գումարելի-
ների անհամապատասխանությունը և փոխվում:

Նշանակելով գումարելիները a և b տառերով, այդ որոնքը
տառերով կարելի չե արտահայտել այսպես.

$$a+b=b+a$$

Այդ որոնքը ճիշտ է նաև յերեք և ավելի գումարելիների
գումարի նկատմամբ:

2. Գտնել հետևյալ թվերի գումարը.

$$43+65+28=28+65+43=65+43+28=136$$

Այս որոնակում յերեք գումարելիների տեղափոխումները
չեն փոխում գումարի մեծությունը:

Վերևի որոնակը տառերով գրվում է այսպես.

$$a+b+c=b+a+c=c+a+b=a+c+b$$

3. Գումարման վերաբերյալ խնդիրներ լուծելիս, բացի տե-
ղափոխման որոնքից, հաճախ ոգտագործում են նաև զուգորդա-
կան որոնքը:

Զուգորդական ունեն: Մի բանի գումարելիների գու-
մարը սահմանափակում է ևս այդ գումարելիների վերա-
ծել խմբերի, զանգ ամեն մի խմբի գումարելիների գումարը
յնով ապա գումարել այդ բոլոր գումարները:

Այդ յեղանակով շատ գումարելիներ յեղած դեպքում հեշ-
տանում է դրանց գումարը գտնելը:

$$4. \text{ Գումարել } 15+35+22+8+46+9$$

Լուծում—Այդ գումարելիները վերածենք այնպիսի խմ-
բերի, վորոնց գումարները գումարման համար հարմար թվեր են
տալիս:

$$15+35+22+8+46+9=(15+35)+(22+8)+(46+9)=50+30+55=135$$

Դիտողություն—Փակաձեռքը ցույց են տալիս, վոր գումարումը
նախ պետք է կատարել փակաձեռքի ներսում: Արդյունքները գումարում են
հետո: Հաշվումները ժամանակ հաճախ կլրատվում է թե տեղափոխման և թե
զուգորդական որոնքը:

5. Գտնել $43+78+68$ գումարը: Կատարվի 190: Բայց կա-
րելի չե հեշտացնել հաշվումը: Քանի վոր ($60+7+1$) գումարը

փոխարինում է 68 -ին, ապա ակներև է, վոր ճշմարիտ է և հա-
կադարձը. այսինքն 68 -ը կարելի չե փոխարինել $60+7+1$ գու-
մարով:

68 -ը վերածենք այս յերեք գումարելիներին և տեղադրենք
տված արտահայտության մեջ.

$$43+79+68=43+79+60+1+7$$

Այժմ խմբավորենք այդ գումարելիները.

$$43+79+60+1+7=(43+7)+(79+1)+60=50+80+60=190$$

Գումարման ժամանակ ամեն մի գումարելի կարելի չե
փոխարինել մի բանի այնպիսի գումարելիներով, վորոնց գու-
մարը հավասար է տված գումարելիին:

§ 2. Խնդիրներ
և գումարն ավե-
լացնել

Գումարման որոնքները թույլ են տալիս
յերեք գումարելիների գումարն ավելաց-
նել՝ առանց հաշվի դիմելու:

1. Մի կոլոնտեսություն հացահատիկն
ելեվատորին հանձնեց մի քանի նվազում: Ավելում հանձնեց
 845 ց. հետո 30 ց. իսկ վերջին անգամ՝ 75 ց: Ընդամենն ինչքան
հացահատիկ հանձնեց կոլոնտեսությունը:

Լուծում—Այս խնդիրը կարելի չե լուծել յերեք յեղա-
նակով:

1) Գումարել բոլոր թվերը.

$$845+30+75=950 \text{ ց}$$

Գումարումը գտնելու համար այստեղ առաջին գումարելիին
հետզհետե գումարում ենք մյուսներն առանձին-առանձին:

2) Կարելի չե նախ հաշվել յերկրորդ և յերրորդ անգամ
հանձնված հացահատիկի քաշը, ապա այդ ավելացնել սկզբում
տվածի քաշին, այսպես.

$$30+75=105 \text{ ց. } 845+105=950 \text{ ց}$$

Ստացվեց նույն գումարը: Այժմ փակաձեռքի միջոցով ար-
տահայտենք այդ գումարների հավասարությունը.

$$845+(30+75)=845+30+75=950$$

Թվին մի բանի ուրիշ թվերի գումար ավելացնելու հա-

մար' կարելի յե այդ բվին ավելացնել բոլոր գումարելիներն առանձին-առանձին:

Այս կանոնն արտահայտենք տառերով. $a + (b + c) = a + b + c$

Այս կանոնը պահում է յուր ճշտությունն անկախ գումարելիների քանակից:

2. Գտնել հետևյալ թվերի գումարը.

$$38 + (42 + 65 + 27 + 83)$$

Լուծում.

$$38 + (42 + 65 + 27 + 83) = 38 + 42 + 65 + 27 + 83 = 255$$

§ 5. Ամբողջ բվերի գումարումը

Իմանալով գումարի հատկությունները, կարող ենք բացատրել ամբողջ թվերի գումարման լեզանակները:

1. Միանիշ թվերի գումարումը կատարվում է համընթիվ միջոցով, ինչից այդ թվերի գումարը տասից պակաս է, որինակ.

$$3 + 5 = 8$$

2. Յեթե միանիշ թվերի գումարը 10-ից ավելի յե, գումարումը կատարվում է այսպես.

$$8 + 7 = 8 + (2 + 5) = 8 + 2 + 5 = (8 + 2) + 5 = 10 + 5 = 15$$

Այսպիսի յերկրորդ գումարելին փոխարինելիք յերկու գումարելիներով է նրանց գումարն ավելացրելնք, ուղղելով գումարը գործական որենքով:

Մի գումարելին պետք է լրացնի սուղին գումարելին մինչև 10:

3. Բազմանիշ թվերը գումարելիս ոգավում ենք թե տեղափոխման և թե գուգորդական որենքներով, որինակ.

$$4385 + 2297 = 4000 + 300 + 80 + 5 + 2000 + 200 + 90 + 7 = (4000 + 2000) + (300 + 200) + (80 + 90) + (5 + 7) = 6000 + 500 + 170 + 12 = 6000 + 500 + 100 + 70 + 10 + 2 = 6000 + (500 + 100) + (70 + 10) + 2 = 6000 + 600 + 80 + 2 = 6682$$

Այս որինակից յերևում է, թե ինչու գումարը գտնելու համար առանձին-առանձին գումարում ենք ամեն մի կարգի միավորները:

Վերևի գրությունը կարելի յե կրճատ գրել այսպես.

$$\begin{array}{r} 4385 \\ + 2297 \\ \hline 6682 \end{array}$$

Յեթե գումարելիս փոքե կարգի միավորների գումարը 10-ից անցնում է, ապա փրածում ենք այդ հաջորդ ավելի բարձր կարգի միավորների և ավելացնում հետևյալ ավելի բարձր կարգի միավորների գումարին:

Մի քանի բվեր գումարելու համար այդ բվերը գումարում ենք իրար սակ այնպես, վոր նույն կարգի բվացանքներ յինն միեկ-նույն սյունակում: Գրելուց հետո նախ գումարում ենք աջ սյունակի միավորները յեկ արգումքը նշանակում այդ սյունակի նեքեկում, յեք գումարը 10-ից պակաս է. իսկ յեք 10-ից ավելի յե կամ ուղիղ 10 է, ապա միայն գրվում է միավորների բվացանքը, իսկ ասանավորներն ավելացվում են ասանավորների սյունակի բվերի գումարին, այսեղ էլ նույն կերպ ենք վարվում, յեպես առաջին սյունակի բվացանքները գումարելիս: Նույն կերպ գործողությունը շարունակվում է մինչև վերջին սյունակը, վորի սակ գրվում է ամբողջ արգումքը, անկախ այն հանգամանքից՝ 10-ից ավելի յե, րե պակաս: Ս.ն բիվը, վոր ստանում յեկ գումարում ենք գումարումը կատարելուց հետո, հանդիսանում է նենց մեք վորոնած գումարը:

§ 6. Հանում

1. Մեքենա-տրակտորային կայանն ունի 36 տրակտոր: Դրանցից 17-ն ուղարկվեց վարի: Գտնել մնաց կայանում:

Լուծում. $36 - 17 = 19$

Այս գործողությունը կոչվում է հանում: Յեթե գումարենք 19 և 17, ապա կստանանք 36.

$$19 + 17 = 36$$

36-ը գումարն է, 19-ը և 17-ը՝ գումարելիներ: Իմանալով գումարը (36) և գումարելիներից մեկը (17), հանման միջոցով գտանք մյուս գումարելին (19):

Սահմանում — Հանումն այն գործողությունն է, վորով յեք հայտնի յե գումարը յեկ գումարելիներից մեկը, գտնում ենք յեկորդ՝ անհայտ գումարելին:

Հանում կատարելիս թվերը չենք անվանում գումար և գումարելիներ, այլ կոչում ուրիշ անուններով:

I. Այն թիվը, վորից հանում են, կոչվում է **Գվագելի**:

II. Այն թիվը, վորը հանում են, կոչվում է **հանելի**:

III. Այն թիվը, վոր ստացվում է հանումից, կոչվում է **սարբերություն** կամ **մնացորդ**:

Առաջին խնդրում գտանք, վոր $36 - 17 = 19$. 36-ը նվագելին է, 17-ը՝ հանելին, իսկ 19-ը՝ տարբերությունը:

Նվագելի—հանելի=սարբերություն:

Հանման տառային գրությունը հետևյալն է.

$$a - b = c$$

Այստեղ a տառն արտահայտում է նվագելին, b տառը՝ հանելին, իսկ c -ն՝ տարբերությունը:

Տարբերություն կոչվում է թափախ c -ն, այնպես և $a - b$ -ն:

Գումարումը և հանումը փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններ են:

$$340 + 250 = 590 \text{ և } 590 - 250 = 340$$

Գրենք այն թվերի անունները, վորոնցով գործողություններ են կատարվում.

§ 7. Գումարումը և հանումը փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններ են

	Գ ու մ ա Ր Ե Լ Ի Ս	Հ ա ն Ե Լ Ի Ս
590	գումար	նվագելի
250	մի գումարելի	հանելի
340	յերկրորդ գումարելի	տարբերություն

Հ ե ճ Ե Վ ա ճ Բ Ե Ր. I. Նվագելին հավասար է հանելիին, գումարած սարբերությունը:

2. Հանելին հավասար է Գվագելիին, հանած սարբերությունը:

1-ին և 2-րդ հետևանքները հնարավորություն են տալիս գտնել անհայտ նվագելին և հանելին:

1) $x - 5 = 9$

Նվագելին է x -ը, հանելին՝ 5, տարբերությունը՝ 9: Գումարում ենք, վոր

$$x = 9 + 5, x = 14.$$

2) $8 - x = 3$

Այստեղ x -ը հանելին է, 8-ը՝ նվագելին, 3-ը՝ տարբերությունը:

Գումարում ենք, վոր

$$x = 8 - 3, x = 5.$$

3) Մարդատար գնացքը բաղկացած է 14 վագոնից: Հանդուցային կայարանում այդ գնացքին կցեցին յերկու վագոն, բայց ուրիշ յերկուսն էլ անջատեցին: Փոխվեց արդյոք գնացքի վագոնների թիվը:

Լ ու ծ ու մ. $14 + 2 - 2 = 14$ վագոններ:

Վագոնների կցումը կամ անջատումը կարելի չէր կատարել ուրիշ կարգով ևս: Կարելի չէր նախ անջատել յերկու վագոն և հետո կցել ուրիշ յերկուսը: Այդ դեպքում խնդրի լուծումը կզբրվեր այսպես. $14 - 2 + 2 = 14$: Արդյունքը նույնն է:

Այս խնդրի լուծումը թույլ է տալիս մատնանշել գումարման և հանման հետևյալ հատկանիշները, վորպես հակադարձ գործողությունների:

Տեքե վորեվե թվի ավելացնենք մի ուրիշը յեվ հետո նույն այդ թիվը հանենք, կստացվի նախկին թիվը:

Այսպես, ուրեմն, փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններից մեկը չքացնում է մյուսի արդյունքները:

1. Կոլտնտեսությունը ծախսեց ընդամենը 46183 ու: Այդ դրամից 27953 ու ծախսվեց տնտեսական կարիքների համար, իսկ մնացածը վճարվեց բանկի պարտքը: Կոլտնտեսությունը քանի՞ ուրբլի վճարեց բանկին:

Լ ու ծ ու մ. $46183 - 27953 = 18230$ ու.

Այս խնդրում յերկու գումարելիների գումարը 46183 է, իսկ գումարելիներից մեկը՝ 27953: Հարկավոր է յերկու թվերի գումարի և այդ թվերից մեկի միջոցով գտնել մյուս թիվը:

Այս խնդիրը լուծվում է հանման գործողությամբ: Գումարում ենք դրամի մնացորդը, վորը կոլտնտեսությունը վճարեց բանկին:

2. Շոգեմուրճը դետալներ կտփելիս որական մոտ 40 խոտան է տալիս: Շոգեմուրճն աշխատեցնող բրիգադը վորոշեց խոտան դետալների թիվը 15-ով նվազեցնել: Գտնել թե բրիգադն որական ամենաշատը քանի՞ խոտան է թուլատրելի համարում: $1018015. 40-15=25$ դետալ:

Այս խնդրում պետք է 40-ը պակասեցնել 15-ով: Խնդիրը լուծվում է հանման գործողությամբ:

3. Քարտաշներից յուրաքանչյուրն որական 800-ական աղյուս եր շարում: Հարվածայինը շարվող աղյուսների թիվը հասցըրեց 1300-ի: Հարվածայինն որական քանի՞ աղյուսով ավելի յեր շարում:

Լուծում. $1300-800=500$ աղյուս:

Այստեղ համեմատում ենք յերկու թիվ. իմանում ենք, թե զբանցից մեկը քանի՞ միավորով ավելի չե մյուսից:

Այս խնդիրն էս լուծվում է հանման միջոցով:

Հանման գործողությունն է կիրառվում, յերբ հարկավոր է.

1) Յերկու գումարելիների գումարի յեվ այդ գումարելիներից մեկի միջոցով գտնել մյուսը:

2) Թիվը փոքացնել մի քանի միավորով (եանել մի քանի միավոր):

3) Իմանալ, քե մի թիվ քանի՞ միավորով մեծ կամ փոք է մյուսից (բազդասել յերկու թիվ):

Ծանոթություն I. Յերկուրդ խնդիրը միշտ հնարավոր չե լուծել հանման միջոցով, այն դեպքերում, յեթե կամենում ենք թիվը փոքացնել նվազելից ավելի մեծ թվով:

Ծանոթություն II. Յեթե նվազելին հավասար է հանելին, ապա տարբերությունը հավասար է զերոյի: $8-8=0$:

Հեռավանգ. Յերե յերկու թվերի տարբերությունը գերո յե, ապա այդ թվերը հավասար են:

§ 9. Գումարի փոփոխություն

1. Կոտլերատիվը բանվորների համար ամառանոցային շենքեր է կառուցում, վորոշեց յուրաքանչյուրի բնակելի մակերեսը պետք է լինի 56 քառ. մետր, իսկ ոժանդակ մակերեսը՝ 15 քառ. մետր: Նախագիծը հաստատելիս վորոշվեց բնակելի մակերեսն ընդարձակել 12 քառ. մետրով: Վորքան եր ամբողջ ոգտագործելի մա-

կերեսն առաջին նախագծի համաձայն է վորքան փոխվեց դա յերկրորդ նախագիծով:

Լուծում. Սկզբնական նախագիծով ոգտագործելի մակերեսը պետք է լիներ.

$$56+15=71 \text{ քառ. մետր:}$$

Գումարելիներից մեկը մեծացնելով 12 քառ. մետրով, այդքանով մեծացրած կլինենք է ամբողջ գումարը, կստանանք.

$$56+15+12=68+15=71+12=83 \text{ քառ. մ:}$$

I. Յերե գումարելիներից մեկը մեծացնենք վորոշ թվով, գումարն էլ նույնքանով կմեծանա:

2. Ավտոմոբիլի քաշը 4200 կգ է, իսկ նրա բեռը՝ 4800 կգ: Վորքան է ավտոմոբիլի քաշը յուր բեռով: Ի՞նչ փոփոխություն կառաջանա այդ քաշում, յեթե բեռը պակասի 200 կգ-ով:

Լուծում. Ավտոմոբիլի քաշը բեռով $4200+4800=9000$ կգ է: Յեթե բեռը պակասի 200 կգ-ով, ապա բեռան քաշը կլինի $4800-200=4600$ կգ, իսկ ավտոմոբիլի է բեռան քաշը՝ $4200+4600=8800$ կգ, այսինքն ավտոմոբիլի է նրա բեռան քաշը նույնպես կփոքրանա 200 կգ-ով:

Այսպիսով, յերբ պակասում է մի գումարելին, փոքրանում է նաև գումարը:

II. Յերե գումարելիներից մեկը վորոշ թվով փոքացնենք, գումարն էլ նույնքանով կփոքանա:

3. Ավտոմոբիլի քաշը 4200 կգ է: Նրա վրա կարելի չե 4800 կգ բեռ դնել: Ի՞նչ փոփոխություն կառաջանա այդ յերկուսի քաշում, յեթե ավտոմոբիլի քաշը 200 կգ պակաս լիներ, իսկ նրա բեռը՝ 200 կգ ավելի:

Լուծում. Ավտոմոբիլի նախկին քաշը բեռով միասին.

$$4200+4800=9000 \text{ կգ}$$

Նոր քաշը՝

$$4200-200+4800+200=4000+5000=9000 \text{ կգ}$$

Ավտոմոբիլի է նրա բեռան քաշը—միասին հաշված՝ չի փոխվի:

Այսպիսով, գումարը չփոխվեց, յերբ գումարելիներից մեկը փոքրացրինք, իսկ մյուսը մեծացրինք 200-ով:

III. Յեթե գումարելիներից մեկին ավելացնենք վորեվե րիվ, իսկ մյուսից հանենք նույնքան, գումարը կմնա անփոփոխ:

§ 10. Տարբերության փոփոխությունը

1. Կոտլերատիվն անհրաժեշտաբար պետք է ունենար 32 ց ալյուրի պաշար, բայց նրան բաց է թողնված միայն 24 ց: Վորքան էլ պետք է ստանա:

Լուծում. $32 - 24 = 8$ ց:

Այս որինակում 32-ը նվազելին է, 24-ը՝ հանելին, իսկ 8-ը՝ տարբերությունը:

Ի՞նչ փոփոխություն կկրի այդ քանակը, յեթե մի դեպքում կոտլերատիվին անհրաժեշտ լինի 6 ց ավելի, մյուս դեպքում՝ 6 ց պակաս պաշար: Յեթե նվազելին մեծանա 6 ց-ով, տարբերությունն էլ կմեծանա այդքանով: Հասկանալի է, վոր յեթե նվազելին փոքրանա 6 ց-ով, տարբերությունն էլ կփոքրանա այդքանով: Այստեղ ունենք նվազելին մեծացնելու և փոքրացնելու որինակներ:

I. Յեթե նվազելին մեծացնենք վորեվե քվով, տարբերությունն էլ կմեծանա այդքանով:

II. Յեթե նվազելին փոքրացնենք վորեվե քվով, տարբերությունն էլ կփոքրանա այդքանով:

2. Ի՞նչ փոփոխություն կկրի ալյուրի քանակը, յեթե կոտլերատիվին բաց թողնված ալյուրը 3 ց-ով ավելի լինի, 3 ց-ով պակաս լինի (նախորդ որինակը):

Առաջին դեպքում հանելին մեծանում է 3-ով: Կարելի է համոզվել, վոր տարբերությունն կփոքրանա 3-ով և կդառնա 5 ց, յերկրորդ դեպքում հանելին կփոքրանա 3-ով, իսկ տարբերությունը կմեծանա 3-ով և կդառնա 11 ց:

I. Յեթե հանելին մեծացնենք վորեվե քվով, տարբերությունը նույնքանով կփոքրանա:

II. Յեթե հանելին փոքրացնենք վորեվե քվով, տարբերությունը կմեծանա նույնքանով:

3. Գտնել $1200 - 800$ տարբերությունը: Ի՞նչ փոփոխություն կկրի տարբերությունը, յեթե նույն թվով միաժամանակ մեծացնենք թե հանելին և թե նվազելին: Տարբերությունը կմնա

անփոփոխ: Տարբերությունը չի փոխվի նաև այն դեպքում, յեթե հանելին ու նվազելին միաժամանակ փոքրացնենք նույն թվով:

$$1200 - 800 = 1300 - 900 = 1000 - 600 = 400$$

Այստեղ առաջին դեպքում յերկու թիվն էլ մեծացրել ենք 100-ով, իսկ յերկրորդ դեպքում՝ յերկու թիվն էլ փոքրացրել ենք 200-ով:

Յեթե նվազելին քվ հանելին մեծացնենք (կամ փոքրացնենք) միեվնույն քվով, տարբերությունը կմնա անփոփոխ:

§ 11. Գումարի հանումը: Տարբերության գումարումը քվ հանումը

1. Ստացված 250 ուրլուց փոխառություն տված է 25 ո. և զանազան գնումներին՝ 50 ո.: Վորքան դրամ է մնացել:

Լուծում. Այս խնդիրը կարելի է լուծել յերկու յեղանակով:

1) 250 ուրլուց հանել արած ծախսերի ընդհանուր գումարը.

$$250 - (20 + 50) = 250 - 75 = 175 \text{ ո.}$$

2) Հաջորդաբար հանել յերկու թվերը.

$$250 - 25 - 50 = 175 \text{ ո.}$$

Գրի առնելով այդ յերկու արդյունքների հավասարությունը, կստանանք գումարի հանման կանոնը.

$$250 - (25 + 50) = 250 - 25 - 50 = 175.$$

I. Վորեվե քվից ուրիշ քվերի գումարը հանելու համար կարելի է հանել ամեն մի գումարելին առանձին-առանձին:

Այս կանոնն արտահայտենք տառերով.

$$a - (b + c) = a - b - c$$

Այս վերջին կանոնը շատ է հեշտացնում հանումը, յիրը միևնույն թվից պետք է մի քանի թվեր հանել:

2. Հանել՝ $420 - 103 - 65 - 42 - 17$

Լուծում. Փոխանակ ամեն մի թիվն առանձին-առանձին հանելու, գումարենք և դրանց գումարը միանգամից հանենք տված թվից.

$$420 - (103 + 65 + 42 + 17) = 420 - 227 = 193$$

Նույն արդյունքը կստացվի, յեթե այդ թվերը հաջորդաբար հանենք՝ առանց նախապես գումարելու.

$$420 - 103 - 65 - 42 - 17 = 193$$

3. Շոֆերը ստացավ 250 ռ. աշխատավարձ և 80 ռ. պարգև: Նրանից 25 ռ. յետ պահեցին փոխառության համար:

Կանխիկ վորքան գրամ ստացավ նա:

Լուծում. Այս խնդիրը կարելի չի լուծել յերկու յեղա՝ նախով.

$$1) 250 + 80 - 25 = 305 \text{ ռ.}$$

$$2) 250 + (80 - 25) = 250 + 55 = 305 \text{ ռ.}$$

Վերջին դեպքում մենք միանգամից ավելացրինք ստացած պարգևի և յետ պահած գրամի տարբերությունը: Կստացվի նախկին արդյունքը:

II. Յերկու թվերի տարբերությունը մի թվի ավելացնելու համար կարելի չե այդ թվին ուղղակի ավելացնել ճվագելին յեզ ասպա հանել հանելին:

Այս կանոնն արտահայտենք տառերով.

$$a + (b - c) = a + b - c$$

Յեթե փոխենք խնդիրը, ապա կարող ենք ստանալ տարբերությունը հանելու կանոնը:

4. Հաշվի փակելիս տրակտորիստին վճարեցին 250 ռ. աշխատավարձ, 40 ռ. պարգև և դուրս յեկան նրան բաց թողած բնամթերքի արժեքը՝ 60 ռ.: Կանխիկ վորքան գրամ ստացավ նա:

$$\text{Լուծում I. յեղանակ՝ } 250 - 60 + 40 = 230 \text{ ռ.}$$

$$\text{II. յեղանակ՝ } 250 - (60 - 40) = 230 \text{ ռ.}$$

Յերկրորդ յեղանակով լուծելիս մենք միանգամից հանում ենք ստացած պարգևի և յետ պահած, գրամի տարբերությունը: Յերկու յեղանակի տված արդյունքը նույնն է.

$$250 - (60 - 40) = 250 - 60 + 40$$

III. Յերկու թվերի տարբերությունը վորեե թվից հանելու համար կարելի չե այդ թվից հանել նվազելին և ապա ավելացնել հանելին:

Այս կանոնը տառերով արտահայտվում է այսպես.

$$a - (b - c) = a - b + c$$

§ 12. Ամբողջ թվերի հանումը

1. Թվերի հանումը կատարվում է գումարի հանման կանոններով.

$$\begin{aligned} 8426 - 5312 &= 8426 - (5000 + 300 + 10 + 2) = \\ &= 8426 - (2 + 10 + 300 + 5000) = 8426 - 2 - \\ &- 10 - 300 - 5000 = 8424 - 10 - 300 - 5000 = 8414 - 300 - 5000 = \\ &= 8114 - 5000 = 3114: \end{aligned}$$

Կարճ ձևով այս գրում են սյունակներով և միանգամից հանումը կատարում կարգ-կարգ.

$$\begin{array}{r} 8426 \\ - 5312 \\ \hline 3114 \end{array}$$

Դժվարությունն յերևան է զալիս միայն այն ժամանակ, յերբ նվազելիի վորեե կարգի միավորների թիվը պակաս է հասելի նույն կարգի միավորների թվից:

$$2. \text{ Հանել՝ } 6948 - 5173$$

Այստեղ նվազելիի 4 տասնավորից պետք է հանել հանելիի 7 տասնավորը, վոր անկարելի չե: Այդ դեպքում մի միավոր փոխ է առնվում նվազելիի հարևան բարձր կարգից, այսինքն մի հարյուրավոր վերածում են տասնավորների և ավելացնում նվազելիի 4 տասնավորներին, վորով դառնում է 14 տասնավոր՝ $14 - 7 = 7$ տասնավոր:

Դրելիս այդ հաշիվը մտքումն է կատարվում, իսկ փոխ առնելը նշվում է մի կետով. դա դրվում է այն կարգի թվի վրա, վորից մի ձիավոր փոխ է առնված: Այնուհետև պետք է 1 հարյուրավորը հանել նվազելիի վոչ թե 9, այլ 8 հարյուրավորից՝ Դրվում է այսպես.

$$\begin{array}{r} 6948 \\ - 5173 \\ \hline 1775 \end{array}$$

Այստեղ նվազելիի չորս տասնավորին մտքում ավելացրինք 10 տասնավոր և հանեցինք նվազելիի հարյուրավորներից մեկը, բայց դրանով նվազելին չփոխվեց:

Բերենք հանձան այլ որինակներ.

$$\begin{array}{r} 1. \quad 4058 \\ - 2723 \\ \hline 1335 \end{array}$$

Այստեղ մենք պետք է մի հազարավոր կամ 10 հարյուրավոր ավելացնենք նվազելի հարյուրավորներին և 1 հազարավորով պակսեցնենք նվազելի հազարավորները:

$$\begin{array}{r} 2. \quad 140072 \\ - 58391 \\ \hline 81681 \end{array}$$

Այստեղ չորս տասնհազարավորներից առնում ենք մեկ տասնհազարավոր և սրանից էլ մեկ հազարավոր, այսինքն 10 հարյուրավոր, և ավելացնում հարյուրավորներին, իսկ մնացած 9 հազարը՝ հազարավորներին:

Հանման գործողությունը կատարելու համար նվազելիի 8-ից հանելին գրվում է այնպես, վոր նույն կարգերը լինեն իրար 8-ից: Միավորների քանակը 8-ից քիչ լինելու դեպքում հանելիի միավորների քիչը հանում են նվազելիի միավորների քիչից: Յեթե այդ անհնար է, ապա նվազելիի միավորներին ավելացնում են 10 յեզ հարեզան բարձր կարգի (սասնավորների) միավորները պակասեցնում 1-ով: Այս նույն ձևով էլ գործողություն են կատարում սասնավորների, հարյուրավորների յեզ ավելի բարձր կարգերի հետ մինչեզ վերջ:

§ 13. Գումարման սուղումը

Գումարման սուղումը գումարման գործողությամբ:

Գումարումը գումարման գործողությամբ սուղելու համար գործադրում են գումարման տեղափոխման որենքը, այսինքն նորից են գումարում, փոխելով բոլոր գումարելիների դասավորությունը: Պետք է ըստացվի նախկին գումարը:

Ստուգեցեք հետևյալ թվերի գումարումը.

$$327 + 516 = 843$$

Լուծում. Տեղափոխելով գումարելիները, կատանանք.

$$516 + 327 = 843$$

Յերկու ղեղումն էլ ստացանք միևնույն գումարը՝ 843 կնշանակի խնդիրը ճիշտ է լուծված:

Գումարումը գումարման գործողությամբ սուղելու համար պետք է թված քվերը կրկին անգամ գումարել, փոխելով գումարելիների դասավորությունը:

Գումարման սուղումը հանման գործողությամբ—Գտնել հետևյալ թվերի գումարը և ստուգել լուծումը՝ $3573 + 8949$

$$\text{Լուծում. } 3573 + 8949 = 12522$$

Ստուգում. Մենք գիտենք, վոր գումարումն ու հանումը փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններ են: Ուստի, գումարից մի գումարելին հանելով, պետք է ստանանք յերկրորդ գումարելին:

$$12522 - 3573 = 8949$$

Գումարումը հանման գործողությամբ սուղելու համար պետք է գումարից հանել գումարելիներից մեկը, վորպեսզի սացվի յերկրորդ գումարելին:

§ 14. Հանման սուղումը

Նկատելով գումարումն ու հանումը իրրև իրար փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններ, գտնում ենք հանման սուղման պարզ յեղանակները:

Հանման սուղումը գումարման գործողությամբ.

Գտնել $1080 - 935$ տարբերությունը և ստուգել լուծման ճշտությունը.

$$\text{Լուծում. } 1080 - 935 = 145$$

Ստուգման յեղանակը հիմնված է այն բանի վրա, վոր նվազելին հանդիսանում է գումարը, իսկ հանելին և տարբերությունը՝ յերկու գումարելիները:

Գումարելով հանելին և տարբերությունը, այսինքն 935 և 145 , պետք է ստանանք նվազելին—գումարը՝ 1080 :

$$935 + 145 = 1080$$

Հանման գործողությունը գումարումով սուղելու համար պետք է գումարել հանելին ու տարբերությունը յեզ պետք է սացվի նվազելին:

Հանման սուղումը հանման գործողությամբ. Հանումը

կարելի չե հենց հանձան գործողությամբ ստուգել, ոգտվելով այն հանգամանքից, վոր հանելին (մի գումարելին) հավասար ե նվազելին (գումարին) հանած տարբերությունը (մյուս գումարելին):

Վերջին հավասարությունը տալիս ե հանման ստուգումը հանման գործողությամբ:

Հանումը հանման գործողությամբ ստուգելու համար պեճֆ ե նվազելիից հանել մնացորդը յեվ պեճֆ ե սացվի հանելին:

Հանումը լրացումով կատարելը հիմնված ե հակադարձ գործողությունների հատկանիշների վրա. դա մի յեղանակ ե, վոր գործադրվում ե ուղած թվերի թե բանավոր ե թե գրավոր հաշվի ժամանակ:

Կոմարումը ե հանումը կատարենք սովորական ձևով.

$$\begin{array}{r} 1. \quad 849 \\ - 514 \\ \hline 335 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 514 \\ + 335 \\ \hline 849 \end{array}$$

Կարող ենք դատել այսպես. քանի միավոր ավելացնենք 4-ին, վոր դառնա 9. պարզ ե, վոր 5: Քանի տասնավոր ավելացնենք 1 տասնավորին, վոր դառնա 4, պարզ ե, վոր 3: Քանի հարյուրավոր ավելացնենք 5 հարյուրավորին, վոր դառնա 8, պարզ ե, վոր 3:

Լուծումը գրվում ե սովորական ձևով:

Վորոշ դժվարություն առաջանում ե այն դեպքում, յերբ հանելիի վորեւ կարգի միավորների թիվը ավելի մեծ ե նվազելիի նույն կարգի միավորների թվից:

$$\begin{array}{r} 2. \quad 753 \\ - 738 \\ \hline 15 \end{array}$$

Այս դեպքում հարցը տալիս ենք այսպես. 8-ին ինչ թիվ ավելացնենք, վոր գումարը մոտ լինի 8-ին ե վերջանա 3-ով: Պատասխան—այդ թիվը 5-ն ե, քանի վոր $8+5=13$ -ի: 5-ը գրվում ե միավորների տեղում, իսկ ստացված տասնյակը մոքում ե պահվում: Այնուհետև հանելիի 3 տասնավորը լրացվում ե 1-ով, վոր ստացվի 4 ե վոշ թե 5 տասնավոր:

Այդ յեղանակը գործադրվում ե նաև մի քանի թվերի հանման դեպքում:

3. Ամեն մի բարձր կարգի թիվը 1 միավորով լրացնելն այնքան պարզ ձևով ե կատարվում, վոր արդյունքը կարելի չե գրել ձախից դեպի աջ—հանելիի յուրաքանչյուր թվանշանը լրացվում ե մինչև 9, բացի վերջին խմաստավոր թվանշանից, վորը լրացվում ե մինչև 10:

Այդ ձևով կատարենք հետևյալ հանումները.

$$\begin{array}{r} 1000-475=525 \\ 1\ 000\ 000-512\ 097=487\ 903 \\ 100\ 000-81\ 963=18\ 037 \\ 10\ 000-5920=4080 \end{array}$$

§ 16. Թվերի կլորացումը

ԽՍՀՄ-ի քաղաքներն արագորեն աճում են: Այսպես, որինակ, Բազու քաղաքի բնակիչների թիվը 1913 թ.՝ 333 958 եր, 1920 թ.՝ 255 566, 1926 թ.՝ 453 333, իսկ 1931 թ.՝ 589 634: Այդ թվերին նայելով վորոշեցեք Բազու քաղաքի բնակչության ամենամեծ աճը յերբ ե յեղել:

Այս խնդիրը լուծելու համար անհրաժեշտ չե վերցնել նախապայմանում տված ճշգրիտ թվերը: Բացի դրանից այդ թվերը նույնիսկ չի կարելի ճշգրիտ համարել: Ուստի նպատակահարմար ե հաշիվը հաղարներով կատարել, անտեսելով հարյուրավորները, տասնավորները ե միավորները, վորովհետև Բազվի նման մեծ քաղաքի բնակչության թիվը միշտ տասնավում ե հարյուրակների սահմանում: Մի թիվ մի ավելի փոքր ե գերոյով կամ գերոներով վերջացող թվով փոխարինելու այս յեղանակը կոչվում ե կլորացում:

Խնդրի թվերը կլորացնելով դարձնենք հաղարավորներ.

$$\begin{array}{r} 1913 \text{ թ.՝ } 334\ 000 \text{ բնակիչ} \\ 1920 \text{ » } 256\ 000 \text{ »} \\ 1926 \text{ » } 453\ 000 \text{ »} \\ 1931 \text{ » } 590\ 000 \text{ »} \end{array}$$

1913 թ. մինչև 1926 թ. բնակչության աճել ե 119 000, իսկ 1926 թ. մինչև 1931 թ. 137 000 մարդով:

Վերջին շրջանում բնակչությունն ավելի արագ է աճել, քան դրանից առաջ:

Կլորացրած թվերով խնդիրներում միշտ պետք է հիշատակվի թե վճիռ կարգի միավորներով է կլորացրած թիվը: Յերբեմն այդ դրված է լինում խնդրի պայմաններում:

I. Մաքուր թվերը վորեվ կարգի միավորներով կլորացնելիս, այդ կարգից գեպի աջ գտնվող բոլոր կարգերի քանակները փոխարինվում են զերոներով:

Յերբ գերոյով փոխարինվող քանակները մեծ է 5-ից կամ հավասար է 5-ի, ապա գրանից գեպի ձախ գտնվող քանակները մեծացնում են մեկ միավորով, իսկ յերբ գերոյով փոխարինվող քանակները 5 ից փոքր է, այդ գեպում գրանից գեպի ձախ գտնվող քանակները չի փոխվում:

Որինակ, 437 926-ը հազարավորներով կլորացնելուց հետո դառնում է 438 000, 284 631-ը հարյուրավորներով կլորացնելուց հետո դառնում է 284 600, իսկ 396 754-ը հարյուրավորներով կլորացնելուց հետո՝ 396 800:

Այդ թվերից առաջինը կլորացված է հազարավորների, իսկ յերկրորդը և յերրորդը՝ հարյուրավորների կարգով:

II. Յերբ գերոյով փոխարինվող առաջին քանակները 5 է, իսկ գրանից հետո ուրիշ քանակները չկան, կլորացնելու գեպում 5-ից գեպի ձախ գտնվող քանակները, յերբ զույգ է, պետք է բողբեկ անփոփոխ, իսկ յերբ կենս է, պետք է մեկ միավորով մեծացնել:

Որինակ, 2485-ը տասնավորների կարգով կլորացնելուց հետո դառնում է 2480, իսկ 19 635-ը նույն կարգով կլորացնելուց հետո՝ 19 640:

Դիտարկում — Յերկու թվերի կամ արտահայտությունների մոտավոր հավասարությունը ցույց տալու համար դրանք միացվում են շեշտով, որին հակ, $x \approx 1800$ -ի՝ կարգավորում է այսպես, x -ը մոտավորապես հավասար է 1800-ին:

IV. ԱՄԲՈՂԶ ԹՎԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄԸ ՅԵՎ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

§ 1. Բազմապատկում

1. Ավտոմոբիլի գործարանը տասնորյակի առաջին բանվորական որը բաց թողեց 127 ավտոմոբիլ, յերկրորդ որն էլ՝ 127 ավտոմոբիլ և նույն քանակը աշխատանքի բոլոր 8 որերը: Գործարանը քանի՞ մեքենա բաց թողեց այդ ժամանակամիջոցում:
Լուծում. Այս խնդիրը լուծելու համար պետք է 127 թիվը իբրև գումարելի կրկնել ութ անգամ: Կարճ ձևով դա գրվում է այսպես՝

$$127 \times 8 = 1016,$$

այսինքն 127-ը բազմապատկվում է 8-ով:

Այդպիսի գործողությունը, վոր կրճատ գումարում է, կոչվում է բազմապատկում:

127 թիվը կոչվում է բազմապատկելի, 8-ը՝ բազմապատկիչ, իսկ 1016-ն՝ արտադրյալ:

Սահմանում. Մի թիվ վորեվ ամբողջ թվով բազմապատկելու հետևանքով է բազմապատկելի իբրեւ գումարելի կրկնել այնքան անգամ, վորքան միավոր ունի բազմապատկիչը, յեւ ապա հաշվել գումարը:

Բազմապատկումն արտահայտում են յերկու նշանով. 1) թեք խաչով, որինակ՝ $42 \times 3 = 126$ և 2) կետով, որինակ՝ $16 \cdot 7 = 112$: Տառերով արտահայտելիս կարելի չէ բազմապատկման նշանը չդնել:

Գրվում է 1) ab , փոխանակ $a \cdot b$, 2) $5x$, փոխանակ $5 \cdot x$:

Սահմանում. Բազմապատկելի կոչվում է այն թիվը, վորը բազմապատկվում է: Բազմապատկիչ կոչվում է այն թիվը, վորով բազմապատկում են: Արտադրյալ կոչվում է այն թիվը, վորը ստացվում է բազմապատկումից:

Ծանոթություն — Բազմապատկելին և բազմապատկիչը կոչվում են նաև արտադրիչներ:

Բազմապատկումը տառերով գրվում է այսպես՝ $a \cdot b = q$:

a և b տառերով արտահայտված են արտադրիչները, իսկ b առումով՝ արտադրյալը:

2. Հաշվենք հետևյալ արտադրյալները. ա) 1.8 , բ) 7.1 , գ) 1.1 , դ) 0.7 :

Լուծում.— ա) $1.8=8$, բ) $7.1=7$, գ) $1.1=1$, դ) $0.7=0$:

Այս որոշումները լուծելով կարելի չե անել այսպիսի հետևություններ.

Միավորը վորեմե բնական թվով վորեմե բնական միավորով բազմապատկելիս ստացվում է նույն այդ բնական

Արտադրյալը միշտ գերի կլինի, յեթե արտադրյալներից մեկը գերի չի:

3. Հաշվենք այն սենյակի ծավալը, վորի յերկարությունը 8 մետր է, լայնությունը՝ 3 մ, իսկ բարձրությունը՝ 4 մ:

Լուծում.— Ծավալը գտնելու համար այս դեպքում պետք է յերկարությունն արտահայտող թիվը բազմապատկել լայնությունը և բարձրությունը արտահայտող թվերով:

$$(8 \cdot 3 \cdot 4) \text{ խոր. մ:}$$

Տված յերեք արտադրյալների արտադրյալը գտնելու համար հարկավոր է նախ իմանալ $8 \cdot 3=24$ արտադրյալը, իսկ հետո՝ $24 \cdot 4=96$ արտադրյալը կստանանք:

$$8 \cdot 3 \cdot 4=96 \text{ խոր. մ}$$

Սահմանում. Յերեք բնական արտադրյալ կոչվում է այն բնական թվեր, վոր ստացվում է տված յերեք բնական արտադրյալը յերեռոգ բնական բազմապատկելիս:

§ 2. Բազմապատկումով լուծվող խնդիրներ

1. Մի կոլտնտեսություն ճակնդեղը հավաքեց 26 որում, որական միջին հաշվով 4 հա: Ընդամենը քանի՞ հեկտար ճակնդեղ հավաքվեց:

$$\text{Լուծում.} - 4 \cdot 26=104 \text{ հա:}$$

Այս խնդիրը լուծվում է բազմապատկումով:

Այստեղ բազմապատկումը փոխարինում է հավասար գումարելիների գումարման գործողությամբ:

2. Կոլտնտեսություն մտավ 120 տնտեսություն: Մի տարուց հետո կոլտնտեսություն մտած տնտեսությունների թիվը յեռապատկվեց: Քանի՞ տնտեսություն մտավ կոլտնտեսություն:

Այս խնդիրն էլ լուծվում է բազմապատկումով. $120 \cdot 3=360$ տնտեսություն:

Այստեղ տված թիվը մեծացրինք մի քանի անգամ:

Մարդը բնական բազմապատկելու միջոցով լուծվում է նաև խնդիրները, վորոնց մեջ պետք է, ա) իրար հավասար՝ մի և մի գումարելիների գումարը գտնել, բ) թիվը մեծացնել մի և մի անգամ:

§ 3. Բազմապատկման որոշումներ

1. Տեղափոխման որոշումներ. 1) 3.5 , 2) $2.3.7$:

Յեթե արտադրյալը գտնելու համար արտադրյալների տեղերը ամեն ձևով փոխենք և համեմատենք արդյունքները, կստանանք.

$$1) 3.5=5.3=15$$

Յերևու արտադրյալների տեղափոխությամբ արտադրյալը չի փոխվի:

Տառերով այսպես է գրվում.

$$a \cdot b=b \cdot a$$

Նման հատկությամբ է ոժտված նաև ավելի մեծ թվով արտադրյալների արտադրյալը.

$$2) 2.3.7=2.7.3=7.3.2=3.2.7=7.2.3=3.7.2=42$$

Տառերով արտահայտվում է այսպես.

$$a \cdot b \cdot c=a \cdot c \cdot b=b \cdot a \cdot c=b \cdot c \cdot a=c \cdot a \cdot b=c \cdot b \cdot a$$

2. Չուղղորդման որոշումներ. Քանի՞ լիտր կերոսին է պարունակում ուղղանկյունաձև բակը, յեթե նրա յերկարությունը 4 մետր է, լայնությունը՝ 3 մ, իսկ բարձրությունը՝ 2 մ:

Ուղղանկյունաձև բակի տարողությունն իմանալու համար պետք է գտնել $4 \cdot 3 \cdot 2$ արտադրյալը:

Նախ գտնենք $4 \cdot 3$ արտադրյալը և հետո այդ բազմապատկենք 2 -ով: Կստանանք.

$$(4 \cdot 3) \cdot 2=24 \text{ խոր. մ}=24000 \text{ խոր. դմ}=24000 \text{ լ:}$$

Այժմ բազմապատկենք նույն թվերը, փոխելով դրանց կարգը.

$$2 \cdot (3 \cdot 4)=24 \text{ խոր. մ}$$

Ստացվում է նույն արդյունքը:

Մի քանի արագորիչների արագորչալը չի փոխվի, յեթե առ-
ճադրիչները խմբավորենք ուղղած նեվով:

Տառերով գրվում է այսպես.

$$a \cdot b \cdot c = a(b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

3. Հետևյալ որինակը ցույց է տալիս, թե արտադրյալի այդ
հատկանիշը յերբեմն վորքան հեշտացնում է հաշվումը:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = ?$$

Լուծում.— Յեթե բազմապատկենք այն կարգով, վոր ցույց
է տրված այստեղ՝ կստանանք 600: Այժմ նույն հաշիվն անենք,
փոխելով կարգը:

$$(2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 3) = 10 \cdot 10 \cdot 6 = 600$$

Արդյունքը միևնույնն է, բայց հաշիվն ավելի հեշտացած:

4. Ք ա ռ խ ա կ ա ն ո Ր Ե Յ Բ. Փայտատան կտուրը ծածկելու
համար քանի՞ կիրովքամ թիթեղ է հարկավոր, թեթեղի կտուրը բաղ-
կացած է յերեք լանջից, վորոնցից մեկը 2 քառ. մետր է, մյուսը՝
12 քառ. մ, իսկ չերրորդը՝ դարձյալ 2 քառ. մ (1 քառ. մ ծածկի
թիթեղի քաշը 5 կգ է):

Լուծում.— Կտուրի ընդհանուր մակերեսը $2 + 12 + 2 = 16$
քառ. մետր է: Թիթեղի ամբողջ քաշը գտնելու համար պետք է
1 քառ. մետր թիթեղի քաշը բազմապատկել քառակուսի մետ-
րների թվով, այսինքն՝ $5 \cdot 16 = 80$ կգ:

Խնդիրները կարելի չի ուրիշ յեղանակով ել լուծել — նախ
խմանալ ամեն մի լանջի թիթեղների քաշը, ապա գումարել
ստացված թվերը: Կատանանք.

$$2 \cdot 5 + 12 \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 10 + 60 + 10 = 80 \text{ կգ:}$$

Արդյունքը նույնն է:

5. $(27 + 13 + 4) \cdot 5$ բազմապատկումը կատարենք յերկու
յեղանակով:

1) Գումարենք փակագծի ներսում յեղած բոլոր գումարե-
լիները և գումարը բազմապատկենք 5-ով:

2) Յուրաքանչյուր գումարելին առանձին-առանձին բաղ-
մապատկենք 5-ով և գումարենք ստացված արտադրյալները:
Յերկու դեպքումն էլ կատանանք նույն արդյունքը՝ 220:

Գումարը վորեվէ թվով բազմապատկելու համար բավա-
կան է ամեն մի գումարելին առանձին-առանձին բազմա-
պատկել այդ թվով յեվ ստացված արտադրյալները գումարել:

Տառերով գրվում է այսպես.

$$(a + b) \cdot c = ac + bc$$

§ 4. Բազմապատ-
կում արագորչալով
յեվ արագորչալի
բազմապատկումը

1. Գտնել շարված աղյուսների քաշը, յեթե
շարվածքի չափսերն են 5մ, 8մ և 2մ, իսկ
1 խոր. մետր աղյուսների քաշը՝ 18ց:

Լուծում. Այս խնդիրը լուծելու հա-
մար հարկավոր է 1 խոր. մետր աղյուսնե-
րի քաշը բազմապատկել ծավալի խոր. մետրների թվով:

$$18 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2 = 90 \cdot 8 \cdot 2 = 720 \cdot 2 = 1440 \text{ց:}$$

Այս խնդիրը լուծումը կարելի չի ուրիշ կերպ ել գրել: Նախ
գտնենք շարվածքի ծավալը՝ $5 \cdot 8 \cdot 2 = 80$ խոր. մ, ապա նրա
քաշը՝ $18 \cdot 80 = 1440 \text{ց:}$

Արդյունքները հավասար են:

$18 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2 = 18 \cdot 80$. այստեղ 80-ը 5.8.2 թվերի արտա-
դրյալն է:

Վորեվէ թիվ մի շարք այլ թվերի արագորչալով բազմա-
պատկելու համար բավական է բազմապատկելին գրել այդ թվե-
րի արագորչալի մոտ վորպես բազմապատկիչ, յեվ ապա կատարել
բազմապատկումը մի շարք թվերի արագորչալը գտնելու կանոնով:

Դիտողություն. Խնդիրը լուծելով ստացանք՝ $18 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2 = 1440$:
Այստեղ արտադրյալ է կոչվում ինչպես հավասարության աջ, այնպես և ձախ
մասը:

2. Գտնել $(3 \cdot 5 \cdot 6) \cdot 8$ արտադրյալը:

Դիտողություն. փակագծերը ցույց են տալիս, վոր զրանց ներքի
գործողությունները ավելի շուտ պետք է կատարել, քան մյուսները:

Լուծում. Այստեղ բազմապատկումը կարելի չի գրել
այսպես.

$$(3 \cdot 5 \cdot 6) \cdot 8 = 3 \cdot 5 \cdot (6 \cdot 8) = 3 \cdot (5 \cdot 8) \cdot 6 = (3 \cdot 8) \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

Այս բոլոր դեպքերումն էլ արտադրյալներն իրար հավա-
սար են:

Մի շարք քվերի արտադրյալը վորեվե քվով բազմապատկե-
լու համար բավական է այդ քվով բազմապատկել արտադրիչ-
ներից մեկն ու մեկը, բողեկով մյուսներն անփոփոխ:

**§ 5. Գումարի յեվ
ճարքերության
բազմապատկումը**

Գործողության հատկանիշներն ուսումնաս-
տիրելիս հարկ յեղով գումարը, տարբերու-
թյունը և արտադրյալ գրել առանց միշնչե
վերջ հասցնելու հաշվումները:

1. Գրել՝ յերկու թվերի՝ 23-ի և 15-ի, գումարը պետք է
բազմապատկել 6-ով:

$$\text{Լուծում. } (23+15) \cdot 6 = 38 \cdot 6 = 228$$

Ոգտվելով բազմապատկման բաշխական որենքով, կարելի
յի այսպես ևս լուծել:

$$(23+15) \cdot 6 = 23 \cdot 6 + 15 \cdot 6 = 138 + 90 = 228$$

2. Գրել՝ 37-ի և 14-ի տարբերությունը բազմապատկել
9-ով:

$$\text{Լուծում. } (37-14) \cdot 9 = 23 \cdot 9 = 207$$

Դիտողություն. $(23+15)$ և $(37-14)$ արտահայտություններն անվա-
նում ենք գումար և տարբերություն: Ուստի $(23+15) \cdot 6$ արտահայտու-
թյունն էլ կարելի յի ա վանել գումարը՝ բազմապատկումը 6-ով, իսկ $(37-14) \cdot 9$ -ը՝
տարբերության բազմապատկումը 9-ով:

3. Յույց տանք, թե ինչպես պետք է տարբերությունը
բազմապատկել վորեւ թվով:

$$(7-4) \cdot 9 = 3 \cdot 9 = 27$$

կամ՝

$$(7-4) \cdot 9 = 7 \cdot 9 - 4 \cdot 9 = 63 - 36 = 27$$

Համեմատելով սրանց լուծումը՝ կարելի յի գրել այսպիս.

$$(7-4) \cdot 9 = 7 \cdot 9 - 4 \cdot 9:$$

Յերկու քվերի ճարքերությունը վորեվե քվով բազմապատ-
կելու համար բավական է այդ քվով առանձին-առանձին բազ-
մապատկել նվազելին ու հանելին յեվ առաջին արտադրյալից
հանել յերկրորդը:

Տառերով գրվում է այսպիս

$$(a-b)c = ac - bc$$

$$4. (6+8-9) \cdot 4 = 5 \cdot 4 = 20$$

$$(6+8-9) \cdot 4 = 6 \cdot 4 + 8 \cdot 4 - 9 \cdot 4 = 24 + 32 - 36 = 20$$

**§ 6. Արտադրյալի
փոփոխությունն
արտադրիչների փո-
փոխության հետե-
վանով**

Հյուանոցի աշխատանքների համար հար-
կավոր եր 12 տախտակ: Առաջին անգամ
տրված տախտակի չափսերն էյին $4\text{մ} \times$
 $\times 25\text{մ} \times 3\text{մ}$, իսկ յերկրորդ անգամվանը՝
 $4\text{մ} \times 25\text{մ} \times 6\text{մ}$: Վերջին անգամ տրված
տախտակի քանակը քանի՞ անգամ եր

ավելի առաջին անգամ տրվածից:

Լուծում. Առաջին անգամ տրված մի տախտակի ծավալը.

$$400 \times 25 \times 3 = 30\,000 \text{ խոր. սմ.}$$

Յերկրորդ անգամ տրված մի տախտակի ծավալը.

$$400 \times 25 \times 6 = 60\,000 \text{ խոր. սմ.}$$

Տեսնում ենք, վոր արտադրիչներից մեկը 2 անգամ մե-
ծացնելու հետևանքով 2 անգամ ել մեծանում է արտադրյալը:

Յեթե $400 \times 25 \times 6 = 60\,000$ խոր. սմ-ի փոխարեն վերցնենք
 $400 \times 25 \times 3 = 30\,000$ խոր. սմ, կտեսնենք, վոր արտադրիչներից
մեկն ու մեկը 2 անգամ փոքրացնելով՝ նաև արտադրյալն է
փոքրանում 2 անգամ:

I. Յերե արտադրիչներից մեկը մի քանի անգամ մեծացնենք
կամ փոքրացնենք, այդքան անգամ ել կմեծանա կամ կփոքրա-
նա արտադրյալը:

Յեթե առաջին անգամ հանձնված տախտակների փոխարեն
տրվին այնպիսի չորսուներ, վորոնք կրկնակի կարճ, բայց
կրկնակի հաստ են այդ տախտակներից, ապա ամեն մի չորսու-
նյի ծավալը հավասար կլինի մի տախտակի ծավալին:

Փոխանակ $400 \times 25 \times 3 = 30\,000$ խոր. սմ-ի, կստացվի նույն
ծավալն ուրիշ արտահայտությամբ. $200 \times 25 \times 6 = 30\,000$ խոր. սմ:

II. Յերե արտադրիչներից մեկը մեծացնենք մի քանի ան-
գամ, իսկ մյուսը փոքրացնենք նույնքան անգամ, արտադրյալը
յի փոփոխի:

§ 7. Բազմապատասխան մեկ իմաստավոր բովանդակ ունեցող բովոյ

1. Միանիշ թվերի բազմապատկումը կատարվում է ըստ բազմապատկման աղյուսակի:

2. Ցույց տանք, թե ինչպես է բազմապատկումը կատարվում այն թվերով, վորոնք արտահայտված են մեկ միավորով և հաջորդող զերոներով:

Որինակ. Տեխնիկական միջնոլորտ կոչվում է 1 կգ ճնշումը 1 քառ. սանտիմետրի վրա: Կաթնալում ճնշումը հավասար է 35 միջնոլորտի: Հաշվեցեք, քանի՞ կիլոգրամ է ճնշումը 1 քառ. մետրի վրա:

Խնդիրը լուծելու համար պետք է 35-ը բազմապատկել 10 000-ով: Արտադրյալը զտնելու համար 35-ը նախ բազմապատկենք 10-ով, այդ նշանակում է, վոր մեր թվի ամեն մի միավորը 10 անգամ կրկնելով կդառնա տասնավոր, ամեն մի տասնավորը՝ հարյուրավոր և կստացվի 35 տասնավոր, վորը հավասար է 3500-ի:

Ցուր արտաքին տեսքով արտադրյալը բազմապատկելից տարրերով և մի զերոյով միայն, վորն ավելացվում է վիրջում:

Հեշտությամբ կարելի չէ նկատել, վոր 100-ով բազմապատկելիս արտադրյալի վերջում պետք է ավելացնել յերկու զերո, 1000-ով բազմապատկելիս՝ յերեք զերո և այլն:

Մեր բերած որինակում կստանանք.

$$35 \cdot 10\,000 = 350\,000 \text{ կգ } 1 \text{ քառ. մետրի վրա:}$$

Սմբողջ թիվը 10-ով, 100-ով, 1000-ով բազմապատկելու համար պետք է բազմապատկելի աջ կողմում՝ վերջից ավելացնել այնքան զերո, վորքան զերո կա բազմապատկչում:

3. Բազմանիշ թվերը միանալով բազմապատկում ենք այսպես.

$$\begin{aligned} 2437 \cdot 6 &= (2000 + 400 + 30 + 7) \cdot 6 = \\ &= 2000 \cdot 6 + 400 \cdot 6 + 30 \cdot 6 + 7 \cdot 6 = \\ &= 12\,000 + 2400 + 180 + 42 = 14\,622 \end{aligned}$$

Այստեղ բազմապատկելին փոխարինում ենք գումարելիների գումարով և գտնում գումարի ու բազմապատկչի արտադրյալը:

Բազմապատկումը սկսվում է ստորին կարգերից և գրվում հետևյալ ձևով.

$$\begin{array}{r} 2437 \\ \times 6 \\ \hline 14\,622 \end{array}$$

Նախ բազմապատկում են 7-ը 6-ով, ստացվում է 42 միավոր. 2 թվանշանը գրվում է, իսկ 4 տասնավորը մտքում պահվում՝ տասնավորների արտադրյալին ավելացնելու համար: Բազմապատկում են 3 տասնավորը 6-ով, ստացվում է 18: Դրան ավելացնում են 4 տասնավորը, դառնում է 22 տասնավոր: 2 թվանշանը գրվում է տասնավորների կարգում, իսկ 2 հարյուրավորը մտքում պահվում: Այնուհետև 4 հարյուրավորը բազմապատկում են 6-ով, ստացվում է 24, վորին ավելացնում են մտքում պահված 2 հարյուրավորը, վորով ստացվում է 26 հարյուրավոր. 6 թվանշանը գրվում է հարյուրավորների կարգում, իսկ 2 հազարավորը մտքում պահվում: 2 հազարավորը բազմապատկում են 6-ով, ստացված արտադրյալին ավելացնում են մտքում պահված 2 հազարավորը, դառնում է 14 հազար, վորը և գրվում է հազարավորների կարգում: Ստացվում է 14622:

§ 8. Ջերոներով վերջացող բովեր բազմապատկումը

1. Գտնել 353.800 արտադրյալը: Գրում ենք այսպես.

$$\begin{aligned} 353 \cdot 800 &= 353 \cdot (8 \cdot 100) = 353 \cdot 8 \cdot 100 = \\ &= (353 \cdot 8) \cdot 100 = 2824 \cdot 100 = 282\,400 \end{aligned}$$

Այստեղ 800-ը փոխարինված է յերկու արտադրիչների արտադրյալով: 8.100 արտադրյալով բազմապատկելու համար կարելի չէ նախ բազմապատկել 8-ով ապա 100-ով:

2. Արտադրիչների վերածելով բազմապատկել՝ 1900.7000:

$$\begin{aligned} \text{Լուծում.} \quad 1900 \cdot 7000 &= (19 \cdot 100) \cdot (7 \cdot 1000) = \\ &= 19 \cdot 100 \cdot 7 \cdot 1000 = (19 \cdot 7) \cdot (100 \cdot 1000) = \\ &= 133 \cdot 100\,000 = 13\,300\,000: \end{aligned}$$

§ 9. Բազմանիշ բովեր բազմապատկումը

1. Բազմապատկենք՝ 718.243:

Լուծում. Բաշխական որենքի հիման վրա այդ զործողությունը գրենք այսպես.

$$\begin{aligned} 718 \cdot 243 &= 243 \cdot 718 = (200 + 40 + 3) \cdot 718 = 200 \cdot 718 + \\ &+ 40 \cdot 718 + 3 \cdot 718 = 143\,600 + 28\,720 + 2154 = 174\,474: \end{aligned}$$

Կրճատ արտահայտման համար թվերը գրում են իրար տակ.

2154-ը, 718-ի և 3-ի, 28720-ը 718-ի և 40-ի, իսկ 143600-ը 718-ի և 200-ի արտադրյալն է: Դրանք կոչվում են միջանկյալ արտադրյալներ: Յերկրորդ միջանկյալ արտադրյալը ստացվել է 718-ը տասնա- վորներով բազմապատկելուց:

$$\begin{array}{r} \times 718 \\ 243 \\ \hline 2154 \\ 28720 \\ 143600 \\ \hline \end{array}$$

Այդ միջանկյալ արտադրյալը միշտ վերջանում է մի զերոյով, ուստի 0-ն չի գրվում: ամբողջ թիվը գրվում է այնպես, վոր վերջին թվանշանը տասնավորների տակ լինի:

$$174\ 474$$

Բազմապատկելով հարյուրավորներով՝ կստանանք 718 $\times$ 200: Ուստի 1436-ը կարտահայտվի հարյուրա- վորներ և կգրվի այնպես, վոր վերջին իմաստավոր թվանշանը լինի հարյուրավորների տակ:

$$\begin{array}{r} \times 718 \\ 243 \\ \hline 2154 \\ 2872 \\ 1436 \\ \hline 174\ 474 \end{array}$$

Միջանկյալ արտադրյալների վերջում յեղած զե- րոները չեն գրվում:

2. Հաշվել՝ 307 $\cdot$ 428:

Լուծում. Քանի վոր առաջին թվում իմաստա- վոր թվանշանները քիչ են մյուսի համեմատությամբ, ուստի և այդ գրում ենք իբրև բազմապատկիչ: Բազ- մապատկիչում տասնավորներ չկան, այդ պատճառով էլ չկա յերկրորդ միջանկյալ արտադրյալը: Հետևյալ միջանկյալ արտադրյալը գրվում է դեպի ձախ յերկու կարգից հետո:

$$\begin{array}{r} \times 428 \\ 307 \\ \hline 2996 \\ 1284 \\ \hline 131\ 396 \end{array}$$

Բազմանիւ բիվը բազմանիւ բիվով բազմապատկելու հա- մար պեճ է բազմապատկելիւ առանձին-առանձին բազմա- պատկել բազմապատկիչի միավորներով, տասնավորներով, հա- յուրավորներով յեվ ապա ստացված արտադրյալները գումարել:

3. Գտնել՝ 18 $\cdot$ 2756 արտադրյալը:

Լուծում. Պետք է 18-ը բազմապատկել 2756-ով: Նկատի ունենալով, վոր արտադրյալը չի փոխվում արտադրիչների տե- ղափոխությամբ, 2756-ն են բազմապատկում 18-ով:

Այսպես ավելի հարմար է

$$2756 \cdot 18 = 49\ 608$$

Յերե արտադրիչները հավասար բիվով իմաստավոր բիվաճան- ցեճ չունեն, այդ զեպիւում ավելի հարմար է բազմապատկիչ գարձեճ այճ բիվը, վորի իմաստավոր բիվաճանցեճ ավելի քի, են:

§ 10. Հասկացո- ղությունն աստիճա- նի մասին

Միևնույն արտադրիչների բազմապատկման դեպքում հնարավոր է վորոշ պարզություն մտցնել գրության մեջ:

1. Տված են հետևյալ արտադրյալները.

$$1) 3 \cdot 3, 2) 2 \cdot 2 \cdot 2, 3) 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3, 4) 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5, 5) 10 \cdot 10 \cdot 10$$

Այսպիսի արտադրյալների համար կա գրության հատուկ յեղանակ.

$$\begin{array}{l} 1) 4 \cdot 3 = 3^2 = 9, \quad 2) 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8, \quad 3) 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81 \\ 4) 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4 = 625, \quad 5) 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 1000 \end{array}$$

Հավասար արտադրիչների բազմապատկումը հանգիստանում է մի նոր (հինգերորդ) գործողություն — աստիճան բարձրացնելը: Բերված որինակում 3^2 կարգացվում է այսպես — յերեքը բարձ- րացնել յերկրորդ աստիճան կամ գտնել այն յերկու արտադրիչ- ների արտադրյալը, վորոնցից յուրաքանչյուրը 3 է: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ կարգում ենք այսպես — 2-ը բարձրացնել յերեք աստիճան կամ գտնել արտադրյալն այն յերեք արտադրիչների, վորոնցից յուրա- քանչյուրը հավասար է 2-ի:

2. Յեթե հաշվենք 2^5 -ը, 3^4 -ը, 4^3 -ը, 7^3 -ը, պետք է ստա- նանք՝ 32, 81, 64, 342:

$2^5 = 32$ արտահայտության մեջ 2-ը կոչվում է աստիճանի նիւմ, 5-ը՝ աստիճանացույց:

Սահմանումներ I. Աստիճանի հիւմ կոչվում է այն բիվը, վորը պեճ է աստիճան բարձրացնել:

II. Աստիճանացույց կոչվում է այն բիվը, վորը ցույց է տալիս, քե քանի՞ անգամ պեճ է վերցնել հիւմի յբերվ արտա- գրիչ:

Հաճախ կրճատ գրության նպատակով զերոյով վերջացող թվերը գրում են 10-ի աստիճանների ոգնությամբ:

$$\begin{array}{l} 1) 100 = 10^2, \quad 1000 = 10^3, \quad 10000 = 10^4 \\ 2) 5000 = 5 \cdot 1000 = 5 \cdot 10^3 \\ 3) 4\ 000\ 000 = 4 \cdot 10^6 \end{array}$$

§ 11. Բաժանում

Բաժանումը բազմապատկման հակա- դարձ գործողությունն է:

1. Կոլանտեսությունը ցանեց 800 հա հակնդեղ և յուրա-

քանչյուր հեկտարից ստացավ 425g բերք: Ընդամենը վճարքան բերք ստացավ կոլտնտեսությունը:

$$1 \text{ ու ծ ու մ. } 425 \cdot 800 = 340\,000 \text{ g:}$$

Այս խնդիրը լուծվում է բազմապատկման գործողությամբ: Լուծենք այժմ հակադարձ խնդիրը:

2. Կոլտնտեսությունը ցանեց 800 հա ճակնդեղ և ստացավ ընդամենը 340 000g բերք: Վճարքան եր 1 հա-ի միջին բերքը:

$$1 \text{ ու ծ ու մ. } 340\,000 : 800 = 425 \text{ g:}$$

Հակադարձ խնդրում յերկու արտադրիչների տված արտադրյալի (340 000) և արտադրիչներից մեկի (800) միջոցով գտնում ենք անհայտ արտադրիչը (425):

Յերկրորդ խնդիրը լուծելու համար դիմում ենք բաժանման գործողության:

Ս ա հ մ ա ճ ու մ. Բաժանում կոչվում է այն գործողությունը, վորով զսնում ենք արագորիցներից մեկը, յերբ հայտնի յն արագորյալը յեվ մյուս արագորիչը:

Բաժանման ժամանակ տված և ստացված թվերն, ունեն իրենց առանձին տնունները:

1) Տված յերկու արտադրիչների արտադրյալը կոչվում է բաժանելի:

2) Տված արտադրիչը կոչվում է բաժանարար:

3) Վորոնեի արտադրիչը կոչվում է Բանորդ:

Բանորդ գտնելու համար բաժանելին բաժանում ենք բաժանարարի վրա:

Ս ա հ մ ա ճ ու մ. Այն թիվը, վոր բաժանում են, կոչվում է բաժանելի: Այն թիվը, վորի վրա բաժանում են, կոչվում է բաժանարար: Այն թիվը, վոր սացվում է բաժանման հետևվանքով, կոչվում է Բանորդ:

Իբրև բաժանման նշան ծառայում է (:) նշանը կամ կոտորակի գիծը:

3. Ուիճակ. 12-ը բաժանել 4-ի վրա. գրում ենք այսպես.

$$\begin{array}{ccccccc} 12 & : & 4 & = & 3 & \text{կամ} & \frac{12}{4} = 3 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \end{array}$$

$$(\text{բաժանելի}) : (\text{բաժանարար}) = (\text{բանորդ}) \quad \frac{\text{բաժանելի}}{\text{բաժանարար}} = \text{բանորդ}$$

Յեթե բաժանելին նշանակենք a, բաժանարարը՝ b, իսկ քանորդը՝ q առաժնով, ապա բաժանումը կարելի յե տառերով այսպես գրել.

$$a : b = q \quad \text{կամ} \quad \frac{a}{b} = q$$

Վ-րտեղ հավասարության թե ձախ (a : b) և թե աջ (q) մասը կոչվում է քանորդ:

§ 12. Բազմապատկումը յեվ բաժանումը փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններ են

Բաժանման գործողության սահմանումից յերևում է, վոր թվերի բաժանումը կապված է բազմապատկման հետ: Ուստի յերկնիշ և միանիշ թվերը միանիշի վրա բաժանելիս գործադրում են բազմապատկման աղյուսակը:

1. Ասենք թե պետք է 36-ը բաժանել 9-ի վրա:

$$1 \text{ ու ծ ու մ. } 36 : 9 = 4, \text{ քանի վոր բազմապատկման աղյուսակից հայտնի յե, վոր } 4 \cdot 9 = 36:$$

Բաժանումը յեվ բազմապատկումը փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններ են:

2. Կոպերատիվը յերկու անգամ կայարան ուղարկեց 160-ական հակապրանք, վորը հավասարապես բարձվեց յերկու վազոնում: Յուրաքանչյուր վազոնում քանի՞ հակաբարձվեց:

$$1 \text{ ու ծ ու մ. } 160 : 2 = 80 \text{ հակ, } 160 : 2 = 80 \text{ հակ:}$$

Լուծումը փակագծերով կգրենք այսպես.

$$(160 : 2) : 2 = 80 \text{ հակ:}$$

Գրության ժամանակ կարելի յե ոգտվել բաժանման մյուս նշանով ևս (գծով).

$$\frac{160 : 2}{2} = 80 \text{ հակ:}$$

160-ը չփոխվեց, յերբ նրա հետ իրար հակադարձ յերկու գործողություն կատարվեց. նախ բազմապատկվեց 2-ով, ապա ստացված արտադրյալը բաժանվեց դարձյալ 2-ի վրա:

Հաջորդաբար կատարված բազմապատկումը 2-ով և բաժանումը 2-ի վրա՝ չի փոխում սկզբնական թիվը, և արդյունքն ստացվում է 160, անկախ այն բանից, 160-ը նախ բազմապատկում ենք 2-ով և ապա բաժանում 2-ի վրա, թե ընդհակառակը:

Յեթե տված թիվը բազմապատկվի մի վորեվ թվով յեվ

առացված արտադրյալը բաժանվի նույն թվի վրա, կառացվի գարնայալ սված թիվը:

Այդ հատկանիշը զբաղում արտահայտենք թվերով և տառերով:

$$1) \frac{15 \cdot 7}{7} = 15, \quad 2) \frac{a \cdot b}{b} = a$$

§ 13. Տարբեր աստիճանի գործողություններ

Թվական չորս հիմնական գործողությունները զույգ առ զույգ հակադարձ են մեկը մյուսին՝ հանումը հակադարձ է գումարման, բաժանումը՝ բազմապատկման:

Բացի դրանից գործողությունները բաշխվում են նաև ըստ աստիճանների:

I Աստիճան — գումարում և հանում:

II Աստիճան — բազմապատկում և բաժանում:

III Աստիճան — աստիճան բարձրացնելը:

Յուր ամենապարզ ձևով բարձր աստիճանի գործողություններ հանդիսանում են նախորդ ստորին աստիճանի գործողության պարզեցումը: Այսպես, որինակ՝ $3 \cdot 5 = 15$ բազմապատկումը կարելի է ավելի յերկար գրել գումարումով՝

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$$

Կարելի է նաև բաժանման գործողությունը փոխարինել հանման գործողությամբ: որինակ, 5-ը քանի՞ անգամ է պարունակվում 15-ի մեջ՝ $15 : 5$ փոխարինել հանումով՝ $15 - 5 - 5 - 5 = 0$, այսինքն 3 անգամ հանել 5-ը:

Ուրիշ խոսքով, բազմապատկումն ամբողջ թվով միևնույն է թե նույն գումարելիների գումարը, իսկ բաժանումն ամբողջ թվի վրա հանդիսանում է հաջորդաբար նույն թվի հանումը: Բազմապատկումը և բաժանումը կարելի է փոխարինել գումարման և հանման գործողությամբ: Գումարումը և հանումը կոչվում են տուաջիմ աստիճանի գործողություններ, իսկ բազմապատկումը և բաժանումը՝ յերկրորդ աստիճանի գործողություններ: Նման ձևով նույն արտադրիչների բազմապատկման յերկար գրությունը փոխարինում են աստիճան բարձրացնելու գործողությամբ, վերով գրությունը կրճատ ձև է ստանում: Այդ դեպքում աստիճան բարձրացնելը կհանդիսանա պարզեցրած բազմապատկում:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 32$$

Բազմապատկումը յերկրորդ աստիճանի գործողություն է, աստիճան բարձրացնելը՝ յերրորդ աստիճանի գործողություն:

§ 14. Ռաժանման գործողության լուծվող խնդիրներ

Մենք գիտենք, վոր բաժանումը բազմապատկման հակադարձ գործողություն է: Ուստի բաժանման միջոցով լուծվող հիմնական խնդիրն անհայտ արտադրիչը գտնելն է, յերբ հայտնի է արտադրյալը և արտադրիչներից մեկը:

1. Արտադրյալը 645 է, իսկ արտադրիչներից մեկը՝ 15. գտնել մյուս արտադրիչը:

$$\text{Լուծում.} \quad \frac{645}{15} = 43$$

Խնդիրը լուծվեց բաժանման միջոցով:

2. 1929 թ. սեպտեմբերին Ամերիկայում ձուլվեց 3561 հազար տոնն չուգուն, իսկ յերկու տարուց հետո՝ 1931 թ. սեպտեմբերին՝ դրանից 3 անգամ պակաս: Վճրքան չուգուն ձուլվեց Ամերիկայում 1931 թ. սեպտեմբերին:

Լուծում. Այս խնդիրը լուծելու համար պետք է 3561-ը փոքրացնել 3 անգամ:

$$3561 : 3 = 1187 \text{ հազար տոնն}$$

Բաժանման միջոցով լուծվող խնդիրների յերկրորդ տեսակն է այս:

3. Կոլտնտեսությունը 4525 աշխուրվա համար պետք է վճարի 36200 կգ հացահատիկ: Վճրքան է վճարվում մեկ աշխուրի համար:

Լուծում. Քանի վոր աշխուրերը վճարվում են հավասարաչափ, ուստի այս խնդիրը լուծելու համար հարկավոր է 36200 կգ-ը բաժանել 4525 հավասար մասերի՝

$$36200 : 4525 = 8 \text{ կգ}$$

Այս խնդիրը նույնպես լուծվում է բաժանման միջոցով:

4. Յուրաքանչյուր ավտոմոբիլում կարելի է նստեցնել 25 մարդ: Քանի՞ այդպիսի ավտոմոբիլ է պետք 300 մարդ տեղավորելու համար: Այստեղ հարկավոր է իմանալ, թե 25-ը քանի՞ անգամ է պարունակում 300-ի մեջ: Այդ իմանում ենք բաժանման գործողությամբ:

$$\text{Լուծում.} \quad 300 : 25 = 12 \text{ ավտոմոբիլ}$$

5. Յերկու խումբ բանվորներ աղյուս ելին գատարկում. մի խումբը հազարից խոտան եր տալիս 24-ը, իսկ մյուսը հազարից 12-ը: Առաջին խումբը քանի՞ անգամ ավելի խոտան եր տալիս:

Լուծում. Այդ իմանալու համար պետք է 24-ը բաժանել 12-ի վրա, կստացվի $24:12=2$, այսինքն առաջին խմբի աված խոտանը 2 անգամ ավելի յեր յերկրորդից կամ յերկրորդի աված խոտանը 2 անգամ պակաս եր առաջինից:

Այս խնդրում բաժանման միջոցով բաղդատվում են յերկու թվեր: Այսպիսով, խնդիրները բաժանման գործողությամբ լուծվում են այն ժամանակ, յերբ հաբկավոր ե.

1) Արագրյալի յեվ հայտնի արագրիցի միջոցով գտնել յերկուրդ՝ անհայտ արագրիցը:

2) Թիվը փոբացնել մի անի անգամ.

3) Թիվը բաժանել հավասար մասերի.

4) Համեմատել յերկու թիվ, իմանալ, քե այդ թվերից մեկը անի՞ անգամ ե պարունակվում մյուսի մեջ (հանի՞ անգամ թվերից մեկը մեծ կամ փոբ ե մյուսից):

Դիտողություն I. Բաժանման վերաբերյալ խնդիրները միշտ չի կարելի այնպես լուծել, վոր ամբողջ թիվ ստացվի:

6. 15-ը փոբրացնել 7 անգամ:

Այս խնդրի լուծումը չի կարող արտահայտվել ամբողջ թվով:

Նույնպես չի կարելի 15-ը բաժանել 7 հավասար մասերի ե ամբողջ թիվ ստանալ, կամ 15-ը ե 7-ը բաղդատելով բաժանման գործողությամբ, ամբողջ թվով արտահայտվի բաղդատման արդյունքը:

Դիտողություն II. Գումարելու ե ամբողջ թվով բաղդատելիություն միջոցով մենք մեծացնում ենք թիվը. Հանելու ե ամբողջ թվի վրա բաժանելու միջոցով փոբրացնում ենք թիվը: Մակայն թվերի այս մեծացնելու ե փոբրացնելու բնույթը տարբեր ե, վորի պրա պետք ե հատուկ ուղադրություն դարձնել:

Գումարման միջոցով թիվը մեծանում ե մի անի միավորով:

Միավորից մեծ թվով բաղդատակելիս թիվը մեծանում ե մի անի անգամ:

Հանման միջոցով թիվը փոբրանում ե մի անի միավորով:

Միավորից մեծ թվի վրա բաժանելու գեպքում թիվը փոբրանում ե մի անի անգամ:

§ 15. Բաղմապատեման յեվ բաժանման գեպքում օվյալների յեվ արդյունքների կախումը

1. Տրակտորի պահեստի մասերի գործարանն որական միջին հաշվով կարող ե բաց թողնել 11200 ո. արտադրանք: Ի՞նչ արժեքի արտադրանք կտա գործարանը 15 ոբում:

Լուծում. $11200 \cdot 15 = 168000$ ո.:

Անցնենք հակադարձ խնդրին:

2. Գործարանը 15 ոբում բաց թողեց 168000 ո. գումարի տրակտորային պահեստի մասեր: Այդ տվյալների հիման վրա վորոշել, թե վորքան եր գործարանի մի ոբվա արտադրանքի արժեքը:

Լուծում. $168000:15=11200$ ո.:

Քննություն առնելով այդ յերկու խնդիրները լուծումը, տեսնում ենք, վոր իմանալով արտադրյալը՝ 168000 ո. ե մի արտադրիչը՝ 15, կարող ենք գտնել մյուս արտադրիչը հետևյալ կանոնի համաձայն.

Յերկու արագրիցներից մեկը հավասար ե նրանց արագրյալին՝ բաժանած մյուս արագրիցի վրա:

Այս յեղրակացությունը գրենք տառերով.

Յերթ $a \cdot b = q$ (I), ապա $a = \frac{q}{b}$ (II), կամ $b = \frac{q}{a}$ (III).

(I) հավասարությունը ցույց ե տալիս, վոր բաժանելին (q) հավասար ե բաժանարարի ե քանորդի (a ե b) արտադրյալին:

Հետևյալ որինակով ստուգենք, թե վորքան ճիշտ ե բաղմապատեման ե բաժանման գործողությունն անդամների կախումը:

3. Հարկավոր ե բաժանել ե ստուգել՝ $\frac{360}{24}$:

Լուծում. $\frac{360}{24} = 15$:

Ստուգում. 360-ը պետք ե հավասար լինի $24 \cdot 15$ -ի, վորտեղ 360-ը հանդիսանում ե բաժանելին, 24-ը՝ բաժանարարը, 15-ը՝ քանորդը: Յեվ իսկապես.

$360 = 24 \cdot 15$

II. Բաժանելին հավասար ե բաժանարարին, բաղմապատեման հանրագով:

Ստուգումը կարելի յի կատարել ուրիշ կերպ՝ բաժանման միջոցով.

$360:15=24$

Բաժանելին բաժանելով քանորդի վրա, ստացվում է բաժանարարը:

III. Բաժանարարը հավասար է բաժանելիին, բաժանած քանորդի վրա:

Արված յեղրակացություններով կարողանում ենք գտնել անհայտ արտադրիչը, անհայտ բաժանելին կամ բաժանարարը:

Ներքևում ղետեղված որինակներում պետք է գտնել անհայտ թիվը, զորը նշանակված է x տառով:

$$1. 40x=280$$

Լուծում. Այստեղ անհայտ է մեկ արտադրիչը, իսկ հայտնի յե արտադրյալը և մյուս արտադրիչը:

Առաջին կանոնի համաձայն՝

$$x=\frac{280}{40}=7$$

$$2. x \cdot 70=350$$

Լուծում. Այս որինակը նախորդից տարբերվում է միայն նրանով, զոր անհայտ արտադրիչը գրված է առաջին տեղում: Լուծումն նույնն է:

$$x=\frac{350}{70}=5$$

$$3. \frac{x}{16}=12, \text{ կամ } x:16=12$$

Լուծում. Այս որինակը լուծելու համար պետք է զործադրել յերկրորդ կանոնը. x ը բաժանելին է, 16-ը բաժանարարը, 12-ը՝ քանորդը:

$$x=12 \cdot 16=192$$

$$4. 187:x=11, \text{ կամ } \frac{187}{x}=11$$

Լուծում. Այս որինակում հայտնի բաժանելիի և քանորդի միջոցով պետք է գտնել անհայտ բաժանարարը:

Յերրորդ կանոնով լուծվում է այսպես.

$$\frac{187}{11}=x; \quad x=17$$

Այս որինակի լուծմանը կարելի յե ուրիշ բաղադրությունն էլ տալ, ընդունելով x -ն և 11-ը իբրեւ արտադրիչներ, իսկ 187-ը՝

զորպես նրանց արտադրյալ: Արտադրիչների տեղափոխումը չի փոխում արտադրյալի և հենց արտադրիչների—իրենց մեծությունը:

$$11 \cdot x=187. \text{ Կարելի յե գտնել անհայտ արտադրիչը.}$$

$$x=\frac{187}{11}=17$$

§ 16. Բազմապատկման յեվ բաժանման սուղումը

Նախորդ հատվածի կանոնները տալիս են բազմապատկման և բաժանման ստուգման պարզ յեղանակները:

$$1. \text{ Կատարենք } 406.78=31\,668 \text{ բազմա-}$$

պատկման ստուգումը:

$$\text{Ստուգում. } 31\,668:406=78:$$

I. Բազմապատկման սուղումը կատարելու համար կարելի յե արագությամբ բաժանել արագորիցներից մեկի վրա. քանորդում պետք է ստացվի մյուս արագորիցը:

$$2. \text{ Ստուգենք } 16\,050:642=25 \text{ բաժանումը:}$$

$$\text{Ստուգում. } 1) 642 \cdot 25=16\,050, \text{ կամ } 2) 16\,050:25=642$$

II. Սեմնացորդ բաժանումն սուղելու համար կարելի յե.

1) Ֆանորդը բազմապատկել բաժանարարով պետք է ստացվի բաժանելին.

2) Բաժանելին բաժանել քանորդի վրա, պետք է ստացվի բաժանարարը:

§ 17. Քանորդի փոփոխությունը

1. 16 հազար տոնն չուղունը տեղափոխելու համար քանի՞ բաց վագոն է պետք, յեթե մեկ բաց վագոնում տեղավորվում է 16 տ:

$$\text{Լուծում. } 16\,000:16=1000 \text{ բաց վագոն:}$$

2. Նույն տարողության քանի՞ բաց վագոն է հարկավոր 48 հազար տոնն չուղունը տեղափոխելու համար:

$$\text{Լուծում. } 48\,000:16=3000 \text{ վագոն:}$$

Համեմատելով վերջին յերկու խնդիրները տեսնում ենք, զոր մեծացնելով բեռը 3 անգամ վագոնների թիվն էլ մեծացավ 3 անգամ: Բաժանելին և քանորդը փոխվեցին—յերկուսն էլ մեծացան 3 անգամ:

I. Յերե բաժանելին մեծացնենք կամ փոքացնենք մի քանի անգամ, քանորդն էլ կմեծանա կամ կփոքանա նույնքան անգամ:

Փոքրացնելու կառնուը հասկանալի կդառնա, ինչի 1-ին և 2-րդ խնդիրները տեղիները փոխանցված լինելու հետևանքով զրոնց

տարուրները 48 տոնն է:

Լուծում. $48000:48=1000$ քաղ փաղոն: Այս խնդիրը հա-

մեծաամենք 2-րդ խնդրի հետ:

Տեսնում ենք, ինչ ախտի մեկ փաղոնը 3 առնա՞նք ավելի չե բնութագրված և փաղոններին թիվը 3 առնա՞նք ախտի հ:

Բաժանալու միջոցով փոխվեց, այս պատճառով փոխվեց նաև

II. Յեթե բաժանալու մեծացնենք մի բանի անգամ, ապա անգամ կփոխանցա բաժանումը, իսկ յեթե բաժանա-

4. 144 հաղար տոնն բնուր տեղափոխվելու համար թանկ բաց փաղոն և հարկավոր, ինչի մուրաթանչնումը տարուրները

48 տոնն է:

Լուծում. $144000:48=3000$ քաղ փաղոն:

Համեմատելով 4-րդ և 2-րդ խնդիրները՝ տեսնում ենք, ինչ քա՞նք բաժանելով 3 առնա՞նք հարկավոր հանդիմանքով թանկանում է և ինչի մուրաթանչնումը 3 առնա՞նք չե առնա՞նք, ինչի մուրաթանչնումը 3 առնա՞նք չե առնա՞նք և ինչի մուրաթանչնումը 3 առնա՞նք չե առնա՞նք:

III. Յեթե բաժանալու մեծացնենք մի բանի անգամ, ապա մեծացնենք մի բանի անգամ, ապա մեծացնենք մի բանի անգամ:

1. Յեթե բաժանալու մեծացնենք մի բանի անգամ, ապա մեծացնենք մի բանի անգամ:

2. Յեթե բաժանալու մեծացնենք մի բանի անգամ, ապա մեծացնենք մի բանի անգամ:

Արագորակի բաժանումը 1. Հարկավոր է հարկավոր և 101 բնութագրված բաժանումը 3 հարկավոր

§ 18. Արագորակի լիվ գումարի բաժանումը

Լուծում. Այս խնդիրը կարելի է լուծել ինչպես ինչպես

700, 10=7000գ, 7000:2=3500գ:

2-րդ լուծում. Բնութագրված բաժանումները կլինենք և ապա

դառնենք կեսի թաղը:

700, (10:2)=700. 5=3500գ:

Թե առաջին և թիվ ինքնուրույն դեպքում առաջինը և միև-

նորի մուրաթանչնումը:

(700, 10):2=700. (10:2)=3500

Առաջին դեպքում նախ դառնում ենք ինքնուրույն առաջինը

Յեթե առաջինը փոխվեց մեծացնենք մի բանի անգամ, ապա մեծացնենք մի բանի անգամ:

Տեսնում ենք, ինչ ախտի մեկ փաղոնը 3 առնա՞նք ավելի չե բնութագրված և փաղոններին թիվը 3 առնա՞նք ախտի հ:

Այս կառնուը 3-ի միջոցով փոխվեց, այս պատճառով փոխվեց նաև

(3, 12, 8):2= $\frac{2}{288}$ =144

կառնուը:

(3, 12, 8):2=3. 6. 8=3. 12. 4=144

Յերկրորդ յեղանակի համաձայն 2-ի վրա բաժանում ենք (12.8) արտադրիչներից մեկը, փոխանակ նրանց արտադրյալը բաժանելու:

Գումարի բաժանումը. 3. Տրակտորավարն առաջին կիսամսյակի համար ստացավ 84 ռ., իսկ յերկրորդի համար՝ 91 ռ. աշխատավարձ: Այդ ամսին քանի՞ աշխուր եր ունեցել արակտորավարն յեթե նա չուրաքանչյուր աշխուրվա համար ստացել եր 7 ռուբլի:

Լուծում. Այս խնդիրը կարելի չե լուծել յերկու յեղանակով: Կարելի չե գումարել ամբողջ ամսում ստացած գումարը և բաժանել 7-ի վրա կամ առանձին-առանձին հաշվել առաջին և յերկրորդ կիսամսյակներում աշխատած որերի թիվը:

$$(84+91):7=175:7=25 \text{ որ,}$$

կամ՝

$$84:7+91:7=12+13=25 \text{ որ:}$$

Համեմատելով արդյունքները կարելի չե գրել՝

$$(84+91):7=84:7+91:7=12+13=25$$

Յերկու քվերի գումարը վորեվ քվի վրա բաժանելու համար, կարելի չե այդ քվի վրա ամեն մի գումարելից բաժանել առանձին-առանձին յեվ ապա գումարել սացված քանորդները:

$$\text{Տառերով պետք է գրել այսպես. } \frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

Այս կանոնը ճիշտ է նաև յերեք, չորս և ավելի գումարելիներ ունեցող գումարի վերաբերմամբ:

$$\text{4. Բաժանենք՝ } (140+280+360):10=(140+280+360):10=140:10+280:10+360:10=14+28+36=78$$

կամ՝

$$\frac{780}{10}=78$$

$$\text{Տառերով արտահայտվում է այսպես՝ } \frac{a+b+c+d}{m} = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} + \frac{c}{m} + \frac{d}{m}$$

Նման կանոն կա նաև տարբերություն բաժանման համար: Տարբե ուրյան բաժանումը. 5. Յերկու թվերի՝ 375-ի և 255-ի—տարբերությունը բաժանենք 15-ի վրա:

$$\text{Լուծում. 1) } (375-255):15=\frac{120}{15}=8, \text{ կամ՝}$$

$$2) (375-255):15=(375:15)-(255:15)=25-17=8$$

Արդյունքները նույնն են:

Յերկու քվերի տարբերությունը վորեվ քվի վրա բաժանելու համար կարելի չե այդ քվի վրա առանձին-առանձին բաժանել նվազելից ու հանելից յեվ առաջին քանորդից հանել յերկորդ քանորդը:

$$\text{Այդ արտահայտենք տառերով. } \frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$$

Դիտողություն. Գումարի և տարբերության բաժանումը վորեք ամբողջ թվի վրա այդ յեղանակով կատարել հարմար է միայն այն դեպքում, յերբ գումարելիները կամ նվազելին ու հանելին այդ թվի վրա բաժանվում են առանց մնացորդի:

§ 19. Բաժանում միավորով յեվ զերոներով արտահայտվող քվերի վրա

Յեթե համեմատելու լինենք հետևյալ յերկու թվերը՝ 541 և 5410, կտեսնենք, վոր յերկրորդն առաջինից մեծ է 10 անգամ, վոր առաջին թվի հարյուրավորների կարգի միավորները յերկրորդ թվում հանդես են գալիս իբրև հազարավորների կարգի միավորներ. առաջին թվի տասնավորները յերկրորդ թվում՝ իբրև հարյուրավորներ, առաջին թվի առաջին կարգի միավորները՝ յերկրորդ թվում իբրև յերկրորդ կարգի միավորներ: Ուրիշ խոսքով, առաջին թվի վրա և բազմապատկել 10 անգամ, յերկրորդ թվի վրա ստանալու համար:

Յեթե այդ թվերը դասավորենք մեծությունների կարգով՝ նախ 5410-ը և հետո 541-ը, կնկատենք, վոր յերկրորդ թվին առաջինից փոքր է 10 անգամ. այդ ցույց տալու համար բավական է առաջին թվի վրա և կստանանք յերկրորդ թվի վրա հետևապես զերոյով վերջացող ամբողջ թիվը 10 անգամ փոքրացնելու համար բավական է այդ թվի վերջից մի զերո վերացնել:

Թիվը 100-ի վրա բաժանելու համար պետք է նախ բաժանել 10-ի վրա և ապա ստացված քանորդը կրկին բաժանել 10-ի վրա (վերջից 2 զերո վերացնելով): Նման ձևով 1000-ի, 10 000-ի, և մեկով ու զերոներով վերջացող ուրիշ թվերի վրա բաժանելու համար պետք է տված թիվը հաջորդաբար բաժանել 10-ի վրա:

- 1) $4\ 513\ 000:1000=(4\ 513\ 000:10):10=451\ 300:10=45\ 130$;
 2) $356\ 000:1000=(356\ 000:10):10=(356\ 000:10):10=$
 $=2560:10=356$

Բերված որինակներում բաժանելին վերջանում է զերոնե-
 րով, իսկ բաժանարարն արտահայտված է միավորով և զերոնե-
 րով: Բաժանելիս կարելի չէր բաժանելի վերջից միանգամից
 վերացնել այնքան զերո, վորքան զերոներ ունի բաժանարարը:
 Բաժանումը հնարավոր չեղավ կատարել առանց մնացորդի, վո-
 րովհետեւ բաժանելին վերջում այնքան զերոներ ունի, վորքան
 բաժանարարը, կամ ավելի:

Զերոներով վերջացող թիվը մեկից ու զերոներից բաղկա-
 ցած թվի վրա բաժանելու համար, պեսք է բաժանելի վերջից
 ջնջել այնքան զերո, վորքան կա բաժանարարում:

**§ 20. Զերոյով վե-
 րացող թվերի բա-
 ժանումը**

Գործարանի որական արտադրանքի արժե-
 քը գնահատվում է 128 000 ու: Գործարանն
 որական տալիս է 400s չուգուն: Գտնել 1s
 չուգունի միջին արժեքը:

Լուծում. Հարկավոր է 128 000-ը բաժանել 400-ի վրա
 լուծումը հեշտացնելու համար կարող ենք բաժանելին և բաժա-
 նարարը փոքրացնել 100 անգամ: Դրանից քանորդը չի փոխվի:

$$128\ 000:400=1280:4=320 \text{ ու.}$$

Զերոներով վերջացող բաժանելիից ու բաժանարարից բա-
 նորդ ստանալու համար կարելի չէ գրանց վերջից հավասար
 թվով զերոներ ջնջել: Դրանից բանորդը չի փոխվի:

**§ 21. Բաժանման
 այն դեպքը, յերբ
 բանորդը միանի-
 րիվ է**

1. Գտնել $651:217$ քանորդը:

Լուծում. Մենք բաժանում ենք այն
 թվերը միայն, վորոնք կարելի չէ բաժա-
 նել բազմապատկման աղյուսակի ողնու-
 թյամբ: Այդ պատճառով բաժանելիի բարձր

կարգի միավորները բաժանում ենք բաժանարարի բարձր կար-
 գի միավորների վրա: Բերված որինակում 6-ը բաժանում ենք
 2-ի վրա և ստանում՝ 3: $2=3$, այսինքն՝ $651:217=3$:

Ստուգելու համար բաժանարարը բազմապատկում ենք
 քանորդով:

$$217 \cdot 3 = 651$$

Յեթե բաժանելիի առաջին թվանշանով արտահայտված թի-
 վը փոքր է բաժանարարի առաջին թվանշանով արտահայտված
 թվից, այդ դեպքում անջատում ենք բաժանելիի առաջին յե-
 րու թվանշանները և բաժանում բաժանարարի առաջին թվանշ-
 շանով արտահայտված թվի վրա:

$$2. 20\ 595:4119=5$$

Այստեղ բաժանում ենք 20-ը 4-ի վրա: Յեթե պարզվի,
 վոր այդ բաժանումից ստացվող քանորդի ու բաժանարարի ար-
 տադրյալը մեծ է բաժանելիից, ապա մեկ միավորով պակսեց-
 նում ենք քանորդը և կրկին ստուգում: Այդ շարունակվում է
 այնքան ժամանակ, մինչև քանորդի թիվը բաժանարարով բազ-
 մապատկելով առաջացնում է այնպիսի արտադրյալ, վորը կամ
 փոքր և կամ հավասար է բաժանելիին: Միանիշ քանորդ ստա-
 նալու համար բաժանման այս չեղանակը պահանջում է, վոր
 բաժանելին այնքան թվանշան ունենա, վորքան բաժանարարը
 (յեթե բաժանելիի առաջին թվանշանն ավելի մեծ թիվ է ար-
 տահայտում, քան բաժանարարի առաջին թվանշանը), կամ մեկ
 թվանշանով ավելի (յեթե բաժանելիի առաջին թվանշանի ար-
 տահայտած թիվն ավելի փոքր է, քան բաժանարարինը):

Կա մի յեղանակ ևս, վորը թույլ է տալիս վորոշելու բա-
 ժանման այն դեպքերը, յերբ քանորդում միանիշ թիվ է ստաց-
 վում:

Տված է յերկու թիվ՝ բաժանելին և բաժանարարը: Բաժա-
 նարարի վերջում աջ կողից ավելացնենք մի զերո: Ստանում
 ենք մի նոր թիվ, վորը բաժանարարից 10 անգամ մեծ է: Յեթե
 այդ նոր թիվը բաժանելիից մեծ լինի, ապա տված յերկու
 թվերի բաժանումից ստացված քանորդը միանիշ թիվ կլինի,
 իսկ յեթե փոքր լինի՝ բազմանիշ:

Այս հատվածի որինակներից ստացվեցին միանիշ քանորդ-
 ներ, քանի վոր

$$2170 > 651 \text{ և } 41\ 190 > 20\ 595$$

Միանիշ բանորդ ստանալու համար հարկավոր է բաժանե-
 լիի առաջին թվանշանի արտահայտած թիվը բաժանել բաժանա-
 րարի առաջին թվանշանի արտահայտած թվի վրա: Բաժանումից
 հետո պեսք է միանիշ բանորդը բազմապատկել բաժանարարով

յեվ աւանալ բաժանելին: Յերե արագորյալն ավելի մեծ է բա-
ժանելիից, ապա անհրաժեշտ է քանորդը պակասեցնել մեկ
միավորով. այդ շարունակվելու յե այնքան ժամանակ, մինչեւ
արագորյալը հավասարվի բաժանելիին: Յերե բաժանումից հե-
տո ստացվի մնացորդ, ապա դա պէտք է ավելի փոքր լինի բա-
ժանարարից:

Այն դեպքում, յերբ բաժանելիի առաջին քվանցանի ար-
տահայտած թիվը փոքր է բաժանարարի համապատասխան քվանց-
անի ցուլց զված թվից, վերցնում են բաժանելիի առաջին
յերկու քվանցանով արտահայտված թիվը յեվ բաժանում:

**§ 22. Մնացորդով
բաժանում**

Միշտ հնարավոր է անմնացորդ բաժանում
կատարել:

1. Հայրը վորդուն 2 ու տալով, ուղարկեց
ելեկտրական լամպեր գնելու: Խանութում կային միայն 75 կո-
պեկանոց լամպեր: Յուր ունեցած դրամով նա քանի՞ լամպ կա-
րող էր գնել և վորքան դրամ կմնար գնումից հետո:

Լուծում. 200-ը բաժանելով 75-ի վրա՝ քանորդում
կստանանք 2 և կմնա 50 կոպ. չծախսված դրամ: Ուրեմն, այդ տղան
կարող էր յերկու ելեկտրական լամպ գնել և յուր տված դրամից
50 կոպ. յետ ստանալ: Այդ էլ կլինի 200-ը 75-ի վրա բաժանե-
լուց ստացված մնացորդը:

Սահմանում. Յերե բաժանելին ամբողջ թվով չի բա-
ժանվում բաժանարարի վրա, ապա բաժանելիի յեվ մյուս կող-
մից բաժանարարի ու քանորդի արագորյալի տարբերությունը
կոչվում է մնացորդ:

Դիտողություններ. 1. Մնացորդը միշտ պետք է փոքր լինի բաժանա-
րարից:

2. Կարելի չէ ասել, վոր բաժանելին բաժանարարի վրա անմնացորդ բա-
ժանվելու դեպքում, մնացորդը հավասար է զերոյի:

Ստուգենք առաջին խնդրի լուծումը. յերկու լամպերին
վճարվեց 1 ու 50 կոպ. յեթե դրան ավելացնենք մնացորդը՝ 50
կոպ., կստացվի 2 ու:

Ստուգումը գրենք ավելի կարճ.

$$75 \cdot 2 + 50 = 200 \text{ կոպ.} = 2 \text{ ուր.}$$

Այստեղ 200-ը բաժանելին է, 75-ը՝ բաժանարարը, 2-ը՝

քանորդը և 50-ը՝ մնացորդը: Մնացորդով բաժանման բոլոր
դեպքերի համար կանոնն այս է.

Բաժանելին հավասար է բաժանարարի յեվ քանորդի ար-
ագորյալին՝ ավելացած մնացորդը:

Տառային արտահայտությունը հետևյալն է. $a = bq + c$, վորտեղ a —ն բա-
ժանելին է, b —ն՝ բաժանարարը, q —ն՝ քանորդը, c —ն՝ մնացորդը:

Նույն կանոնը յերբեմն կարողում են ուրիշ ձևով:

Բաժանելին առանց մնացորդի հավասար է բաժանարարի
յեվ քանորդի արագորյալին:

Տառային արտահայտությունը հետևյալն է. $a = c = bq$, վորտեղ a —ն բա-
ժանելին է, b —ն՝ բաժանարարը, q —ն՝ քանորդը՝ c —ն՝ մնացորդը:

2. $\frac{135}{12}$ -ը տալիս է 11 քանորդը և 3 մնացորդը, կամ
 $(135 - 3) = 12 \cdot 11$:

Շատ հեշտ է քանորդը և մնացորդը գտնել այն դեպքե-
րում, յերբ վորեւ թիվ բաժանում ենք մեկով և զերոսերով
արտահայտվող թվի վրա:

3. Գտնել հետևյալ թվերի քանորդն ու մնացորդը.

$$1) 87 \ 536 : 1000, \quad 2) 127 \ 531 : 10 \ 000$$

Լուծում. 1) $87 \ 536 = 87 \cdot 1000 + 536$

Քանորդ ստացվեց 87 և մնացորդ՝ 536: Միևնույն ար-
դյունքը կստացվի, յեթե հաղարավորները ստորակետով կամ
զծով անջատենք ստորին կարգերի միավորներից.

$$87 \ 536 = 87'536$$

Ձախ կողմում կստացվի քանորդը՝ 87, իսկ աջ կողմում՝
մնացորդը՝ 536:

Յերկրորդ ուղինակում թիվը բաժանում ենք 10000-ի վրա.
Քանորդը գտնելու համար պետք է բաժանելի մեջ անջատենք
առաջագարավորները.

$$127 \ 531 = 12'7531$$

Քանորդը հավասար է 12-ի և մնացորդը՝ 7531-ի:

Մի թիվ մեկով ու զերոսերով արտահայտված թվի վրա
բաժանելիս քանորդը յեվ մնացորդը գտնելու համար պէտք է

Բաժանելիի մեջ աջ կողմից անջատել այնքան բաժանում, վոր-
 քան բաժանարարի վերջում գերոներ կան: Այն թիվը, վոր ար-
 ևսահայտվում է անջատումից հետո մնացած բաժանաններով,
 ցույց է տալիս քանոցը, իսկ անջատված բաժանանները՝ մնա-
 ցորդը:

**§ 23. Մնացորդի
 փոփոխությունը**

Տեսնենք, թե ինչ փոփոխություն է կրում
 մնացորդը բաժանելիի և բաժանարարի վո-
 րի մասնի դեպքում:

1. Ավտոմորֆ: զննելու համար գործարանը հասկացրեց
 48 700 ու, ամեն մեկը նստեց 8000 ու: Քանի՞ ավտոմորֆի զննվեց
 և վորքան դրամ մնաց:

Լուծում. Հարկավոր է 48 700-ը բաժանել 8000-ի վրա.
 քանորդը կլինի 6, իսկ մնացորդը՝ 700:

Կրճատ արտահայտման համար թե բաժանելիից և թե բա-
 ժանարարից կարելի չէ հավասար քանակի դերոներ ջնջել: Քա-
 նորդը չի փոխվի, յեթե բաժանելին և բաժանարարը փոքրաց-
 նենք 100 անգամ, կստացվի 487:80: Քանորդը կլինի դարձյալ
 6, բայց մնացորդը՝ 7: Այդ փոքրացավ 100 անգամ:

Այս որինակը լուծելիս պարզվում է հետևյալ կանոնը՝

Բաժանելին ու բաժանարարը միեվնույն թվով բազմա-
 պատկերիս կամ նույն թվի վրա բաժանելիս, մնացորդն էլ
 բազմապատկվում է նույն թվով կամ բաժանվում նույն թվի
 վրա: Քանորդը, սակայն, չի փոխվում:

**§ 24. Բաժանման
 այն դեպքը, յերբ
 քանորդը բազմա-
 ցիս թիվ է**

Այս դեպքում բաժանումը վերածվում է
 մի քանի անջատ բաժանումների, վորտեղ
 բաժանարարը միշտ նույն թիվն է լինում,
 քանորդն էլ՝ միանիշ թիվ: Իբրև բաժան-
 ման նշան ծառայում է $\lfloor$ նշանը (ուղիղ
 անկյուն):

1. 21 828-ը բաժանել 642-ի վրա: Գրության ձևն այս է.

$$\begin{array}{r} 21\ 828 : 642 \\ \underline{1\ 926} 34 \\ 2\ 568 \\ \underline{2\ 568} \\ 0 \end{array}$$

Տանք բաժանման մի որինակ ևս:
 2. 37 943 491 բաժանել 943-ի վրա.
 Լուծում.

$$\begin{array}{r} 37\ 943\ 491 : 943 \\ \underline{37\ 72} 40\ 237 \\ 223 \\ \underline{2234} \\ 1886 \\ \underline{3489} \\ 2829 \\ \underline{6601} \\ 6601 \end{array}$$

Այս որինակում առաջին մնացորդին՝ 22-ին ավելացնելու՝
 բաժանելիի մի թվանշանը, ստացանք 223, վորը չի բաժանվում
 943-ի վրա: Այսպիսի դեպքերում քանորդում նշանակվում է
 զերո, այդպես էլ արինք, վորից հետո միայն մնացորդին ավե-
 րացնում ենք բաժանելիի հետևյալ թվանշանը:

Մի թիվ մյուսի վրա բաժանելու համար բաժանելիից
 (սկսած ձախից) պեսք է անջատել այնքան բաժանում, վոր բա-
 ժանարարի վրա բաժանելիս սացվի միանիշ թիվ. առաջին
 մնացորդին աջ կողմից պեսք է ավելացնել, կամ, ինչպես սո-
 վորաբար առում են, ցած բերել բաժանելիի հետևյալ բաժանա-
 նը յեվ այսպես կազմել յերկորդ բաժանելին: Յեթե այդ վե-
 րինք բաժանենք բաժանարարի վրա, կսացվի անհայտ քանորդի
 յերկորդ թվանշանը, իսկ մնացորդը կլինի յերկորդ մնացորդը:
 վորի հետ յեվս պեսք է նույն կերպ վարվել, ինչպես առաջին
 մնացորդի հետ յեվ այսպես շարունակաբար, մինչև ռայառվեն
 բաժանելիի բոլոր թվանշանները: Վերջին մնացորդը կլինի
 տված յերկու թվերի բաժանումից առաջացած վերջնական
 մնացորդը:

V. ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԿԱՐԳԸ: ՓԱԿԱԳԾԵՐ

§ 1. Միեկնույն
աստիճանի գործա-
դույթյունների կարգը

Մաթեմատիկական նշանները ցույց են տալիս, թե տված թվերով ինչ գործողու-
թյուններ և ինչ կարգով պետք է կատա-
րել: Մաթեմատիկական նշանների միջոցով
գրավոր արտահայտությունը պետք է լինի պարզ ու վորոշ:
Ամենակարևորն այն է, վոր գրածը բոլորովին առիթ չտա քմա-
հաճորեն մեկնաբանել գործողությունների կարգը:

1. Միեկնույն աստիճանի գործողությունները կատարվում են այն կարգով, վորով գրված են.

$$1) 63-18+15-40+8+1=29 \quad 2) 80:2.5:4:10=5$$

Գործողությունների կարգը փոխենք և ապա հաշվենք.

$$\begin{array}{ll} 1) 63-18+15-40+8+1=29 & 2) 80:2.5:4:10=5 \\ 63+15-40+8-18+1=29 & 80:2.5:10:4=5 \\ 63-40+8-18+15+1=29 & 80:2:10.5:4=5 \\ 63+1+15-18-40+8=29 & 80:10:2.5:4=5 \\ 63-18-40+1+15+8=29 & 80:10.5:2:4=5 \end{array}$$

Բոլոր դեպքերումն էլ արդյունքը նույնն է:

2. Սակայն լինում են դեպքեր, յերբ միեկնույն աստիճանի գործողությունները կատարելիս ուզում են փոխել գործողու-
թյունների կարգը.

$$1) 72-45-13=14, \text{ բայց } 2) 72-(45-13)=40$$

Առաջին որինակում նախ հանեցինք 45, իսկ հետո՝ 13: Յերկրորդ որինակում 45-ից նախ հանեցինք 13, ապա 72-ից հանեցինք դրանց տարբերությունը: Այսպիսի դեպքերում գոր-
ծողությունների կարգը ցույց տալու համար, բացի գործողու-
թյան նշաններից, ոգավում են նաև փակագծերով:

Փակագծերը լինում են յերեք տեսակ. 1) պարզ (15-7).7, 2) ուղղանկյուն կամ քառակուսի [5+5.(12-3)].2, 3) ձևավոր { (8+7).[(5+2).2-4] }.5:

Փակագծերով հաշվելիս հարկավոր է հետզհետե բանալ դրանք, այսինքն կատարել գործողություններ, վորոնք ցույց

են տրված փակագծերի ներսում, և փակագծերը փոխարինել ստացված արդյունքներով:

Պիտոգորյուն. Փակագծերը բանալիս հարմար է սկսել ներքին փակագծերից:

3. Գրել և հաշվել 43-ից հանել 13-ի և 8-ի գումարը:

$$1) 43-(13+8)=43-21=22$$

Յեթե այս արտահայտությունը գրենք առանց փակագծերի, կաղավաղվի խնդրի իմաստը, այսինքն կստանանք՝ $43-1+8=8$

Միեկնույն աստիճանի գործողությունների համար փակա-
գծերից ոգավելն անհրաժեշտ է այն դեպքերում, յերբ գումարում կամ հանում ենք ցույց տված գործողությունների ար-
դյունքները, առանց կատարելու գործողությունները:

4. Գրել և հաշվել՝

1) 15-ին ավելացնել 7-ի, 13-ի և 8-ի գումարը.

$$15+(7+13+8)=15+28=43$$

2) 40-ից հանել 19-ի և 12-ի տարբերությունը.

$$40-(19-12)=40-7=33$$

3) 8-ին ավելացնել 71-ի և 62-ի տարբերությունը.

$$8+(71-62)=8+9=17$$

§ 2. Տարբեր աստի-
ճանի գործողու-
թյունների կարգը

Միեկնույն աստիճանի գործողությունների կարգին վերաբերող կանոնը չի տալիս վում տարբեր աստիճանի գործողություն-
ների վրա: Այդ գործողությունների հա-
մար կանոնը հետևյալն է.

Քարձ աստիճանի գործողությունները կատարվում են ավելի վաղ, քան ստորին աստիճանի գործողությունները:

1. Գտնենք, թե վորքան է $72-8.3$: Յեթե գործողու-
թյունները կատարենք այն կարգով, ինչպես գրված են, ալիս
72-ից պետք է հանել 8-ը և արդյունքը բազմապատկել 3-ով:
Բայց գործողությունների կարգի կանոնի համաձայն այն դեպ-
քերում, յեթե կան տարբեր աստիճանի գործողություններ, ալիս
բարձր աստիճանի գործողությունները կատարվում են առաջին
հերթին: Այդ հանգամանքն ազատում է, բազմապատկում է բա-

ժանուժ չեղած դեպքում, փակագծեր զրկու աճարածիչումը թյունից:

Չեն գրում՝ $72 - (8 \cdot 3)$, այլ գրում են՝ $72 - 8 \cdot 3 = 48$

Այն դեպքերում, չեր տարբեր աստիճանի գործողությունների կարգը կարող է սխալ մեկնաբանվել, ոգտվում են փակագծերով: Այստեղ, ինչպես և մի աստիճանի գործողությունների ժամանակ, փակագծերի մեջ գրվում են նշված և վոջ թե վերջնական հաշվումների արդյունքները:

2. Յույց տալ և հաշվել՝ 5 և 6 թվերի արտադրյալի և 5 ու 3 թվերի արտադրյալի գումարի բաժանումը նույն արտադրյալների տարբերությամբ վրա՝

$$(5 \cdot 6 + 5 \cdot 3) : (5 \cdot 6 - 5 \cdot 3) = (30 + 15) : (30 - 15) = 45 : 15 = 3$$

Յեթե այս արտահայտությունը գրվի առանց փակագծերի, կստացվի ուրիշ և անճիշտ արդյունք.

$$5 \cdot 6 + 5 \cdot 3 : 5 \cdot 6 - 5 \cdot 3 = 30 + 18 - 15 = 48 - 15 = 33$$

Դիտողություն. Բաժանման նշանը կարելի է փոխարինել կոտորակի զծով: Այդ դեք փոխարինում են նաև փակագծեր:

3. Բաժանել՝ $(15 + 25) : 5$: Այս առաջադրությունը կարելի չի և այլ կերպ գրել.

$$(15 + 25) : 5 = \frac{15 + 25}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

VI. ԹՎԵՐԻ ԲԱԺԱՆԱԿԱՆՈՒԹՈՒՅՆԸ

§ 1. Թվերի բաժանականություն

Յերե վորեվե ամբողջ թիվ մի այլ թվի վրա բաժանվում է առանց մնացորդի, ապա առաջին թիվը կոչվում է յերկրորդի բազմապատիկ, իսկ յերկրորդն էլ՝ առաջին թվի բաժանարար:

1424-ը 4-ի բազմապատիկ է, իսկ 4-ն էլ 1424-ի բաժանարարն է:

Դիտողություն. Այսուհետեվ, յերբ այս գլխում խոսելու լինենք այն մասին, վոր մի թիվ բաժանվում է մյուսի վրա, ապա պետք չի նկատի ունենալ վոր այդ բաժանվում է առանց մնացորդի:

Դրենք ամբողջ թվերի շարքն սկսելով զերոյից՝ 0, 1, 2,

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12... Հայտնի չե, վոր թվերի ալտ-պիսի շարքը կոչվում է բնական շարք:

Բնական շարքի ամեն մի թիվը կարելի չե անմնացորդ բաժանել միավորի, նաև այն թվի վրա, վոր հավասար է իրեն՝ բաժանելին:

Բնական շարքի բոլոր թվերը կարելի չե անմնացորդ բաժանել իրենց հավասար թվերի յեվ միավորի վրա:

Բնական շարքում կան այնպիսի թվեր, վորոնք բացի միավորից և իրենցից՝ ունեն ուրիշ բաժանարարներ ևս: Որինակ, 15-ը բաժանվում է 1-ի, 15-ի, 3-ի և 5-ի վրա. $15 : 1 = 15$, $15 : 15 = 1$, $15 : 3 = 5$, $15 : 5 = 3$:

§ 2. Գումարի

հատկությունները, վորոնց վրա հիմնված է բաժանականության հասկանալիքը:

Այն յեղանակները, վորոնցով, առանց բաժանման դիմելու, կարելի չե իմանալ, թե մի թիվ հանդիսանում է մյուսի բաժանարար, կոչվում են բաժանականության հատկանիշներ:

Բաժանականության հատկանիշների արտածումը հիմնված է գումարի հետևյալ հատկությունների վրա:

I. Յերե գումարելիներն առանձին-առանձին անմնացորդ բաժանվում են վորեվե թվի վրա, ապա գրանց գումարն էլ բաժանվում է նույն թվի վրա:

II. Յերե գումարելիներն անմնացորդ բաժանվում են վորեվե թվի վրա, բացի մեկ գումարելիից, վորը չի բաժանվում եված թվի վրա, ապա այդ գումարելիների գումարն էլ չի բաժանվում այդ թվի վրա:

1. $20 + 30 + 700 + 50 = 800$: Այս դեպքում բոլոր գումարելիները բաժանվում են 10-ի վրա, գումարը նույնպես բաժանվում է 10-ի վրա:

2. $20 + 30 + 700 + 49 = 799$: Այստեղ բոլոր գումարելիները բաժանվում են 10-ի վրա, բացի մեկ գումարելիից (49), այդ պատճառով գումարն էլ չի բաժանվում 10-ի վրա:

**§ 3. 10-ի, 100-ի
1000-ի վրա բա-
ժանվող քվերի բա-
ժանականության
հասկանիւթները**

Ձերոյով վերջացող թվերը 10-ի, 100-ի և 1000-ի վրա բաժանելու կանոնից յերևում է, Վոր 10-ի վրա առանց մնացորդի բաժանվող թիվը պետք է վերջանա առնը-վազն մեկ զերոյով, քանի Վոր նա պետք է կազմվի լրիվ տասնյակներից:

Հետևյալ թվերը՝ 10, 50, 90, 100, 400, 1000, 3500—բաժանվում են 10-ի վրա:

Հետևյալ թվերը՝ 7, 23, 108, 51916—չեն բաժանվում 10-ի վրա:

10-ի վրա բաժանվում են այն քվերը, վորոնք վերջանում են զերոյով:

Հետևյալ թվերը՝ 200, 800, 15 000 բաժանվում են, իսկ 270, 420, 730 չեն բաժանվում 100-ի վրա:

100-ի վրա բաժանվում են այն քվերը, վորոնք վերջանում են առնվազն յերկու զերոյով:

1000-ի վրա բաժանվում են այն քվերը, վորոնք վերջանում են առնվազն յեւեք զերոյով:

**§ 4. 2-ի յեւ 5-ի
վրա բաժանվող
քվերի բաժանա-
կանության հաս-
կանիւթները**

Սահմանում. Մյն բոլոր քվերը, վորոնք բազմապատիկ են 2-ին, կոչվում են զույգ քվեր: Մնացած քվերը կոչվում են կենց:

Տասը բաժանվում է 2-ի և 5-ի վրա.

$$10:2=5, \quad 10:5=2$$

Նշանակում է, վոր տասնյակներից կազմված ամեն թիվ պետք է բաժանվի 2-ի և 5-ի վրա, իսկ քանի վոր տասնյակներից կազմված թվերը վերջանում են զերոյով, ուստի թվերի վերջում զերոն ցույց է տալիս, վոր դրանք բաժանվում են 2-ի և 5-ի վրա.

$$1) 470:2=235, \quad 5800:5=1160$$

Յեթե թիվը չի վերջանում զերոյով, բայց ուզում ենք իմանալ՝ արդյոք բաժանվում է դա 2-ի կամ 5-ի վրա, այդ դեպքում թիվը վերածում ենք յերկու գումարելիների, վորոնցից առաջինը պետք է կազմված լինի տասնյակներից, ուրիշ խոսքով, վերջանա զերոյով, այսինքն՝ պետք է բաժանվի թի 2-ի և թի 5-ի վրա:

$$2) 385:5=(380+5):5=380:5+5:5; \quad 385\text{-ը բաժանվում է } 5\text{-ի վրա.}$$

$$3) 748:2=(740+8):2=740:2+8:2; \quad 748\text{-ը բաժանվում է } 2\text{-ի վրա.}$$

$$4) 928:5=(820+8):5=920:5+8:5; \quad 928\text{-ը չի բաժանվում } 5\text{-ի վրա, վորովհետև յերկրորդ գումարելին՝ } 8\text{-ը չի բաժանվում } 5\text{-ի վրա:}$$

$$5) 67:2=(60+7):2=60:2+7:2; \quad 67\text{-ը չի բաժանվում } 2\text{-ի վրա:}$$

Լուծումը կախում ունի թիվի վերջին թվանշանից: Այսպիսով ստանում ենք 2-ի և 5-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանա-կանության հետևյալ հատկանիշները:

2-ի վրա բաժանվում են այն քվերը, վորոնք վերջանում են զերոյով կամ զույգ թվանշանով (2, 4, 6, 8):

5-ի վրա բաժանվում են զերոյով կամ հեգով վերջացող քվերը:

**§ 5. 4-ի յեւ 25-ի
վրա բաժանվող
քվերի բաժանա-
կանության հաս-
կանիւթները**

100-ը բաժանվում է 4-ի և 25-ի վրա: Նշա-նակում է, լրիվ հարյուրավորներից կազմ-ված (տասնավորներ և միավորներ չունե-ցող ուրեմն և յերկու զերոյով վերջացող) յուրաքանչյուր թիվ, պետք է բաժանվի 4-ի և 25-ի վրա:

$$1) 100:4=25, \quad 100:25=4, \quad 6200:4=1550, \quad 1750:25=68$$

$$2) 3868:4=(3800+68):4=3800:4+68:4. \text{ այստեղից պարզ-վում է, վոր } 3868\text{-ը կբաժանվի } 4\text{-ի վրա:}$$

3868-ը վերլուծելով աջակես, ինչպես վարվեցինք նախորդ հատվածում, կարող ենք պատկերացնել դա իբրև գումար լեռ-կու այնպիսի գումարելիների, վորոնցից մեկը վերջանում է յերկու զերոյով, ուստի և կբաժանվի 4-ի և 25-ի վրա: Յեթե յերկրորդ գումարելին բաժանվի կամ չբաժանվի 4-ի և 25-ի վրա, ապա դրանից ել կախված կլինի ամբողջ թիվի բաժանվելը կամ չբաժանվելը 4-ի և 25-ի վրա:

$$3) 875:25=(800+75):25=800:25+75:25. \text{ ուրեմն } 875\text{-ը կբաժանվի } 25\text{-ի վրա:}$$

$$4) 917:4=(900+17):4=900:4+17:4. \quad 917\text{-ը չի բաժանվի } 4\text{-ի վրա, վորովհետև յերկրորդ գումարելին՝ } 17\text{-ը չի բաժանվում } 4\text{-ի վրա:}$$

5) $1343:25 = (1300+43):25 = 1300:25 + 43:25$. ուրեմն 1343 -ը 25 -ի բաժանվում 25 -ի վրա:

4-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վստահ վերջանում են յեղու գերյով, կամ վստահ վերջին յեղու բաժանանների սահայած թիվը բաժանվում է 4-ի վրա:

25-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վստահ վերջանում են յ' եղու գերյով, կամ վստահ 4 եղու յեղու բաժանանների սահայած թիվը բաժանվում է 25 -ի վրա, այսինքն 25 -ով, 50 -ով յեղ 75 -ով վերջացող թվերը:

§ 6. 8-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հասկանիւթները

Յերեք գերյով վերջացող ամեն մի թիվ կազմված է հազարավորնչից:

Բայց $1000 = 8 \times 125$ և բաժանվում է 8-ի ու 25 -ի վրա, ուստի մի քանի հազարավորները գումարն ևս բաժանվում է 8-ի և

25 -ի վրա. որինակ, $25000:8 = 125$:

1) 45328 8-ի վրա կբաժանվի:

Այդ թիվը վերածենք յեղու այսպիսի գումարելիների. $5000 + 328$. 45000 -ը կբաժանվի 8-ի վրա. $328:8 = 41$, հետևապես ամբողջ թիվն էլ 45328 կբաժանվի 8-ի վրա:

2) $16242:8$, $16242 = 16000 + 242$: Բայց յերկրորդ գումարելին՝ 242 -ը 8 -ի բաժանվում 8-ի վրա, հետևապես 16242 -ը 8 -ի բաժանվի 8-ի վրա:

8-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վստահ վերջանում են յեղեք գերյով, կամ վստահ վերջին յեղեք բաժանանների սահայած թիվը բաժանվում է 8-ի վրա:

§ 7. 9-ի յեղ 2-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հասկանիւթները

1. 9 թվանշանով արտահայտվող թվերը որինակ, 99, 999 և այլն, բաժանվում են 9-ի և 3-ի վրա:

Հետևյալ թվերը՝ 10, 100, 1000, 10000 կարող ենք վերածել յեղու այսպիսի գումարելիների.

$$\begin{aligned} 10 &= 9+1 \\ 100 &= 99+1 \\ 1000 &= 999+1 \\ 10000 &= 9999+1 \end{aligned}$$

Այս աղյուսակը ցույց է տալիս, թիվ 1 միավորով և դրա վերջում գրած գերյերով արտահայտվող թվերն 9-ի վրա բաժանելիս մնացորդ սացվում է 1:

2. Ասենք թե ուղում ենք իմանալ, 4332 -ը բաժանվում է 9-ի վրա, թե՞ վոչ:

4332 -ը վերածենք զանազան կարգի միավորների, կստանանք.

$$\begin{aligned} 4332 &= 1000 + 1000 + 1000 + 1000 + \\ &+ 100 + 100 + 100 + \\ &+ 10 + 10 + 10 + \\ &+ 2 \end{aligned}$$

Պատկերացնենք յուրաքանչյուր հազարավորն իրեն 999+1, յուրաքանչյուր հարյուրավորը՝ 99+1 և յուրաքանչյուր տասնավորը՝ 9+1, կստանանք.

$$\begin{aligned} 4332 &= 999 + 999 + 999 + 999 + 4 + \\ &+ 99 + 99 + 99 + 3 + \\ &+ 9 + 9 + 9 + 3 + \\ &+ 2 \end{aligned}$$

999, 99, 9 գումարելիները բաժանվում են 9-ի և 3-ի վրա, նշանակում է տվյալ թվի բաժանականութունն 9-ի և 3-ի վրա կախված է այն հանգամանքից, թե աչք թվի բոլոր կարգերի միավորների գումարը՝ $4+3+3+2=12$ բաժանվում է 9-ի և 3-ի վրա: 12 -ը բաժանվում է 2-ի վրա, հետևապես ամբողջ թիվն էլ կբաժանվի 3-ի վրա: 12 -ը 9 -ի բաժանվում 9-ի վրա, հետևապես 4332 -ը 9-ի վրա 9 -ի բաժանվի:

3. 3510 -ը 9-ի և 3-ի վրա բաժանվում է, թե՞ վոչ:

$3+5+1=9$; 9-ը բաժանվում է 9-ի և 3-ի վրա, ուստի 3510 -ն էլ կբաժանվի 9-ի և 3-ի վրա:

3-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վստահ բաժանանների գումարը 3-ի վրա բաժանվում է:

9-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վստահ բաժանանների գումարը 9-ի վրա բաժանվում է:

4. Իմացեք, հետևյալ թվերը 9-ի և 3-ի վրա բաժանվում են թե՞ վոչ:

1) 14382 2) 2760 3) 1345

1) 14 382-ի թվանշանների գումարը 18 է: Ուրեմն, 14 382-ը կրժանվի 3-ի և 9-ի վրա:

2) 2760-ի թվանշանների գումարը 15 է. հետևապես 2760-ը 9-ի վրա չի բաժանվի, բայց 3-ի վրա կրժանվի:

3) 4345-ի թվանշանների գումարը 13 է. հետևապես 1345-ը չի բաժանվի մոտ 3-ի և մոտ 9-ի վրա:

3-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականությունը վորոշելիս կարելի չե թվանշանների գումարում բաց թողնել այն թուրը թվերը, վորոնք բաժանվում են 3-ի վրա, նաև այն գումարները, վորոնք բաժանվում են 3-ի վրա:

9-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականությունը վորոշելիս նկատի չեն առնվում այն թվերը և գումարները, վորոնք բաժանվում են 9-ի վրա:

5. 865 417-ը բաժանվում է արդյոք 3-ի վրա:
Գտնենք այդ թվի թվանշանների գումարը՝ $8+6+5+4+1+7$: 6-ը բաց թողնենք, իբրև 3-ի վրա բաժանվող թիվ. կարելի չե բաց թողնել նաև $8+1$ -ի կամ $4+5$ գումարը, կհասնի: 7-ը չի բաժանվում 3-ի վրա, հետևապես ամբողջ թիվն էլ՝ 865 417-ը չի բաժանվի 3-ի վրա:

6. 63 729 136-ը բաժանվում է արդյոք 9-ի վրա:
Գտնենք այդ թվերի թվանշանների գումարը՝ $6+3+7+2+1+9+1+3+5$: Գումարելիս բաց թողնենք 9-ը և $6+3$ ու $7+2$ գումարները: Կհասնի՝ $1+3+5=9$: Նշանակում է այդ թիվը՝ 63 729 135-ը, կբաժանվի 9-ի վրա:

Բնական շարքի թվերը բաժանվում են յերկու խմբի. 1) պարզ թվեր և 2) բարդ թվեր:

Պարզ թվերը բաժանվում են միայն միավորի յեվ իրենց վրա: Բարդ թվերը բաժանվում են վոյ միայն միավորի յեվ իրենց վրա, ալ ուրիշ թվերի վրա:

Բաժանականության հատկանիշներով հնարավոր է լինում բնական շարքի թվերի մեջ նշել պարզ թվերը:

Դրենք բնական շարքի թվերի աղյուսակը 1-ից մինչև 100:

- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14,
1, 5, 16, 17, 18 ... 95, 96, 97, 98, 99, 100

Ջնջենք բոլոր գույգ թվերը, սկսելով 4-ից: Հեշտ է նկատել, վոր թվերը ջնջվում են ամեն անգամ մեկը մեջ տալով:

Այժմ, բացի 3-ից, ջնջենք այն բոլոր թվերը, վորոնք բաժանվում են 3-ի վրա: Ջնջելու չենք բնական շարքի յուրաքանչյուր յերրորդ թիվը: Նույն ձևով հետզհետե կջնջենք բոլոր այն բարդ թվերը, վորոնք բաժանվում են 5-ի, 7-ի, 11-ի և մյուս պարզ թվերի վրա, վորոնք նշված են վերևի աղյուսակում: Դրանից հետո մնացած թվերն էլ կկազմեն պարզ թվերի աղյուսակը: Կհասնի միայն այս թվերը:

- 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43,
47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Պարզ թվերի աղյուսակը կարելի չե ճարտարական ուզած չափով:

§ 9. Թվերի վերաձուլք պարզ արտադրիչների

Յուրաքանչյուր բարդ թիվ կարելի չե պատկերացնել իբրև արտադրյալ, ուրիշ խոսքով դա վերլուծել արտադրիչների:

1. Արտադրիչների վերլուծենք 36-ը:

Լուծում. $36=2 \cdot 18=3 \cdot 12=4 \cdot 9=6 \cdot 6=2 \cdot 2 \cdot 9=$
 $=4 \cdot 3 \cdot 3=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$:

Թիվը արտադրիչների վերլուծել կարելի չե զանազան չե՝ զանակներով: Վերջին վերլուծումը ($36=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$) մյուսներից տարբերվում է նրանով, վոր բոլոր արտադրիչները պարզ թվեր են:

Յուրաքանչյուր թիվ իբրեւ պարզ թվերի արտադրյալ կարելի չե պատկերացնել միայն մի յեղանակով:

2. Պարզ արտադրիչների վերածենք 30-ը և 42-ը:

Լուծում. 1) $30=3 \cdot 2 \cdot 5$, 2) $42=2 \cdot 3 \cdot 7$

Դիտարկենք. Յուրաքանչյուր արտադրյալում հնարավոր է արտադրիչները տեղափոխել թվերի այն վերլուծությունները, վորոնք չեն տարբերվում արտադրիչներով, այլ տարբերվում են արտադրիչների դասավորությամբ միայն, հավասար են իրար:

3. 30-ը վերլուծենք պարզ արտադրիչների:

Լուծում. $30=2 \cdot 5 \cdot 3=5 \cdot 3 \cdot 2=2 \cdot 3 \cdot 5$:

Այս բոլորը նույն վերլուծման տարբեր դրանցումներն են:

30-ի բազմապատկիչներն են 2, 3 և 5 թվերը:

Արտադրյալի բաժանման կանոնի համաձայն 30-ը կարելի

յի բաժանել և՛ 2-ի, և՛ 3-ի, և՛ 5-ի վրա: Ուստի 2-ը, 3-ը և 5-ը, վորոնք արտագրիչներ են, կարելի չե անվանել նաև 30-ի բաժանարարներ: Յերբեմն փոխանակ ասելու «թիվը վերլուծել պարզ բազմապատկիչներին», ասում են «թիվը վերլուծել պարզ բաժանարարներին»:

4. Թիվն առանց գրության մտքում, պարզ բազմապատկիչներին վերլուծելիս նախ վերլուծում են այն բազմապատկիչներին, վորոնք հարմար են համարվում, և հետո արդեն ամեն մի բազմապատկիչը վերլուծում պարզ թվերի, որինակ.

$$90 = 9 \cdot 10 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$$

5. 545-ը վերլուծենք պարզ բազմապատկիչներին: Այդ անում են այսպես.

$$\begin{array}{r|l} 546 & 2 \\ 273 & 3 \\ 91 & 7 \quad 546 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

6. Պարզ բազմապատկիչների վերլուծենք 1764-ը, 5600-ը:

$$\begin{array}{r|l} 1764 & 2 \\ 882 & 2 \\ 441 & 3 \\ 147 & 3 \quad 1764 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 5600 & 100 = 10 \cdot 10 = 2^2 \cdot 5^2 \\ 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \quad 5600 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 2^3 \cdot 7 = 2^5 \cdot 5^2 \cdot 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array}$$

Մեծ թվերը բազմապատկիչների վերլուծելու դեպքում ընդունում ենք գրանցման վորոշ կարգ.

1. Բազմապատկիչներն ընդունում են պարզ թվերի աղյուսակից, գործադրելով բաժանականության հատկանիշները.

2. Բազմապատկիչները գրվում են աճման կարգով (փոքրից զեպի մեծը):

3. Գրի առնելիս գործ են ածում աստիճանացույցերը:

4. Ձևրոյով վերջացող թվերի վերլուծումը սկսում են 10-ից, 100-ից և այլն, վորոնք իբրև բազմապատկիչներ տալիս են այնքան յերկյակներ ու հնգյակներ, վորքան զերո կա տվյալ թվի վերջում:

§ 10. Ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար

1. Մի քանի թվերի ընդհանուր բաժանարար կոչվում է այն թիվը, վորի վրա տված բոլոր թվերը բաժանվում են անմնացորդ: Ձանազան թվեր կարող են ունենալ

և չունենալ ընդհանուր բաժանարար: 1 բաժանարարը սովորաբար հաշվի չի առնվում, վորովհետև ամեն թիվ 1-ի վրա բաժանվում է առանց մնացորդի:

6-ի և 10-ի ընդհանուր բաժանարարը 2-ն է, 15-ի և 24-ի ընդհանուր բաժանարարը՝ 3-ը, 180-ի և 300-ի ընդհանուր բաժանարարը՝ 60-ն և ամեն մի թիվ, վորի վրա 60-ը բաժանվում է:

5 և 7-ը 25 և 42-ը չունեն ընդհանուր բաժանարար:

Ս ա հ մ ա ճ ու մ. Այն թվերը, վորոնք չունեն ընդհանուր բաժանարար, բացի միավորից, կոչվում են փոխադարձաբար պարզ թվեր:

Այդպիսի թվեր են 5-ը և 7-ը, 25-ը և 42-ը, թեպետ դրանցից մեկը կամ հենց յերկուսն էլ բարդ թվեր են:

2. 1000-ի, 2000-ի, 2500-ի, 3000-ի համար 20-ը ընդհանուր բաժանարար կլինի: Սակայն բացի 20-ից այդ թվերի ընդհանուր բաժանարարներ են 50-ը, 100-ը, 500-ը:

Այդ բաժանարարներից ամենամեծը 500-ն է:

Ս ա հ մ ա ճ ու մ. Մի բանի թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար կոչվում է այն ամենամեծ թիվը, վորի վրա բաժանվում են տված բոլոր թվերը:

3. Յեթե մենք նկատի ունենանք 8-ը և 15-ը, կտեսնենք, վոր դրանցից յուրաքանչյուրն ունի չուր բաժանարարները. 8-ի վոր դրանցից յուրաքանչյուրն ունի չուր բաժանարարները՝ 2, 4, 8, իսկ 15-ի բաժանարարները՝ 3, 5, 15:

Բացի այդ, ինչպես հայտնի չե, ամեն մի թիվ բաժանվում է միավորի վրա: Թեպետ 8-ը և 15-ը բարդ թվեր են, սակայն գրանք փոխադարձաբար պարզ են և բացի միավորից չունեն ուրիշ ընդհանուր բաժանարարներ: Ուստի միավորը կլինի նրանց ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

Յերկու փոխադարձաբար պարզ թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը միավորն է:

4. 1) Գտնենք 40-ի, 80-ի և 96-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

Լ ու ծ ու մ. Այդ թվերը վերլուծենք պարզ բաժանարարներ

քի կամ արտադրիչներին, ապա բաղդատենք դրանք և վերցնենք ընդհանուր բաղձապատկիչները.

$$80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5 = 2^3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 10$$

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$$

$$96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^5 \cdot 3 = 2^3 \cdot 2^2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 12$$

Այդ բոլոր թվերի համար ընդհանուր ընդգծված բաժանարարների արտադրյալն էլ հանդիսանում է դրանց ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

80-ի, 40-ի և 96-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար է՝ $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$:

2) Գտնենք 1800-ի, 500-ի և 700-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

Լուծում. Այդ թվերում հեշտ է առանձնացնել 100-ն իբրև ընդհանուր բաժանարար, առանց վերլուծելու դա պարզ բաժանարարների կատանանք.

$$1800 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 100$$

$$500 = 5 \cdot 100$$

$$700 = 7 \cdot 100$$

Ուրեմն, 1800-ի, 500-ի և 700-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը 100-ն է:

5. Վերցնենք 75 և 25: Այդ թվերի ընդհանուր բաժանարարներն են՝ 1-ը, 5-ը 25-ը:

Ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը 25-ն է: Այսպիսով, տված յերկու թվերից փոքրը կլինի այդ յերկու թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

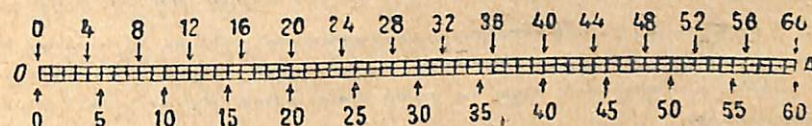
I. Յեթե սված թվերից մեծը բաժանվում է փոքրի վրա, ապա այդ վերջինը կլինի սված յերկու թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

II. Յեթե փոքր թիվը չի հանգիստանում սված թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար, ապա այդ թվերը վերլուծելով պարզ արտադրիչների յեվ առանձնացնելով բոլորից ընդհանուր բազմապատկիչները, պեսք է բազմապատկել. ստացված արտադրյալը կլինի այդ թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:

§ 11. Հատկացույթյուն ամենափոքր բազմապատկիչի մասին

Մահմանում. 1. Այն թիվը, վորն անմնացորդ բաժանվում է սված թվի վրա, կոչվում է այդ թվի բազմապատկիչ.

2. 2-րդ նկարի վրա անց է կացրած ուղիղ գիծ: Այդ ուղիղի վրա կարող ենք թվեր նշանակել: Դրա համար հարկավոր է մասշտաբի միավոր ընտրել: Այդտեղ միավորը ընդունված է 2 մմ յերկարությունը: Սկսած 0 կետից անդադրելով մասշտաբի միավորը, 2 մմ յերկարության հատվածի վերջում նշանակում ենք 1, իսկ 4 մմ հատվածի վերջում նշանակում ենք 2. շարունակելով այդ նշումները՝ ստանում ենք կետեր, վորոնց մոտ գրված են 3, 4, 5, 6... Ուղիղի վրա կարող ենք նշանակել մեզ անհրաժեշտ բոլոր թվերը: Այդպիսի ուղիղը կոչվում է թվային առանցք:



Նկ. 2.

Թվային առանցքի թվերի մեջ կան ախպիսիները, վորոնք բազմապատկիչ են 5-ին: Այդ թվերն են՝ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 ... 60 ... :

Այդ նույն առանցքի վրա կարելի է նույն տալ և ախպիսի թվեր, վորոնք բազմապատկիչ են 4-ին. այդ թվերն են՝ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40 ... 60 ... :

Այդ յերկու շարքերից զատենք ախ թվերը, վորոնք միաժամանակ բազմապատկիչ են և՛ 5-ին և՛ 4-ին. Դրանք են՝ 20-ը, 40-ը, 60-ը:

Գտնենք այդ թվերից ամենափոքրը: Այդ 20-ն է. դա էլ կլինի 4-ի և 5-ի ամենափոքր բազմապատկիչը:

Մահմանում. Այն բոլոր թվերից ամենափոքրը, վորն առանց մնացորդի բաժանվում է սված բոլոր թվերի վրա, կոչվում է սված թվերի ամենափոքր բազմապատկիչ:

Թվերի ամենափոքր բազմապատկիչը կարելի է նաև հաշվումների միջոցով գտնել:

3. Գտնենք 4-ի և 6-ի ամենափոքր բազմապատկիչը: Դա

պետք է բաժանվի թե 4-ի և թե 6-ի վրա: 4-ի բազմապատկիչներն են՝ 2, 2, իսկ 6-ինը՝ 2 և 3: Կնշանակի 4-ի և 6-ի բազմապատկիչն ել պետք է պարունակի յերկու անգամ 2 և մեկ անգամ 3 բազմապատկիչներ: Պարզ է, Վոր ամենափոքր բազմապատկիչը կպարունակի միայն 2.2.3 արտադրիչները: Ուստի է հավասար է 12-ի:

§ 12. Ամենափոքր բազմապատկիչ գտնելու յերեմի դեպքեր

Մի քանի թվերի ամենափոքր բազմապատկիչը գտնելու յերեք դեպք կարող է լինել. I. Թվերից մեկը բաժանվում է մյուս բոլոր թվերի վրա:

1. Ասենք թե տված են 6-ը, 5-ը և 30-ը:

Գտնենք դրանց ամենափոքր բազմապատկիչը:

Լուծում. Ամենափոքր բազմապատկիչը հավասար է 30-ի, քանի Վոր 30-ը բաժանվում է թե 6-ի, թե 5-ի և թե 30-ի վրա:

Գիտողություն. Ամենափոքր բազմապատկիչը գտնելու միշտ պետք է փորձել, թե տված թվերից ամենամեծը չի բաժանվում արդյոք մյուս բոլորի վրա: Յեթե բաժանվում է, ապա նա կլինի մյուս բոլոր թվերի ամենափոքր բազմապատկիչը:

II. Տված բոլոր թվերը չունեն բնդհանուր բազմապատկիչներ:

2. 2-ի, 3-ի և 5-ի ամենափոքր բազմապատկիչը հավասար է՝ $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$:

3. Գտնենք 3-ի, 25-ի և 14-ի ամենափոքր բազմապատկիչը:

Այդ թվերը վերածենք պարզ բազմապատկիչների $3=3$, $25=5 \cdot 5$, $14=2 \cdot 7$: Տեսնում ենք, Վոր տված թվերը չունեն ընդհանուր պարզ բաժանարարներ, թեպետ և վերածվում են պարզ բաժանարարների (արտադրիչների): Միանգամայն պարզ է, Վոր ամենափոքր բազմապատկիչը կլինի այն թիվը, Վոր բաժանվում է տված թվերի բոլոր պարզ արտադրիչների վրա: Այդ թիվը տված բոլոր թվերի արտադրյալն է. $3 \cdot 25 \cdot 14 = 10 \cdot 0$:

III. Ընդհանուր դեպք:

4. Գտնենք 40-ի, 90-ի և 75-ի ամենափոքր բազմապատկիչը: Լուծում. Այդ թվերը վերլուծենք պարզ բազմապատկիչների.

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$75 = 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3 \cdot 5^2$$

Ամենափոքր բազմապատկիչը գտնելու համար առանձնացնում ենք տված թվերից մեկի (ավելի լավ է ամենամեծ թվի) բոլոր բազմապատկիչները $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, հետո դրան ավելացնում ենք յերկրորդ թվի (40) այն բոլոր բազմապատկիչները, Վոր չկան առաջինում, այսինքն $2 \cdot 2$, վերջապես այդ արտադրյալին ել ավելացնում ենք յերրորդ թվի (75) այն բազմապատկիչները, Վոր չկան այդ արտադրյալում, այսինքն 5 -ը:

Ստանում ենք $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 1800$, Վորը և տված յերեք թվերի բազմապատկիչն է, Վորովհետև նա պարունակում է տված բոլոր թվերի բոլոր բազմապատկիչները (բաժանաբարներ): Նա ամենափոքր բազմապատկիչն է, Վորովհետև, յեթե բազմապատկիչներից մեկն անգամ բաց թողնենք, ապա ստացված թիվն այլևս բազմապատկիչ չի լինի—չի բաժանվի տված թվերից թեկուզ մեկի վրա:

Գիտողություն. Յերկու կամ մե քանի թվերի ամենափոքր բազմապատկիչը պետք է պարունակի տված Վոր բոլոր արտադրիչները (բաժանաբարները) ամենաբարձր աստիճաններով:

Ամենափոքր բազմապատկիչը գտնելու համար կարիք չկա ամեն անգամ բազմապատկել բոլոր արտադրիչները: Բավական է հիմք ընդունել տված թվերից ամենամեծը և ավելացնել դրան այն արտադրիչները, Վորոնք այդ թվում չկան, բայց մտնում են ամենափոքր բազմապատկիչում:

5. Գտնենք 360-ի, 600-ի և 720-ի ամենափոքր բազմապատկիչը:

$$\text{Լուծում. } 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5, 600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2, 720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Ամենափոքր բազմապատկիչը կլինի՝ $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 720 \cdot 5 = 3600$: Այդ հաշվելու համար հիմք ենք ընդունել ամենամեծ թիվը՝ $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ -ը և բազմապատկել ենք 5 -ով, Վորովհետև ամենամեծ թվում 5 բազմապատկիչն առաջին աստիճանի լի, այսինչ բազմապատկելու պետք է յերկրորդ աստիճանի լինի, այլապես նա 600 -ի վրա չի բաժանվի: Այդ պատճառով ել բազմապատկել գտնելու համար ամենամեծ թիվը՝ 720 -ը բազմապատկել ենք պակասող բազմապատկիչով՝ 5 -ով:

§ 13. Բարդ քվերի վրա բաժանվող քվերի բաժանակաճուրայան հասկանիւններ

Ամենափոքր բաղմապատիկի հատկութիւնները, վորոնց ծանոթացանք, թույլ են տալիս մեզ նշել նաև բաժանման միանգամայն հատկանալի մի հատկութիւնը:

Յերե քիվը բաժանվում է մի բանի իրար փոխադարձաբար պարզ քվերի վրա, ապա նա բաժանվում է նաև արագրայալի վրա, վորը ստացվում է արագրիչների վորեկէ խմբավորումից:

Հենց այդ հատկութիւնն էլ հնարավորութիւն է տալիս իմանալու, թե արդյոք բաժանելին բաժանվում է այն բարդ թվի վրա, վորը կարելի չէ վերլուծել 2-ի, 4-ի, 8-ի, 3-ի, 9-ի, 5-ի և սրանց բաղմապատիկ թվերին, այսինքն այնպիսի թվերի, վորոնց նկատմամբ գործադրում ենք բաժանականութիւն մեզ հայտնի հատկանիշները:

1. Իմանանք՝ 120-ը, 180-ը, 240-ը և 360-ը արդյոք բաժանվում են 36-ի վրա:

Լուծում. 36-ը վերլուծենք յերկու փոխադարձաբար պարզ արտադրիչներին՝

$$36 = 4 \cdot 9$$

Բաժանականութիւն հատկանիշներով գտնում ենք, վոր 4-ի վրա բաժանվում են տված բոլոր թվերը՝ 120-ը, 180-ը, 240-ը և 360-ը: Բայց 9-ի վրա բաժանվում են միայն 180-ը և 360-ը: Այդ նշանակում է, վոր միայն 180-ը և 360-ն են միաժամանակ բաժանվում է և՛ 4-ի և՛ 9-ի վրա, այսինքն բաժանվում $(4 \cdot 9) = 36$ թվի վրա:

Փիտագորայուն Բաժանականութիւնը վորոշիւտ համար հարկավոր է բաժանարար վերլուծել այնպիսի արտադրիչներին, վորոնք լինեն փոխադարձաբար պարզ:

2. Իմանանք՝ 30-ը, 40-ը, 60-ը և 80-ը արդյոք բաժանվում են 12-ի վրա:

Լուծում. 12-ը վերլուծենք յերկու փոխադարձաբար պարզ արտադրիչներին՝ $12 = 3 \cdot 4$: Բերված որինակի թվերից միայն մեկն է բաժանվում թե 3-ի և թե 4-ի վրա: Դա 60-ն է: 40-ը և 80-ը բաժանվում են 4-ի վրա, բայց չեն բաժանվում 3-ի վրա. 30-ը չի բաժանվում 4-ի վրա: Սխալ կլիներ 12-ն ուրիշ կերպ

վերլուծել, որինակ, 2.6 վերլուծումը չի տա ճիշտ պատասխան (2-ը և 6-ը փոխադարձաբար պարզ թվեր չեն), վորովհետեւ թեպետ 30-ը և 60-ը բաժանվում են և 6-ի և 2-ի վրա, սակայն 30-ը չի բաժանվում 12-ի վրա:

3. Յույց տանք մի քանի հաճախ պատահող բարդ թվերի բաժանականութիւն հատկանիշները.

6-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնք բաժանվում են քե 2-ի յեկ քե 3-ի վրա:

12-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնք բաժանվում են քե 3-ի յեկ քե 4-ի վրա:

15-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնք բաժանվում են քե 3-ի յեկ քե 5-ի վրա:

18-ի վրա բաժանվում են այն թվերը, վորոնք բաժանվում են քե 2-ի յեկ քե 9-ի վրա:

VII. ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

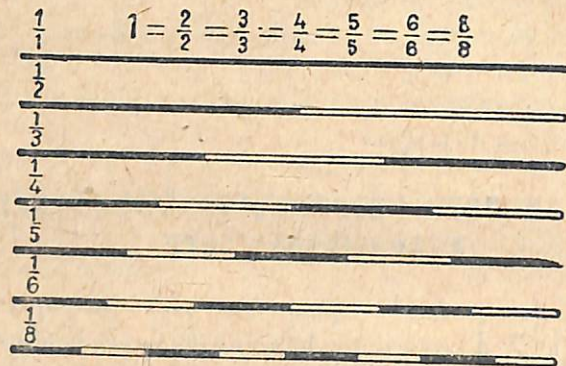
§ 1. Միավորվ մասեր: Կոտորակաչիւն քվեր

Վորեւ յերկարութիւն չափելու համար պետք է ունենալ «յերկարութիւն միավոր»: Այդ անվանենք ուղղակի միավոր: Սրանով չափելիս կարող է այնպես պատահել, վոր միավորն ըստ յերկարութիւն մի քանի անգամ չափվելուց հետո, մնա ևս մի հատված՝ ավելի փոքր, քան յերկարութիւն միավորը: Այդպես չափված յերկարութիւնը չի կարելի նշանակել ամբողջ թվով, այլ հարկավոր է մտցնել նոր թվեր—կոտորակային թիվ:

Ասենք թե պետք է մի պարան հավասարապես բաժանել յերեք մարդու միջև: Դրա համար պետք է պարանը 3 հավասար մաս անել: Բաժանելու հետևանքով կստանանք ամբողջ պարանի մի յերրորդ մասը: Մի կիլոգրամ շաքարավազը չորս մարդու հավասարապես բաժանելու համար հարկավոր է 4 հավասար մաս անել այդ՝ ամեն մեկը կլինի ամբողջ շաքարավազի մեկ քառորդ մասը:

Ամեն մի ամբողջ թիվ կամ միավոր կարելի չէ պատկերացնել իբրև ուղիղ գծի մի հատված: 3-րդ նկարի վրա՝ գծված

և մի ուղիղ, վորն ընդունված է իրրև միավոր: Նրա տակ գծված են մի քանի հատվածներ, վորոնք ստացված են միավորը չերկու, յերեք, չորս և հինգ հավասար մասերի բաժանելուց: Այդ մասերը կոչվում են՝ միավորի մեկ յերկրորդականը կամ կեսը, մեկ յերրորդ, մեկ քառորդ, մեկ հինգերորդ մաս: Մասերն արտահայտելու համար գործադրում են նոր թվեր — կոստրակային թվեր, վորովհետև ամբողջ թվերով կարելի չէ միայն ամբողջ միավորներ արտահայտել, բայց վոչ միավորի մասեր:



Նկ. 3.

Ստացված կոտորակային թվերը գրվում են այսպես. մեկ յերկրորդական մաս՝ $\frac{1}{2}$, մեկ յերրորդ մաս՝ $\frac{1}{3}$, մեկ քառորդ մաս՝ $\frac{1}{4}$, մեկ հինգերորդ մաս՝ $\frac{1}{5}$:

Այն հավասար մասերը, վորոնց բաժանված է միավորը, չերեկմն կոչվում են միավորի մասեր:

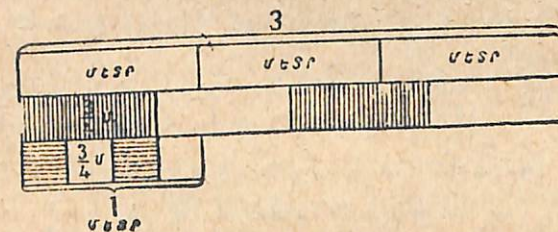
Միավորի մասերն արտահայտվում են յերկու թվով, վորոնք անջատվում են հորիզոնական գծով: Այն թիվը, վոր գծից վար է գտնվում, ցույց է տալիս, թե քանի հավասար մասի յե բաժանված միավորը, գծից վեր նշանակվում է միավորը: Այն թիվը, վորը կազմված է միավորի մի քանի հավասար մասերից, նույնպես կոչվում է կոտորակային թիվ: Որինակ, 1 կգ շաքարավազը 4 հավասար մասի բաժանելով և վերցնելով դրա-

նից 3-ը, մենք վերցնում ենք ամբողջ շաքարավազի չերեք քառորդը, վորը գրվում է այսպես՝ $\frac{3}{4}$ (չերեք քառորդ):

Ինչպես չերեում է գրածից, գծից վեր չեղած թվանշանը ցույց է տալիս վերցրած մասերի թիվը: Գծից վար չեղած թվանշանը ցույց է տալիս, թե քանի հավասար մասերի յե բաժանված միավորը:

Բայց այդ միևնույն թիվը — յերեք քառորդը — կարելի չէ ուրիշ կերպ ստանալ: Վերցնենք մի յերկդ կամ պարսն: Դրանից կտրենք մեկ մետր և առանձին ել՝ յերեք մետր: Պարանի մեծ կտորը բաժանենք չորս մասի: Մենք 3 մետրը բաժանենք 4 մասի, վորոնցից յուրաքանչյուրը կլինի 75 սմ: Այժմ վերցնենք վոքը կտորը, վորի յերկարությունը հավասար է մեկ մետրի. դա բաժանելով 4 մասի, անջատենք 3-ը: Յուրաքանչյուր մասի յե յերկարությունը կլինի 25 սմ, հետևապես 3 մասի յերկարությունը՝ 75 սմ: Այս յերկարության հատվածը կկազմի մետրի $\frac{3}{4}$ մասը:

3 մետրը բաժանելով 4 մասի և վերցնելով մեկ մետրի $\frac{3}{4}$ մասը՝ ստացանք միանման արդյունքներ: Այդ կարող ենք գրել այսպես. $3:4 = \frac{3}{4}$: Ստացանք կոտորակային թիվ՝ $\frac{3}{4}$ -ը կլինի 3 ամբողջ թիվը 4 ամբողջ թվի վրա բաժանելու արդյունքը (նկ. 4.): $\frac{3}{4}$ -ի մեջ 4-ը ցույց է տալիս, թե քանի հավասար մասերի յե բաժանված ամբողջ միավորը, իսկ 3-ը՝ թե այդ մասերից քանիսն է վերցրած:



Նկ. 4.

Այդ նույն ձևով կարելի յե ստանալ $\frac{3}{4}$ կգ շաքարավազ՝
3 կգ շաքարավազը չորս մասի բաժանելով:

Նախ մեկ կիրգրամն ենք բաժանում 4 մասի, ստանում
ենք $\frac{1}{4}$ կգ: Այնուհետև բաժանում ենք յերկրորդ, յերրորդ կիրգ-
րամները և ամեն անգամ ստացվում ե $\frac{1}{4}$ կգ: Յերեք անգամ
կրկնելով բաժանումը յերեք անգամն ել ստանում ենք մեկական
 $\frac{1}{4}$ կգ: Ընդամենը կստանանք չորս մաս՝ յուրաքանչյուրը $\frac{3}{4}$ կգ
շաքարավազ:

Մինչև կոտորակներին ծանոթանալը մենք չեցինք կարող
ամեն տեսակ բաժանում կատարել, այլ միայն մեծ թիվը բա-
ժանում եյինք փոքրի վրա: Իսկապես, քանորդում ամբողջ թիվ
կարելի յե ստանալ մեծ թիվը փոքրի, կամ հավասար թվերն
իրար վրա բաժանելով: Բայց յերբ անցնում ենք կոտորակային
թվերին, ամեն տեսակ բաժանում—նույնիսկ փոքր թիվը մեծի
վրա—գաղտնում ե հնարավոր: Բաժանման հետևանքը լինում ե
կոտորակային թիվ: Այսպիսով, կոտորակային թիվն արդյունք ե
յերկու ամբողջ թվերի բաժանման: Ուստի և կոտորակային
թվերը նշանակվում են յերկու թվանշաններով, վորոնց միջոցով
անց են կացնում հորիզոնական գիծ—վորպես բաժանման նշան:

Այն թիվը, վոր գծից վեր ե, կոչվում ե կոտորակի նամա-
րիչ, այն թիվը, վոր գծից վար ե, կոչվում ե կոտորակի նայսարար:

Սա հ մ ա ճ ու մ. I. Կոտորակի հայսարար կոչվում ե այն
ամբողջ թիվը, վոր ցույց ե տալիս, թե միավորը քանի հավա-
տար մասերի յե բաժանված:

II. Կոտորակի համարիչ կոչվում ե այն ամբողջ թիվը,
վոր ցույց ե տալիս, թե կոտորակը միավորի քանի մասերն ե
այսուհետև կոչում:

Համարիչը հայտարարից անջատվում ե գծով: Կարգալիս
նախ ստում են կոտորակի համարիչը, հետո հայտարարը:

Դ ի թ ո ղ ու թ յ ու մ. Կոտորակային թիվը կրճատ ասվում ե «կոտորակ»:

Քանի վոր կոտորակը ստացվում ե բաժանման հետե-
վանքով, ուստի կոտորակն ու յուր յերկու բաղկացուցիչ թվերը
կարելի յե անվանել յերկու ձևով:

- 1) քանորդ՝ $\frac{4}{5}$ — բաժանելի
5 — բաժանարար,
- 2) կոտորակ՝ $\frac{4}{5}$ — համարիչ
5 — հայտարար

§ 2. Կոտորակի
իրենի յերկու թվերի
հարաբերություն

1. Կոտանտեսության մի բրիգադ ցանել եր
75 հա, իսկ մյուսը՝ 150 հա: Վոր բրիգադը
և քանի անգամ ավելի յիր ցանել մյուսից:
Լ ու ծ ու մ. Այս խնդիրը լուծվում ե
բաժանումով:

$150 : 75 = \frac{150}{75} = 2$: Ուրեմն, յերկրորդ բրիգադը 2 անգամ
ավելի յեր ցանել:

Ս ա հ մ ա ճ ու մ. Բաժանման միջոցով յերկու թվերի բաղ-
դասման արդյունքը կոչվում ե յերկու թվերի հարաբերություն:

Բաժանելին կոչվում ե հարաբերության նախորդ, իսկ բա-
ժանարարը հարաբերության հետնորդ անդամ:

Տվյալ խնդրում հարաբերությունը կլինի $\frac{150}{75} = 2$: Նախորդ
անդամն ե 150-ը, իսկ հետնորդը՝ 75:

2. Կոտանտեսությունն ուներ 851 հա վարելահող: Պլանի
համաձայն 320 հա պետք ե մշակվել ձիաքարշ մեքենաներով,
իսկ մնացածը՝ տրակտորներով: Վարի վոր մասը պետք ե ձիա-
քարշ մեքենաներով արվել:

Այստեղ հարկավոր ե բաժանման միջոցով ձիաքարշ մեքե-
նաների աշխատանքը համեմատել այն աշխատանքի հետ, վոր
պետք ե ամբողջ կոտանտեսությունը կատարել:

$$320 : 851 = \frac{320}{851}$$

Այս օրինակում հարաբերությունը չի կարելի ամբողջ թվով
արտահայտել՝ ստացվում ե $\frac{320}{851}$ կոտորակային թիվը, վորը ցույց
ե տալիս, թե ամբողջ աշխատանքի վոր մասն են կատարելու
ձիաքարշ մեքենաները: Այդ կոտորակը կարելի յե անվանել հա-
րաբերություն, բայց կարելի յե և բաժանումից առաջացած քա-
նորդ անվանել: Մինչև այս $\frac{320}{851}$ մեծությունը կհոչվի:

1) քանորդ՝ 320—բաժանելի
851—բաժանարար

2) Հարաբերություն՝ 320—հարաբերության նախորդ անդամ
851—հարաբերության հետնորդ անդամ

3) Կոտորակ՝ 320—համարիչ
851—հայտարար

$< \frac{1}{2} >$ նշանները ծառայում են ցույց տալու համար, վոր մի թիվը փոքր է մեծ և մյուսից:

$$\frac{1}{2} < 1$$

Կարգում են այսպես, կեսը փոքր է մեկից:

$$1 > \frac{1}{2}$$

Կարգում են այսպես, մեկը մեծ է մեկ յերրորդից: $<$ նշանը յուր սուր ծայրով միշտ ուղղված է լինում դեպի փոքր թիվը:

§ 3. Կանոնավոր յեվ անկանոն կոսոսակներ: Խառքիվ

1. Յորդ նկարում (եջ 84) միավորը և նրա մասերն արտահայտված են իրեն ուղիղ գծի հատվածներ: Այդ մասերից յուրաքանչյուրը փոքր է միավորից: Այդ կարող ենք դրել այսպես.

$$\frac{1}{2} < 1, \quad \frac{1}{3} < 1, \quad \frac{1}{4} < 1, \quad \frac{1}{5} < 1$$

Ամբողջի վորեւ մասն արտահայտող կոտորակը փոքր է միավորից:

Միավորից փոքր են նաև այսպիսի թվեր.

$$\frac{2}{5} < 1, \quad \frac{3}{5} < 1, \quad \frac{4}{5} < 1$$

Կոտորակը (յեթե արտահայտում է ամբողջի մի քանի մասերը) միավորից փոքր կլինի այն դեպքում, յերբ վերցրած մասերի թիվը փոքր է այն թվից, վոր ցույց է տալիս, թե միավորը քանի հավասար մասի յեր բաժանված:

Այն կոտորակները, վորոնք փոքր են միավորից, կոչվում են կանոնավոր կոսոսակներ: Սրանց համարիչը միշտ փոքր է հայտարարից:

2. Բաղդատելով միավորի մասերն ամբողջ միավորի հետ (նկ. 3), կարելի յե նույնպես ասել, վոր

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5}$$

Կոտորակը միավորին հավասար է այն դեպքում միայն, յերբ միավորի մասերի և վերցրած մասերի թիվը նույնն է. Այդ դեպքում կոտորակի համարիչը միշտ հավասար է հայտարարին, Այդպիսի կոտորակը կոչվում է անկանոն կոտորակ:

3. Մնում է կանգ առնել այն դեպքի վրա, յերբ վերցրած մասերի թիվը ավելի մեծ է, քան միավորի մասերի թիվը է.

$$\frac{6}{5} > 1, \quad \frac{8}{5} > 1, \quad \frac{23}{5} > 1$$

Այդ բոլոր թվերն ել ավելի մեծ են միավորից: Բայց քանի վոր դրանք կազմված են միավորի մասերից, ուստի և կլինեն կոտորակային թվեր: Այդպիսի կոտորակներն ել կոչում են անկանոն: Այդ տիպի անկանոն կոտորակների համարիչն ավելի մեծ է հայտարարից:

Սա համարում. Կոտորակը կոչվում է կանոնավոր, յերբ նա փոքր է միավորից: Կոտորակը կոչվում է անկանոն, յերբ նա հավասար կամ մեծ է միավորից:

Տեսնում ենք, վոր յեթե կոտորակը.

1) փոքր է միավորից, նրա համարիչն ել փոքր է հայտարարից:

2) մեծ է միավորից, նրա համարիչն ել մեծ է հայտարարից:

3) հավասար է միավորին, նրա համարիչն ել հավասար է հայտարարին:

Հետևյալ կոտորակներից.

$$\frac{8}{5}, \quad \frac{8}{11}, \quad \frac{42}{15}, \quad \frac{26}{10}, \quad \frac{5}{13}, \quad \frac{86}{80}, \quad \frac{17}{17}$$

$$\text{անկանոն են } \frac{42}{15}, \quad \frac{26}{10}, \quad \frac{86}{80}, \quad \frac{17}{17}$$

$$\text{կանոնավոր են } \frac{8}{5}, \quad \frac{8}{11}, \quad \frac{5}{13}$$

4. Գոյություն ունի կոտորակային թվի մի այլ ձև ել: Այդ թիվը կազմված է ամբողջ թվից և կոտորակային թվից: Այդպիսի

Թիվը կոչվում է խառը: Խառը թվի մեջ կոտորակային մասերը սովորաբար արտահայտված են լինում կանոնավոր կոտորակի ձևով:

Խառը թվերը կրճատ գրում են այսպես.

$$1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}, \quad 3 + \frac{5}{7} = 3\frac{5}{7}, \quad 8 + \frac{3}{4} = 8\frac{3}{4}$$

Գրելիս + նշանը բաց և թողնվում.

$$1\frac{1}{2}, \quad 3\frac{5}{7}, \quad 8\frac{3}{4} \text{ — խառը թվեր են:}$$

§ 4. Ամոզք լավ խառը թվից անկանոն կոտորակ դարձնելը

Մ ա հ մ ա ն ու մ. Ամբողջից յեվ կոտորակից կազմված թիվը կոչվում է խառը թիվ:

1. Միավոր ընդունած հատվածը բաժանելով 2, 4 և 8 հավասար մասերի, կարող ենք գրել, վոր յուրաքանչյուր մասը հա-

վասար է $\frac{1}{2}$ -ի, $\frac{1}{4}$ -ի, $\frac{1}{8}$ -ի: Միավորը կբաժանվի յերկու կեսի, չորս քառորդի և ութ ութերորդական մասերի.

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{8}{8}$$

Հեշտ և գտնել, թե քանի կես, քառորդ, ութերորդական մասեր են պարունակում յերկու, յերեք ... միավորներ.

$$2 = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{16}{8}, \quad 3 = \frac{6}{2} = \frac{12}{4} = \frac{24}{8}$$

Այս բոլորն ել անկանոն կոտորակներ են:

2. 5-ը, 10-ը, 8-ը դարձնել տասնհինգերորդական և քսաներորդական:

$$\text{Լ ու ծ ու մ. } 5 = \frac{75}{15} = \frac{100}{20}, \quad 10 = \frac{150}{15} = \frac{200}{20}, \quad 8 = \frac{120}{15} = \frac{160}{20}$$

3. Այս յեղանակով կոտորակի ձևով արտահայտվում են բոլոր ամբողջ թվերը: Կոտորակի հայտարար կարելի չէ ամեն թիվ ընդունել:

$$\text{Որինակ՝ } 11 = \frac{33}{3} = \frac{44}{4}, \quad 6 = \frac{12}{2} = \frac{24}{4}$$

4. Ինչպես ամբողջ թիվն, այնպես և խառը թիվ կարող ենք անկանոն կոտորակ դարձնել:

Անկանոն կոտորակ դարձնել հետևյալ խառը թվերը.

$$1) 2\frac{3}{4}, \quad 2) 5\frac{7}{8}, \quad 3) 2\frac{3}{5}$$

Լ ու ծ ու մ. 1) $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$, վորովհետև միավորը պարունակում է չորս քառորդ, յերկու միավորը (4.2) ութ քառորդ, վորին յերեք քառորդ ել ավելացնելով, կստանանք ընդամենը տասնմեկ քառորդ. $2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ և $\frac{11}{4}$ -ը կազմում են $\frac{11}{4}$.

$$2) 5\frac{7}{8} = \frac{47}{8}, \quad 3) 2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$$

Խառը թիվն անկանոն կոտորակ դարձնելու համար պեժե և խառը թվի կոտորակի հայտարար բազմապատկենք ամբողջ թվով յեվ գրան ավելացնենք կոտորակի համարիչը: Սեացած թիվը կլինի համարիչ, իսկ հայտարար կմնա նախկինը:

§ 5. Անկանոն կոտորակից ամբողջների անջատելը

Խառը թիվը անկանոն կոտորակ դարձնելու համար գործադրում ենք բազմապատկման և գումարման գործողություններ:

Բաժանում կատարելիս քանորդում ստանում ենք խառը թիվ, դա ել հնարավորություն է տալիս անկանոն կոտորակից ամբողջ թիվ անջատելու դեպքում հակառակ գործողություն կատարել:

Մ ա հ մ ա ն ու մ. Կոտորակից ամբողջ անջատելու համար և իմանալ, թե անկանոն կոտորակը քանի ամբողջ միավորներ է պարունակում:

$$\frac{83}{8} \text{ կոտորակից անջատել ամբողջները:}$$

Լ ու ծ ու մ. Քանի վոր $\frac{8}{8}$ -ը մի ամբողջ միավոր է, ուստի

$\frac{83}{8}$ -ը կլարունակի այնքան միավոր, վորքան անգամ 8-ը պարունակվում է 83-ի մեջ: Յեթե 83-ը 8-ի վրա բաժանենք ամբողջ թվերի բաժանման կանոնով, քանորդում կստանանք 4 և 1 մնացորդ.

$$\begin{array}{r} 83 : 8 \\ 32 \overline{) 83} \\ \underline{32} \\ 1 \end{array}$$

1 մնացորդը բաժանելով 8-ի վրա կստանանք $\frac{1}{8}$:

$$\text{Հետևապես՝ } \frac{33}{8} = 4 + \frac{1}{8} = 4 \frac{1}{8} :$$

Կոստրակից ամբողջ թիվ անջատելու համար պետք է համարիչը բաժանել յուր հայտարարի վրա. բանորդը կլինի խառը թվի ամբողջ մասը, մնացորդը՝ կոստրակի համարիչը յեվ բաժանարարը՝ կոստրակի հայտարարը:

§ 6. Հավասար համարիչ կամ հայտարար ունեցող կոստրակների մեծությունների բաղդատումը

Մենք սովորեցինք կոտորակները բաղդատել միավորի հետ, բայց կարող ենք կոտորակը նաև կոտորակի հետ բաղդատել: I. Հավասար համարիչ ունեցող կոստրակները: 1. Վերցնենք ճիշտ մեկ մեծությունը յերկարության ժապավեն և բաժանենք դա 2, 4, 5, 10, և 50 մասերի: Վորոշելով թե քանի

միլիմետր է պարունակվում $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{50}$ մասերի մեջ և բաղդատելով այդ մասերի յերկարությունները, կարող ենք՝ բաղդատել այդ մասերն արտահայտող կոտորակային թվերը:

Դասավորենք կոտորակներ աճման կարգով, սկսելով ամենամոտրից.

$$\text{կստանանք՝ } \frac{1}{50}, \frac{1}{10}, \frac{1}{8}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$$

Տեսնում ենք, վոր ինչքան շատ մասերի յենք բաժանում միավորը, այնքան փոքրանում են մասերը և ինքը՝ կոտորակը:

Բաղդատենք ամբողջ թվերը՝ 20, 17, 13, 11, 10, 9, 8, 3, 2 և $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{17}$, $\frac{1}{13}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ կոտորակները:

Այս թվերի բաղդատական մեծությունը նշանակելու համար ստանում ենք այսպիսի անհավասարություններ՝

$$20 > 17 > 13 > 11 > 10 > 9 > 8 > 3 > 2 \\ \frac{1}{20} < \frac{1}{17} < \frac{1}{13} < \frac{1}{11} < \frac{1}{10} < \frac{1}{9} < \frac{1}{8} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$$

Առաջին շարքի թվերը ցույց են տալիս միավորի մասերի թիվը: Յերկրորդ շարքի թվերը ցույց են տալիս, թե յուրաքանչյուր մասը վերջանի ե:

Տեսնում ենք, որ միավորը մասերի յեմբ բաժանում, ապա յուրաքանչյուր մասի մեծությունը փոքրանում է, յերբ մեծացնում ենք միավորի մասերի թիվը:

Այս կանոնը թույլ է տալիս բաղդատել այն կոտորակները, վորոնց համարիչը հավասար է 1-ի:

Այդպիսի կոտորակներից հետո կարելի չէ անցնել ավելի բարդ կոտորակների բաղդատման:

2. Ըստ մեծությունների բաղդատել հետևյալ կոտորակները.

$$1) \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7} \quad 2) \frac{2}{8}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}, \frac{2}{7} \quad 3) \frac{4}{8}, \frac{4}{5}, \frac{4}{6}, \frac{4}{7}$$

Յուրաքանչյուր շարքի յուր կոտորակներն ունեն միևնույն համարիչը. կոտորակները դասավորված են նվազման կարգով: Նույն համարիչն ունեցող կոտորակներից մեծ է այն, վորի հայտարարը փոքր է: Ճշմարիտ է նաև հետևյալ կանոնը:

Պահելով մույն համարիչը յեվ մեծացնելով հայտարարը՝ փոքրանում է կոտորակը:

II. Միեվնույն հայտարար ունեցող կոստրակներ:

3. Բաղդատել հետևյալ կոտորակների մեծությունները.

$$\frac{1}{8} \text{ և } \frac{4}{8}, \frac{1}{5} \text{ և } \frac{4}{5}, \frac{1}{7} \text{ և } \frac{4}{7}$$

$$\text{Լուծում. } \frac{4}{8} > \frac{1}{8}, \frac{4}{5} > \frac{1}{5}, \frac{4}{7} > \frac{1}{7}$$

4. Բաղդատենք հետևյալ կոտորակները.

$$\frac{1}{11}, \frac{5}{11}, \frac{8}{11}, \frac{27}{11}, \frac{80}{11}$$

Միևնույն հայտարարն ունեցող կոտորակներից մեծ է այն, վորի համարիչն ավելի մեծ է, քանի վոր համարիչի մեծանալով ավելանում է մասերի թիվը, ուստի՝

$$\frac{80}{11} > \frac{27}{11} > \frac{8}{11} > \frac{5}{11} > \frac{1}{11}$$

Հայտարար մույնը քաղնելով յեվ համարիչը մեծացնելով՝ կոտորակը մեծանում է:

§ 2. Կոստրակի փոփոխությունը համարիչի յեզ հայտարարի փոփոխման հետևանքով

1. Յեթի 1 մետր յերկարության ժապոփենն ընդունենք իբրև մեկ միավոր և բաժանենք դա 20 մասի, ապա կստացվի մի ախարիսի հատված, վորն ամբողջ միավորի $\frac{1}{20}$ մասն է կազմում:

Հինգ ախարիսի մասեր վերցնելով կստանանք $\frac{5}{20}$: Այս կոստրակի համարիչը հինգ անգամ մեծ է $\frac{1}{20}$ կոստրակի համարիչից: Պարզ է, վոր $\frac{5}{20}$ -ն ել հինգ անգամ մեծ է $\frac{1}{20}$ -ից: Այդ բանը կարելի յե ստուգել չափելով:

Այսպիսով կարող ենք ստանալ միավորի $\frac{1}{5}$ -ը և ապա կկազմենք $\frac{3}{5}$ և $\frac{6}{5}$ կոստրակները: Այդ հատվածների յերկարությունները կլինեն $\frac{3}{5}$ մետր և $\frac{6}{5}$ մետր: Բաղդատելով $\frac{6}{5}$ -ի և $\frac{3}{5}$ -ի յերկարությունը, տեսնում ենք, վոր $\frac{6}{5}$ -ը յերկու անգամ մեծ է $\frac{3}{5}$ -ից: $\frac{6}{5}$ -ի համարիչը $\frac{3}{5}$ -ի համարիչից մեծ է 2 անգամ, $\frac{6}{5}$ կոստրակն ել $\frac{3}{5}$ -ից մեծ է 2 անգամ:

Վերցնենք մի շարք կոստրակներ՝ $\frac{2}{25}$, $\frac{6}{25}$, $\frac{8}{25}$, $\frac{10}{25}$: Առաջին կոստրակի հետ բաղդատենք մյուսները. կտեսնենք, վոր ամեն մի հաջորդող կոստրակի համարիչն առաջին կոստրակի համարիչից մեծ է 3, 4, 5 և 7 անգամ: Այդ կոստրակներից յուրաքանչյուրը նույնքան անգամ ել մեծ է առաջին կոստրակից: Ուրեմն այդ կոստրակները ստանալու համար պետք է առաջին կոստրակի համարիչը մեծացնենք 3, 4, 5 և 7 անգամ:

I. Կոստրակը մի բանի անգամ մեծացնելու համար պետք է այդքան անգամ մեծացնել կոստրակի համարիչը, անփոփոխ թողնելով նրա հայտարարը:

Մենք կարող ենք արդյունքը ստուգել քանորդի հատկությունների հիման վրա, համարիչն ընդունելով իբրև բաժանարար և հայտարարն իբրև բաժանարար:

2. $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{11}$ և $\frac{5}{8}$ կոստրակները պետք է փոքրացնել 5 անգամ:

Այս կոստրակների համարիչները բաժանվում են 5 վրա: Համարիչները փոքրացնելով 5 անգամ, կստանանք՝ $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{8}$:

Այս կոստրակներից յուրաքանչյուրը 5 անգամ փոքր է տված համապատասխան կոստրակից:

II. Կոստրակը մի բանի անգամ փոքրացնելու համար պետք է այդ կոստրակի համարիչը նույնքան անգամ փոքրացնել, յեթե այդ հնարավոր է:

3. Այժմ ցույց տանք, թե ինչպես կարելի յե ուրիշ յեղանակով կոստրակը փոքրացնել մի քանի անգամ:

Բաղդատելով $\frac{1}{4}$ և $\frac{1}{8}$ կոստրակները, կարող ենք տեսլ, վոր յերկրորդ կոստրակն առաջինից փոքր է յերկու անգամ, վորովհետև յերկրորդ կոստրակի մասերը յերկու անգամ շատ են առաջինի համեմատությամբ: Նշանակում է, յերկրորդ կոստրակի յուրաքանչյուր մասն ել յերկու անգամ փոքր է մյուս կոստրակի յուրաքանչյուր մասից, ուրիշ խոսքով՝ փոքր կոստրակի հայտարարը 2 անգամ մեծ է մեծ կոստրակի հայտարարից:

Նման ձևով յեզրակացնում ենք, վոր $\frac{3}{8}$ -ը յերկու անգամ փոքր է $\frac{3}{4}$ -ից: Այժմեղ ես $\frac{3}{8}$ -ի հայտարարը յերկու անգամ մեծ է $\frac{3}{4}$ -ի հայտարարից: Դրա ճշտությունը հեշտ կարելի յե ստուգել մետրային ժապովենի միջոցով, ընդունելով մետրի իբրև միավոր:

Յեթի բաղդատելու լինենք $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{10}$ և $\frac{3}{20}$ կոստրակները, կտեսնենք նույնպես, վոր կոստրակը յերկու անգամ փոքրացնելը կախված է հայտարարը 2 անգամ մեծացնելուց: Կոստրակը 4 անգամ փոքրացնելիս, հայտարարն ել մեծանում է 4 անգամ: Կոստրակային թվերի այդ հատկությունը կարելի յե հետևյալ ձևով արտահայտել:

III. Կոստրակը մի բանի անգամ փոքրացնելու համար հարկավոր է կոստրակի հայտարարը նույնքան անգամ մեծացնել:

Կոտորակը կտրելի չի մեծացնել հայտարարը փոքրացնելով:

4. Հետևյալ կոտորակները մեծացնել 3 անգամ՝ 1) $\frac{1}{12}, \frac{5}{12}$, 2) $\frac{7}{32}, \frac{5}{32}$ անգամ՝ 2) $\frac{3}{10}, \frac{9}{10}$

Լուծում. 1) $\frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}$, 2) $\frac{3}{2}, \frac{9}{2}$

IV. Կոտորակը մի բանի անգամ մեծացնելու համար պետք է այդ բանի անգամ փոքրացնել հայտարարը, յերե այդ հնարավոր է՝ Վերցնենք սանտիմետրների բաժանված մի մետր: Ընդունենք դա միավոր է ցույց տանք այդ միավորի նախ $\frac{2}{5}$ -ը, թե՛ հետո՝

$\frac{20}{50}$ -ը: Դրանից հետո բաղդատենք ստացված հատվածները, կտեսնենք, Վոր հավասար են: Նշանակում է, հավասար կլինեն նաև համապատասխան թվերը:

$$\frac{2}{5} = \frac{20}{50}$$

Յերկրորդ կոտորակի համարիչը և հայտարարը կարելի չե ստանալ առաջին կոտորակից՝ սրա համարիչը և հայտարարը 10-ով բազմապատկելով:

Նույն ձևով հավասար կլինեն հետևյալ կոտորակալին թվերը:

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{8}{20} = \frac{20}{50} = \frac{40}{100}$$

Համ հակառակ կարգով:

$$\frac{40}{100} = \frac{20}{50} = \frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Բաղդատելով այսուհի գրված կոտորակների համարիչները, տեսնում ենք, Վոր յուրաքանչյուր կոտորակի համարիչը ստացվում է նախորդ կոտորակի համարիչը միևնույն թվով բազմապատկելու համ նույն թվի վրե բաժանելու հետևանքով: Նույնը կարելի չե առել այս կոտորակների հայտարարների մասին:

Յեթե շարունակենք հավասարությունների հետևյալ շարքերը:

$$1) \frac{7}{25} = \frac{21}{75} = \frac{28}{100}, 2) \frac{8000}{24000} = \frac{4000}{12000} = \frac{500}{1500} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

հեշտությամբ կնկատենք, Վոր առաջին շարքի կոտորակների համարիչը և հայտարարը մեծանում են 3, 4... անգամ, իսկ յերկրորդ շարքինը՝ փոքրանում են 2, 8, 100... անգամ: Այդ որոշակներում կոտորակի մեծությունը չի փոխվում՝ համարիչը և հայտարարը միևնույն թվով բազմապատկելու համ նույն թվի վրա բաժանելու հետևանքով:

Կոտորակի գլխավոր հատկությունը. Կոտորակի մեծությունը չի փոխվում, յերբ նրա բե համարիչը յե՛վ բե հայտարարը բազմապատկում ենք միե՛վնույն թվով կամ բաժանում միե՛վնույն թվի վրա:

Այդ հատկությունը գրենք տառերով:

$$\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}, \quad \frac{a}{b} = \frac{a:m}{b:m}$$

Կոտորակի գլխավոր հատկությունն ուրիշ կերպ էլ կարելի չե բացատրել:

Վերցնենք վորե՛կ կոտորակ, որինակ, $\frac{20}{80}$: Այդ կոտորակի համարիչը բազմապատկենք 5-ով. կոտորակն էլ կմեծանա 5 անգամ: Այժմ նույն կոտորակի հայտարարը բազմապատկենք 5-ով: Կոտորակը կփոքրանա 5 անգամ: Դանի անգամ Վոր կոտորակը մեծացավ, յերբ նրա համարիչը բազմապատկեցինք 5-ով, նույնքան անգամ փոքրացավ, յերբ նրա հայտարարը բազմապատկեցինք 5-ով. սրանից կոտորակի մեծությունը չփոխվեց:

Նույնը կլինի, յեթե համարիչն ու հայտարարը բաժանենք միևնույն թվի վրա: $\frac{20}{80}$ կոտորակի համարիչը և հայտարարը բաժանենք 5-ի վրա: Բաժանելով համարիչը՝ մենք կոտորակը փոքրացրինք 5 անգամ, բաժանելով հայտարարը, մենք կոտորակը մեծացրինք 5 անգամ: Վերջնական արդյունքը յեղավ այն, Վոր կոտորակն անփոփոխ մնաց:

$$\frac{20}{80} = \frac{4}{16}$$

§ 9. Կոտորակի կրճատումը

1. Կոտորակի գլխավոր հատկությունից ուղղելով կարելի չե կատարել կոտորակների կրճատում:

Ս ա հ մ ա ն ու մ. Կոտորակը կրճատել նշանակում է փոփոխել մեծությունը, այդ կոտորակը պատկերացնել ավելի փոքր համարիով յեվ հայտարարով:

$$\text{Որինակ՝ } \frac{3600}{8400} = \frac{36}{84} = \frac{3}{7}$$

Կոտորակի մեծությունը չփոխվեց, յերբ առաջին կոտորակից յերկրորդին անցնելիս միևնույն թվի վրա բաժանեցինք այդ կոտորակի թե համարիչը և թե հայտարարը. բաժանեցինք նախ 100-ի, ապա 12-ի վրա:

Կոտորակը կրճատելու համար պետք է այդ կոտորակի համարիչը յեվ հայտարարը նույն ընդհանուր բաժանարարի վրա բաժանել այնքան ժամանակ, մինչեվ համարիչում յեվ հայտարարում սացվեն փոխադարձաբար պարզ թվեր:

2. Հասարակ կոտորակների ձևով արտահայտենք հետևյալ քանորդները. 50:70, 20:25, 400:900, 5000:8000 և կրճատենք:

$$\text{Լ ու ծ ու մ. } \frac{50}{70} = \frac{5}{7}, \frac{20}{25} = \frac{4}{5}, \frac{400}{900} = \frac{4}{9}, \frac{5000}{8000} = \frac{5}{8}$$

Գ ի ճ ո ղ ու թ յ ու ն. Կոտորակը կրճատելու համար ուղղում են նաև կրճատականության հատկանիշներով:

3. Կրճատենք $\frac{180}{360}$ կոտորակը:

$$\text{Լ ու ծ ու մ. } \frac{180}{360} = \frac{18}{36} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Առաջին անգամ կոտորակը կրճատեցինք 10-ով: Առաջին կրճատումից հետո համարիչը յեղավ 18, հայտարարը՝ 36, վորոնք միաժամանակ բաժանվում են 9-ի վրա: Յերկրորդ կրճատումից հետո կդառնա $\frac{2}{4}$, 2-ով ել կրճատելով, կստանանք $\frac{1}{2}$:

Բերենք ավելի բարդ կրճատման մի որինակ:

4. Կրճատել $\frac{2310}{7700}$ կոտորակը:

Լ ու ծ ու մ. Բաժանականության հատկանիշների համաձայն կոտորակի թե համարիչը և թե հայտարարը կրճատում ենք 10-ով և ստանում.

$$\frac{2310}{7700} = \frac{231}{770}$$

Բաժանականության մեջ ծանոթ հատկանիշներից վոչ մեկը ցուցմունք չի տալիս, վոր կոտորակի կրճատումը կարելի չե ավելի շարունակել: Այն ժամանակ վործում ենք կրճատել պարզ թվերով: 2-ից, 3-ից և 5-ից հետո դալիս է 7-ը: Կրճատում ենք 7-ով.

$$\frac{231}{770} = \frac{33}{110}$$

Հետևյալ պարզ թիվը 11-ն է. կրճատում ենք այդ թվով և ստանում.

$$\frac{33}{110} = \frac{3}{10}$$

Ավելի կրճատել անկարելի չե:

§ 10. Կոտորակների ընդհանուր հայտարարի բերելը

Այս գլխի § 6-ում սովորեցինք կոտորակները բաղդատել այն դեպքում, յերբ նրանց հայտարարները նույնն են: Կոտորակի գլխավոր հատկությունը թույլ է տալիս բաղդատել տարբեր հայտարարներ ունեցող կոտորակները: Դրա համար տարբեր հայտարարներով կոտորակները դարձնում ենք միևնույն հայտարարներով կոտորակներ: Այդպիսի ձևափոխումը կոչվում է կոտորակներն ընդհանուր հայտարարի բերել:

1. Ընդհանուր հայտարարի բերենք $\frac{7}{12}$ և $\frac{9}{20}$ կոտորակները:

Այս խնդրին ունի բաղժաթիվ լուծումներ: Մենք կարող ենք ցանկացած թվով կոտորակներ բերել, վորոնք հավասար են $\frac{7}{12}$ -ի: Կարելի չե նաև այնչափ շատ կոտորակներ բերել, վորոնք հավասար են $\frac{9}{20}$ -ի:

Առաջին և յերկրորդ շարքի կոտորակներից կարելի չե ընտրել այնպիսի զույգ կոտորակներ, վորոնք միևնույն հայտարարներն ունեն: Այդպիսի զույգերի թիվը անսահմանափակ է: Այսպես.

$$\begin{array}{cccccc} \frac{7}{12} & \frac{85}{60} & \frac{70}{120} & \frac{105}{180} & \frac{140}{240} & \dots \\ \frac{9}{20} & \frac{27}{60} & \frac{54}{120} & \frac{81}{180} & \frac{108}{240} & \dots \end{array}$$

Ընդհանուր հայտարարի բերելիս ավելորդ զործողություններ չենք խառախելու համար ընտրում են այնպիսի կոտորակներ,

վորոնց հայտարարը լինի բազմատերի թվերի հայտարարների ամենափոքր բազմապատիկը: Բերված որինակում ամենափոքր բազմապատիկը կլինի 60-ը:

$$\frac{7}{12} = \frac{35}{60}, \quad \frac{9}{20} = \frac{27}{60}$$

Դիտարկելու. 60-ը նախ բաժանելով 12-ի, ապա 20-ի վրա, ստանում ենք 5 և 3, վորոնք յուրյ են ապրիս, թե քանի անգամ պետք է առաջին և յերկրորդ կոտորակները համարելն ու հայտարարը բազմապատիկել, վորպեսզի տված կոտորակը վերածվի մի այնպիսի կոտորակի, վորի հայտարարը 60 է:

5-ն անվանենք առաջին կոտորակի, իսկ **3-ը՝** յերկրորդ կոտորակի լրացուցիչ բազմապատիկի:

Այս որինակներում լրացուցիչ բազմապատիկիչները նշված են համարիչների վերևում, ներքևից առնված փակագծի մեջ:

Յերկու կոտորակներ ընդհանուր ամենափոքր հայտարարի բերելու համար պետք է.

- 1) Գտնել յերկու հայտարարների ամենափոքր բազմապատիկը:
- 2) Սմեն մի հայտարարի համար գտնել լրացուցիչ բազմապատիկը:

3) Ցուրաբանցյուր կոտորակի համարիչը յեզ հայտարարը բազմապատիկել լրացուցիչ բազմապատիկիչով:

2. Ընդհանուր հայտարարի բերել. $\frac{8}{8}, \frac{5}{12}, \frac{9}{40}, \frac{11}{60}$

Լուծում. Հայտարարների ընդհանուր ամենափոքր բազմապատիկը կամ ընդհանուր հայտարար կլինի 120-ը:

$$\frac{8}{8} = \frac{15}{120}, \quad \frac{5}{12} = \frac{10}{120}, \quad \frac{9}{40} = \frac{27}{120}, \quad \frac{11}{60} = \frac{22}{120}$$

§ 11. Կոտորակի մեծություն փոփոխվելը համարիչին յեզ հայտարարին միեզնույն զուգարելիցներն ավելացնելու դեպքում

1. Վերցնենք $\frac{4}{5}$ -ը և դրա համարիչին ու հայտարարին ավելացնենք մեկական միավոր: Կստանանք՝ $\frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}$ և այլն: Այստեղ կոտորակները դասավորված են մեծություն կարգով, սկսելով փոքրից: Այդ կոտորակները միավորից տարբերվում են $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}$ -ով, և քանի կոտորակն ավելի

լի յե մոտենում միավորին, այնքան մեծանում է կոտորակը:

Ստուգելով այդ որենքը ուրիշ կոտորակով, որինակ, $\frac{8}{8}$ -ով կտեսնենք, վոր այստեղ ել այդ մոտ է ուժի մեջ. $\frac{8}{8}, \frac{4}{9}, \frac{5}{10}$ և այլն: Այդ կոտորակները մոտենում են միավորին և տարբերվում նրանից $\frac{5}{8}$ -ով, $\frac{5}{9}$ -ով, $\frac{5}{10}$ -ով:

2. Վերցնենք մի անկանոն կոտորակ, որինակ, $\frac{8}{7}$ -ը և մեծացնենք նրա համարիչն ու հայտարարը միևնույն թվով, որինակ, մեկ միավորով:

Ստացված կոտորակները բազմապատենք միմյանց և միավորի հետ:

$$\frac{8}{7} > \frac{9}{8} > \frac{10}{9} > \frac{11}{10} > \frac{12}{11}$$

Այդ կոտորակները միավորից տարբերվում են $\frac{1}{7}$ -ով, $\frac{1}{8}$ -ով, $\frac{1}{9}$ -ով, $\frac{1}{10}$ -ով և $\frac{1}{11}$ -ով:

Այստեղ կոտորակային թիվը միավորին մոտենում է փոքրանալով:

Երիավորից մեծ կամ փոքր կոտորակի համարիչին յեզ հայտարարին միեզնույն քիվն ավելացնելով, փոխում ենք կոտորակի մեծությունն այնպես, վոր մոտենա միավորին: Դրանով կանոնավոր կոտորակը մեծանում է, իսկ անկանոն կոտորակը՝ փոքրանում:

3. Կոտորակների այդ հասկումիցյունը թույլ է առաջարկելու այնպիսի կոտորակներ, վորոնց համարիչներն ու հայտարարները տարբերվում են իրարից հավասար թվով:

Բազմապատենք հետևյալ կոտորակներին մեծությունները:

$$1) \frac{8}{17} \text{ և } \frac{18}{22}, \quad 2) \frac{10}{7} \text{ և } \frac{14}{11}$$

Լուծում. 1) $\frac{18}{22} > \frac{8}{17}$, քանի վոր $\frac{18}{22}$ կոտորակը հավասար է $1 - \frac{9}{22}$, իսկ $\frac{8}{17}$ -ը հավասար է $1 - \frac{9}{17}$, վերջին տարբերումը թյունն ավելի փոքր է:

2) $\frac{10}{7} > \frac{14}{11}$, քանի վոր $\frac{10}{7} = 1 + \frac{3}{7}$, իսկ $\frac{14}{11} = 1 + \frac{3}{11}$, վերջին գումարն ավելի փոքր է:

VIII. ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄԸ ՅԵՎ ՀԱՆՈՒՄԸ

§ 1. Նույն հայտարարն ունեցող կոտորակների գումարումը յեվ հանումը

Հավի ձվի սպիտակուցը ամբողջ ձվի քաշի $\frac{5}{9}$ մասն է կազմում, իսկ դեղնուցը՝ ամբողջ ձվի քաշի $\frac{3}{9}$ -ը: Կեղևի քաշը ձվի քաշի վրա մասն է:

Լուծում. $\frac{5}{9} + \frac{3}{9} = \frac{8}{9}$: Այս կլինի սպիտակուցի և դեղնուցի քաշը:

Գտնենք կեղևի քաշը. $1 - \frac{8}{9} = \frac{9}{9} - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$:

Ամբողջ ձվի քաշի $\frac{1}{9}$ -ը կլինի կեղևի քաշը:

Այստեղ մենք գումարեցինք և հանեցինք իններորդական մասերը, արդյունքումն էլ ստացվեցին ալգալիսի մասեր:

Այս դեպքում կոտորակների հայտարարները չփոխվեցին:

Նույն հայտարարն ունեցող կոտորակները գումարելիս կամ հանելիս պեժ է գումարել կամ հանել համարիցները, անփոփոխ քաղցնելով հայտարարը:

§ 2. Ցաբեր հայտարարներ ունեցող կոտորակների գումարումը յեվ հանումը

1. Ճագարին տվին $\frac{1}{4}$ կգ թուփ, $\frac{3}{10}$ կգ

խոտ և $\frac{1}{8}$ կգ դադար: Ինչքան կեր տվին

ճագարին:

Լուծում.

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{10} + \frac{1}{8} = \frac{10}{40} + \frac{12}{40} + \frac{5}{40} = \frac{27}{40} \text{ կգ}$$

Այս խնդրում պետք է գումարել տարբեր հայտարարներ ունեցող կոտորակներ: Դրա համար հարկավոր է ալգ հայտարարները համասարեցնել: Այդ նպատակով կոտորակներն արտահայտում ենք քառասուններորդական մասերով, զործադրելով ընդհանուր հայտարարի բերելու կանոնը աջուհետև գումարում ենք քառասուններորդական մասերը:

Ցաբեր հայտարարներ ունեցող կոտորակները գումարելու կամ հանելու համար պեժ է բերել ընդհանուր հայտարարի,

ապա գումարել կամ հանել համարիցը, ետևը քաղցնելով հայտարարը:

Գումարման և հանման կարգը ջույց է արված հետևյալ որինակներում:

2. Գումարել՝ $\frac{5}{6} + \frac{7}{8}$

Լուծում. $\frac{5}{6} + \frac{7}{8} = \frac{20}{24} + \frac{21}{24} = \frac{20+21}{24} = \frac{41}{24} = 1\frac{17}{24}$

3. Հանել՝ $\frac{14}{15} - \frac{7}{20}$

Լուծում. $\frac{14}{15} - \frac{7}{20} = \frac{56}{60} - \frac{21}{60} = \frac{56-21}{60} = \frac{35}{60} = \frac{7}{12}$

I. Այս որինակներում հայտարարներն ալգալիսի թվեր են, վորոնք ունեն ընդհանուր բազմապատկիչներ:

Գումարելիս և հանելիս նրանց ընդհանուր հայտարարը գտնելու համար կարիք չկալ գտնելու հայտարարների ամենափոքր բազմապատկիչը, համաձայն ընդհանուր կանոնի:

II. Կոտորակների հայտարարները—փոխադարձաբար պարզ թվեր են:

4. Գումարել՝ $\frac{2}{8} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2}$

Ընդհանուր հայտարարը կլինի $3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$: Դա հավասար է ըոլոր հայտարարների արտադրյալին:

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{20}{80} + \frac{18}{80} + \frac{15}{80} = \frac{20+18+15}{80} = \frac{53}{80} = 1\frac{23}{80}$$

III. Հայտարարներից մեկը բաժանվում է մնացած ըոլոր հայտարարների վրա:

5. Հանել՝ $\frac{29}{40} - \frac{5}{8}$

Ընդհանուր հայտարարը 40 է, վորովհետև 40-ը բաժանվում է և՛ 40-ի և՛ 8-ի վրա:

$$\frac{29}{40} - \frac{5}{8} = \frac{29}{40} - \frac{25}{40} = \frac{29-25}{40} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

IV. Կոտորակները գումարելիս և հանելիս լերբեն զոր

ձողերում են ընդհանուր հայտարարի բերելու պարզեցրած ձևեր (վոչ ըստ ընդհանուր կանոնի): Որինակ՝

$$6. \frac{5}{12} + \frac{1}{8} + \frac{3}{20} = \frac{50}{120} + \frac{15}{120} + \frac{18}{120} = \frac{50+15+18}{120} = \frac{83}{120}$$

Ընտրում ենք գումարման կամ հանման համար տված կոտորակներից ամենամեծ հայտարարը և այդ հաջորդաբար բազմապատկելով 2-ով, 3-ով, 4-ով, 5-ով և այլն, ամեն անգամ փորձում ենք, արդյոք ստացված արտադրյալը չի՞ բաժանվում մյուս կոտորակների հայտարարների վրա:

$$20 : 2 = 10 \text{ չի բաժանվում } 12\text{-ի վրա,}$$

$$20 : 3 = 6 \text{ և } 2 \text{ 8-ի } >$$

$$20 : 4 = 5 \text{ և } 12\text{-ի } >$$

$$20 : 5 = 4 \text{ և } 12\text{-ի } >$$

$$20 : 6 = 3 \text{ և } 12\text{-ի } > \text{ և } 8\text{-ի վրա:}$$

Ուրեմն, 120-ը կլինի ընդհանուր հայտարարը:

V. Կոտորակները գումարելիս ու հանելիս հաճախ բանափոխում ենք դրանք հեղու և լինում ընդհանուր հայտարարը գտնել այն յեղանակով, վոր գործադրվում է փոխադարձաբար պարզ թվերի նկատմամբ:

$$7. \text{ Գումարել՝ } \frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{36+40}{96} = \frac{76}{96} = \frac{19}{24}$$

§ 3. Խառը թվերի գումարումը և հանումը

Հետևյալ որինակներում գույց և տրված խառը թվերի գումարումն ու հանումը.

$$1. \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = 3 \frac{7}{9}$$

Այստեղ գումարելիներից մեկը խառը թիվ է, մյուսը՝ կանոնավոր կոտորակ:

Գումարելիս կոտորակային գումարելին ավելացնում են խառը թվի կոտորակային մասին:

$$2. 7 \frac{3}{8} + 2 \frac{1}{8} = 9 + \frac{4}{8} = 9 \frac{1}{2}, \text{ վորովհետև կոտորակները գումարելիս ստացվում են.}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Յեկու խառը թվեր գումարելիս՝ ամբողջ թվերը գումարում են առանձին յեվ կոտորակային թվերն առանձին, ապա վերցնում են նրանց ընդհանուր գումարը:

$$3. 5 \frac{4}{7} + 2 \frac{5}{7} = 5 + 2 + \frac{4}{7} + \frac{5}{7} = 5 + 2 + 1 = 8$$

Այս որինակը ցույց է տալիս, վոր խառը թվերի գումարը կարող է ամբողջ թիվ լինել:

$$4. 10 \frac{7}{15} + 3 \frac{4}{15} + 2 \frac{8}{15} = 15 \frac{19}{15} = 16 \frac{4}{15}, \text{ այստեղ}$$

$$\frac{7}{15} + \frac{4}{15} + \frac{8}{15} = \frac{19}{15} = 1 \frac{4}{15}$$

Այս որինակից յերևում է, վոր յեթե խառը թվերի կոտորակային մասերի գումարից անկանոն կոտորակ է ստացվում, ապա պետք է այդ կոտորակից անջատել ամբողջ թիվը և ավելացնել ամբողջ թվերի գումարին:

$$5. 2 \frac{1}{4} + 3 \frac{1}{8} + 7 \frac{1}{2} = 12 + \frac{7}{8} = 12 \frac{7}{8}, \text{ վորտեղ}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{2+1+4}{8} = \frac{7}{8}$$

Այս որինակով ցույց է տրվում տարբեր հայտարարներով խառը թվերի գումարումը:

$$6. 8 \frac{5}{11} - 3 \frac{2}{11} = 5 \frac{3}{11}$$

Այստեղ վերցված է հանման այն դեպքը, յերբ նվազելիի թե ամբողջ թիվը և թե կոտորակային մասը մեծ են հանելիի համապատասխան ամբողջ թվից և կոտորակային մասից:

$$7. 9 - 3 \frac{5}{16} = 8 + 1 - 3 \frac{5}{16} = 5 \frac{11}{16}, \text{ վորտեղ}$$

$$1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$$

Այստեղ անհրաժեշտ է նվազելիում մի միավոր փոխառնել և դարձնել անկանոն կոտորակ, վորից հետո կատարել հանումն առաջվա ձևով:

$$8. Գտնել $6 \frac{1}{2} - 2 \frac{3}{4}$ տարբերությունը:$$

$$\text{Լուծում. } 6 \frac{1}{2} - 2 \frac{3}{4} = 6 \frac{2}{4} - 2 \frac{3}{4} = 5 \frac{6}{4} - 2 \frac{3}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

Տեսնում ենք, վոր այստեղ նվազելիի կոտորակային մասը փոքր է հանելիի կոտորակային մասից: Հանումը հնարավոր դարձնելու համար նվազելիի միավորներից մեկը փոխ ենք առնում, դարձնում անկանոն կոտորակ և ապա կատարում հանումը:

Խառը բվերը հանելիս ամբողջ բվերի թարբերությունը գտնում են առանձին յեվ կոտորակին բվերի թարբերությունը՝ առանձին, ապա վերցնում են գրանց գումարը:

IX. ՏՎԱԾ ԹՎԻ ՄԱՍԸ ՅԵՎ ՏՎԱԾ ՄԱՍՈՎ

ԹԻՎԸ ԳՏՆԵԼԸ

§ 1. Տված բվի մասը գտնելը

Թվի մասը և տված մասով թիվը գտնելու վերաբերյալ խնդիրները լուծելու համար բավական է իմանալ կոտորակային թվերի հատկությունները:

1. Թվի վառեվե մասը գտնելը. 1. Բավարար լուսավորության համար պահանջվում է, վոր պատուհանների մակերեսը բնակելի շենքի հատակի մակերեսի $\frac{1}{5}$ մասը կաղմի: Վերջին պետք է լինի պատուհանների մակերեսը, յեթե սենյակի հատակի մակերեսը 45 քառ. մետր է:

Լուծում. Հարկավոր է գտնել 45-ի $\frac{1}{5}$ մասը: Դրա համար պետք է 45-ը բաժանել 5-ի վրա:

$$45\text{-ի } \frac{1}{5} \text{ մասը հավասար է } \frac{45}{5} = 9$$

2. Գտնել՝ 1) 60-ի $\frac{1}{12}$ մասը, 2) 3-ի $\frac{1}{7}$ մասը:

$$\text{Լուծում. 1) } 60\text{-ի } \frac{1}{12}\text{-ը հավասար է } \frac{60}{12} = 5$$

$$2) 3\text{-ի } \frac{1}{7}\text{-ը հավասար է } \frac{3}{7}\text{-ին}$$

3. Գտնել՝ 1) $\frac{3}{4}$ -ի $\frac{1}{5}$ -ը, 2) $2\frac{8}{21}$ -ի $\frac{1}{4}$ -ը:

Լուծում. Թվի $\frac{1}{5}$ -ը մասը գտնելու համար պետք է թիվը փոքրացնել 5 անգամ: Իսկ կոտորակը 5 անգամ փոքրացնելու համար կարելի չէ նրա հայտարարը մեծացնել 5 անգամ: Կատանանք.

$$1) \frac{3}{4}\text{-ի } \frac{1}{5}\text{-ը հավասար է } \frac{3}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20} \text{ կգ}$$

$$2) 2\frac{8}{21}\text{-ի } \frac{1}{4}\text{-ը հավասար է } \frac{50}{21}\text{-ի } \frac{1}{4}\text{-ին, այսինքն}$$

$$\frac{50}{21 \cdot 4} = \frac{25}{42}$$

II. Թվի վառեվե կոտորակով առահայտվող մասը գտնելը. 4. 1 խոր. մեծ աղյուսի պատ շարելու համար հարկավոր է ունենալ 400 աղյուս և 290 լ կրի լուծույթ: Վերջին նյութ է պետք $\frac{5}{8}$ խոր. մեծ աղյուսի շարվածքի համար:

Լուծում. 1. Հաշվենք, թե ինչքան աղյուս և հարկավոր 1 խոր. մեծ շարելու համար 400 աղյուս և պետք, իսկ վերջին կգնա $\frac{1}{8}$ խոր. մեծ շարելուն:

Հարկավոր է ունենալ աղյուսի ամբողջ քանակի $\frac{1}{8}$ -ը

$$400\text{-ի } \frac{1}{8} \text{ մասը հավասար է } \frac{400}{8} = 50$$

Այժմ գտնենք 400-ի $\frac{5}{8}$ -ը: $\frac{5}{8}$ -ը 5 անգամ ավելի կլինի $\frac{1}{8}$ -ից: $\frac{400}{8}$ կոտորակը մեծացնենք 5 անգամ. դրա համար բաշվական է կոտորակի համարիչը բազմապատկել 5-ով:

$$400\text{-ի } \frac{5}{8}\text{-ը հավասար է } \frac{400 \cdot 5}{8} = 50 \cdot 5 = 250$$

Ուրեմն, հարկավոր է 250 աղյուս:

2. Նույն ձևով գտնենք 280 լիտրի $\frac{5}{8}$ մասը, այսինքն անհրաժեշտ լուծույթի քանակը:

$$280\text{-ի } \frac{1}{8}\text{-ը հավասար է } \frac{280}{8} = 35$$

$$280\text{-ի } \frac{5}{8}\text{-ը հավասար է } \frac{280 \cdot 5}{8} = 35 \cdot 5 = 175 \text{ լ}$$

5. Գտնել՝ 1) 50-ի $\frac{3}{8}$ -ը, 2) $\frac{3}{4}$ -ի $\frac{5}{6}$ -ը, 3) $2\frac{3}{21}$ -ի $\frac{1}{4}$ -ը:

$$\text{Լուծում. 1) } 50\text{-ի } \frac{1}{8}\text{-ը } = \frac{50}{8}$$

$$50\text{-ի } \frac{3}{8}\text{-ը } = \frac{50 \cdot 3}{8} = \frac{25 \cdot 3}{4} = 18\frac{3}{4}$$

$$2) \frac{3}{4}\text{-ի } \frac{1}{6}\text{-ը } = \frac{3}{4 \cdot 6} = \frac{1}{4 \cdot 2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{4}\text{-ի } \frac{5}{6}\text{-ը } = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 6} = \frac{5}{4 \cdot 2} = \frac{5}{8}$$

$$3) 2\frac{3}{21}\text{-ի } \frac{1}{4}\text{-ը } = \frac{50}{21}\text{-ի } \frac{1}{4}\text{-ին } = \frac{50}{21 \cdot 4} = \frac{25}{21 \cdot 2} = \frac{25}{42}$$

$$2\frac{3}{21}\text{-ի } \frac{3}{4}\text{-ը կազմում է } \frac{50 \cdot 3}{21 \cdot 4} = \frac{25 \cdot 1}{7 \cdot 2} = \frac{25}{14} = 1\frac{11}{14}$$

Մի թվի մասը դռնելու համար հարկավոր է ավել թիվը փոքրացնել այնքան անգամ, վորքան միավոր է պարունակում այն կոտորակի հայտարարը, վորը ցույց է տալիս ամբողջի անհայտ մասը: Ստացված արդյունքը հարկավոր է մեծացնել այնքան անգամ, վորքան միավոր ունի այդ կոտորակի համարիչը:

§ 2. Գտնել թիվը յերբ աված է նրա մասը

1. Հատուկ տեսակի պողպատի բաղադրության $\frac{1}{25}$ մասը նիկել է: Վորոչեցեք քաշն այն պողպատի, վորը սառնալու համար գործադրված է 20 կգ նիկել:

Լուծում. x տառով նշանակենք պողպատի անհայտ քաշը: Այդ թվի $\frac{1}{25}$ մասը կազմում է նիկելը: Անհայտ x -ի $\frac{1}{25}$ մասը նշանակենք այսպես՝ $\frac{1}{25}x$:

Ննդրի պայմանը գրենք $\frac{1}{25}x = 20$ կգ բանաձևով:

Միանգամայն պարզ է, վոր x քաշը 25 անգամ ավելի կլինի քան $\frac{1}{25}x$ -ը:

$x = \frac{25}{1} \cdot \frac{1}{25}x$ կելուգրամ: $x = 20 \cdot 25 = 500$ կգ:

Ննդրի լուծումն ավելի կարճ կգրվի այսպես.

$$\frac{1}{25}x = 20, x = 20 \cdot 25 = 500 \text{ կգ:}$$

Այս խնդրում հայտնի մասն արտահայտված էր ամբողջ հիլոգրամներով:

Այժմ լուծենք մի ուրիշ խնդիր, վորտեղ հայտնի մասն արտահայտված է կոտորակային թվով:

2. $\frac{1}{5}$ մ յերկարության յերկաթաձողի քաշը $\frac{3}{4}$ կգ է: Վերջինիս և այդ ձողի 1 մետրի քաշը:

Լուծում. $\frac{1}{5}x = \frac{3}{4}$ կգ, $x = \frac{5}{1} \cdot \frac{3}{4}$, $x = \frac{5 \cdot 3}{4} = \frac{15}{4}$ կգ $= 3 \frac{3}{4}$ կգ

§ 3. Թվի գտնելը, յերբ հայտնի չէ նրա մասը՝ արտահայտված վրեժի կոտորակով

1. Կոլտնտեսականների մի բրիգադ վարեց 25 հա հողամաս: Այդ կազմում էր առաջադրված պլանի $\frac{5}{12}$ մասը: Ընդամենը վերջինիս ստրածուխյուն պեռք է վարել բրիգադը:

Լուծում. Բրիգադին տված առաջադրանքն ընդունենք իրրե վորոնելի թիվ: Կատարած աշխատանքը կազմում է առաջադրանքի միայն մի մասը: Հարկավոր է իմանալ, թե վերջինիս քան ամբողջ առաջադրանքը: Մեզ անհայտ առաջադրությունը նշանակենք x -ով և գտնենք դրա մի մասը:

$$\text{Անհայտ } x\text{-ի } \frac{5}{12}\text{-ը նշանակենք } \frac{5}{12}x,$$

$$\text{» » } \frac{1}{12}\text{-ը » } \frac{1}{12}x$$

Այսպիսով, $\frac{5}{12}x$ -ը կազմում է 25 հա. $\frac{1}{12}x$ -ը կլինի 5 անգամ պակաս, այսինքն՝ 5 հա: Գրենք՝ $\frac{1}{12}x = 5$ հա: Այդ բրիգադին տրված ամբողջ առաջադրությունը, ամբողջ x -ը, 12 անգամ ավելի չէ յուր մի տասներկուերորդական մասից:

Գտնենք այն.

$$x = 5 \cdot 12 = 60 \text{ հա}$$

Ննդրի լուծումը կարելի է ավելի կարճ գրել, այսպես.

$$\frac{5}{12}x = 25, \frac{1}{12}x = \frac{25}{5}, x = \frac{25 \cdot 12}{5} = 60 \text{ հա}$$

2. Գտնել x -ը, թեթե հայտնի չէ, վոր $\frac{8}{10}x = \frac{4}{5}$ հա:

Լուծում. $\frac{1}{16}x$ -ը 3 անգամ փոքր է $\frac{8}{16}x$ -ից:

$$\frac{1}{16}x = \frac{4}{5 \cdot 3}, x = \frac{16}{1} \cdot \frac{4}{5 \cdot 3} = \frac{4 \cdot 16}{5 \cdot 3} = \frac{64}{15} = 4 \frac{4}{15} \text{ հա:}$$

Ամբողջը գտնելու համար—յերբ տված է ամբողջի վարեն մասին համապատասխանող թիվը և այն կոտորակը, վորը ցույց է տալիս, թե ամբողջի վոր մասն է կազմում տված թիվը—հար-

կազմողը և աված թիվը փոքրացնել այնքան անգամ, վորքան միավոր պարունակում է կոտորակի համարիչը: Ստացված արդյունքը պետք է մեծացնել այնքան անգամ, վորքան միավոր պարունակում է նույն կոտորակի հայտարարը:

Ճ. ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄԸ

§ 1. Կոտորակի բազմապատկումն ամբողջ թվով

1. Ավտոմոբիլը 1 կմ անցնելով սպառում է $\frac{4}{5}$ կգ բենզին: Վորքան բենզին կգնա 6 կմ անցնելու դեպքում:

Լուծում. 1 կմ ճանապարհի համար հարկավոր է $\frac{4}{5}$ կգ բենզին, յերկրորդ կիլոմետրին՝ դարձյալ $\frac{4}{5}$ կգ, յերրորդ, չորրորդ, հինգերորդ, վեցերորդ կիլոմետրին՝ յուրաքանչյուրին $\frac{4}{5}$ կգ: Ընդամենը հարկավոր է. $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{24}{5}$, կամ $4\frac{4}{5}$ կգ բենզին:

Սենք պետք է $\frac{4}{5}$ -ն իբրև դումարելի կրկնենք 6 անգամ, այսինքն $\frac{4}{5}$ կոտորակը մեծացնենք 6 անգամ: Այդ կարող ենք բազմապատկման միջոցով կրճատ գրել այսպես.

$$\frac{4}{5} \cdot 6 = \frac{24}{5}$$

Այստեղ մենք ունենք կոտորակն ամբողջով բազմապատկելու դեպքը:

Կոտորակն ամբողջ թվով բազմապատկելու համար պետք է համարիչը բազմապատկել ամբողջ թվով յեվ ստացված արտադրյալը բաժանել հայտարարի վրա:

Այդ կանոնն արտահայտենք ստույգով.

$$\frac{a}{b} \cdot m = \frac{a \cdot m}{b}$$

2. Լուծենք հետևյալ որինտկները.

$$1) \frac{1}{7} \cdot 7, \quad 2) \frac{4}{7} \cdot 7$$

$$\text{Լուծում. } 1) \frac{1}{7} \cdot 7 = 1$$

Այս բաղմապատկման համար առանձին բաղադրություն կարիք չկա: Միավորը 7 մասի բաժանելով, այդ մասերից յուրաքանչյուրը 7 անգամ կրկնելով, կատարում ենք փոխադարձաբար հակադարձ յերկու գործողություններ և նորից ստանում միավոր:

$$2) \frac{4}{7} \cdot 7 = 4$$

Բաժանելով 4-ը 7-ի վրա և քանորդը 7-ով բազմապատկելով, ստանում ենք դարձյալ 4:

Իհսողություն. Յերբ կոտորակային թիվը բազմապատկում ենք այդ կոտորակի հայտարարին. հավասար թվով արտադրյալում ստացվում է կոտորակի համարիչին հավասար թիվ: Նման դեպքերում պետք է արդյունքը սխաղամիջ գրել:

3. Ավտոմոբիլը մեկ վայրկյանում անցնում է $10\frac{1}{2}$ մ: Վորքան է անցնում նա մեկ բոպելում:

Այս խնդիրը լուծելու համար պետք է խառը թիվը բազմապատկել ամբողջով: Բաղմապատկումը կարելի յե կատարել յեկու յեղանակով.

$$1) 10\frac{1}{2} \cdot 60 = 10 \cdot 60 + \frac{1}{2} \cdot 60 = 600 + \frac{60 \cdot 1}{2} = 600 + \frac{60}{2} = 600 + 30 = 630 \text{ մ մեկ բոպելում:}$$

Այստեղ 60-ով ամբողջ թիվն առանձին բաղմապատկեցինք և կոտորակն՝ առանձին:

$$2) 10\frac{1}{2} \cdot 60 = \frac{21}{2} \cdot 60 = 21 \cdot 30 = 630 \text{ մ մեկ բոպելում:}$$

Այս յերկրորդ դեպքում մինչև բաղմապատկելը խառը թիվը գործրինք անկանոն կոտորակ է ապա բաղմապատկեցինք ամբողջով:

$$4. \text{ Վերջենք մի որինակ ես. } \frac{7}{20} \cdot 4 = \frac{7 \cdot 4}{20}$$

Մինչև վերջնական արդյունքը ստանալը պետք է կրճատում կատարել, այսինքն համարիչը և հայտարարը բաժանել 4-ի վրա:

$$\frac{7}{20} \cdot 4 = \frac{7 \cdot 4}{20} = \frac{7}{5} = 1 \frac{2}{5}$$

§ 2. Ենթադիմադրանքներ են լուծվում կոսոսական բազմապատկելիս

Ամբողջ թվով բազմապատկելի նշանակում է զուգարմանը պարզ ձև տալ:

Ամբողջ թվով բազմապատկելիս տված թիվը մեծացնում ենք այնքան անգամ, վորքան միավոր պարունակում է բազմապատկիչը:

Տեսնենք այժմ, թե ինչ իմաստ ունի կոտորակով բազմապատկելը:

1. Մեկ մեծ շերտավոր յերկաթի քաշը 12 կգ է: Վորքան է 1) 2 մ, 2) 5 մ, 3) $\frac{1}{4}$ մ, 4) $2\frac{1}{2}$ մ շերտավոր յերկաթի քաշը:

Լուծում. վերևում բազմապատկումը տառերով արտահայտեցինք այսպես. $ab=q$, վորտեղ a -ն և b -ն արտադրիչներն են, իսկ q -ն՝ արտադրյալը: Այժմ լուծենք մի խնդիր. տառերը փոխարինենք թվերով. a արտադրիչը պետք է արտահայտվի մի այնպիսի թվով, վոր ցույց տա 1 մ յերկաթի քաշը, իսկ b -ն՝ մի թվով, վոր ցույց տա, թե յերկաթը քանի մեծ յերկարութուն ունի: Արտադրյալն էլ կարտահայտի յերկաթի քաշը:

$$\begin{array}{ll} 1) 12 \cdot b = 12 \cdot 2 = & 2) 12 \cdot b = 12 \cdot 5 = \\ 3) 12 \cdot b = 12 \cdot \frac{1}{4} = & 4) 12 \cdot b = 12 \cdot 2\frac{1}{2} = \end{array}$$

Այս բոլոր դեպքերում մեզ տված էր ամբողջ մետրի քաշը, իսկ վորոնում եյինք քաշն այնպիսի շերտի, վորի յերկարութունը տարբեր է ամբողջ մետրից՝ ավելի յե կամ պակաս:

Նպատակահարմար չէր լինի վորոշ դեպքերում խնդիրը լուծել բազմապատկման, մյուս դեպքերում ուրիշ գործողությունների միջոցով: Ուստի ամեն անգամ, յերբ մեզ տված է ամբողջը, և պետք է գտնել մի թիվ, վոր մեծ է ամբողջից մի քանի անգամ, կամ այդ ամբողջի մասն է կազմում, գործադրելու յենք բազմապատկման գործողությունը: Այսպիսով, ստանում ենք, վոր կոտորակով բազմապատկելը նույն գործողությունն է, ինչ վոր ամբողջի մաս գտնելը:

Տեսք խնդրի լուծումը վերահիշյալ բոլոր դեպքերի համար:

$$1) 12 \cdot 2 = 24, \quad 2) 12 \cdot 5 = 60$$

Այս լուծումները բացատրության կարիք չունեն:

3) $\frac{1}{4}$ մ յերկաթի քաշը 12 կիլոգրամի $\frac{1}{4}$ մասն է: Գտնենք 12 կգ-ի $\frac{1}{4}$ -ը, կլինի 3 կգ: վերևում սովից, վոր խնդիրը լուծվում է 12-ը $\frac{1}{4}$ -ով բազմապատկելու միջոցով, կստանանք $12 \cdot \frac{1}{4} = 3$:

4) Նույն ձևով բազմապատկենք $2\frac{1}{2}$ -ով:

Բազմապատկենք 12-ը $2\frac{1}{2}$ -ով: Այդ նշանակում է 12-ը կրկնել 2 անգամ և հետո դրան ավելացնել 12-ի կեսը:

$$12 \cdot 2 = 24, \quad 12 \cdot \frac{1}{2} = 6, \quad 12 \cdot 2\frac{1}{2} = 24 + 6 = 30$$

Տեսք մյուս յեղանակը: $2\frac{1}{2}$ -ը դարձնենք անկանոն կոտորակ և բազմապատկենք. $12 \cdot \frac{5}{2} = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30$:

Կոսոսական բազմապատկելիս գտնում ենք բազմապատկելի մեկ կամ մի բանի մասերը:

§ 3. Բազմապատկում կոսոսական

Գտնի վոր կոտորակով բազմապատկումն այնպես արինք, ինչպես ամբողջի մասը գտնելը, ապա առանց առանձին դժվարության կարող ենք կոտորակով բազմապատկելու կանոնը դուրս բերել:

I. Կոտորակի բազմապատկումը կոսոսականով. 1. Հարկավոր է բազմապատկել $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5}$:

Լուծում. Գտնենք $\frac{3}{4}$ -ի $\frac{2}{5}$ -ը:

$$1) \frac{3}{4} \text{ -ի } \frac{1}{5} \text{ -ը կլինի } \frac{3}{4 \cdot 5}, \quad 2) \frac{3}{4} \text{ -ի } \frac{2}{5} \text{ -ը կլինի } \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5}$$

Նշանակում է,

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5}$$

Յերկու կոսորակներ իրար հետ բազմապատկելիս պետք է համարիչների արտադրյալը բաժանել հայտարարների արտադրյալի վրա:

Այս կանոնն արտահայտենք տառերով.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

II. Արտադրիչներից մեկն ամբողջ կամ խառը թիվ է

2. Գտնել $3\frac{1}{8} \cdot 10$ արտադրյալը:

$$\text{Լուծում. } 3\frac{1}{8} \cdot 10 = \frac{25}{8} \cdot 10 = \frac{25 \cdot 10}{8} = \frac{25 \cdot 5}{4} = \frac{125}{4} = 31\frac{1}{4}$$

Այստեղ խառը թիվը վերածեցինք անկանոն կոտորակի և այդ կոտորակը բազմապատկեցինք ամբողջ թիվով:

Այդ բազմապատկումը կարելի չէր ուրիշ ձևով ել կատարել:

$$3\frac{1}{8} \cdot 10 = \left(3 + \frac{1}{8}\right) \cdot 10 = 3 \cdot 10 + \frac{1}{8} \cdot 10 = 30 + \frac{10}{8} = 30 + 1\frac{2}{8} = 31\frac{1}{4}$$

3. $\frac{8}{5}$ -ը բազմապատկենք 4-ով:

$$\text{Լուծում. } 4 \cdot \frac{8}{5} = \frac{4 \cdot 8}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

Այստեղ դարձյալ կոտորակով բազմապատկելուն նայում ենք իբրև ամբողջի մասը գտնելուն, ուստի և ամբողջ թիվը բազմապատկում ենք տվյալ կոտորակի համարիչով և արտադրյալը բաժանում նրա հալտարարի վրա:

Արտադրյալը բազմապատկելով

$$\frac{8}{5} \cdot 4 = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

արտադրյալի հետ, տեսնում ենք, վոր այդ արտադրյալները հալտարար են իրար, այսինքն ամբողջ թիվը և կոտորակը բազմապատկելիս կարելի չէ արտադրիչների կարգը փոխել:

4. Բազմապատկել $5 \cdot 2\frac{2}{3}$

$$\text{Լուծում. } 5 \cdot \frac{8}{3} = \frac{5 \cdot 8}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

III. Յերկու արտադրիչներն էլ խառը թվեր են:

$$5. \text{ Բազմապատկենք } 4\frac{1}{2} \cdot 1\frac{8}{27}$$

$$\text{Լուծում. } 4\frac{1}{2} \cdot 1\frac{8}{27} = \frac{9}{2} \cdot \frac{35}{27} = \frac{9 \cdot 35}{2 \cdot 27} = \frac{35}{2 \cdot 3} = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}$$

Խառը թվերը նախանք բազմապատկելը պետք է զտնենք անկանոն կոտորակ:

IV. Կոտորակի բազմապատկումը նրա հայտարարին հալտարարով:

$$6. \frac{5}{9} \cdot 9 = \frac{5 \cdot 9}{9} = 5 \quad 7. \frac{3}{14} \cdot 14 = 3$$

Կոտորակը հայտարարին հալտարար թվով բազմապատկելիս ստացվում է համարիչին հալտարար թիվ:

Պիտոգորյան. Բազմապատկենք հետևյալ արտադրյալները.

$$\begin{array}{ll} 1) 18 \cdot 3 = 54 & 4) 18 \cdot \frac{1}{2} = 9 \\ 2) 18 \cdot 2 = 36 & 5) 18 \cdot \frac{1}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2} \\ 3) 18 \cdot 1 = 18 & 6) 18 \cdot \frac{2}{15} = \frac{36}{15} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} \end{array}$$

Տեսնում ենք, վոր առաջին յերկու որինակներում արտադրյալը մեծ է բազմապատկելիից. յերրորդում՝ արտադրյալը հալտարար է բազմապատկելիին, իսկ մնացածներում՝ փոքր է բազմապատկելիից:

Նշանակում է, վոր կանոնավոր կոտորակով բազմապատկելիս արտադրյալը փոքր է լինում բազմապատկելիից: Ուստի և պետք է հրաժարվենք այն մտքից, թե բազմապատկել միշտ մեծացնել է նշանակում: Բազմապատկելիս թիվը այն ժամանակ է մեծանում, յերբ բազմապատկիչը մեծ է միավորից, իսկ կանոնավոր կոտորակով բազմապատկելիս թիվը փոքրանում է:

XI. ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

§ 1. Փոխադարձաբար հակադարձ թվեր

Սահմանում. Յերկու թվեր կոչվում են փոխադարձաբար հակադարձ թվեր, յեթե նրանց արտադրյալը հալտարար է մեկ միավորի:

1. Գտնել՝ 7, 2, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{10}$ թվերի հակադարձ թվերը:

Լուծում. 7-ի հակադարձը կլինի $\frac{1}{7}$ -ը, Վ = բ = վ հ հ հ

$$7 \cdot \frac{1}{7} = 1,$$

2-ի հակադարձը կլինի $\frac{1}{2}$, քանի վոր $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

$$\frac{1}{4} \text{ -ի } \gg \gg 4 \gg \gg \frac{1}{4} \cdot 4 = 1$$

$$\frac{5}{8} \text{ -ի } \gg \gg \frac{8}{5} \gg \gg \frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5} = 1$$

Յեթե տված է վորևէ n թիվ, ապա դրա հակադարձը պետք է նշանակել $\frac{1}{n}$: $\frac{a}{b}$ կոտորակի հակադարձը կլինի $\frac{b}{a}$:

§ 2. Բաժանում կոտորակի վրա

Բաժանումը բաղմատական հակադարձ գործողությունն է: Բաժանման գործողությունը թյամբ գտնում ենք արտադրիչներից մեկը, յերբ հայտնի չե յերկու արտադրիչների արտադրյալը և մյուս արտադրիչը:

Այսպես, որինակ, յեթե արտադրյալը 80 է, իսկ մեկ արտադրիչը՝ 40, ապա ոգտվելով բաժանումով գտնում ենք, վոր յերկրորդ արտադրիչը հավասար է 2-ի:

Նման ձևով բաժանման գործողություն միջոցով յերկրորդ արտադրիչը գտնում ենք նաե այն գեպքում, յերբ առաջին արտադրիչը կոտորակ է:

$$1. 9 \cdot \frac{3}{4} = ?$$

Բաժանելին (այսինքն արտադրյալը) հավասար է 9-ի, մի արտադրիչը (բաժանարարը)՝ $\frac{3}{4}$ -ն է, իսկ մյուսը (քանորդը) հարկավոր է գտնել: Յերկրորդ արտադրիչը նշանակենք X, այն ժամանակ.

$$9: \frac{3}{4} = x, \quad \frac{3}{4} x = 9, \quad \frac{1}{4} x = \frac{9}{3} = 3, \quad \frac{4}{4} x = 3 \cdot 4 = 12$$

Այս խնդիրը հանգում է մասով ամբողջը գտնելուն:

Մյուս կողմից այս X անհայտ արտադրիչ հանգիստանում է

9-ը $\frac{3}{4}$ -ի վրա բաժանելուց առաջացած քանորդ, այսինքն՝

9: $\frac{3}{4}$: Նշանակում է, գտնելով 12-ը 9-ը և $\frac{3}{4}$ թվերով, մենք

գտանք 9-ը $\frac{3}{4}$ -ի վրա բաժանելուց առաջացած քանորդը՝

9: $\frac{3}{4} = 12$, այլ խոսքով՝ բաժանման խնդիրը վերածվեց մասով

ամբողջը գտնելու խնդրին:

Երենք բաժանման մի որինակ է:

2. Արտադրյալի և հայտնի արտադրիչի միջոցով գտնենք անհայտ արտադրիչը: Արտադրյալը $\frac{3}{2}$ է, հայտնի արտադրիչ-

$$\text{չը } \frac{5}{9}:$$

Լուծում. Անհայտ արտադրիչը նշանակելով x, կստանանք

$$\frac{5}{9} \cdot x = \frac{3}{2}$$

Մասով ամբողջը գտնելով, կիմանանք, վոր

$$x = \frac{3 \cdot 9}{2 \cdot 5} = \frac{27}{10} = 2 \frac{7}{10}$$

Այս որինակը լուծելով մենք զարձյալ բաժանում կատարեցինք, քանի վոր գտանք անհայտ արտադրիչը (x) յերբ հայտնի յե արտադրյալը $\left(\frac{3}{2}\right)$ և մյուս արտադրիչը $\left(\frac{5}{9}\right)$:

Գրում ենք այսպես.

$$\frac{3}{2} : \frac{5}{9} = \frac{3 \cdot 9}{2 \cdot 5} = \frac{27}{10} = 2 \frac{7}{10}$$

Վորոնելով ամբողջը յուր մասով, գտնում ենք անհայտ արտադրիչը արտադրյալի և հայտնի կոտորակային արտադրիչի ոգնությունը, կատարում ենք բաղմատական հակադարձ գործողություն՝ բաժանում: Մեր բերած որինակներում կատարեցինք բաժանում կոտորակի վրա:

$$3. \text{ Գտնել } x\text{-ը, յեթե } \frac{3}{4} x = \frac{15}{2}$$

Լուծում. x-ը գտնելու համար պետք է կատարել բաժանման գործողություն.

$$x = \frac{15}{2} : \frac{3}{4}$$

կամ, փոքր նույնն է, դանել x -ը բուր մասերի միջոցով: Վերջին գործողությունը տալիս է.

$$x = \frac{15 \cdot 4}{2 \cdot 3} = 10$$

Փոխանակ $\frac{15}{2}$ -ը $\frac{3}{4}$ -ի վրա բաժանելու, կատարում ենք $\frac{15}{2} \cdot \frac{4}{3}$ բազմապատկումը, փոքրից նույն արդյունքն է ստացվում.

$$\frac{15}{2} \cdot \frac{4}{3} = 10$$

Դիտողություն. կոտորակի վրա բաժանելը և բաժանարարի հակադարձ կոտորակով բազմապատկելը միեւնույն արդյունքն է տալիս:

4. $\frac{3}{4}$ -ը բաժանենք $\frac{5}{7}$ -ի վրա:

Լուծում. $\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = x, \frac{5}{7}x = \frac{3}{4}, x = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5}$

Յեթե բաժանումը փոխարինենք բաժանարարի հակադարձ կոտորակով բազմապատկելու գործողությամբ, կստանանք $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5}$: Պատասխանը նույնն է:

Վերելք թիվ կոտորակի վրա բաժանելու համար հարկավոր է այդ թիվը բազմապատկել բաժանարարի հակադարձ թվով: Այս կանոնն արտահայտենք տառերով.

$$\frac{a}{b} : \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{q}{p} = \frac{a \cdot q}{b \cdot p}$$

§ 3. Ամեն սեռակամբողջ թվ կոտորակային թվերի բաժանումը

1. Գտնել $\frac{12}{49} : \frac{4}{7}$ քանորդը:

Լուծում. $\frac{12}{49} : \frac{4}{7} = \frac{12}{49} \cdot \frac{7}{4} = \frac{12 \cdot 7}{49 \cdot 4} = \frac{3}{7}$

2. Գտնել $\frac{3}{4} : 6$ քանորդը:

$$\frac{3}{4} : 6 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 6} = \frac{1}{8}$$

3. Գտնել $6 : \frac{3}{4}$ քանորդը: $6 : \frac{3}{4} = 6 \cdot \frac{4}{3} = 8$

4. Գտնել $8 \frac{1}{3} : 1 \frac{3}{4}$ քանորդը:

Լուծում. Վերջին որինակը վերաբերում է խառը թվերի բաժանման: Նախքան բաժանումը պետք է բաժանելին և բաժանարարը անկանոն կոտորակ դարձնել.

$$8 \frac{1}{3} : 1 \frac{3}{4} = \frac{25}{3} : \frac{7}{4} = \frac{25 \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{100}{21} = 4 \frac{16}{21}$$

5. $\frac{2}{5}$ -ը բաժանել $\frac{3}{5}$ -ի վրա:

Լուծում. $\frac{2}{5} : \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 3} = \frac{2}{3}$

Այս վերջին որինակում բաժանելինը հաժաաար հայտարարներով կոտորակներ: Նույն արդյունքը կարելի չէ ստանալ անմիջապես համարիչները բաժանելով, նկատի չառնելով կոտորակների հաժաաար հայտարարները:

I. Խառը թվերը բաժանելիս անհրաժեշտ է այդ թվերը դարձնել անկանոն կոտորակներ:

II. Յեկու հաժաաար հայտարարներով կոտորակներ բաժանելիս պետք է միայն համարիչները բաժանել, մի կողմ թողնելով հայտարարները:

III. Կոտորակն ամբողջ թվի վրա բաժանելիս հարկավոր է կոտորակի հայտարարը բազմապատկել ամբողջ թվով, համարիչն անփոփոխ թողնելով:

Դիտողություն. Մինչև վերջնական բազմապատկումն ամեն անգամ պետք է կրճատում կատարել ստացված կոտորակային արդյունքում:

$$6. \frac{12}{25} : \frac{4}{5} = \frac{12 \cdot 5}{25 \cdot 4} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{3}{5}$$

$$7. \frac{8}{9} : \frac{4}{3} = \frac{8 \cdot 3}{9 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 1} = \frac{2}{3}$$

§ 4. Բաժանման միջոցով լուծվող խնդիրներ

Ձանազան խնդիրներ լուծելու համար մենք շատ անգամ ենք դիմել բաժանման գործողության: Բայց միայն այժմ, յերբ սովորել ենք կոտորակները բաժանել, կարելի չէ ցույց տալ այն բոլոր դեպքերը, վերոնց լուծման համար կիրառվում է բաժանումը:

Բաժանման գործողությամբ լուծվող հիմնական խնդիրներ:

բից մեկը իբրեւ ամբողջութիւն ընդունած թվի գտնելն է, այդ ամբողջութիւնից մեծ կամ փոքր թվի ոգնութեամբ:

Տված մասերով ամբողջը գտնում են բաժանման միջոցով:
Թվենք այս բոլոր խնդիրները, վերոնք լուծվում են բաժանման գործողութեամբ:

1. Յերկու արտադրիչների արտադրյալի է արտադրիչներից մեկի միջոցով գտնել մյուս արտադրիչը:

2. Բաժանել թիվը մի քանի հալասար մասերի (բաժանում ամբողջ թվի վրա):

3. Գտնել ամբողջը, յերբ հայտնի յին նրա մասերը:

4. Բաղդատել յերկու թիվ: Իմանալ, թե մի թիվը քանի անգամ մեծ կամ փոքր է մյուսից, կամ մի թվի վճի մասն է կազմում մյուս թիվը (գտնել թվերի հարաբերութեանը):

Կանգ առնենք վերջին կետի վրա:

1. Ասենք թե պետք է իմանալ, թե 5-ը 30-ի վճի մասն է:

Այս խնդիրը կարելի յե այսպես լուծել. իմանանք, թե 5-ը քանի անգամ է պարունակվում 30-ի մեջ, այդ նպատակով 30-ը բաժանում ենք 5-ի վրա և ստանում ենք 6 անգամ:

Այստեղից յեզրակացնում ենք, վոր 5-ը կազմում է 30-ի $\frac{1}{6}$ մասը:

Նույն խնդիրը կարելի յե լուծել 5-ը 30-ի վրա բաժանելով. կստանանք.

$$5:30=\frac{1}{6}$$

2. Ավտոմորբիլը կարող է $1\frac{1}{2}$ տոնն բեռ կրել, բայց նա տանում է միայն $1\frac{1}{4}$ տ: Լրիվ բեռնվածութեան վճի մասն է տանում ավտոմորբիլը:

Լուծում. Այս խնդիրը լուծվում է բաժանման միջոցով:

$$1\frac{1}{4}:1\frac{1}{2}=\frac{5}{4}:\frac{3}{2}=\frac{5\cdot 2}{4\cdot 3}=\frac{5}{6}$$

Հարկավոր է մի կարեւոր դիտողութեան ել առնել խնդիրները բաժանման միջոցով լուծելու վերաբերյալ: Բայց նախ բերենք յերկու որինակ:

3. $4\frac{1}{2}$ կգ շաքարին վճարեցին $7\frac{7}{8}$ ուլարի: Ինչ արժե

մի կիլոգրամը:

$$\text{Լուծում. } 7\frac{7}{8}:4\frac{1}{2}=\frac{63}{8}:\frac{9}{2}=\frac{63\cdot 2}{8\cdot 9}=\frac{7}{4}=1\frac{3}{4} \text{ ուլարի}$$

Այստեղ քանորդը փոքր է բաժանելիից:

4. Ռեզինե խողովակի $\frac{8}{4}$ մետրին վճարվեց $1\frac{1}{2}$ առ ինչ

արժե այդպիսի խողովակի 1 մետրը:

$$\text{Լուծում. } 1\frac{1}{2}:\frac{8}{4}=\frac{3}{2}:\frac{2}{1}=\frac{3\cdot 1}{2\cdot 1}=2 \text{ ուլարի}$$

Այստեղ քանորդը մեծ է բաժանելիից:

5. Իրար հետ համեմատենք հետևյալ քանորդները.

$$12:3=4 \text{ (քանորդը փոքր է բաժանելիից):}$$

$$12:1=12 \text{ (քանորդը հավասար է բաժանելիին):}$$

$$12:\frac{1}{2}=24 \text{ (քանորդը մեծ է բաժանելիից):}$$

Դիտողություն. Կանոնավոր կոտորակի վրա բաժանելիս քանորդն աղելի մեծ է լինում, իսկ ամբողջ թվի կամ անկանոն կոտորակի վրա բաժանելիս քանորդը փոքր է լինում բաժանելիից:

§ 5. Ամբողջ թվերի գումարման ու բազմապատկման օրենքները վերաբերում են նախել կոտորակային թվերին

Քանի վոր կոտորակների գումարումն ու բազմապատկումը հանդում է ամբողջ թվերի նույն գործողութիւններին, ուստի կարելի յե ամբողջ թվերի գումարման ու բազմապատկման օրենքները համարել ճիշտ նաև կոտորակային թվերի համար, վորը կարելի յե ստուգել թվային որինակներով:

§ 6. Կոտորակային թվերով հազվելու մի ավելի բարդ օրինակ

Ուրինակ. Կատարել հետևյալ տառային արտահայտության հաշվումը.

$$H=\frac{6p}{abc}, \quad p=30\frac{2}{3}, \quad a=3\frac{6}{7}, \quad b=5\frac{4}{9}, \quad c=\frac{76}{10}$$

Լուծում. Տասերը փոխարինենք իրենց թվային արժեքներով.

$$H=\frac{6\cdot 30\frac{2}{3}}{3\frac{6}{7}\cdot 5\frac{4}{9}\cdot \frac{76}{10}}$$

Խառը թվերը դարձնենք անկանոն կոտորակներ.

$$H = \frac{6 \cdot \frac{92}{8}}{\frac{27}{7} \cdot \frac{46}{9} \cdot \frac{79}{10}}$$

Անցնենք հաշվելուն:

Գրում ենք բաժանելին՝ $\frac{6 \cdot 92}{8}$: Այս կոտորակը, փոխանակ բաժանելու մյուս բոլորի վրա, բաղմապատկում ենք հակադարձ թվերով:

$$\frac{6 \cdot 92 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10}{8 \cdot 27 \cdot 49 \cdot 76}$$

Կտու րում ենք կրճատում.

$$\frac{6 \cdot 92 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10}{8 \cdot 27 \cdot 49 \cdot 76} = \frac{46 \cdot 10}{3 \cdot 7 \cdot 19} = \frac{460}{390} = 1 \frac{61}{390}$$

Դիտարկենք. Հաշվելիս միշտ պետք է բաժականա՞նալ կոտորակի մեկ դժով, համարելում է հայտարարում չեղած կոտորակային արտահայտությունները փոխարինելով այնպիսի արտահայտություններով, վերոնց համարը չը և հայտարարը միայն ամբողջ թվեր են:

XII. ՏԱՄՆՈՐԳԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐ

§ 1. Տասնորդական կոտորակների կարգայն ու գրելը

Թվերը կադալու և գրելու մեր սխառեմը կոչվում է նաեւի տասնորդական սխառեմ, վորովհետեւ այդ սխառեմում բարձր կարգի յուրաքանչյուր միավոր պարունակում է հարեան ստորին կարգի 10 միավոր—հազարավորը 10 անգամ մեծ է հարյուրավորից, հարյուրավորը 10 անգամ մեծ է տասնավորից, տասնավորը 10 անգամ մեծ է միավորից, վորին անվանում ենք պարզ միավոր: Հաշվի միավորներ կադմելու այդ յեղանակը կարելի չե շարունակել նաեւ վորոշ կոտորակային թվերի վրա, վորոնք վորք են միավորից—այսպես կոչված տասնորդական կոտորակների վրա:

Ս ա ի մ ա ն ու մ. Տասնորդական է կոչվում այն կոտորա-

կային թիվը, վորի հայտարարը 10 է, կամ 10 բվի տասնորդական

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{7}{100}, \frac{28}{100}$$

տասնորդական կոտորակներ են:

Վերցնենք սանտիմետրների բաժանված մետր (նկ. 5.) Մետրն ընդունենք իբրեւ միավոր:

Բաժանելով միավորը 10 մասի, ստանում ենք միավորի մի տասնորդական մասը՝ $\frac{1}{10}$:

Մեկ տասնորդական մասը բաժանելով տաս մասի, ստանում ենք միավորի հարյուրերորդական մասը՝ $\frac{1}{100}$:

Տեսնում ենք, վոր տասնորդական կոտորակները նույնպես մտնում են թվարկության տասնորդական սխառեմի մեջ: Այդ հանդամանքը մարդկանց բերեց այն մտքին, վոր տասնորդական կոտորակները գրել

կարելի չե նաեւ առանց հաշտարի: Յուրաքանչյուր տասնորդական կոտորակի արժեքը է անվանումը վորոշվում է այն տեղով, վոր բռնում է համապատասխան թվանշանը:



նկ. 5

Տասնորդական սխառեմի

հատկություններից բղխում է այն, վոր տասնորդական մասերը պետք է միավորի աջ կողքին լինեն, քանի վորմի տասնորդական մասը 10 անգամ փոքր է միավորից: Մտնում է միայն թվի ամբողջ մասն անջատել կոտորակայինից: Այդ արվում է տարակետով:

Որինակի համար այդ յեղանակով գրենք մի կոտորակային թիվ, ասենք թե՛ չորս ամբողջ և ութ տասնորդական.

$$4 \frac{8}{10} = 4,8$$

Յեթե կամենանք տասնորդական սխառեմով հարյուրերորդական մասեր գրել, ապա պետք է դա գրենք տասնորդական մասերի մոտ աջ կողմում: Այսպիսով, տասնորդական մասերը

գրվում են ստորակետից դեպի աջ առաջին տեղում, իսկ հարյուրերորդական մասերը՝ ստորակետից դեպի աջ, յեղբորդ տեղում: Որինակ՝

$$4\frac{88}{100}=4,88$$

Նման ձևով շարունակվում է միավորի հազարերորդական տասնադարերորդական և ավելի մասնի մասերի գրությունը:

Յեթե վորեն կարգում բացակայում են միավորները, նշանակում ենք զերո: Ձերո յենք գրում նաև այն ժամանակ, յերբ կանոնավոր կոտորակ արտահայտելիս ամբողջ միավորներ չկան, որինակ՝ $\frac{8}{10}=0,8$:

Բերենք տասնորդական կոտորակների գրության ժամանակ գերոյով ոգավելու մի քանի որինակ.

$$\frac{1}{10}=0,1; \quad \frac{5}{10}=0,5; \quad \frac{1}{100}=0,01; \quad \frac{7}{100}=0,07; \quad \frac{28}{100}=0,28;$$

$$\frac{1}{1000}=0,001; \quad \frac{4}{1000}=0,004; \quad \frac{29}{1000}=0,029; \quad \frac{156}{1000}=0,156;$$

$$\frac{703}{1000}=0,703; \quad 205\frac{403}{1000}=205,402$$

Տասնորդական կոտորակների գրելու կանոնը հետևյալն է.

Տասնորդական կոտորակներ գրելիս ամբողջը ստորակետով անջատվում է կոտորակային մասից: Յեթե ամբողջ միավորներ չկան, գրանց փոխարեն գրվում է զերո: Տասնորդական մասերը գրվում են ստորակետից աջ՝ առաջին տեղում, հարյուրերորդական մասերը՝ յեղբորդ տեղում, հազարերորդականը՝ յերրորդ տեղում յեկ այլն:

Յերբ կարողանում ենք տասնորդական կոտորակները գրեր կարող ենք նաև կարգաւ Որինակ.

0,1—մեկ տասերորդական
0,01—մեկ հարյուրերորդական
0,001—մեկ հազարերորդական
0,2—յերկու տասնորդական
0,03—յերեք հարյուրերորդական

0,25—քսանհինգ հարյուրերորդական

0,007—յոթ հազարերորդական

0,023—քսանյերեք հազարերորդական

0,271—յերկու հարյուր յոթանասունմեկ հազարերորդական

52,325—հիսուն յերկու ամբողջ յերեք հարյուր քսանհինգ հազարերորդական:

Տասնորդական կոտորակները կարգալիս նախ կարգում են ստորակետից հետո գրված թիվն իբրեկ համարից: Հայտարարում կարգում են մեկ միավորն այնքան զերոներով, վորքան թվանշան կա ստորակետից հետո:

§ 2. Տասնորդական կոտորակն իբրեկ հասարակ կոտորակ

Տասնորդական կոտորակների հատկությունները և գրել-կարգալու յեղանակները նկատի ունենալով հաճախ հասարակ կոտորակների հանդեպ առավելություն է արվում տասնորդական կոտորակներին: Որինակ, մետրական սիստեմի հաշվումներն անելիս տասնորդական կոտորակները հեշտացնում են գրությունը փոխանակ գրելու 4 կգ 287 գ, գրում ենք 4,287 կգ:

Ուսումնասիրելով տասնորդական կոտորակի մյուս դեպքերը ես, կտեսնենք, վոր շատ հաճախ հասարակ կոտորակի փոխարեն հարմար է գործածել տասնորդական կոտորակները:

Սակայն լինում են և այնպիսի դեպքեր, յերբ ավելի հարմար է հասարակ կոտորակները գործածել: Հասարակ կոտորակներն ունեն մի այնպիսի հատկություն, վորը միայն սահմանափակ չափով է կիրառվում տասնորդական կոտորակների մեջ—դա կոտորակների կրճատումն է: Որինակ, 0,125 կոտորակը հասարակ կոտորակի ձևով գրելիս ստանում է շատ պարզ տեսք.

$$0,125=\frac{125}{1000}=\frac{1}{8}$$

Հարկ յեղած դեպքում տասնորդական կոտորակը կարելի յեղարձնել հասարակ կոտորակ և ընդհակառակը:

վելով կոտորակի գլխավոր հատկութունից, կատարենք հասարակ կոտորակի կրճատում, կստանանք.

$$\frac{300}{1\ 000\ 000} = \frac{3}{10\ 000} = 0,0003$$

0,000300 և 0,0003 կոտորակները հավասար են:

0,000300 = 0,0003: Յերկրորդ տասնորդական կոտորակն

ավելի պարզ տեսք ունի:

2. Բազմատենք 2,8, 2,80 և 2,800 թվերը:

Այդ թվերի ամբողջ միավորները և տասնորդական մասերը նույնն են. ուրիշ մասեր ել չունեն: Նշանակում ե, այդ թվերը հավասար են:

$$2,8 = 2,80 = 2,800$$

Յեթե այդ տասնորդական կոտորակները պատկերացնենք իբրև հասարակ կոտորակներ, կստանանք.

$$2\frac{8}{10} = 2\frac{80}{100} = 2\frac{800}{1000}$$

Այդ կոտորակների հավասարությունը հաստատվում և հասարակ կոտորակների գլխավոր հատկութունով:

Ստորակետից հետո տասնորդական կոտորակի վերջից զերոներ ավելացնելով, փոխում ենք կոտորակի միայն արտաքին տեսքը, բայց փոչ նրա մեծությունը: Ճիշտ և նաև հակառակը — կոտորակետից հետո կոտորակի վերջին զերոները ջնջելով չենք փոխում կոտորակի մեծությունը:

Այդ բանի շնորհիվ կարելի յե տասնորդական կոտորակները բերել ընդհանուր հայտարարի:

3. Ընդհանուր հայտարարի բերենք՝ 0,25, 0,1732 և 3,154 կոտորակները:

Լուծում.

$$0,25 = 0,2500, \quad 0,1732 = 0,1732, \quad 3,154 = 3,1540$$

Այստեղ բերված բոլոր թվերն ել արտահայտեցինք տասնորդարեորդական մասերով:

I. Մի բանի ճասնորդական կոտորակներ ընդհանուր հայտարարի բերելու համար, պետք և օված կոտորակների ստորակե-

տից հետո յեղած քվանտանների բանակը հավասարացնենք՝ վերջին գերոներ ավելացնելով:

Կոտորակի գլխավոր հատկութունը թույլ և տալիս նույնպես կրճատել այդ կոտորակները, յեթե նրանք վերջում գերոներ ունեն: Դրանով չի փոխվում կոտորակի արժեքը:

0,8700 մ կոտորակին պարզ տեսք տանք,

$$0,8700 = \frac{8700}{10\ 000} = \frac{87}{100} = 0,87 \text{ մ}$$

II. Յերե ճասնորդական կոտորակի վերջում գերոներ կան, կարելի յե այդ գերոները գեն զցել: Դրանից չի փոխվի կոտորակի մեծությունը:

Այդ վերջին ձևափոխությունը կարելի յե անվանել կրճատում:

§ 5. ճասնորդական կոտորակների գումարումը յեվ հանումը

1. Գումարենք հետևյալ թվերը. 3,75 + 8 + 4,125:

Այդ կարելի յե գրել յերկու յեղանակով.

$$\begin{array}{r} 3,750 \\ + 8,000 \\ \hline 4,125 \\ + 4,125 \\ \hline 15,875 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,75 \\ + 8 \\ \hline 4,125 \\ + 4,125 \\ \hline 15,875 \end{array}$$

Առաջին դեպքում բոլոր կոտորակները բերեցինք ընդհանուր հայտարարի՝ վերջից զերոներ ավելացնելով և տասնորդարեորդական մասերի վերածելով:

2. 4,875-ից հանենք 2,37264:

Լուծում.

$$\begin{array}{r} 4,87500 \\ - 2,37264 \\ \hline 2,50236 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4,875 \\ - 2,37264 \\ \hline 2,50236 \end{array}$$

Ճասնորդական կոտորակների գումարումը և հանումը կատարվում և այնպես, ինչպես ամբողջ թվերին:

ճասնորդական կոտորակները գումարելու կամ հանելու համար հարկավոր և.

1) Թվերն իբար ֆակ գրել այնպես, վոր ամբողջները լի-

ենն ամբողջների թակ, թանոթողական մասերը թանոթողական, հարյուրերորդականը՝ հարյուրերորդական մասերի թակ յեվ ալնո

2) Գումարումը յեվ հանումը կատարել այնպես, ինչպես վարվում ենք ամբողջ թվերի հետ:

3) Գործողությունը կատարելուց հետո ստորակեսը պետք է զննել հենց անհեղ, վորեղ զրկած եր թված գումարելիների կամ նվազելիի ու հանելիի մեջ:

Ի հոգու թյուց. կոտորակները գումարելիս և հանելիս պետք է հետևել. վոր բոլոր ստորակետները իրար թակ լինեն:

Ուշադրություն դարձնենք հանման հետևյալ դեպքի վրա՝
3. $1 - 0.027564 = 0.972436$

Այստեղ հանելիի բոլոր կարգերի թվերը հանվում են 9-ից, քացի վերջինից, վորը հանվում է 10-ից:

4. Տասնորդական կոտորակները գումարելիս և հանելիս հաճախ հաշվավոր ե լինում գտնել մոտավոր գումարը և տարբերությունը:

Գտնենք հետևյալ թվերի գումարը և տարբերությունը մեկ հարյուրերորդական ճշտությամբ:

1) $8,5434 + 2,271 + 3,186 + 2,05$, 2) $12,3764 - 5,171$

Լուծում. Համաձայն խնդրի պայմանի գումարը և տարբերությունը կորացնենք հարյուրերորդական մասերով, բաց թողնելով գեպի աջ գտնվող մյուս կարգերը:

1) 8,5434	2) 12,3764
+ 2,271	- 5,171
+ 3,186	7,21
+ 2,05	
16,05	

Տասնորդական կոտորակների կորացման կանոնները նույնն են, ինչ կոր ամբողջ թվերին:

Բազմապատկում 10-ով յեվ 10-ի աստիճաններով:

1. Յեթի բաղադրանք 0,0001, 0,001, 0,01, 0,1, 1 թվերը կամ 0,00097, 0,0097, 0,097, 0,97,

0,97 և 97 թվերը, կտեսնենք, վոր յուրաքանչյուր հաջորդող թիվը մեծ է նախորդից 10 անգամ, կամ յուրաքանչյուր նախորդից 10 անգամ մեծացնելով:

Խորդող թիվը 10 անգամ մեծացնելով կստացվի հաջորդող թիվը, և ընդհանուրապես, հաջորդող թիվը 10-ի վրա բաժանելով, կստացվի նախորդող թիվը:

Ասածից յերևում է, վոր տասնորդական կոտորակը 10-ով բազմապատկելիս բավական է ստորակետը մի թվանշան աջ տանել:

2. 1) $84,72 \cdot 10 = 847,2$	2) $0,0271 \cdot 10 = 0,271$
3) $3,2 \cdot 10 = 32$	4) $0,512 \cdot 10 = 5,12$

Տասնորդական կոտորակը 10-ի վրա բաժանելու համար բավական է ստորակետը մի թվանշան ձախ տանել:

3. 1) $84,7 : 10 = 8,47$	2) $3,45 : 10 = 0,345$
3) $0,42 : 10 = 0,042$	4) $0,056 : 10 = 0,0056$

100-ով, 1000-ով և մեկով ու հաջորդող մի քանի զերոնեքով կազմված ուրիշ թվերով բազմապատկելու կամ այդ թվերի վրա բաժանելու համար բավական է հաջորդաբար բազմապատկել 10-ով կամ հաջորդաբար բաժանել 10-ի վրա, որինակ.

4. $4,273$ -ը բազմապատկել 100-ով:
Լուծում. $4,273 \cdot 100 = 4,273 \cdot 10 \cdot 10 = 42,73 \cdot 10 = 427,3$

5. $35,68$ -ը բաժանել 100-ի վրա:
Լուծում. $35,68 : 100 = 35,68 : 10 : 10 = 3,568 : 10 = 0,3568$

I. Տասնորդական կոտորակները միավորով յեվ զերոնեքով առաջադասված թվերով բազմապատկելու համար բավական է ստորակետը զեպի աջ թանկ այնքան թվանշան, վորքան զերոնեք ունի բազմապատկիչը:

II. Տասնորդական կոտորակները միավորով յեվ զերոնեքով առաջադասված թվերի վրա բաժանելու համար, բավական է ստորակետը զեպի ձախ թանկ այնքան թվանշան, վորքան զերոնեք ունի բաժանարարը:

Ի հոգու թյուց. Բազմապատկման և բաժանման ժամանակ ստորակետը տեղափոխելիս պակասող թվանշանների փոխարեն պետք է նշանակել զերոնեք:

Բերենք որինակներ.

6. $37,2 \cdot 1000 = 37200$

Այստեղ ստորակետը պետք է յեթե թվանշան զեպի աջ տանել: Գաղաթում է յերևում թվանշան, վորեղ տեղը գեպին էլ զնուս:

$$7. 0,25:100=0,0025$$

Այստեղ ստորակետը տանում ենք յերկու թվանշան դեպի ձախ: Պակասում է յերկու թվանշան: Դրանց տեղը զերոններ ենք դնում:

Դիսոդուբյուն. Ստորակետը դեպի աջ տանելով տասնորդական կոտորակը մեծացնում ենք 10, 100, 1000 անգամ և այլն, իսկ դեպի ձախ տանելով տասնորդական կոտորակը փոքրացնում ենք 10, 100, 1000 անգամ, նայած թե քանի թվանշան է տեղափոխած ստորակետը:

$$1) 0,723 \cdot 100 = \frac{723}{1000} \cdot 100 = \frac{723 \cdot 100}{1000} = \frac{723}{10} = 72,3$$

$$2) 412,73:100 = \frac{41273}{100} : 100 = \frac{41273}{100 \cdot 100} = \frac{41273}{10000} = 4,1273$$

Տասնորդական կոտորակի բազմապատկումն ամբողջով:

Տասնորդական կոտորակի բազմապատկումն ամբողջ թվով:

Յուրեք բազմապատկել՝ $4,18 \cdot 7$:

$$\text{Գտնենք արտադրյալը.} \\ 418 \cdot 7 = 2926$$

Ստացված արտադրյալը տարբերվում է փոքրների արտադրյալից, քանի վոր $4,18$ -ը դարձնելով 418 , բազմապատկելին՝ $4,18$ -ը մեծացրինք 100 անգամ: Արտադրյալը նույնպես մեծացավ 100 անգամ: Ուստի փոքրների արտադրյալը գտնելու համար պետք է 2926 -ը փոքրացնենք 100 անգամ և կստանանք՝ $4,18 \cdot 7 = 29,26$:

Տասնորդական կոտորակն ամբողջով բազմապատկելու համար պետք է բազմապատկել սված թվերը, ուսագրությունը չգարծնելով ստորակեսի վրա. ստացված արտադրյալում ստորակեսն աջից հաշված նշանակել այնքան թվանշաններից հետո, վորքան թվանշան կար կոտորակային արտադրիչում ստորակեսից հետո:

$4,17 \cdot 7$ -ի արտադրյալը կարելի է գտնել և ուրիշ յեղանակներով:

1) $4,18$ -ը բազմապատկենք իբրև հասարակ կոտորակ.

$$4,18 \cdot 7 = \frac{418}{100} \cdot 7 = \frac{418 \cdot 7}{100} = \frac{2926}{100} = 29,26$$

2) Բազմապատկումը փոխարինենք գումարումով.

$$4,18 \cdot 7 = 4,18 + 4,18 + 4,18 + 4,18 + 4,18 + 4,18 + 4,18 = 29,26$$

Բազմապատկելի մեջ կար յերկու տասնորդական նշան, իսկ բազմապատկիչի մեջ՝ վեց մի տասնորդական նշան, արտադրյալումն էլ յերկու տասնորդական նշան ստացվեց:

$$9. 3,2 \cdot 7 = 3 \frac{2}{10} \cdot 7 = \frac{32 \cdot 7}{10} = \frac{224}{10} = 22,4$$

Այստեղ բազմապատկելի մեջ կա մեկ տասնորդական նշան, բազմապատկիչն՝ ամբողջ թիվ է, արտադրյալումն էլ մեկ տասնորդական նշան ունի:

Իերենք տասնորդական կոտորակը և ամբողջ ունեցող տասնորդական կոտորակն ամբողջով բազմապատկելու մի քանի որինակներ:

$$10. 0,283 \cdot 25 = 7,075$$

$$11. 0,00538 \cdot 4307 = 23,17166$$

$$12. 0,02854 \cdot 3 = 0,08562$$

$$13. 14,805 \cdot 359 = 5314,995$$

Բազմապատկում գերոներով վերջացող ամբողջ թվերով:

$$14. \text{Գտնենք } 2,875 \cdot 5 \text{ և } 500 \cdot 5 \text{ արտադրյալը.}$$

$$2,875 \cdot 500 = 2,875 \cdot 5 \cdot 100 = 14,375 \cdot 100 = 1437,5$$

Տասնորդական կոտորակը գերոներով վերջացող թվով բազմապատկելու համար պետք է բազմապատկելին բազմապատկել բազմապատկիչի իմաստավոր մասով, յեվ ապա արդյունքում ստորակեսը տեղափոխել դեպի աջ այնքան թվանշան, վորքան գերո կար բազմապատկիչի վերջում:

Տասնորդական կոտորակի բազմապատկումը տասնորդական կոտորակով:

$$15. \text{Գտնենք } 6,19 \cdot 2,5 \text{ և } 2,5 \cdot 2,5 \text{ արտադրյալը:}$$

Լուծենք դա յերկու յեղանակով:

1) Յերկու թվերն էլ դարձնենք հասարակ կոտորակներ:

$$6,19 \cdot 2,5 = \frac{619}{100} \cdot \frac{25}{10} = \frac{619 \cdot 25}{1000} = \frac{15475}{1000} = 15,475$$

2) Գտնենք $6,19$ -ի և $2,5$ -ի արտադրյալը ուրիշ յեղանակով. առաջին արտադրիչը մեծացնենք 100 անգամ, իսկ յերկ-

բորդը՝ 10 անգամ, արտադրյալը կլինի 619. 25=15475: Այդ արտադրյալը խնայելու համար 1000 անգամ: Հետևապես արտադրյալը գտնելու համար պետք է այդ թիվը փոքրացնել 1000 անգամ.

$$6,19.2,5=\frac{619.25}{1000}=15,475$$

Հաշվելով արտադրիչների և արտադրյալի թվանշանների թիվը ստորակետից դեպի աջ, կարող ենք ընդունել տասնորդական կոտորակների բազմապատկման այսպիսի կանոն.

Տասնորդական կոտորակը տասնորդական կոտորակով բազմապատկելու համար, պեժ է օգտ թվերը բազմապատկենք իրենով ամբողջներ, բաց թողնելով ստորակետները յեվ ստացված արտադրյալում աջից գեպի ձախ անջատենք այնքան թվանշան, զորքան թվանշան կա յերկու արտադրիչների ստորակետներից հետո, միասին վերցրած:

Դիտողություն. Ստորակետը տեղափոխելիս պակասող թվանշանները թեր զրվում են զերոներ:

16. Ուրեմակ. Բազմապատկենք 0,72-ը 0,003-ով:

$$\text{Լուծում. } 0,72.0,003=0,00216, \text{ վորտեղ } 72.3=216:$$

Դիտողություն. Տասնորդական կոտորակները բազմապատկելիս՝ զորք ծողութունը կատարվում է արտադրիչների իմաստավոր մասերով:

§ 7. Տասնորդական կոտորակների բաժանումը

Տասնորդական կոտորակի բաժանումը ամբողջ թվի վրա. 1. Բաժանել՝ 164,32:52:

Լուծում. Տասնորդական կոտորակի բաժանումն ամբողջ թվի վրա սկսվում է

ախպես, ինչպես ամբողջ թվերի բաժանումը: Մեր բերած որինակում հարկավոր է 165,32-ը բաժանել 52-ի վրա: Ստանում ենք

$$164,32:52=3,16$$

Լուծումը զրվում է այսպես.

$$\begin{array}{r} 164,32 \quad | 52 \\ -156 \quad \quad | 3,16 \\ \hline 83 \\ -52 \\ \hline 312 \\ -312 \\ \hline \end{array}$$

Հաճախ պատահում է, վոր հասնելով բաժանելիի վերջին կարգին, մնացորդ էլ է ստացվում: Կարելի յե այդ մնացորդը մանրացնել հարևան ցածր կարգի մասերի մեծությամբ և շաբաժնակել բաժանումը:

$$2. 63,189:18$$

$$\begin{array}{r} 63,189 \quad | 18 \\ 91 \quad \quad | 3,5105 \\ \hline 18 \\ \hline 90 \end{array}$$

Շատնորդական կոտորակն ամբողջ թվի վրա բաժանելու համար նախ պեժ է բաժանել ամբողջները, բանորդում ստորակետ զենելով. իսկ մնացորդը զարնելով տասնորդական մասեր, միացնել ունեցած տասնորդական մասերն յեվ օարունակել կտտարկային մասի բաժանումը:

Դիտողություն. Յեթե բաժանելին տտորակետից հետո ստացվող թվանշանների թիվն ավելի յե, քան հարկավոր է ինդրի լուծման համար, այդ զեպքում քանորդը կլորացնում են այն կարգի միավորներով, վոր անբաժեղա եծ

Այսպես, 2-րդ որինակում կարող է յինք բավականանալ 3,51 քանորդով, յեթե պատասխանում հարկավոր լիներ միայն հարյուրերորդական մասերով թիվ ունենալ:

Անցնենք տասնորդական կոտորակի վրա բաժանելուն:

Բաժանում տասնորդական կոտորակի վրա.

3. Բաժանել՝

$$1) 1,61:0,5 \quad 2) 0,1808:0,452$$

Լուծում. 1) Բաժանելին և բաժանարարը մեծացնենք ախքան անգամ, վոր բաժանարարն ամբողջ թիվ դառնա: Տվյալ զեպքում յերկու թիվն էլ պետք է բազմապատկել 10-ով: Դրանից քանորդը չի փոխվի.

$$1,61:0,5=16,1:5$$

Ղերշական լուծման համար մնում է բաժանում կատարել ամբողջ թվի վրա.

$$16,1:5=3,22$$

Նման մեով բաժանում կատարում ենք նաե այն զեպքի

չում յերբ բաժանարարի կոտորակային մասը ստորակետից հետո մի քանի տասնորդական նշաններ և պարունակում:

$$2) 0,1808:0,452=180,8:452=0,4$$

Այս դեպքում—վորպեսզի բաժանարարն ամբողջ թիվ դառնա, խի՞ քանորդը անփոփոխ մնա, կարիք զգացվի թե բաժանելին և թե բաժանարարը մեծացնել 1000 անգամ:

Տասնորդական կոտորակի վրա բաժանելիս հարկավոր է քաժանելին յեվ բաժանարարը նախապես մեծացնել այնքան անգամ, վոր բաժանարարն ամբողջ թիվ գառնա: Դրա համար պեճ է բաժանելիի յեվ բաժանարարի ստորակետերը տեղափոխել զեպի աջ այնքան կարգ, վորքան բաժանարարի կարգերն են ստորակետից հետո: Դրանից քանորդը չի փոխվի:

Այսպիսով, յեթե զործ ունենք տասնորդական կոտորակներ չի հետ, կարելի յե ալք կոտորակների բաժանումը պարզեցնել և տասնորդական կոտորակների բաժանումը դարձնել բաժանում ամբողջ թվի վրա:

Հարկավոր է ուշադրութլուն դարձնել տասնորդական կոտորակների բաժանման մի քանի դեպքերի վրա:

4. Գտնենք $400,4:0,728$ քանորդը:

$$\text{Լուծում. } 400,4:0,728=400400:728=550$$

Դիտողութլուն. Այն դեպքերում, յերբ բաժանելիի մեջ ստորակետից հետո յեղած թվանշաններն ավելի քիչ են, քան բաժանարարում, հարկավոր է բաժանելիի վերջից զերոներ ավելացնել:

$$5. 1) 9:0,75=900:75=12. \quad 2) 9,9:2,25=990:225=4,4$$

6. Բաժանել՝ $74,75:3,25$

$$\text{Լուծում. } 74,75:3,25=7475:325=23$$

Դիտողութլուն. Յերբ բաժանելին ու բաժանարարը ստորակետից հետո հավասար թվով թվանշաններ ունեն, ապա ստորակետը բաց ենք թողնում և բաժանումը դառնում է ամբողջ թվերի բաժանում:

Այժմ ցույց տանք, թե ինչպես պետք է տասնորդական կոտորակներով հաշվումներ անել ալն դեպքերում, յերբ անհրաժեշտ է միաժամանակ մի քանի բաղմապատկումներ ու բաժանումներ կատարել:

7. Հաշվենք հետևյալ արտահայտութլունը. $\frac{4,5 \cdot 0,18 \cdot 0,005 \cdot 40}{0,012 \cdot 22,5}$

Տասնորդական կոտորակները կարելի յե փոխարինել ամբողջ թվերով՝ համարիչը և հայտարարը մեծացնելով նույնքան անգամ:

Լուծումը կարելի յե ալսպես գրել.

$$\frac{4,5 \cdot 0,18 \cdot 0,005 \cdot 40}{0,012 \cdot 22,5} = \frac{45 \cdot 18 \cdot 5 \cdot 40 \cdot 1000 \cdot 10}{10 \cdot 100 \cdot 1000 \cdot 12 \cdot 225} = \frac{45 \cdot 18 \cdot 5 \cdot 40 \cdot 10000}{12 \cdot 225 \cdot 1 \cdot 000 \cdot 000} = \frac{6}{10} = 0,6$$

XIII. ՄԻԱՏԵՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՀԱՍԱՐԱԿ ՅԵՎ ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐՈՎ

§ 1. Տասնորդական կոտորակը հասարակ կոտորակ դարձնելը

Արդեն ասել ենք, վոր ամեն մի տասնորդական կոտորակ կարելի յե գիտել և իբրև տասնորդական, և իբրև հասարակ կոտորակ— $0,07$ -ը տասնորդական է, $\frac{7}{100}$ -ը՝ հա-

սարակ: Տարբերութլունը միայն այդ կոտորակների գրութլան ձևովն է: Ուստի ամեն մի տասնորդական կոտորակ կարող ենք հասարակ կոտորակով փոխարինել: Ստացված կոտորակը պետք է կրճատել, յեթե այդ հնարավոր է, որինակ՝

$$0,24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$$

1. Այն հասարակ կոտորակները, վորոնց հայտարարը կազմված է մեկ միավորից և դրան հաջորդող զերոներից, ուղղակի գրութլում են, ինչպես տասնորդական կոտորակներ:

§ 2. Հասարակ կոտորակը տասնորդական դարձնելը

Որինակ՝

$$\frac{97}{100} = 0,97, \quad \frac{48}{10000} = 0,0048$$

Հասարակ կոտորակներն ընդհանրապես, յերբ հայտարարը մեկ միավորից ու հաջորդող զերոներից չի կազմված, ալ վորև ուրիշ թիվ է, տասնորդական կոտորակի ձևով արտահայտելու համար պետք է բաժանում կատարել:

2. $\frac{9}{8}$ -ը դարձնել տասնորդակ կոտորակ:

Մենք գիտենք, վոր ամեն մի հասարակ կոտորակ կարող է գիտվել իբրև քանորդ, առաջացած կոտորակի համարիչը հայտարարի վրա բաժանելուց. $\frac{9}{8}$ -ը կարելի յե համարել 5-ը 8-ի վրա բաժանելու արդյունք:

5-ը 8-ի վրա բաժանելով կստանանք՝

$$5:8=0,625$$

Հասարակ կոտորակը սասնորդական դարձնելու համար պետք է նրա համարիչը բաժանել հայտարարի վրա, համաձայն սասնորդական կոտորակների բաժանման կանոնի:

Կոտորակի համարիչը յուր հայտարարի վրա բաժանելիս միշտ չի տալիս վերջնական արդյունք:

§ 8. Անվերջ սասնորդական կոտորակների մասին

1. $\frac{2}{11}$ -ը դարձնենք տասնորդական կոտորակ՝ դրա համար 2-ը բաժանենք 11-ի վրա:

$$\begin{array}{r} 2 \quad 11 \\ 20 \quad 0,1808... \\ 11 \\ \hline 90 \\ 88 \\ \hline 20 \\ 11 \\ \hline 90 \\ 88 \\ \hline 2 \end{array}$$

Սկսած յերրորդ մնացորդից՝ կրկնվում են մնացորդները, ուստի սկսած հաղարհորդական մասերի, քանորդում նույնպես ստացանք կրկնվող թվանշանները: Այսպիսի բաժանման արդյունքը կոչվում է անվերջ սասնորդական կոտորակ՝ $\frac{2}{11}=0,1808...$

Այդ նշանակում է, չկա մի ճշգրիտ տասնորդական կոտորակ, վոր հավասար լինի $\frac{2}{11}$ հասարակ կոտորակին: Սովորաբար աղպիսի քանորդի վորևե կարգի միավորները կտրացնում են և ստանում

կոտորակ այդ կարգի միավորի ճշտությամբ: Այսպես, որինակ, ստանում ենք, վոր $\frac{2}{11}$ -ը մոտ. $=0,18$ մեկ հարյուրերորդականի ճշտությամբ: (մոտ. $=$ նշանը արտահայտում է մոտավոր հավասարություն):

$$\frac{2}{11} \text{ մոտ. } = 0,182 \text{ մեկ հաղարհորդականի ճշտությամբ}$$

$$\frac{2}{11} \text{ մոտ. } = 0,1818 \text{ մեկ տասնորդականի ճշտությամբ}$$

և այլն:

Բաժանման ժամանակ տված ճշտությունը գործադրելով մոցնում ենք վորոշ պարզություն:

2. 93:11 մեկ տասնորդականի ճշտությամբ: Վերջան քանորդը:

Լուծում.

$$\begin{array}{r} 93 \quad 11 \\ 88 \quad 8,45... \\ \hline 50 \\ 44 \\ \hline 60 \\ 55 \\ \hline 50 \end{array}$$

Քանորդում ստորակետից հետո առաջին թվանշանը 4-ն է: Յեթն շարունակենք բաժանումը, քանորդի հետևյալ թվանշանները կլինեն 545: Այդ ցույց է տալիս, վոր ավելի ճիշտ կլինի 4 տասնորդականի փոխարեն վերցնել 5 տասնորդական:

Դիտողություն. Կարելի է քանորդի հետևյալ թվանշանը հաշվելու բավական է մնացորդը համեմատել բաժանարարի հետ, յեթե դա բաժանարարի կիսից ավելի լինի, ապա քանորդի հետևյալ թիվը 5-ից մեծ կլինի:

Մտավոր բանորդի վերջին քվանցանը ստանալու համար պետք է մնացորդը համեմատել բաժանարարի հետ, յեթե մնացորդը հավասար է կամ մեծ է բաժանարարի կիսից, ապա հարկավոր է մեկ միավորով մեծացնել բանորդի վերջին քվանցանը, իսկ յեթե պակաս է, ապա պետք է մնացորդը մի կողմ բողնել, առանց փոփոխելու բանորդը:

3. Ամերիկական դաղդյալները հարմարեցված են անգլիական չափերի սխառմին, վորտեղ փոքր յերկարությունները չափվում են դյույմով (1 դյույմը $=25,4$ մմ):

Պետք է մետրական չափերի վերածել $\frac{5}{64}$ դյույմը:

Նույն յերկարությունը մետրականով կլինի՝

$$25,4 \cdot \frac{5}{64} = \frac{25,4 \cdot 5}{64} = \frac{127}{64} \text{ մմ}$$

$\frac{127}{64}$ դարձնելով տասնորդական կոտորակ, կստանանք

$$1,984375 \text{ մմ}$$

Դաղդյալի աշխատանքը թույլ է տալիս ճշտությունը հասց

2. ել միայն մինչև միլիմետրի հարյուրերորդական մասերը: 127-ը բաժանելով 64-ի վրա, պետք է կանգ առնենք, յերբ քանորդում հարյուրերորդական մասեր ստացվեն, և խնդրի պատասխանը 1,98 մմ լինի:

Ինչպես այս որինակից յերևում է, կոտորակի տասնորդական նիշերի թիվը սահմանվում է տեխնիկական պայմաններով: Հուլյնիսկ այն ժամանակ, յերբ հասարակ կոտորակը վերջնական տասնորդական է դառնում, պետք է տասնորդական նիշերի թիվը ժամանակակից, համաձայն խնդրի պայմանների:

Հարկավոր է ուշադրություն դարձնել բաժանման այն ատանձնահատկությունները, վորով քանորդում անվերջ կոտորակներ են ստացվում: Անվերջ բաժանումից միշտ առաջանում են կրկնվող մնացորդներ:

Իրոք, անվերջ բաժանման ժամանակ միշտ էլ չի կարող տարբեր մնացորդներ ստացվել, քանի վոր չուրաքանչյուր նոր մնացորդ պետք է պակաս լինի բաժանարարից, իսկ այդպիսի մնացորդների թիվը սահմանափակ է:

Վերևում բերված որինակներից մեկն է $2:11=0,1818\dots$: Քանի վոր այստեղ բաժանարարը 11 է, ուստի մնացորդ կարող է լինել 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10—ընդամենը տասը տարբեր մնացորդներ:

Անընդհատ բաժանման ժամանակ այդ մնացորդները հանդես գալով, անշուշտ, վորևե տեղում կսկսվի սրանցից մեկն ու մեկը կրկնվել և այնուհետև նրան կհաջորդեն մյուս բոլոր մնացորդները նույն կարգով:

Մեր որինակում կրկնությունը սկսվում է 2 մնացորդից: Մացորդի կրկնությունն անընդհատում է քանորդի վրա—այստեղ էլ ստանում ենք նույն թվանշանները, վոր առաջ ունեցինք, և նույն հաջորդականությունը: Յեթե մնացորդները մի քանի անգամ են կրկնվում, այդքան անգամ էլ պարբերաբար կրկնվում են քանորդի թվանշաններից կազմված թիվը կոչվում է պարբերություն, իսկ այն անվերջ տասնորդական կոտորակը, վոր ստացվում է քանորդում այդ բաժանման ժամանակ, կոչվում է պարբերական կոտորակ:

$\frac{2}{11}=0,18\dots$ քանորդում ստանում ենք պարբերական կոտորակ, վորտեղ «17»-ը պարբերությունն է, կազմված յերկու թվանշանից:

Ս ա հ մ ա ճ ու մ. Յեթե անվերջ ճանորդական կոտորակում, սկսելով ճանորդական վորեվե ճշանից, մի քանի քվանտոններ խումբ ունեն կարգով կրկնվում է առնափոխափակ անգամ, այդպիսի ճանորդական կոտորակը կոչվում է պարբերական կոտորակ:

Պարբերական կոտորակն նշանակվում է բաղմակետով, վորը դրվում պարբերությունից հետո:

1) $\frac{2}{11}=0,1818\dots$ արտահայտություն մեջ տարբերությունը 1 և 8 թվանշաններն են (18 թիվը):

2) $\frac{5}{12}=0,41666\dots$

$\frac{5}{12}$ -ը տասնորդական դարձնելիս ձևափոխվում է իրրե պարբերական կոտորակ: Պարբերությունը 6 թիվն է:

Վորպեսզի պարզենք, թե վոր հասարակ կոտորակներն են դառնում վերջավոր տասնորդական և վորոնք անվերջ, քննարկենք հասարակը տասնորդական դարձնելու մի չեղանակ ևս: Այդ այն չեղանակն է, վորի համաձայն պետք է լրացուցիչ բաղմապատկիչներ վորոնել կոտորակի թի համարիչի և թե հայտարարի համար՝ կոտորակի հայտարարը վերածելով միավորի, ու հաջորդող զերոներից կազմված թվի:

Այդ չեղանակը կիրառվում է միայն չկրճատվող կոտորակների նկատմամբ, այսինքն այն կոտորակների, վորոնց բոլոր կրճատումներն արված են, և համարիչն ու հայտարարը փոխադարձ պարզ թվեր են:

4. Հետևյալ հասարակ կոտորակները դարձնել տասնորդական կոտորակներ.

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{8}{250}, \frac{7}{500}, \frac{11}{40}$$

Լ ու ժ ու մ.

$$\frac{1}{2} = \frac{5.1}{5.2} = \frac{5}{10} \quad \frac{1}{5} = \frac{2.1}{2.5} = \frac{2}{10}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{25.1}{25.4} = \frac{25}{100}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{125.1}{125.8} = \frac{125}{1000}$$

$$\frac{1}{25} = \frac{4.1}{4.25} = \frac{4}{100}$$

$$\frac{1}{125} = \frac{8.1}{8.125} = \frac{8}{1000}$$

Նման ձևով գտնում են նաև $\frac{3}{250}$ -ի, $\frac{7}{500}$ -ի, $\frac{11}{40}$ -ի լրացուցիչ բաղադրատեղիները:

Ցույց տված յեղանակով հասարակ կոտորակը տասնորդական դարձնում ենք միայն այն ժամանակ, յերբ հասարակ կոտորակի հայտարար հանդիսանում է 2 և 5 կամավոր աստիճանների արտադրյալը:

Այլ դեպքերում այդ անգործագրելի յի: Այդ ցույց տանք մի որինակով:

5. Տասնորդական կոտորակ դարձնենք $\frac{2}{3}$ -ը և $\frac{5}{12}$ -ը

Լուծում. 1) $\frac{2}{3} = 0,666\dots$, 2) $\frac{5}{12} = 0,41666\dots$

Այդ որինակներում քանորդը պարբերական կոտորակի տեսք ունի:

Հեշտ կարելի յի հասկանալ, թե ինչու յուրաքանչյուր հասարակ կոտորակ չի կարելի ճիշտ տասնորդական կոտորակի վերածել: Յեթե չկրճատվող կոտորակի հայտարարը, բացի 2-ից և 5-ից, ուրիշ պարզ բաղադրատեղիներ եւ ունի, ապա այդպիսի կոտորակից չի կարելի 10, 100, 1000 հայտարար ունեցող կոտորակ ստանալ:

$\frac{2}{3}$ -ը և $\frac{5}{12}$ -ը չի կարելի ճշգրիտ տասնորդական կոտորակի վերածել: Չենք կարող այնպիսի ամբողջ թիվ գտնել, վոր յիթե 3-ով բաղադրատեղիու լինենք, ստանանք 10, 100, 1000 և այլն: Նույն բանը տեսնում ենք $\frac{5}{12}$ կոտորակում:

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{125}{100.8}$$

Այստեղ անկարող ենք 3-ի համար հարկավոր բաղադրատեղիներ գտնել:

1. Յերե չկրճատվող կոտորակի հայտարարը պարզ արտադրիչների վերլուծելիս օալիս է միայն 2 յեվ 5 արտադրիչներ:

ապա այդպիսի կոտորակը կարող է դառնալ վերջավոր աստիճանական կոտորակ:

II. Յերե չկրճատվող կոտորակի հայտարարը պարզ արտադրիչների վերլուծելիս օալիս է այնպիսի արտադրյալ, վոր յուրի յերկուսներ յեվ հինգեր կամ այնպիսի արտադրյալ, վորեկ բացի 2-ից յեվ 5-ից, մտնում են նաեվ ուրիշ արտադրիչներ, ապա այդպիսի կոտորակը չի կարելի վերջավոր աստիճանական կոտորակ դարձնել:

§ 4. Միանգ իսկականներ հասարակ ու աստիճանական կոտորակներով

Այն հաշվումները, վորոնք կատարելիս միաժամանակ ոգավում ենք հասարակ և տասնորդական կոտորակներից, առանձնապես գործադրվում են բարդ հաշիվների մեջ: Այդ դեպքում բոլոր տասնորդական կոտորակները պետք է հասարակ կոտորակներ դարձնել և դրանցով կատարել հաշվումները: Ուրիշ կերպ ել կարելի յի անել, բոլոր հասարակ կոտորակները դարձնել տասնորդական և գործ ունենալ միայն տասնորդական կոտորակների հետ:

Սակայն գործնականում այդպիսի պարզեցումները միշտ ձեռնառու չեն, յերբեմն ավելի լավ է հասարակ և տասնորդական կոտորակները թողնել նույնությամբ—անփոփոխ:

Օրինակներ. 1) $0,0028 \cdot \frac{4}{7}$

$$0,0028 \cdot \frac{4}{7} = \frac{0,0028 \cdot 4}{7} = 0,0004 \cdot 4 = 0,0016$$

Լուծելիս թողեցինք հասարակ կոտորակը: Յեթե $\frac{4}{7}$ -ը ցանկանայինք տասնորդական կոտորակ դարձնել, կառաջանային մոտավոր թվեր:

2) Գտնենք $\frac{11}{15} : 2,64$ քանորդը

Լուծում. 2,64-ի վրա բաժանենք համաձայն ամբողջ թվի վրա բաժանելու կանոնի.

$$\frac{11}{15} : 2,64 = \frac{11}{15 \cdot 2,64} = \frac{11 \cdot 100}{15 \cdot 264} = \frac{100}{15 \cdot 24} = \frac{100}{360} = \frac{5}{18}$$

3) 0,753-ը բաղադրատեղի $\frac{13}{251}$ -ով:

Բազմապատկում ենք ամբողջ թիվը կոտորակով բազմապատկելու կանոնով.

$$0,753 \cdot \frac{12}{251} = \frac{0,753 \cdot 12}{251} = \frac{753 \cdot 12}{1000 \cdot 251} = \frac{3 \cdot 12}{1000} = \frac{36}{1000} = 0,036$$

Այստեղ բազմապատկելիս և բաժանելիս տասնորդական կոտորակի հետ վարվում ենք այնպես, ինչպես ամբողջ թվի հետ:

Տասնորդական կոտորակն հասարակ դարձնելն այն ժամանակ է ձեռնառու, յերբ հասարակ ու տասնորդական կոտորակները բազմապատկում կամ բաժանում ենք միատեղ:

Հասարակ և տասնորդական կոտորակի միատեղ դումարման, ինչպես և հանման դեպքերում միայն փոքր տասնորդական կոտորակներն ենք դարձնում հասարակ կոտորակներ, իսկ ավելի բարդ դեպքերում ձեռնառու չեն հասարակ կոտորակը դարձնել տասնորդական.

$$4) \frac{2}{7} + 0,3 = \frac{1}{4} = \frac{2}{7} + \frac{3}{10} = \frac{1}{4} = \frac{40 + 42 - 35}{140} = \frac{47}{140}$$

$$5) \text{ Հաշվել՝ } \frac{7}{13} \cdot \frac{3}{5} = 0,48 : 0,125$$

Լուծում.

$$\frac{7}{13} \cdot \frac{3}{5} = 0,48 : 0,125 = \frac{7 \cdot 3 \cdot 48 \cdot 1000}{13 \cdot 5 \cdot 125 \cdot 100} = \frac{7 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 10}{5 \cdot 125}$$

Լուծումը հեշտացնելու համար կարելի չե համարելը և հայտարարը բազմապատկել 2-ով և 8-ով, փոքրիցս 2 և 5 բազմապատկիչները բազմապատկելիս հայտարարում ստանում ենք 10, իսկ 8-ը 125-ով բազմապատկելիս հայտարարում ստանում ենք 1000:

$$\frac{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 10}{5 \cdot 2 \cdot 125 \cdot 8} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 10}{10 \cdot 1000}$$

Ստացանք ավելի հարմար արտահայտություն, փոքր կրճատումից հետո տալիս է այսպիսի արդյունք.

$$\frac{2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 4}{1000} = \frac{1344}{1000} = 1,344$$

Դիտողություն. Յեթն ստացված կոտորակի հայտարարում պատահեն 5, 25, 125 արտադրիչներ, ապա այդ կոտորակի է՝ համարիչը և՛ հայտարարը պետք է համապատասխանաբար բազմապատկել 2-ով, 4-ով, 8-ով:

$$6) \frac{11}{13} + 8,823 + \frac{1}{50} \text{ մոտ.} = 0,846 + 8,823 + 0,020 \text{ մոտ.} = 9,689$$

Դիտողություն I. Յերբ հաշվումների ժամանակ հանգիստ են և՛ հասարակ և՛ տասնորդական կոտորակներ, ապա հասարակ կոտորակը տասնորդականի վերածելիս և կրթացնելիս պետք է այնքան տասնորդական նշաններ անջատել, քան թվանշաններ ունեն ավել տասնորդական կոտորակները:

Դիտողություն II. Մոտավոր թվերի գումարման և հանման դեպքերում բոլոր գումարելիները, նվազելին ու հանելին ստորակետից հետո պետք է նույնչափ թվանշաններ ունենան:

Դիտողություն III. Մոտավոր թվերի բազմապատկման և բաժանման ժամանակ բոլոր արտադրիչները, արտադրյալը, բաժանելին, բաժանարարը և քանորդը պետք է նույնչափ թվանշաններ ունենան լմաստավոր մասում:

$$7) \frac{3}{7} \cdot 0,51 \text{ մոտ.} = 0,43 \cdot 0,51 \text{ մոտ.} = 0,22$$

$$8) \frac{111}{115} \cdot 0,376 \text{ մոտ.} = 0,965 \cdot 0,376 \text{ մոտ.} = 0,363$$

$$9) 5,73 : 28,1 \text{ մոտ.} = 57,3 : 281 \text{ մոտ.} = 0,204$$

XIV. ՀԱՐԱԲԵՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՅԵՎ ՀԱՄԵՍԱՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

§ 1. Թվերի բազմապատկում և բաժանումը

Թվերի բազմապատկման յերկու չեղանակ գոյություն ունի:

Որիցակ. Շինարարությունից աղյուսի գործարանին վճարեց յերկու անգամ ստացված աղյուսի համար 4800 ու 1200 ու: Բազմապատկեք այդ թվերը:

Լուծում. Կարելի չե տալ յերկու պատասխան. 1) կարելի չե ասել, փոքր առաջին անգամ ստացած աղյուսի համար վճարեցին 2600 ուրլի ավելի, քան յերկրորդ անգամ ստացածի համար:

2) Կարելի չե ասել նաև, փոքր առաջին անգամ ստացած աղյուսի համար վճարեցին 4 անգամ ավելի քան յերկրորդ անգամ ստացածի համար:

Յերկու դեպքում ել ունենք յերկու համասեռ մեծությունների հարաբերություն:

Առաջին դեպքում թվերը բազմապատկեցինք հանելու միջոցով, իսկ յերկրորդ դեպքում բաժանելու: Առաջին արդյունքը կոչվում է տարբերական հարաբերություն, իսկ յերկրորդը՝ քանորդական հարաբերություն:

Տարբերական հարաբերությունը յերկու րվերի բաղդատման արգյունքն է հանման գործողության միջոցով. որինակ՝ 25 միլ. 8.—10 միլ. 8.=15 միլ. 8.

Քանոդական հարաբերությունը յերկու րվերի բաղդատման արգյունքն է բաժանման գործողության միջոցով. Այս հարաբերությանը համապատասխանում է մի թիվ, վոր կարող է լինել ամբողջ կամ կոտորակ.

$$\text{Որինակ. } 1) \frac{210}{85} = 6, 2) \frac{25}{10} = 2\frac{1}{2}$$

Ամեն մի հարաբերության մեջ մենք ունենք յերկու թիվ, վորոնց բաղդատում ենք: Այդ թվերը կոչվում են հարաբերության անդամներ:

Առաջին թիվը կոչվում է հարաբերության նախորդ անդամ: Յերկրորդ թիվը կոչվում է հարաբերության հետնորդ անդամ:

Տարբերական հարաբերությունը տառերով գրվում է այսպես՝

$$a-b=d$$

Այստեղ a -ն նշանակում է հարաբերության նախորդ անդամը, b -ն՝ հետնորդ անդամը, իսկ $(a-b)$ -ն, կամ գրան հավասար d -ն նշանակում է տարբերական հարաբերության մեծությունը:

Գանորդական հարաբերությունը տառերով գրվում է այսպես՝

$$a:b=q \text{ կամ } \frac{a}{b}=q$$

Այստեղ նույնպես a -ն նշանակում է հարաբերության նախորդ անդամը, b -ն՝ հետնորդ անդամ, իսկ $\frac{a}{b}$, կամ գրան հավասար q -ն քանորդական հարաբերության մեծությունը:

§ 2. Քանոդական հարաբերություն

Ուրիցակ. Շենքի պատերի շարվածքի վրա ծախսվեց 40 000 ռ.: Յեթե պատերն ավելի բարակ լինեյին ապա թեթե տիպի շարվածքը կնստեր 20 000 ուրլի:

Դանի անդամ է պակասում շարվածքի արժեքը թեթե տիպի շարվածքի դեպքում:

Լուծում. Պետք է դիտենալ, թե ծանր տիպի պատի շարվածքի համար քանի անգամ ավելի յե ծախսվում քան թեթե տիպի պատի շարվածքի համար:

Այս խնդիրը լուծելու համար անհրաժեշտ է բաղդատել թվերը: Բաժանման միջոցով դանում ենք հետևյալ հարաբերությունը.

$$\frac{40\ 000}{20\ 000} = 2$$

պատասխան՝ 2 անգամ:

Հարցը կարելի յեր դնել այլ կերպ, այն է՝ թեթե տիպի պատի արժեքը սկզբում նախատեսած արժեքի վճի մասն է կազմում:

Խնդրի այս ձևի լուծման համար պետք է հարաբերության անդամների տեղերը փոխենք (տեղափոխենք):

$$\frac{20\ 000}{40\ 000} = \frac{1}{2}$$

պատասխան՝ $\frac{1}{2}$

Յերկրորդ հարաբերությունն արտահայտված է մի թվով, վոր նախորդի հակադարձ մեծությունն է:

I. Մեծ թվի հարաբերությունը փոքրին՝ ցույց է տալիս, թե առաջին թիվը յերկրորդից բանի անգամ է մեծ:

II. Փոքր թվի հարաբերությունը մեծին՝ ցույց է տալիս, թե փոքր թիվը մեծի վոր մասն է կազմում:

III. Հարաբերության անգամները տեղափոխվելուց ստացվում է մի նոր հարաբերություն, վոր առաջինի հակադարձ մեծությունն է:

§ 3. Քանոդական հարաբերության գլխավոր հատկություններ

Կոտորակների հատկություններին վերաբերող գլխում մենք ցույց տվինք, վոր քանորդը, կոտորակը և հարաբերությունը կարելի յե դիտել վորպես միևնույն գործողություն՝ բաժանման արդյունք: Այդ պատճառով կոտորակի և քանորդի հատկությունները կարող ենք վերագրել նաև հարաբերությանը:

Թվենք այդ հատկությունները.

I. Յերե հարաբերության նախորդ անգամն մի բանի անգամ մեծացնենք, հարաբերությունն էլ նույնքան անգամ կմեծանա: Յերե հարաբերության նախորդ անգամը մի բանի ան-

զամ փոփոցեցեմք, հարաբերությունն էլ նույնքան անգամ կփոփոխանա:

II. Յեթե հարաբերության հետևող անգամը մի քանի անգամ մեծացնենք, հարաբերությունը նույնքան անգամ կփոփոխանա: Յեթե հարաբերության հետևող անգամը մի քանի անգամ փոփոցենք, հարաբերությունը նույնքան անգամ կմեծանա:

Որինակ՝ մեծացնելով $\frac{80}{20} = 4$ հարաբերության նախորդ անգամը 3 անգամ, կստանանք $\frac{240}{20} = 12$ հարաբերությունը վորը յերեք անգամ մեծ է նախորդից: Մեծացնելով նույն հարաբերության հետևող անգամը 2 անգամ, կստանանք $\frac{80}{40} = 2$ հարաբերությունը, վոր 2 անգամ վոքք է սկզբնական հարաբերությունից:

Կոտորակների հիմնական հատկությունն էլ պահում է յուր ճշտությունը հարաբերությունների համար: Այդ հատկությունը մենք կանվանենք հարաբերության գլխավոր հատկություն:

III. Յեթե հարաբերության յերկու անգամներն էլ բազմապատկենք կամ բաժանենք միեվնույն թվով, կփոփոխվի միայն հարաբերության ճեսքը, իսկ նրա թվական արժեքն անփոփոխ կմնա:

$$\text{Որինակ՝ } \frac{6\,000\,000\,000}{2\,000\,000\,000} = \frac{6}{2} = 3$$

Նշենք հարաբերության մի հատկություն էլ:

$$\text{Վերցնենք } \frac{12}{4} = 3 \text{ հարաբերությունը:}$$

Արտահայտենք այդ հարաբերության նախորդ անգամը հետևողի և հարաբերության մեծության միջոցով, համաձայն հետևյալ կանոնի—բաժանելին հավասար է բաժանարարին՝ բազմապատկած քանորդով:

$$12 = 4 \cdot 3$$

Այստեղ մենք ստանում ենք հարաբերության նախորդ անգամը, գիտնալով հետևող անգամի և հարաբերության արժեքները: զրի առնելով այդ կստանանք:

Նախորդ անգ. = հետևող անգ. $\times$ հարաբերության մեծություն:

Նույն հատկությունը բառերով կարտահայտվի այսպես.

IV. Քանոգական հարաբերության նախորդ անգամը հավասար է հետևող անգամի յեվ հարաբերության մեծության արտադրյալին:

§ 4. Հարաբերության անհայտ անգամը գտնելը

Հարաբերության հատկությունները մեզ հնարավորություն են տալիս գտնելու նրա անհայտ անգամը, յեթե հայտնի յեն մյուս անգամը և հարաբերության մեծությունը:

1. $\frac{x}{3} = 15$: Այստեղ անհայտը հարաբերության նախորդ անգամն է, վոր նույն բաժանելին է: Գտնում ենք՝
 $x = 3 \cdot 5 = 15$

2. $\frac{72}{x} = 4$: Այստեղ անհայտը բաժանարարն է, կամ նույնն է տակ՝ հարաբերության հետևող անգամը: Գտնում ենք՝
 $x = \frac{72}{4} = 18$

§ 5. Կրճատումներ՝ հարաբերություններն հաճելիս յեվ կոսորակային թվերի հարաբերության փոխարինումը ամբողջ թվերի հարաբերությամբ

I. Կրճատում հարաբերությունների մեջ: Հարաբերության գլխավոր հատկությունը մեզ թույլ է տալիս պարզել հարաբերությունները և կրճատել նրանց անգամները: 1. Գտնենք 17 200 և 1290 թվերի հարաբերությունը:

Կ ու ծ ու մ.

$$\frac{17\,200}{1290} = \frac{1720}{129} = \frac{49}{3}$$

Բաժանելով կրճատեցինք հարաբերության նախորդ և հետևող անգամները նախ 10-ի, ապա 43-ի վրա:

Յեթե հարաբերության նախորդ յեվ հետևող անգամներն ունեն ընդհանուր արագրի, կարելի յե հարաբերությունը կրճատել այդ արագրիով:

II. Հարաբերության մեջ կոսորակային թվերի փոխարինումն ամբողջ թվերով:

2. Գտեք հետևյալ թվերի հարաբերությունները. 1) 40,5 և 15,3, 2) $2\frac{1}{2}$ և $\frac{3}{4}$:

Լուծում.

$$1) 40,5:15,3 = \frac{40,5}{15,3} = \frac{405}{153} = \frac{45}{17} = 45:17$$

$$2) 2\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{5}{2} : \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{10}{3} = 10:3$$

Այս որինակների մեջ կոտորակները բաժանելով և կրճատելով՝ մենք կոտորակային թվերի հարաբերությունը փոխարինում ենք ամբողջ թվերի հարաբերությամբ:

Կոտորակային թվերի հարաբերությունը գտնելու համար պետք է այդ թվերը բերել ընդհանուր հայտարարի յեմ գե՛ն զոգելով այդ հայտարարը՝ գրել համարիչների հարաբերությունը:

$$1) 5,9:4,7 \text{ հարաբերությունը} = 59,47$$

$$2) 4,13:2,5 \text{ հարաբերությունը} = 413,250$$

§. 6 Համագործություն համեմատության մասին

Ս ա հ մ ա ն ու մ. Յերկու հավասար բանորդական հարաբերություններ, միացրած հավասարության նշանով, կազմում են բանորդական համեմատություն:

Դ ի ս ո ղ ու թ յ ու ն. Քանորդական համեմատությունն այսուհետև կանվանենք համեմատություն:

Խ ն զ ի ռ. Փոստատար գնացքը 6 ժամում անցավ 180 կմ, Շարունակելով առաջ շարժվելը, նա 3 ժամում անցավ 90 կմ Փոխվեց արգյոք գնացքի արագությունը:

Լ ու ծ ու մ. Ճանապարհի առաջին մասը գնացքն անցավ ժամում $\frac{180}{6} = 30$ կմ արագությամբ: Ճանապարհի յերկրորդ մասը նա անցավ նույնպես ժամում $\frac{90}{3} = 30$ կմ արագությամբ: Գնացքի արագությունը չի փոխվել: Այս խնդրի մեջ $\frac{180}{6} = 30$ և $\frac{90}{3} = 30$ հարաբերությունները հավասար են. նրանց հավասարությունը՝ $\frac{180}{6} = \frac{90}{3}$ կազմում է համեմատություն:

Այս համեմատությունը կարգացվում է այսպես՝ 1) 180-ը հարաբերում է 6-ին այնպես, ինչպես 90-ը հարաբերում է 3-ին, կամ 2) 180-ի և 6-ի հարաբերությունը հավասար է 90-ի և 3-ի

հարաբերությանը, և կամ 3) 180-ը 6-ից այնքան անգամ է մեծ, ինչքան 90-ը մեծ է 3-ից:

Համեմատությունը տառերով կգրվի այսպես՝

$$a:b=c:d, \text{ կամ } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Համեմատության յուրաքանչյուր անգամ ունի իր անունը՝ a և d-ն կոչվում են ծայր անդամներ, b և c-ն միջին անդամներ:

Այն թվերը, վորոնցից կառելի յե համեմատությունը կազմել, կոչվում են համեմատական թվեր:

1. Գնված է 10 մ մանուֆակտուրա, մեծորը 20 ուրլով: Նույն փողով քանի՞ մետր մանուֆակտուրա կարելի յե գնել, յեթե մետր արժենա 5 ա.:

§ 7. Համեմատության երկնական հատկությունը

$$\text{Լ ու ծ ու մ. } 10 \cdot 20 = 200 \text{ ուր.}, 200:5 = 40 \text{ մ:}$$

200 ուրլով կարելի յե գնել մետրը 5 ուրլանոց 40 մ մանուֆակտուրա:

Յեթե յերկու զեպքում ել բաղդատենք արժեքն ու մետրերի թվերը կստանանք՝ $\frac{40}{10} = \frac{20}{5}$ համեմատությունը, վորովհետեւ թվերի հարաբերությունները հավասար են. Միաժամանակ 40.5 և 20.10 արտադրյալները նույնպես հավասար են (յերկու զեպքում ել միևնույն գումարն եր ծախվելու):

Համեմատության հիմնական հատկությունն այս ես

Այսինքն՝

Համեմատության միջին անդամների արտադրյալը հավասար է ծայր անդամների արտադրյալին:

2. 20, 4, 15 և 3 թվերից համեմատություն կազմենք և տառերնք համեմատության հիմնական հատկությունը:

Լ ու ծ ու մ. Կազմենք հետևյալ հավասար հարաբերությունները՝

$$\frac{20}{4} = 5, \frac{15}{3} = 5$$

$$\text{Կստանանք՝ } \frac{20}{4} = \frac{15}{3}$$

$$\text{Համեմատությունը, վորի մեջ՝ } 20 \cdot 3 = 4 \cdot 15$$

Համեմատութեան հիմնական հատկութիւնը կարելի չե արտահայտել և ապացուցել նաև տառերով:

Դիցուք՝ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, այդ ժամանակ այս հարաբերութիւններին յաջորդաբար բազմապատկելով bd -ով, ստանում ենք՝ $\frac{abd}{b} = \frac{cbd}{d}$ կամ, կրճատելուց հետո՝ $ad = bc$:

§ 8. Յված քվերից համեմատւթյուն կազմելը

1. Կադմեցեք համեմատութիւն 20, 12, 10, 6 թվերից և ստուգեցեք հնարավոր ե արդյոք խնդրի լուծումը:

Լուծում. 1) Լուծելու համար թվերը դասավորենք նրանս մեծութեան կարգով 20, 12, 10, 6:

Կազմենք $20:12=10:6$ համեմատութիւնը՝

Յերկու հարաբերութիւններն ել հալասար են $\frac{5}{3}$ -ին:

2) Կիրառելով համեմատութեան հիմնական հատկութիւնը, ստուգենք այս համեմատութիւնը:

$$20 \cdot 6 = 12 \cdot 10 = 120$$

Ծայր անդամների արտադրյալը հալասար ե միջին անդամների արտադրյալին և հալասար ե 120-ի: Համեմատութիւնը ճիշտ ե 20, 12, 10 և 6 թվերը համեմատական են:

3) 25, 10, 8 և 4 թվերից կարելի չե արդյոք համեմատութիւն կազմել: Յեթե գրենք $25:10$ և $8:4$ հարաբերութիւնները, ապա նրանց միջև հալասարութեան նշան դնել չի կարելի և ծայրանդամների արտադրյալը՝ $25 \cdot 4$ -ը հալասար չե միջին անդամների արտադրյալին՝ $10 \cdot 8$ -ին:

25, 10, 8 և 4 թվերը համեմատական չեն:

Այժմ կարող ենք սահմանել այն պայմանը, վոր պետք ե բախարարեն տված թվերը, վորպեսզի հնարավոր լինի նրանցից համեմատութիւն կազմել: Կարող ենք տալ նաև համեմատութիւն կազմելու կանոնը:

I. Յերե յերկու քվերի արտադրյալը հալասար ե յերկու այլ քվերի արտադրյալին, ապա այդ յորս քվերը համեմատական են:

II. Համեմատութիւն կազմելիս պետք ե արտադրյալներից

մեկի քվերը զարնել միջին անդամներ. իսկ մյուսին՝ ծայր անդամներ:

2. Կադմեցեք համեմատութիւն 8 և 5, 2 և 20 թվերից: Այդ թվերի զույգ առ զույգ արտադրյալները հալասար են, $8 \cdot 5 = 2 \cdot 20$

Համեմատութիւնը կլինի՝ $20:8=5:2$

8-ը և 5-ը միջին անդամներն են, իսկ 2-ը և 20-ը՝ ծայր անդամները:

§ 9. Համեմատութիւն անդամների սեղերը փոխելը

I. Համեմատութեան մեջ կարելի չե առաջին յեկ յերկուրդ հարաբերութիւնների սեղերը փոխել:

Որինակ՝ 1) $18:15=6:5$, 2) $6:5=18:15$:

Յերկուրդ համեմատութիւնն ստացվել ե առաջինից՝ սրա հարաբերութիւնների տեղերը տեղափոխելու միջոցով: Ակներե ե, վոր հալասարութիւնն այս դեպքում պահպանվում ե:

Համեմատութիւններից յուրաքանչյուրի ստուգումը նույնպես ցույց ե տալիս, վոր այդ համեմատութիւնները ճիշտ են կազմված:

$$5 \cdot 18 = 6 \cdot 15$$

II. 1) Համեմատութեան մեջ կարելի չե միջին անդամների սեղերը փոխել: 2) Համեմատութեան մեջ կարելի չե ծայր անդամների սեղերը փոխել:

Ստուգենք հետևյալ համեմատութիւնների ճշտութիւնը:

- 1) $20:16=5:4$
- 2) $20:5=16:4$
- 3) $4:16=5:20$

Յերկուրդ համեմատութիւնն ստացվել ե առաջինից՝ միջին անդամների տեղերը փոխելու միջոցով, այսինքն՝ 5-ը գրվել ե 16-ի տեղը և 16-ը՝ 5-ի տեղը:

Յերկուրդ համեմատութիւնն ստացվել ե առաջինից, ծայր անդամների տեղերը փոխելու միջոցով, այսինքն՝ 4-ը գրվել ե 20-ի տեղը և 20-ը՝ 4-ի տեղը:

Այս բոլոր համեմատությունների մեջ միմյան և ծայր անդամների արտադրյալները չփոխվեցին և մնացին իրար հավասար։ Այդ նշանակում է, Վոր համեմատությունները ճիշտ են կազմված։

III. Համեմատության հարաբերությունները կարելի չե փոխարինել նույն ռազմային հարաբերություններով։ Այնպես, որինակ, $20:16=5:4$ համեմատություն կարելի չե փոխարինել $16:20=4:5$ համեմատությամբ, Վորը կստացվի առաջինից, լեթե նրա լուրաքանչյուր հարաբերության նախորդ անդամը գրենք հետնորդի տեղը, իսկ հետնորդը՝ նախորդի տեղը։ Ֆերկու համեմատությունների մեջ ել միջին և ծայր անդամների արտադրյալները հավասար են։ Այդ նշանակում է, Վոր այդ համեմատությունները ճիշտ են կազմված։ Ֆերկորդ համեմատության հարաբերություններն առաջին համեմատության հարաբերությունների հակադարձ մեծություններն են (կամ հակադարձ հարաբերություններ)։ Առաջին համեմատության միջին անդամները դարձան յերկրորդի ծայր անդամներ և, հակառակը, առաջինի ծայր անդամները դարձան յերկրորդի միջին անդամներ։

Վորպեսզի իմանանք, թե տված չորս թվերից քանի համեմատություն կարելի չե կազմել և քանի տեսակի տեղափոխություն է թույլ տալիս տված համեմատությունը, պետք է համեմատության անդամների տեղերը փոխել, ոգտագործելով համեմատության անդամները տեղափոխելու վերաբերյալ նշված բոլոր ձևերը։

Տված է $60:40=3:2$ համեմատությունը։ Այդ համեմատության մեջ կատարենք բոլոր հնարավոր տեղափոխություններն այնպես, Վոր միշտ պահպանվի $60:2=3:40$ հավասարությունը։ Փոխենք միջին անդամների տեղերը։

Կատանանք՝

$$1) 60:40=3:2$$

$$2) 60:3=40:2$$

Առաջին և յերկրորդ համեմատությունների մեջ հարաբերությունները փոխարինենք իրենց հակադարձ հարաբերություններով։

Կատանանք՝

$$3) 40:60=2:3$$

$$4) 3:60=2:40$$

Առաջված չորս համեմատությունների մեջ առաջին հարաբերությունները փոխարինենք յերկրորդով, իսկ յերկրորդը՝ առաջինով։

Կատանանք ընդամենը՝

$$1) 60:40=3:2$$

$$2) 60:3=40:2$$

$$3) 40:60=2:3$$

$$4) 3:60=2:40$$

$$5) 3:2=60:40$$

$$6) 40:2=60:3$$

$$7) 2:3=40:60$$

$$8) 2:40=3:60$$

Գիտողություն։ Այս բոլոր համեմատությունների մեջ միմյան անդամների արտադրյալը հավասար է ծայր անդամների արտադրյալին, այսինքն $60 \cdot 2=40 \cdot 3$ ։ Այդ արտադրյալը հիմնական յերաշխիքն է այն բանի, Վոր տված $60, 40, 3, 2$ թվերից կազմված համեմատությունները ճիշտ են։

Այդ ութ համեմատությունները առանհրով կգրվեն այսպես։

$$1) a:b=c:d$$

$$2) a:c=b:d$$

$$3) b:a=d:c$$

$$4) c:a=d:b$$

$$5) c:d=a:b$$

$$6) b:d=a:c$$

$$7) d:c=b:a$$

$$8) d:b=c:a$$

Ոգտվելով համեմատության հիմնական հատկությունից, միշտ կարելի չե գտնել համեմատության անհայտ անդամը, յեթե հայտնի չեն մյուս յերեք անդամները։

1. Հետևյալ համեմատություններից պետք է գտնել x -ը։

$$1) \frac{16}{x} = \frac{3}{4}, 2) \frac{4}{6} = \frac{x}{15}, 3) \frac{8}{4} = \frac{16}{x}, 4) \frac{x}{16} = \frac{4}{6}$$

Այս բոլոր դեպքերում ել ստանում ենք միևնույն պատաս-
խանք, այն է՝

$$3x=15.4$$

Վերից՝

$$x=\frac{15.4}{3}=20$$

Համեմատության անհայտ անդամը դառնում են այսպես,
լինչպես դառնում են անհայտ արտադրիչը, յերբ հայտնի յեն ար-
տադրյալն ու մյուս արտադրիչը:

Համեմատության անհայտ միջին անդամը գտնելու համար
պետք է ծայր անդամների արտադրյալը բաժանել հայտնի միջին
անդամի վրա: Համեմատության անհայտ ծայր անդամը գտնելու
համար պետք է միջին անդամների արտադրյալը բաժանել հայտ-
նի ծայր անդամի վրա:

Ոգտվելով այս կանոնով, կարելի յի լուծումը գրել միան-
գամից, առանց միջին և ծայր անդամների արտադրյալները
վերցնելու:

2. Գտնեք x -ը՝ $12:x=6:5$ համեմատությունից:

$$x=\frac{12.5}{6}=10$$

§ 11. Չորրորդ հա-
մեմատականը
գտնելը

Հաճախ տված է լինում չերեք թիվ և պա-
հանջվում է գտնել մի չորրորդ թիվ այն-
պես, վոր տված թվերի հետ այդ չորրորդ
թիվը համեմատություն կազմի:

Որինակ. Գտնեք 8, 10 և 5 թվերի չորրորդ համեմատականը:
Լուծում. Խնդիրը թույլատրում է մի քանի լուծում:

Դասավորենք տված թվերն իրենց մեծություն կարգով՝ 10,
8, 5:

Այժմ այդ թվերի առաջը, վերջը և մեջտեղերը կդնենք x
և կդրենք ստացված համեմատությունները:

Այսպիսով մենք ստանում ենք չորս համեմատություն:
Այդ համեմատություններից մեկի մեջ անհայտը ծայրանդամնե-
րից առաջինն է, իսկ մյուսի մեջ՝ չերկրորդը: Յերրորդ խնդրի
մեջ անհայտը միջին անդամներից մեկն է, իսկ չորրորդի մեջ՝
մյուսը:

$$1) x:10=8:5,$$

$$x=\frac{10.8}{5}=16$$

$$2) 10:8=5:x,$$

$$x=\frac{8.5}{10}=4$$

$$3) 10:x=8:5,$$

$$x=\frac{10.5}{8}=6\frac{1}{4}$$

$$4) 10:8=x:5,$$

$$x=\frac{10.5}{8}=6\frac{1}{4}$$

Յերրորդ և չորրորդ դեպքերը տալիս են միևնույն պատաս-
խանքեր: Այսպիսով մենք և յերեք լուծում՝

$$x=16, x=6\frac{1}{4} \text{ և } x=4$$

XV. ՈՒՂԻՂ ՅԵՎ ՀԱՎԱԴԱՐՁ ՀԱՍԵՄԱՏԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ: ՀԱՍԿԱՑՈՂՈՒԹՅՈՒՆ ՄԻՋԻՆ ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆԻ ՄԱՍԻՆ

§ 1. Հաստատուն
յիվ փոփոխական
մեծությունների
մասին

Յերևույթների մաթեմատիկական հետազո-
տությունների ժամանակ մենք փնտռում
ենք յերևույթի մեջ այնպիսի հատկություն-
ներ, վորոնց կարելի յի հափել և հափման
արդյունքների հետ կատարում ենք զոր-
ծողություններ: Այդ ժամանակ մենք միշտ ուսումնասիրում ենք
յերկու կամ ավելի մեծությունների միջև գոյություն ունեցող
առնչությունները:

Մաթեմատիկայի ոգնությունը ուսումնասիրվող մեծություն-
ները կարելի յի բաժանել յերկու խմբի՝ I. հաստատուն մեծու-
թյուններ, II. փոփոխական մեծություններ: Հաստատուն մեծու-
թյան որինակ կարող են ծառայել այն միավորները, վորոնցով
հափումներ ենք կատարում: Այդպիսի մեծություններ են՝ մեռ-
րը, կիրգրամը, վայրկյանը, տարին: Այս մեծությունները չեն
փոփոխվում: Գոյություն ունեն և ուրիշ հաստատուն մեծություն-
ներ, որինակ՝ ուղիղ անկյան մեծությունը:

Սահմանում. I. Հաստատուն մեծություն կոչվում է
այն մեծությունը, վոր չի փոփոխում իր արժեքը:

II. Փոփոխական մեծություն կոչվում է այնպիսի մեծություն է,
վոր փոփոխում է իր արժեքը:

Փոփոխական մեծություններ մեզ հանդիպում են ամեն մի

քայլափոխում: Քաղաքի ազգաբնակչությունը տարեց-տարի փոփոխվում է: Փոփոխվում է մարդու կշիռն ու հասակը յուր տարիքի հետ. փոփոխվում է մետաղյա ձողի յերկարությունը տաքացնելու ժամանակ:

Այս դեպքերում ազգաբնակչությունը, յերկարությունը, կշիռը կլինեն փոփոխական մեծություններ:

Փոփոխական մեծությունները կախում ունեն ուրիշ փոփոխական մեծություններից:

Հետևյալ աղյուսակի մեջ տված է փոփոխական մեծությունների առնչության մի որինակ:

I. Քառակուսիների մակերեսների աղյուսակ

Քառակուսու կողմը (սանտիմետրերով)	3	4	11	20	24
Քառակուսու մակերեսը (քառակուսի սանտիմետրեր)	9	16	121	400	576

Այս աղյուսակը կազմված է յերկու տողից: Առաջին տողում գրված են զանազան քառակուսիների կողմերի յերկարությունները՝ 3 սմ, 4 սմ, 11 սմ և այլն: Յերկրորդ տողում գրված են համապատասխան քառակուսիների մակերեսները, այսինքն այն քառակուսիների, վորոնք ունեն 3 սմ, 4 սմ, 11 սմ և այլն յերկարության կողմեր:

Տվյալ դեպքում քառակուսու կողմը մի փոփոխական մեծություն է: Այդ փոփոխական մեծությունը տված է: Մյուս փոփոխական մեծությունը քառակուսու մակերեսն է: Այդ մեծությունը կախում ունի քառակուսու կողմից:

Սա է մ ա ճ ու մ. I. Այն փոփոխական մեծությունը, վորի արժեքը մեծ է կարող ենք կամավոր կերպով փոփոխել, կոչվում է անկախ փոփոխական մեծություն:

II. Այն փոփոխական մեծությունը, վորի արժեքի փոփոխությունը կախում ունի մի այլ փոփոխական մեծությունից, կոչվում է կախյալ փոփոխական մեծություն:

Մեր աղյուսակի մեջ քառակուսու կողմերը մենք ենք ընտրում, նրա մեծությունը կախում ունի մեր կամքից և վոչ թե

վորեկ այլ փոփոխական մեծությունից: Այդ պատճառով էլ այդ անկախ փոփոխական մեծություն է: Քառակուսու մակերեսի փոփոխությունը կախում ունի քառակուսու կողմի յերկարություն փոփոխությունից, ուստի այդ մեծությունը կախյալ փոփոխական մեծություն է:

§ 2. Ուղիղ համեմատական մեծություններ

Փոփոխական մեծությունների առնչություններն ուսումնասիրելիս վորոշ դեպքերում կարելի չի սահմանել կախյալ փոփոխական մեծության փոփոխման համապատասխան որինք, կապված անկախ փոփոխականի փոփոխության հետ:

Սովորենք փոփոխական մեծությունների մի առնչության հատկությունները, վոր կոչվում է ուղիղ համեմատականություն:

1. 1 խոր. դմ պողպատի կշիռը 7,8 կգ է: Գտնենք՝ 5, 10, 50, 100, 150, 200 խոր. դմ ծավալ ունեցող պողպատե ձուլվածքների կշիռները:

Լուծումները գրենք աղյուսակի ձևով.

P—Ձուլվածքի կշիռը՝ կիլոգրամներով . .	7,8	39	78	390	780	1170	1560
V—Ձուլվածքի ծավալը՝ խորանարդ դեցիմետրերով	1	5	10	50	100	150	200

Աղյուսակից վերցնենք մի վորեկ ձուլվածքի կշիռը և զբոսնենք այս կշռի ու մի այլ ձուլվածքի կշռի հարաբերությունը՝ Որինակ՝

$$\frac{390}{78} = 5$$

Գտնենք նույն ձուլվածքների ծավալները՝ հարաբերությունը՝

$$\frac{50}{10} = 5$$

Այս հարաբերությունները հավասար են, և 390, 78, 50 և 10 թվերը համեմատություն են կազմում:

$$\frac{390}{78} = \frac{50}{10}, \text{ կամ } \frac{390}{50} = \frac{78}{10}$$

Նույն արդյունքը կստանանք, յիթի բաղդատինք աղյուսակի ուրիշ յերկու ձուլվածքների ծավալներն ու կշիռները: Յերր աղյուսակի յերկու սյունակների չորս թվերից կարելի չէ կազմել համեմատություն, առաջ ունենք համեմատական տոնություն:

Ասում ենք, վոր պողպատյա ձուլվածքի P կշիռը համեմատական է նրա V ծավալին:

Հուծման տառային գրությունը կլինի՝

$$\frac{P_2}{P_1} = 5, \quad \frac{V_2}{V_1} = 5$$

կամ համեմատության ձևով՝

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$\frac{P_2}{V_1} = \frac{P_1}{V_1}$$

P₁-ը և P₂-ը յերկու ձուլվածքների կշիռներն են, V₁-ն ու V₂-ը նույն ձուլվածքների ծավալներն են:

Ուսումնասիրելով աղյուսակը, մենք կարող ենք սահմանել համեմատական առնչության հետևյալ հատկությունները.

I. Աղյուսակը պարունակում է յերկու փոփոխական մեծությունների արժեքներն:

II. Այդ մեծություններից մեկը կլինի անկախ փոփոխական, իսկ մյուսը՝ կախյալ փոփոխական:

III. Մի մեծության յուրաքանչյուր արժեքին համապատասխանում է մյուսի մի վորոշ արժեք:

Ընդունենք ծավալը վորպես անկախ փոփոխական: Այդ դեպքում կշիռը կլինի կախյալ փոփոխական:

Մենք տեսնում ենք, վոր յուրաքանչյուր ծավալի համապատասխանում է վորոշ կշիռ, վորովհետև ծավալի փոփոխվելով՝ փոփոխվում է և կշիռը: Չեն կարող լինել յերկու հավասար ծավալ ունեցող ձուլվածքներ, վորոնց համապատասխանեն տարբեր կշիռներ և, հակառակը, չեն կարող լինել յերկու հավասար կշիռ ունեցող ձուլվածքներ, վորոնք տարբեր ծավալ ունենան: Ուրեմն յիթի ծավալները հավասար են, կշիռներն էլ հավասար կլինեն:

IV. Յերե մեծություններից վորեմե մեկի արժեքը մեծա-

նա մի էանի անգամ, ապա մյուսի արժեքն էլ նույնքան անգամ կմեծանա:

V. Մի մեծության յերկու արժեքների հարաբերությունը հավասար է մյուս մեծության համապատասխան արժեքների հարաբերությանը յեվ ա.գ չորս արժեքները կազմում են համեմատություն:

Այս հատկությունները կարելի չէ ստուգել քննարկվող աղյուսակով:

Վերցնենք յերկու ձուլվածք.

10 խոր. դմ և 100 խոր. դմ: Յերկրորդի ծավալը, առաջինի հետ համեմատած, մեծացված է: Ակներև է, վոր այս դեպքում կաճի նաև կշիռը:

Ծավալը մեծացել է 10 անգամ, կշիռը նույնպես մեծացել է 10 անգամ (78 կգ-ի փոխարեն դարձել է 780 կգ): $\frac{100}{10}$ հարա-

բերությունը հավասար է 10-ի, և $\frac{780}{78}$ հարաբերությունը նույնպես հավասար է 10-ի: Այս հարաբերությունները հավասար են:

780, 78, 100 և 10 թվերը կազմում են $\frac{780}{78} = \frac{100}{10}$ համեմատությունը:

VI. Անկախ փոփոխականի քվական արժեքի հարաբերությանը կախյալ փոփոխականի համապատասխան քվական արժեքին՝ միշտ հավասար է միեվնույն թվին:

Որինակ՝

$$\frac{78}{10} = \frac{780}{100} = \frac{1560}{200} = 7,8$$

Նույն պայմանը տառային գրությամբ հետևյալ տեսքն ունի՝

$$\frac{P}{V} = K$$

վորտեղ $K=7,8$: K և 7,8 թվերը կոչվում է համեմատականության գործակիցներ:

Այս հատկություններն ունեցող առնչությունը կոչվում է ուղիղ համեմատականություն:

Սահմանում. Յերե յերկու մեծություն այնպիսի տարբերության մեջ են, վոր յերբ մեկը մեծանում է մի էանի ան-

գամ, մյուսն էլ մեծանում է նույնքան անգամ, ապա ստում են, վոր այդ մեծություններն ուղիղ համեմատական առնչության մեջ են գտնվում, կամ նրանք ուղիղ համեմատական են:

Մեր վերցրած որինակի մեջ ձուլվածքի ծավալն ու կշիռը ուղիղ համեմատական մեծություններ են, կամ պարզապես համեմատական մեծություններ են:

Ուղիղ համեմատականության որևէ տառային գրությունը կլինի՝

$$\frac{P}{V} = K, \text{ կամ } P = KV$$

§ 3. Համեմատությունների կիսումը խնդիրներ լուծելիս

Մանրամասն ուսումնասիրելով կշռի կախումը ծավալից, տեսանք, վոր միևնույն նյութից պատրաստած մարմինների ծավալներն ու կշիռներն ուղիղ համեմատական մեծություններ են:

Այժմ մենք կարող ենք ավելի լայնացնել մեր խնդիրը: Մենք կարող ենք, ոգտվելով ուղիղ համեմատական մեծությունների հատկություններից, գտնել մեծության անհրաժեշտ արժեքներն առանց աղյուսակ կազմելու:

1. Գնացքը 2 ժամում անցավ 60 կմ: Վարորդեցեք, 1) թե նույն գնացքը 3 ժամում ինչքան ճանապարհ կանցնի և 2) 180 կմ ճանապարհն ինչքան ժամանակում կանցնի, յեթև նա շարժվում է միշտ միևնույն արագությամբ:

Խնդիրը լուծելու համար սկսվում ենք համեմատական մեծությունների հատկությամբ և համեմատությունն ենք կազմում: Վարորդի մեծություններից մեկը նշանակենք x տառով, իսկ մյուսը՝ y տառով: Համեմատությունը պետք է կազմել այնպես, վոր նրա մեջ մտնեն մեծությունների յերեք հայտնի և մեկ անհայտ արժեք: Կարիք չկա ամեն մի դեպքում գրել մեծության բոլոր արժեքներն աղյուսակի ձևով: Բավական է նախորոք համոզվել, վոր մեծությունները համեմատական են և վերցնել մեծությունների յերկու զույգ արժեքներ, ընդվորում դրանց թվում պետք է լինի նաև մեծության վորոշնի արժեքը:

Խնդրի լուծումը հեշտացնելու համար տված թվերն ու անհայտը դասավորում ենք յերկու սյունակում, ընդվորում յուրա-

քանչյուր սյունակում գրտում ենք միևնույն մեծությունն արժեքները: Այդ դեպքում յերկու մեծությունների համապատասխան արժեքները գրտվում ին միևնույն տողում:

1) Ճանապարհը գտնելու համար ունենք,

2 ժամ—60 կմ

3 » — x »
 $\frac{x:60=3:2}{x:60=3:2}$, վորից՝ $x=\frac{60 \cdot 3}{2}=90$ կմ:

2) Ժամանակը գտնելու համար ունենք,

2 ժամ—60 կմ

y » — 180 »
 $\frac{y:2=180:60}{y:2=180:60}$, վորից՝ $y=\frac{2 \cdot 180}{6}=6$ ժամ:

Այս ձևով դրելու դեպքում յուրաքանչյուր հարաբերությունը կազմվում է միևնույն մեծության արժեքներից:

Ի հսոգություն. լուծելուց տաջ պետք է ստուգել, թե տված մեծությունները համեմատական են արդյոք:

2. 40 տարեկան մարդը կշռում է 60 կգ: Ինչքան կկշռի 10 տարեկան յերեխան:

Լուծում. Հաշվելու միջոցով չի կարելի պատասխանել այս խնդրին, վորովհետև ինչպես վորձն է ցույց տալիս, մարդու տարիքն ու կշիռը համեմատական մեծություններ չեն:

§ 4. Հակադարձ համեմատական մեծություններ

Համեմատական մեծությունները միշտ ուղիղ համեմատական չեն: Հաճախ պատահում է մի ուրիշ առնչություն, վորը կոչվում է հակադարձ համեմատականություն:

Որինակ. Տված է լսառադիո դադգլանի վրա ճախարակվող առարկայի մեկ բողեյի սրտայանների թվի և առարկայի արամագծի առնչության աղյուսակը:

n—սրտայանների թիվը՝ մեկ բողեյում	10	16	20	50	80	100	160
D—տրամագիծը՝ միլիմետրերով	200	125	100	40	25	20	12,5

Ընդունենք վորպես անկախ փոփոխական՝ D տրամագիծը՝ Պատկաների n թիվը կախում ունի D փոփոխականից: Պարզելով

մեծությունների առնչության որոշումը, կնիատենք, վոր նրանց արժեքների աղյուսակը չի բավարարում ուղիղ համեմատականության պայմաններին, փորձենք՝

1. Տրամագծի մեծանալու դեպքում պտույտների թիվը չի մեծանում, այլ փոքրանում է:

2. Կախյալ փոփոխականի հարաբերությունն անկախ փոփոխականին՝ հաստատուն թիվ չէ:

Աղյուսակի հատկությունները հետևյալն են:

I. Պայուսակը պարունակում է փոփոխականի մեծությունների արժեքների յերկու շարք:

II. Յուր մեծություններից մեկը կլինի անկախ փոփոխական, իսկ մյուսը կախյալ:

III. Մի շարքի մեծության յուրաքանչյուր արժեքին համապատասխանում է մյուս շարքի մեծության մի վորոշ արժեք:

IV. Յերե մի շարքի մեծության արժեքը մեծացնենք մի քանի անգամ, մյուս շարքի մեծության արժեքը նույնքան անգամ կփոքրանա:

V. Մի շարքի մեծության յերկու արժեքների հարաբերությունը հավասար է մյուս շարքի մեծության համապատասխան արժեքների հակադարձ հարաբերությանը յեվ կազմում են համեմատություն:

VI. Անկախ փոփոխականի արժեքի յեվ կախյալ փոփոխականի համապատասխան արժեքի արտադրյալը միշտ հավասար է միյնական թվին:

Այս հատկությունները շատ հեշտ կարելի յե ստուգել տված աղյուսակով, ճիշտ այնպես, ինչպես ստուգեցինք ուղիղ համեմատականության հատկությունները:

Այսպիսի հատկություններ ունեցող առնչությունը կոչվում է հակադարձ համեմատականություն:

Սահմանում. Յերե յերկու մեծություն այնպիսի առընչության մեջ են գտնվում, վոր յերբ նրանցից մեկը մեծացնենք մի քանի անգամ, մյուսը նույնքան անգամ փոքրանում է, ասում են, վոր այդ մեծությունները հակադարձ համեմատական մեծություններ են:

Յեթև բաղադրանք. ուր, ուր կադարձ համեմատականության հատկությունները, կնիատենք, վոր տարբերություն կա

միայն IV, V և VI հատկությունների մեջ: IV հատկությունն այնքան պարզ է, վոր հատուկ բացատրությունների պահանջ չի դրում:

Քննարկենք V հատկությունը, ինչպես ուղիղ համեմատականության դեպքում: Յերկու դեպքում էլ համեմատականություն կա: Տարբերությունը միայն համեմատության անդամների դասավորության մեջ է: Պարզենք այդ մի որինակով. Աղյուսակից վերցնենք 200-ն և 40-ն արամագծերին համապատասխանող պտույտների թվերը:

Տրամագծը 200 . . . 40

Պտույտների թիվը 10 . . . 50

$$200:40=50:10, 200 \cdot 10=40 \cdot 50$$

Հակադարձ համեմատականության դեպքում, ինչպես յերեվում է այս որինակից, մի մեծության յերկու արժեքների (մի տողի թվերի) հարաբերությունը հավասար է մյուս մեծության համապատասխան արժեքների (յերկրորդ տողի թվերի) հակադարձ հարաբերությանը: Յերկու մեծությունների համապատասխան արժեքների արտադրյալն անփոփոխ մեծություն է (մի սյունակի թվերի արտադրյալը հավասար է յերկրորդ սյունակի թվերի արտադրյալին):

Հակադարձ համեմատականության համեմատությունների և հարաբերությունների տառային գրությունը կլինի այսպես՝

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{D_1}{D_2}$$

կամ

$$n_2:n_1 = \frac{1}{D_2} : \frac{1}{D_1}$$

Այստեղ D_2 -ը և D_1 -ը նշանակում են տրամագծերի թվային արժեքները, իսկ n_2 -ը և n_1 -ը՝ նրանց համապատասխանող պտույտների թիվը:

VI հատկության տառային գրությունը կլինի՝

$$D_n = K$$

Մեր դեպքում $K=2000$ -ի. Այս 2000 և K թվերը կոչվում են համեմատականության գործակիցներ:

Բաղդատենք յերկու այնպիսի խնդիրներ լուծումները, վա-
րոնցից մեկի մեջ տված է վոր նեղի մեծություններն ուղիղ հա-
մեմատական են, իսկ մյուսի մեջ՝ հակադարձ համեմատական:

Խնդիր 1. Ավտոմոբիլը 2 ժամում անցավ 120 կմ: Ինչ-
քան ժամանակում ավտոմոբիլը, նույն պայմաններում, կանցնի
300 կմ ճանապարհ:

Լուծում. Մենք գիտենք, վոր հավասարաչափ շարժման
ժամանակ ճանապարհն ու ժամանակամիջոցը կապված են ուղիղ
համեմատականության որոնքով:

Գրենք պայմանները.

$$\begin{array}{l} 2 \text{ ժամ} - 120 \text{ կմ} \\ x \text{ »} - 300 \text{ »} \end{array}$$

Կադմում ենք $2:x=120:300$, կամ $x:2=300:120$ համեմա-
տությունը, վորից՝

$$x = \frac{2 \cdot 300}{120} = 5 \text{ ժամ}$$

Խնդիր 2. Վագոնները ձեռքով դատարկելու համար 6 բան-
վորի անհրաժեշտ է 8 աշխատանքային ժամ: Բանի բանվոր է
հարկավոր նույն բեռը 3 ժամում դատարկելու համար:

Լուծում. Այսպիսի խնդիրներ լուծելիս բանվորի միջին
աշխատունակությունն ընդունում ենք անփոփոխ:

Վորքան անգամ մեծանա բանվորների թիվը, այնքան ան-
գամ կփոքրանա դատարկման ժամանակամիջոցը: Այս խնդրի
մեջ մենք գործ ունենք մեծությունների հակադարձ համեմատա-
կանության հետ: Գրենք խնդրի պայմանները.

$$\begin{array}{l} 6 \text{ բանվոր} - 8 \text{ ժամ} \\ x \text{ »} - 3 \text{ »} \end{array}$$

$$3:8=6:x, \text{ կամ } x:6=8:3$$

վորից՝

$$x = \frac{8 \cdot 6}{3} = 16 \text{ բանվոր}$$

§ 5. Խնդիրների
լուծումը միավորի
վերածելու յեղա-
նակով

Ուղիղ և հակադարձ համեմատականություն
դեպքում մեծություններից մեկի արժեքը
կարելի է ստանալ միավորի վերածելու
յեղանակով:

Խնդիր 1. Միևնույն միջին աշխատա-
վարձն ստացող 28 բանվորի վրա մեկ ամսում ծախսվում է 4200
ռուբլի: Ինչքան կծախսվի 50 բանվորի վրա, յեթե նրանց վճա-
րում են նույն միջին դրույքով:

Լուծում. 28 բանվոր միասին ստանում են 4200 ռուբլի:
Ինչքան է ստանում մի բանվորը: Մի բանվորն ստանում է 28
անգամ պակաս: Այսպիսով բանվորական յուրաքանչյուր միա-
վոր ստանում է՝

$$\frac{4200}{28} \text{ ռուբլի}$$

Ինչքան է ստանում 50 բանվորը: 50 բանվորն ստանում
է մեկ բանվորից 50 անգամ ավելի: Այդ կանի՝

$$\frac{4200 \cdot 50}{28} = 7500 \text{ ռուբլի}$$

Լուծման լրիվ գրառումը կունենա հետևյալ տեսքը.

28 բանվորի վճարվում է 4200 ռուբլի.

$$1 \text{ » » } \frac{4200}{28} \text{ »}$$

$$50 \text{ » » } \frac{4200 \cdot 50}{28} = 7500 \text{ ռուբլի}$$

Խնդիր 2. Շենքի հիմքը շարելը 20 բանվոր վերջացնում
են 15 որում: Բանի որում կվերջացնեն նույն աշխատանքը 25
բանվոր, յեթե նրանք աշխատում են միևնույն արտադրողակա-
նություն:

Լուծում. Աշխատանքը վերջացնելու համար պետք է 20
բանվոր աշխատեն 15 որ: Նույն աշխատանքը քանի՞ որում կվեր-
ջացնի մի բանվորը: Մի բանվորն աշխատանքը կվերջացնի
20 անգամ ավելի ժամանակամիջոցում, այսինքն՝ 15 · 20 որում:

Բանի որ կտեի այդ աշխատանքը, յեթե աշխատի 25 բան-
վոր: 25 բանվորն աշխատանքը կկատարի 25 անգամ պա-

կառ ժամանակամիջոցում: Նրանց համար անհրաժեշտ է 25 անգամ պակաս որ:

Գրենք լուծումը:

20 բանվորի համար անհրաժեշտ է 15 որ

1 » » » 20 . 15 »

25 » » » $\frac{20 \cdot 15}{25} = 12$ որ

§ 6. Համեմատական բաժանում

Խնդիր 1. Մեքենայի մասը շինելու համար պահանջվեց 3 խառառի $2\frac{1}{2}$ աշ-

խատանքային ժամ: Առաջին խառառն աշխատեց 40 րոպե, չերկրորդը՝ 50 րոպե, իսկ չերրորդը՝ ժամանակի մնացած մասը: Ամբողջ աշխատանքի համար վճարեցին 12 ուլբի: Ինչքան վատակեց ամեն մի խառառը:

Այս խնդիրը կարելի չէ լուծել սովորական թվարանական հաշվի ձևով: Սակայն մենք գիտենալով հարաբերությունների հատկությունները, կարող ենք լուծել այդ ավելի կարճ ձևով, այսպես կոչված՝ համեմատական բաժանման չեղանակով:

Ինչքան շատ աշխատեց բանվորը, այնքան էլ նա շատ փող պետք է ստանա: Աշխատավարձը համեմատական է ժամանակամիջոցին: Այստեղ գոյություն ունի ուղիղ համեմատականություն:

Նշանակենք առաջին բանվորի աշխատավարձը (ամյալ աշխատանքի համար) x_1 , չերկրորդինը՝ x_2 , իսկ չերրորդինը՝ x_3 տոտով: Գրենք, վոր աշխատավարձը համեմատական է ժամանակին, այսինքն՝

$$x_1 : x_2 : x_3 = 40 : 50 : 60$$

Մասերի գումարը հավասար է՝

$$40 + 50 + 60 = 150$$

Աշխատանքի մի մասի համար վճարում են՝

$$\frac{1200}{150} = 8 \text{ կոպեկ}$$

Առաջին բանվորը ստանում է $8 \cdot 40 = 320$ կոպեկ $= 3$ ա. 20 կոպեկ:

Չերկրորդն ստանում է $8 \cdot 50 = 400$ կոպեկ $= 4$ ուլբի:

Չերրորդն ստանում է $8 \cdot 60 = 480$ կոպեկ $= 4$ ա. 80 կոպեկ:

Դիտարկելով, հարաբերությունները կարելի չէ գրել այսպես $x_1 : x_2 : x_3 = 40 : 50 : 60 = 4 : 5 : 6$: Ընդամենը կլինի 15 մաս: Հաշվելով համեմատվենք, վոր նոր հարաբերության գնալով էլ աշխատանքի գնալը մնում է նույն $\left(\frac{1200}{15} = 80 \text{ կոպեկ, } x_1 = 4 \cdot 80 = 320 \text{ կոպեկ} = 3 \text{ ուլբի } 20 \text{ կոպեկ է այն}\right)$:

Խնդիր 2. 855-ը բաժանել չորս այնպիսի մասերի, վորոնք համեմատական լինեն՝

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6} \text{ և } \frac{8}{5} \text{ թվերին:}$$

$$\text{Լուծում. } x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \frac{2}{3} : \frac{3}{4} : \frac{5}{6} : \frac{8}{5} = \frac{40}{60} : \frac{45}{60} : \frac{50}{60} : \frac{96}{60}$$

Հարաբերությունները չեն փոփոխվի, յեթե յուրաքանչյուր հարաբերության նախորդ և հետնորդ անդամները բազմապատկենք 60-ով:

Հարաբերությունները վերջնական ձևափոխման յենթարկելուց հետո ստանում ենք՝

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 40 : 45 : 50 : 96$$

Մասերի գումարը հավասար է՝ $40 + 45 + 50 + 96 = 171$:

$$\text{Մի մասը } \frac{855}{171} = 5:$$

Այժմ հաշվենք x_1, x_2, x_3 և x_4 թվերը:

$$x_1 = 5 \cdot 40 = 200$$

$$x_2 = 5 \cdot 45 = 225$$

$$x_3 = 5 \cdot 50 = 250$$

$$x_4 = 5 \cdot 96 = 480$$

Մրանց գումարը պետք է հավասար լինի 855-ի:

Դիտարկելով, հոտորակային թվերի հարաբերությունները միշտ պետք է փոխարինել ամբողջ թվերի հարաբերությամբ: Դրա համար կոտորակները պետք է բերել ընդհանուր հայտարարի և վերջնել համաքիչների հարաբերությունը:

Խնդիր 3. 1380-ը բաժանենք չորս աչնայիսի մասերի, վո-
րոնք համատեղական լինեն՝

$$0,4;0,5;0,32;0,16 \text{ թվերին}$$

Լուծում. Այս խնդիրը լուծելու համար գրենք՝ $x_1:x_2:x_3:x_4=$
 $=0,4:0,5:0,32:0,16=40:50:32:16=20:25:16:8,$

Մասերի գումարը հավասար է՝ $20+25+16+8=69,$

Յուրաքանչյուր մասի մեծությունը հավասար է՝ $\frac{1380}{69}=20,$
և $x_1=400, x_2=500, x_3=320, x_4=160:$

Վորպեսզի զգած թիվը բաժանենք միեանի թվերի 6կա-
մամբ համեմատական մասերի, անհրաժեշտ է՝ 1) փոխարինել
կոտորակային թվերի հարաբերություններն ամբողջ թվերի հա-
րաբերությամբ. 2) Մասերի թիվը գտնելու համար գումարել
ստացված թվերը, յեվ զգած թիվը բաժանել այդ գումարի վրա,
վորպեսզի գիտենանք թե ինչի յե հավասար մի մասը. 3) Մի
մասի ստացված մեծությունը բազմապատկել հարաբերություն-
ների ամբողջ թվերով:

Յերբեմն պատահում են համեմատական բաժանման ավելի
բարդ դեպքեր:

Խնդիր 4. Ապրանքները պահելու համար պահեստն այդ
ապրանքների կշիռ ու ծավալի համեմատական չափով պահողչեք
և վերցնում: Պահեստը յերեք անգամ ապրանք բերին:

Բեռների ծավալները համեմատական եյին $2:4:3$ թվերին,
իսկ կշիռները՝ $3:2:1$ թվերին:

Ամբողջ ապրանքի համար պահեստը պահանջեց 3400 ուրլի
պահողչեք: Ի՞նչպես պետք է այդ գումարը բաժանել յերեք ան-
գամվա ապրանքների վրա:

Լուծում. Ապրանքների ծավալների հարաբերությունն է

$$x_1:x_2:x_3=2:4:3$$

Ապրանքների կշիռների հարաբերությունն է՝

$$x_1:x_2:x_3=3:2:1$$

Լուծելու համար, ե՛կ կշիռները, ե՛կ ծավալները կվերածենք
ծավալի միություն:

Յեթե առաջին անգամվա ապրանքի ծավալը յերկու անգամ

պակաս լիներ, ապա վորպեսզի միևնույն վարձը տրվեր, պետք
է, վոր կշիռը յերկու անգամ մեծ լիներ: Այդ դեպքում կշիռը
կկազմեր վոչ թե 3 մաս, այլ 6 մաս:

Նույն ձևով դատելով, մենք գտնում ենք, վոր յերկրորդ
անգամվա ապրանքի կշիռը, յեթե ծավալը 4 անգամ փոքր է և
վարձը մնում է նույնը, 4 անգամ մեծ պետք է լինի, 8 մաս
պետք է կազմի: Նույն ձևով պետք է մեծացնել յերրորդ մասի
կշիռը: Նա կկազմի 3 մաս:

Այժմ ծավալների հարաբերությունը կլինի՝ $1:1:1$: Բոլոր
ծավալները հավասար են: Այժմ կշիռների հարաբերությունն այլ
կլինի, այն է՝

$$x_1:x_2:x_3=6:8:3$$

Այժմ պահողչեքը պետք է հաշվել միայն կշիռն համեմա-
տական, վորովհետև ծավալները հավասար են:

Պահողչեքների հարաբերությունը կլինի՝

$$x_1:x_2:x_3=6:8:3$$

Մասերի թիվը՝ $6+8+3=17:$

Ապրանքի առաջին մասի պահողչեքը $\frac{3400 \cdot 6}{17}=1200$ ուրլի

» յերկրորդ » » $\frac{3400 \cdot 8}{17}=1600$ ուրլի

» յերրորդ » » $\frac{3400 \cdot 3}{17}=600$ ուրլի

Ընդամենը՝ 3400 ուրլի

Այս դեպքում վերջնական հարաբերությունն ստացվեց
խնդրում տված հարաբերությունների անգամ առ անգամ բազ-
մապատկելուց:

Խնդիր 5. Բեռոն պատրաստելու համար իրար հետ չոր
ցեմենտ, ավազ և խիճ են խառնում: Բեռոնի կազմի մեջ մանող
նյութերի ծավալները հարաբերում են այնպես, ինչպես $2:6:9$:
Ինչքան ավազ ու խիճ պետք է վերցնել, յեթե գործադրվե-
լու յե 900 խոր. դմ չոր ցեմենտ:

Ինչքան բեռոն կստացվի, յեթե խճի ծավալը կազմում է
ստացված բեռոնի 0,9 մասը:

Լուծում. Ամբողջ խառնուրդը կազմված է $2+6+9=17$ մասից: Սրա մեջ մտնում է 2 մաս ցեմենտ: Մենք ունենք 900 խոր. դր ցեմենտ: Այդ նշանակում է, վոր խառնուրդի մեկ մասին ընկնում է $\frac{900}{17}=52.94$ խոր. դր ցեմենտ:

Այժմ գտնենք բետոնի կազմութունը:

Ցեմենտ, 2 մաս— $450 \cdot 2=900$ խոր. դր

Ավաք, 6 » — $450 \cdot 6=2700$ » »

Խիճ 9 » — $450 \cdot 9=4050$ » »

Կտացվի $4050:0.9=4500$ խոր. դր= 4.5 մ³ բետոն:

Այս խնդրի մեջ տված են՝ բաղադրիչ մասերի ծավալների հարաբերությունը և նյութերից մեկի ծավալն արտահայտող թիվը: Բաժանելով այդ թիվը նրան համապատասխանող մասերի թվի վրա, ստացանք խառնուրդի մեկ մասի ծավալը: Բազմապատկելով այդ թիվը մյուս նյութերի համապատասխան մասերի թվով, մենք գտանք, թե յուրաքանչյուր նյութից ինչքան պետք է վերցնել:

Խնդիր 6. Չորս կոլտնտեսական աշխատեցին իրենց հատկացված հողամասի վրա: Նրանց վաստակած աշխուրդի թվերը հարաբերում են այնպես, ինչպես՝ 12:15:18:20: Յերկրորդն ու յերրորդը միասին վաստակեցին 66 աշխուրդ: Բանձ աշխուրդ վաստակեց նրանցից յուրաքանչյուրը:

Աշխուրդի թիվը նշանակենք՝ x_1, x_2, x_3, x_4 :

Լուծում. Ինչպես միշտ, ալս գեպքում ել պետք է վորոշենք, թե քանի՞ որվա յե համապատասխանում է մեկ մասը: Յերկրորդ և յերրորդ կոլտնտեսականների ըստինը կազմում է $15+18=33$ մաս, վորը կազմում է 66 որ: Մի մասը կլինի՝ $\frac{66}{33}=2$ որ:

Այժմ կարող ենք վորոշել յուրաքանչյուր կոլտնտեսականի վաստակած աշխուրդի թիվը:

$$x_1=2 \cdot 12=24 \text{ որ,}$$

$$x_2=2 \cdot 15=30 \text{ որ,}$$

$$x_3=2 \cdot 18=36 \text{ որ,}$$

$$x_4=2 \cdot 20=40 \text{ որ:}$$

Այս խնդրի մեջ մեկ տված եր վոր թե բոլոր մասերի, այլ միայն վորոշ մասերի գումարը, ալս պատճառով ել խնդիրը լուծելու համար գումարեցինք միայն այդ մասերը:

Յերբինն պատահում է, վոր խնդրի մեջ տված է լինում վոր թե յերկու մասերի գումարը, այլ նրանց տարբերությունը:

Խնդիր 7. Չորս բանվոր աշխատեցին միասին այն պայմանով, վոր վաստակած գումար բաժանեն՝ համեմատական պատրաստած գետալների թվին:

Աշխատանքը վերջացնելուց հետո հաշվեցին դետալները ստացվեց՝ 5, 8, 6 և 6 գետալ: Պարզվեց, վոր յերկրորդ բանվորը յերրորդից 10 ուրբով ավելի յե ստանում: Ինչքան աշխատեց յուրաքանչյուրը:

Լուծում. Ամբողջ աշխատավարձը պետք է բաժանվի հետևյալ հարաբերությամբ:

$$x_1:x_2:x_3:x_4=5:8:6:6$$

Յերկրորդ բանվորի մասերի թիվն ավելի շատ է, քան յերրորդինը: Տարբերությունը կլինի՝ $8-5=3$ մաս: Յերկու մասի համար յերկրորդ բանվորը ստացավ 10 ուրբի: Այդ նշանակում է, վոր մի մասը կազմում է 5 ուրբի:

$$1\text{-ին բանվորն ստանում է } 5 \cdot 5=25 \text{ ուրբի,}$$

$$2\text{-րդ } \text{»} \text{»} \text{» } 5 \cdot 8=40 \text{ »}$$

$$3\text{-րդ և } 4\text{-րդը } 5 \cdot 6=30\text{-ական ուրբի}$$

Վորոշ խնդիրների մեջ անհրաժեշտ է լինում բաժանել թիվն այնպիսի մասերի, վորոնք հակադարձ համեմատական լինեն տված թվերին:

Խնդիր 8. Պետք է յերկու տեսակ թեյից խառնուրդ կազմել: Առաջին տեսակ թեյի մեկ կիլոգրամն արժե 15 ուրբի, իսկ յերկրորդ տեսակինը՝ 6 ուրբի: Մեկ և մյուս տեսակի թեյի վերցրած քանակությունները հակադարձ համեմատական են թեյի արժեքին:

105 կգ խառնուրդ կազմելու համար ինչքան պետք է վերցնել առաջին տեսակի թեյից և ինչքան—յերկրորդ տեսակից:

Լուծում. Յեթե թեյի քանակը հակադարձ համեմատական է նրա արժեքին, ապա պետք է կշիռների հարաբերությունը

համասար լինի թելի արժեքների հակադարձ մեծությունները հարաբերությունը:

$$x_1 : x_2 = \frac{1}{15} : \frac{1}{6}$$

Փոխարինելով կոտորակային թվերի հարաբերությունն ամբողջ թվերի հարաբերությամբ, կստանանք.

$$x_1 : x_2 = \frac{2}{30} : \frac{5}{30} = 2 : 5$$

I տեսակից պետք է վերցնել 2 մաս,
II » » » » 5 մաս:

Ընդամենը՝ $2 + 5 = 7$ մաս

Մեկ մասը կազմում է $\frac{105}{7} = 15$ կգ:

I տեսակից պետք է վերցնել $15 \cdot 2 = 30$ կգ
II » » » » $15 \cdot 5 = 75$ կգ:

Նույն ձևով ենք լուծում նաև այն խնդիրները, վորոնց մեջ պահանջվում է թիվը բաժանել այնպիսի մասերի, վորոնք հակադարձ համեմատական լինեն յերեք, չորս և ավելի թվերի:

Խնդիր 9. 1440-ը բաժանենք յերեք այնպիսի մասերի, վորոնք հակադարձ համեմատական լինեն՝ 5 և 7 թվերին:

Լուծում. Վերցնենք աված թվերի հակադարձ մեծությունները: Խնդրի պայմանը գրենք այդ թվերի հարաբերության տեսքով:

$$x_1 : x_2 = \frac{1}{5} : \frac{1}{7}$$

Կոտորակային թվերի հարաբերությունը փոխարինենք ամբողջ թվերի հարաբերությամբ.

$$\frac{1}{5} : \frac{1}{7} = \frac{7}{35} : \frac{5}{35} = 7 : 5$$

Գտնենք մասերի թիվը՝

$$7 + 5 = 12$$

Գտնենք մեկ մասի արժեքը՝

$$\frac{1440}{12} = 120$$

Գտնենք վորոնքի թվերը՝

$$x_1 = 120 \cdot 7 = 840$$

$$x_2 = 120 \cdot 5 = 600$$

$$1440$$

Խնդիր 10. 3190-ը բաժանեցեք այնպիսի չորս մասերի, վորոնք հակադարձ համեմատական լինեն 5, 7, 6 և 4 թվերին: Լուծում. Վերցնենք աված թվերի հակադարձ մեծությունները: Գրենք խնդրի պայմանն այդ թվերի հարաբերության միջոցով:

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \frac{1}{5} : \frac{1}{7} : \frac{1}{6} : \frac{1}{4}$$

Փոխարինենք կոտորակային թվերի հարաբերությունն ամբողջ թվերի հարաբերությամբ, կստանանք՝

$$\frac{1}{5} : \frac{1}{7} : \frac{1}{6} : \frac{1}{4} = \frac{84}{420} : \frac{60}{420} : \frac{70}{420} : \frac{105}{420} = 84 : 60 : 70 : 105$$

Գտնենք մասերի գումարը.

$$84 + 60 + 70 + 105 = 319$$

Գտնենք մեկ մասի մեծությունը.

$$\frac{3190}{319} = 10$$

Այժմ Գտնենք վորոնքի թվերը.

$$x_1 = 10 \cdot 84 = 840$$

$$x_2 = 10 \cdot 60 = 600$$

$$x_3 = 10 \cdot 70 = 700$$

$$x_4 = 10 \cdot 105 = 1050$$

$$3190$$

§ 2. Մի քանի թվերի միջին քվարանտիլներ

Չուն տեսակավորում են կշռելու միջոցով: Տեսակավորելիս առաջին տեսակի յեն հաշվում այն ձուռ, վորի 120 հատը կըռում է 7,78 կգ, յերկրորդ տեսակի 120-ը կշռում է 6,96 կգ, յերրորդ տեսակի 120-ը կշռում է 5,32 կգ: Կոլտնտեսությունը, տեսակավորելով ձվերը սառցալվ հետևյալ կշիռները:

Կշռում	Կշիռը (կելո- գրամներով)	Ձվերի թիվը	Մի ձվի կշիռը (կելոգրամներով)	120 ձվի կշիռը (կելոգրամներով)
1	2,581	40	0,0645	7,740
2	3,321	50	0,0664	7,968
3	1,296	20	0,0643	7,716
4	6,511	100	0,0651	7,812
5	7,849	120	0,0654	7,849
	21,548	330		

Վորպիսզի իմանանք, թե վոր տեսակին են պատկանում այս ձվերը, պետք է վորոշել մեկ ձվի միջին կշիռը և 120 ձվի միջին կշիռը:

Մեկ ձվի կշիռը գտնում են կշռված ձվերի կշիռը ձվերի թվի վրա բաժանելով: Այդպեսակից յերեւում է, վոր բոլոր կշռումներին ժամանակ մեկ ձվի կշռի հարյուրերորդական մասերը չեն փոփոխվում (իսկ 120 ձվի կշռի՝ լրիվ կելոգրամները չեն փոփոխվում): Տարբերությունը միայն հազարերորդական մասերի մեջ է: Այդ նշանակում է, վոր մեկ ձվի կշռի համար կելոգրամի հարյուրերորդական մասերը ճիշտ են վորոշված, իսկ հազարերորդական և տասնհազարերորդական մասերն արդեն սխալ են տալիս: 120 ձվի կշռի համար ճիշտ են վորոշված լրիվ կելոգրամները, և սխալն սկսվում է տասներորդական մասերից: Ասում ենք, վոր մեկ ձվի կշռման ժամանակ կելոգրամի հազարերորդական և տասնհազարերորդական մասերը վստահելի թվեր չեն (անհավաստի թվեր են):

Ահներև է, վոր ձվերը կշռով զանազանվում են կելոգրամի հազարերորդական մասերով: Նույնպես կարելի չէ ասել, վոր 120 ձուկ կշռելիս մենք անվստահելի թվեր ունենք կելոգրամի տասներորդ մասերի համար:

Մենք տեսնում ենք, վոր չափելիս չի կարելի ճշգրիտ թիվ գտնել, չի կարելի մեկ կշռումով գտնել ձվի ճշգրիտ կշիռը:

Յուրաքանչյուր կշռման ժամանակ ձվի ստացված կշիռը դա մոտավոր հաշված կշիռը կլինի:

Մենք պաշտանավորվում ենք բոլոր չափումների և մոտավոր հաշվումների ժամանակ միայն մեկ անվստահելի թվանշան վերցնել, ֆնացած բոլոր անվստահելի թվանշաններն անտեսում ենք, վորով թիվը կլորացնում ենք:

Մեկ ձվի կշռի համար ստանում ենք հետևյալ թվերը՝ 0,064 կգ; 0,066 կգ; 0,064 կգ; 0,065 կգ; 0,066 կգ, իսկ 120 ձվի կշռի համար՝ 7,7 կգ; 7,9 կգ; 7,7 կգ; 7,8 կգ; 7,9 կգ:

Մենք վերցնում ենք բոլոր կշիռների միջին քվարանականը, կամ, ինչպես յերբեմն ասում են, կշռի միջին արժեքը: Հենց այդ թիվն էլ ընդունում ենք իբրև ճշգրիտ:

Մի քանի թվերի միջին քվարանականը գտնելու համար պետք է գումարել բոլոր տվյալ թվերը և գումարը բաժանել գումարելիների թվի վրա:

Մեկ ձվի համար՝

$$\frac{0,064+0,066+0,064+0,065+0,066}{5} \text{ մոտ.} = 0,065 \text{ կգ}$$

120 ձվի համար՝

$$\frac{7,7+7,9+7,7+7,8+7,9}{5} \text{ մոտ.} = 7,8 \text{ կգ}$$

Այսպիսով, մենք մեկ ձվի միջին կշիռն ստացանք հավասար՝ 0,065 կգ և 120 ձվի միջին կշիռը՝ 7,8 կգ: Կշռվող ձվերը կարելի չէ ըստ ստանդարտի առաջին տեսքի ձու համարել:

Մեծ թվով կշռումների դեպքում մենք ստանում ենք բավարար արդյունք նույն այն ժամանակ, յիբր առանձին կշռումները բավարար չափով ճիշտ չեն:

Մի բաճի քվերի միջին քվարանականը գտնելու համար պետք է գումարել բոլոր ձված քվերը յեվ գումարը բաժանել գումարելիների թվի վրա:

XVI. ՏՈԿՈՍՆԵՐ

§ 1. Հասկացողությունն թվերի մասին

Ս ա հ մ ա ն ու մ. Թվի մեկ հարյուրերորդական մասը կոչվում է նրա մեկ տոկոսը: Առաջին անգամ տոկոս բառը գործածվել է միայն այն ժամանակ, չերը փողատունը փող է պարտք տվել և պահանջել է պարտքը վերադարձնել՝ ամեն մի հարյուրին վորոշ հավելումով:

Տոկոսը նշանակելու համար ոգտվում են մի հատուկ $\%$ նշանով:

1% — նշանակում է մեկ տոկոս, այսինքն թվի մեկ հարյուրերորդական մասը:

3% — նշանակում է յերեք տոկոս, այսինքն թվի յերեք հարյուրերորդական մասը:

§ 2. Կոտորակային արտահայտության փոխարինումը տոկոսային արտահայտությամբ

Խնդիրներ լուծելիս հաճախ անհրաժեշտ է լինում թվի տոկոսն արտահայտել նրա հարյուրերորդական մասերով և հակառակը — թվի հարյուրերորդական մասերն արտահայտել տոկոսներով:

1. Հետևյալ տասնորդական կոտորակներն արտահայտենք տոկոսներով.

$1 = 100\%$	$0,07 = 7\%$	$0,1 = 10\%$
$0,01 = 1\%$	$1,17 = 117\%$	$1,08 = 108\%$
$0,003 = 0,3\%$	$0,825 = 82,5\%$	$0,016 = 1,6\%$
$0,58 = 58\%$	$3,7 = 370\%$	$4,57 = 457\%$
$0,001 = 0,1\%$	$2 = 200\%$	

Թվային արտահայտությունը նրան համապատասխանող տոկոսային արտահայտությունով փոխարինելու համար, պետք է տված թվային արտահայտությունը բազմապատկել հարյուրով, կամ ստորակեսը դեպի աջ փոխադրել յերկու քվանցան:

2. Հետևյալ տոկոսները գրենք տասնորդական կոտորակի ձևով.

$1\% = 0,01$	$156\% = 1,56$	$100\% = 1$
$0,8\% = 0,008$	$560\% = 5,6$	$35,6\% = 0,356$
$0,1\% = 0,001$	$700\% = 7$	$20\% = 0,2$

$5\% = 0,05$	$307\% = 3,07$	$1,4\% = 0,014$
$17\% = 0,17$	$354\% = 3,54$	$0,5\% = 0,005$

Տոկոսային արտահայտությունը փոխարինելու համար անհրաժեշտ է՝ տոկոսներն արտահայտող թիվը բաժանել հարյուրի վրա, կամ ստորակեսը տեղափոխել դեպի ձախ յերկու քվանցան:

3. Հետևյալ տոկոսային արտահայտությունները փոխարինենք հասարակ կոտորակներով.

$$\begin{aligned} \text{Թվի } 50\% \text{ հավասար է նրա } \frac{1}{2} \text{-ին; } 10\% &= \frac{1}{10}; \quad 20\% = \frac{1}{5}; \quad 25\% = \frac{1}{4}; \quad 75\% = \frac{3}{4}; \quad 5\% = \frac{1}{20}; \quad 4\% = \frac{1}{25}; \quad 2\% = \frac{1}{50}; \\ 33\% \text{ մոտ.} &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

4. Հետևյալ կոտորակներն արտահայտենք տոկոսներով.

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} &= 0,6 = 60\%; \quad \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%; \quad \frac{2}{5} = 40\% \\ \frac{3}{8} &= 0,375 = 37,5\%; \quad \frac{9}{16} = 0,5625 = 56,25\%; \\ \frac{3}{4} &= 75\%; \quad \frac{9}{25} = 36\%; \quad \frac{7}{50} = 14\% \quad 2 \frac{1}{2} = 200\% + 50\% = 250\%; \\ 7 \frac{3}{4} &= 700\% + 75\% = 775\% \quad \frac{2}{3} \text{ մոտ.} = 67\% \\ \frac{4}{9} &= 0,444... \text{ մոտ.} = 44\% \end{aligned}$$

§ 3. Թվի տոկոսը գտնելը

Թվի տոկոսը գտնելը հանգում է թվի մեկ կամ մի քանի հարյուրերորդական մասը գտնելուն և լուծվում է բազմապատկումով:

1. Հանձնված է 560 կգ ալյուր: Ինչքան հաց է ստացվել, յեթե աճելը $13,5\%$ է:

Լ ու ը ու մ. Նախ պետք է հաշվել, թե քանի կիլոգրամի չէ հավասար աճելը, այսինքն գտնել 560-ի $13,5\%$ -ը, կամ $0,135$ մասը:

$$560 \text{ կգ-ի } 13,5\% \text{-ը կազմում է } 560 \cdot 0,135 = 75,6 \text{ կգ:}$$

$$\text{Ստացվել է } 560 + 75,6 = 635,6 \text{ կգ հաց:}$$

2 Գտնե՛ք՝ 1) 42 ուղբու 7% -ը, 2) $15 \frac{1}{2}$ կգ-ի $2,2\%$ -ը, 3) 2,5 գր-ի $0,75\%$ -ը և 4) 17,2 լ-ի $3,5\%$ -ը:

Լուծում. 1) 42 ուղրու 70%-ը հավասար է՝
 $42 \cdot 0,07 = 2,94$ ուղր. = 2 ո. 94 կ.

2) $15\frac{1}{2}$ կգ-ի 2,20%-ը հավասար է՝
 $15,5 \cdot 0,022 = 0,341$ կգ.

3) 2,5 գր-ի 0,750%-ը հավասար է՝
 $2,5 \cdot 0,0075 = 0,01875$ գր.

4) 17,2 լ-ի 3,50%-ը հավասար է՝
 $17,2 \cdot 0,035 = 0,602$ լ.

3. Գտե՛ք՝ 1) $15\frac{1}{2}$ -ի $\frac{3}{4}$ 0%-ը, 2) $3\frac{2}{11}$ -ի $4\frac{2}{5}$ 0%-ը

1) $15\frac{1}{2}$ -ի $\frac{3}{4}$ 0%-ը հավասար է՝

$$15\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{400} = \frac{31,3}{2,400} = \frac{93}{800} = 0,11625$$

Կամ $15\frac{1}{2}$ -ի $\frac{3}{4}$ 0%-ը հավասար է $15,5$ -ի 750 0%-ին = $15,5 \cdot 0,0075 = 0,11625$.

2) $3\frac{2}{11}$ -ի $4\frac{2}{5}$ 0%-ը հավասար է՝

$$3\frac{2}{11} \cdot \frac{22}{500} = \frac{35,22}{11,500} = \frac{7,2}{100} = \frac{14}{100} = 0,14$$

Թվի տոկոսը գտնելու խնդիրը կարելի չէ գրառել առանձին աղյուսակով՝

$$a = K \cdot \frac{p}{100}, \text{ կամ } a = \frac{K \cdot p}{100}$$

Այստեղ a -ն տված թվի վորոնների մասն է, K -ն տված թիվը է, իսկ p -ն՝ տոկոսների թիվը:

§ 4. Թիվն իր տոկոսներով արտահայտված մասի օգուրյամբ գտնելը

1. Պատվիրելով վերարկու, պատվիրատուն պետք է կոոպերատիվին կանխավճար մուծե՛ր վերարկվի արժեքի 40%-ը: Նրան տվին 50 ուղրու անդորրագիր: Ի՞նչ արժեք վերարկուն:

Լուծում. Նախնական մուծումը կազմում է 40%-ը, վորը վերարկվի արժեքի 0,40 մասն է և հավասար է 50 ուղրու: Պետք է գտնել թիվը՝ տված մասով.

$$0,40x = 50 \text{ ուղրի, } x = \frac{50}{0,4} = 125 \text{ ուղրի}$$

Վորտեղ x -ը անհայտ թիվն է:

Տված տոկոսով թիվը գտնելը հանգում է թիվը տված մասով գտնելուն յեվ լուծվում է բաժանման յեղանակով:
 Լուծումը կարելի չէ գրառել տառերով, այսպես՝

$$k = a : \frac{p}{100}, \text{ կամ } k = \frac{a \cdot 100}{p}$$

Այստեղ k -ն ամբողջ թիվն է, a -ն ամբողջ թվի տված մասն է, իսկ p -ն՝ տոկոսների թիվը:

2. Գտնել թիվը յեթե հայտնի չե, վոր 1) այդ թվի 530%-ը հավասար է 25,5 կգ-ի, 2) թվի 1070%-ը հավասար է 321 ուղրու: Լուծում.

$$1) 0,53x = 25,5 \text{ կգ, } x = \frac{25,5}{0,53} = \frac{2550}{53} = 50 \text{ կգ}$$

$$2) 1,07x = 321 \text{ ուղրի, } x = \frac{321}{1,07} = 300 \text{ ուղրի}$$

Տոկոսներով արտահայտված մասի ոգնությամբ թիվը գտնելիս պատահում են յերեք հիմնական խնդիրներ:

I. Հայտնի չե թվի տոկոսներով արտահայտված մասը (նախորդ խնդիրը):

II. Հայտնի չե այն թիվը (և այդ թվի տոկոսային արտահայտությունը), վորը կստացվի, յեթե վորոնների թվին ավելացնենք իր վորոշ տոկոսը:

III. Հայտնի չե այն թիվը (և այդ թվի տոկոսային արտահայտությունը), վորը կստացվի, յեթե տված թվից հանենք իր վորոշ տոկոսը:

Իերենք որինակներ.

1) Բնակչինկուպը տան կառուցումն ավարտելու համար վարկ է վերցնում: Բանկը տալիս է ազագույն արժեքի 300%-ի չափով վարկ, վորը կազմում է 150 000 ուղրի: Վորոշեցե՛ք շինքի արժեքը:

Այստեղ թվի 300%-ը (վորոնների թվի մասը) կազմում է 150 000 ուղրի:

Լուծում. Պետք է վորոշել թիվը՝ տված մասի ոգնությամբ:

$$300\% = 0,30; 0,3x = 150\,000 \text{ ուղրի}$$

Վերոհանդի թիվը՝

$$x=150\,000:0,3=500\,000 \text{ ուրբի}$$

2) Սահմանված արտելից դուլլեր գնեց: Յուրաքանչյուր դուլլին վճարեց 2 ու. 40 կ., ընդվորում խանութին արված է 20%₀ զեղչ: Ի՞նչ արժե մեկ դուլլին առանց զեղչի:

Լուծում. 20%₀ զեղչից հետո յուրաքանչյուր դուլլին վճարեցին իր սկզբնական արժեքի միայն 100-20=80%₀-ը: Այդ նշանակում է, Վոր 2 ու. 40 կողմեղ կազմում է դուլլի արժեքի 80%₀-ը:

$$80\%_0=0,80:0,8x=2,4 \text{ ուրբի}$$

Վորից ստանում ենք՝

$$x=\frac{2,4}{0,8}=\frac{24}{8}=3 \text{ ուրբի (դուլլի արժեքը)}$$

3) Հարկ վճարողն ուշացրեց վճարումը, Վորի համար պետք է վճարի վճարման լենթակա գումարի 12%₀-ի չափով տույժ: Նա մոռնեց ընդամենը 56 ուրբի: Վճրքան եր նրա նախնական պարտքը:

Լուծում. Պարտքը տույժի հետ միասին կազմում է նախնական գումարի 100+12=112%₀-ը:

Այդ նշանակում է, Վոր 56 ուրբին Վորոհանդի թվի 112%₀-ն է, կամ նրա 1,12 մասը.

$$1,12x=56$$

$$x=56:1,12=\frac{56 \cdot 100}{112}=50 \text{ ուրբի}$$

§ 5. Յեղև րվերի
հաւաքեւրոյունը՝
աւաւաւաւաւաւաւ
կաւնեւրով

1. Դասարանում սովորում են 32 աշակերտ: 2 աշակերտ բացակայում էին դասից: Դասարանի աշակերտության ընդհանուր թվի վճր տոկոսն եր բացակայում է վճր տոկոսն եր ներկա:

1) Քանի տոկոսն են կազմում բացակայող աշակերտները: Լուծում. Նախ պետք է իմանալ, թե 2-ը 32-ի վճր մասն է կազմում: 2 է 32 թվերի հարաբերությունը վորոշվում է բա-

ժանումով $\frac{2}{32}=\frac{1}{16}$: Դրանից հետո անհրաժեշտ է արդյունքն արտահայտել տասնորդական կոտորակով, ապա տոկոսներով.

$$\frac{1}{16}=0,0625=6,25\%_0$$

2) Քանի տոկոս են կազմում դասին ներկա գտնված 30 աշակերտները:

30-ի հարաբերությունը 32-ին հավասար է $\frac{30}{32}=\frac{15}{16}$: Արտահայտելով այս հարաբերությունը տասնորդական կոտորակով և տոկոսներով, կստանանք՝

$$\frac{15}{16}=0,9375=93,75\%_0$$

$$\text{Ստուգում} \quad 6,25\%_0+93,75\%_0=100\%_0:$$

2. Կոլտնտեսությունների և խորհրդատեսությունների կաթնատնտեսական ֆերմաների անասունների թիվը 1931 թվի չերկրորդ կեսին աճելով 400 000-ից հասավ 1 800 000-ին:

1) Կիսամյակի սկզբի անասունների թիվը կիսամյակի վերջում չեղած թվի վճր տոկոսն է կազմում:

Լուծում. Վորպես միավոր, կամ 100%₀ պետք է ընդունել 1 800 000 գլուխը, Վորի նկատմամբ 400 000 գլուխը կազմում է՝

$$\frac{400\,000}{1\,800\,000}=\frac{2}{9} \text{ մաս } \frac{2}{9} \text{ մաս } =0,222=22,2\%_0$$

2) 1931 թվի վերջում անասունների թիվը կիսամյակի սկզբի անասունների թվի վճր տոկոսն եր կազմում:

Լուծում. Վորպես միավոր կամ 100%₀ պետք է ընդունել 400 000 գլուխը, Վորի նկատմամբ անասունների թվի աճը կազմում է՝

$$\frac{1\,800\,000}{400\,000}=\frac{9}{2}=4,5=450\%_0$$

3) 1931 թվի չերկրորդ կիսամյակում քանի տոկոսով աճեց անասունների թիվը:

Լուծում.

$$450\%_0-100\%_0=350\%_0$$

Թվերի երկուսն էլ հարաբերությունը ուսանալու համար անհրաժեշտ է գտնել այդ թվերի քանակական հարաբերությունը յեվ պատասխանեմ արտահայտել երկուսնեցի:

Դիտարկենք. 1) Թվերի հարաբերությունը գտնելու վերաբերյալ բաժանարար վերցնում են այն թիվը, վորն բնորոշում են 100% :

2) Հարաբերությունը տոկոսներով հաշվելու պատասխանը կտրամադրենք են՝ բաժանման արդյունքը կտրամադրենք կանոնով:

3. Վերջից, թե 1) 111,8-ը 1720-ի, 2) 10-ը 3-ի և 3) 0,079-ը 1-ի վերաբերյալ ե կազմում:

Լուծում. 1) $\frac{111,8}{1720} = 0,065 = 6,5\%$

2) $\frac{10}{3} = 3,333... մոտ. = 333\%$

3) $\frac{0,079}{1} = 7,9\%$

Լուծումը կարելի է գրառել տառերով այսպես՝

$$p = \frac{a}{k} \cdot 100$$

Վերադառնալով 100% ընդունված թիվն է, վորի նկատմամբ պետք է տված a թիվն արտահայտել տոկոսներով (p):

Դիտարկենք. $\frac{a}{k}$ կոտորակը ցույց է տալիս թվերի քանակական հարաբերությունը, վորը 100% -ով բազմապատկելու դեպքում արտահայտվում է տոկոսներով:

§ 6. Դրամական հաշվարկների վերաբերյալ խնդիրներ

Դրամական հաշվարկների վերաբերյալ խնդիրների մեջ պատահում է չորս թիվ,

1) սկզբնական գումար (դրամագլուխ),
2) տոկոս, 3) ժամանակ, 4) վերջի ժամանակամիջոցում ստացված շահ (ֆուտ): Յեր-

բեմն խնդիրների մեջ շահը (ֆուտը) արտահայտող թվի փոխարեն պատահում է այնպիսի թիվ, վորը ցույց է տալիս նախնական գումարը շահի (ֆուտի) հետ միասին, այսպես տա՜նք աճած կամ նվազած գումարը:

Այդ չորս թվերից յերեքը խնդրի մեջ տված են լինում, եսկ չորրորդը պետք է գտնենք այդ թվերի միջոցով: Այսպիսով

դրամական, տոկոսային հաշվարկների ժամանակ պատահում է չորս հիմնական խնդիր:

I. ա) Գտնել խնայողական դրամարկը տված 50 ուրլի ավանդի 9 ամսում բերած շահը, յեթե խնայողական դրամարկը տարեկան վճարում է 8% :

Լուծում. Տարեկան յեկամուտը կազմում է 50 ուրլու 8% -ը, այսինքն՝

$$50 \cdot 0,08 = 4 \text{ ուրլի}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4} \text{ տարում բերած յեկամուտը կկազմի՝}$$

$$4 \cdot \frac{3}{4} = 3 \text{ ուրլի}$$

բ) Խնչքան կգահնա 50 ուրլի ավանդն 9 ամսվա ընթացքում, յեթե խնայողական դրամարկը տարեկան վճարում է 8% :

Լուծում. Վերը հաշվեցինք, վոր 9 ամսվա յեկամուտը կազմում է 3 ուրլի, ուստի ավանդատուն ստանում է՝

$$50 + 3 = 53 \text{ ուրլի}$$

Այս ա) և բ) խնդիրների մեջ տված էին՝ 1) սկզբնական գումարը, 2) տոկոսը, 3) ժամանակը: Պահանջվում էր գտնել՝ 4) շահը (ա խնդրում) և աճած գումարը (բ խնդրում):

II. Խնչքան ժամանակում 1350 ուրլին 8% -ով կտա՝ ա) 477 ուրլ, 2) կգահնա 1827 ուրլ:

Լուծում. ա) 1350 ուրլու տարեկան հասույթը կազմում է $(1350 \cdot 0,08) = 108$ ուրլի:

$$477 \text{ ուրլի հասույթը կստացվի } 477 : 108 = 4 \frac{45}{108} = 4 \frac{5}{12}$$

տարում, այսինքն 4 տարի 5 ամսում:

$$բ) \text{ Նախ պետք է իմանալ հասույթը՝ } 1827 - 1350 = 477 \text{ ուրլ:}$$

Այնուհետև խնդիրը լուծվում է այնպես ինչպես ա) խնդիրը:

Այս խնդիրների մեջ տված էին՝ 1) դրամագլուխը, 2) տոկոսը, 3) շահը, կամ աճած գումարը. պահանջվում էր հաշվել ժամանակը:

III. Քանի՞ տոկոս է վճարում խնայողական դրամարկը,

յեթե 9 ամսով տված 150 ո. ավանդը ա) բերում է 9 ուրբի շահ, բ) ավանդառվին հասուցում է 159 ուրբի:

Լուծում. Յերկու դեպքում էլ հասույթը կազմում է 9 ուրբի: Հետևաբար տարեկան հասույթը կհազմի՝

$$9 : \frac{9}{12} = 12 \text{ ուրբի}$$

12 ուրբին կազմում է 150 ուրբի ավանդի $\frac{12}{150} = 0,08 = 8\%$ ը:

Այս խնդիրների մեջ տված էին՝ 1) գրամագուլիսը, 2) ժամանակը, 3) շահը կամ աճած գումարը. պահանջվում էր հաշվել տոկոսների թիվը:

IV. ա) վճիռ գրամագուլիսը 7% -ով 3 տարում կբերի 420 ուրբի շահ:

Լուծում. Տարեկան հասույթը կազմում է գրամագուլիսի 7% -ը, կամ 0,07 մասը: 3 տարվա հասույթը կլինի վորոնեկի գումարի 0,07 . 3 = 0,21 մասը:

Յեթե անհայտ գումարը նշանակենք X-ով, կստանանք՝

$$0,21x = 420, x = \frac{420}{0,21} = \frac{420 \cdot 100}{21} = 2000 \text{ ուրբի}$$

բ) Վճիռ գրամագուլիսը 10% -ով 3 տարում կզառնա 520 ո.:

Լուծում. Դրամագուլիս տարեկան հասույթը կազմում է նրա 10% -ը = 0,1 մասը: 3 տարվա հասույթը կլինի վորոնեկի գումարի 0,3 մասը, այսինքն՝ $1,3x = 520$ ուրբի, վորտեղ X-ն անհայտ գումարն է.

$$x = \frac{520}{1,3} = \frac{5200}{13} = 400 \text{ ուրբի}$$

Այս ա) և բ) խնդիրների մեջ տված էին՝ 1) ժամանակը, 2) տոկոսը, 3) շահը կամ աճեցրած գումարը: Պահանջվում էր հաշվել սկզբնական գրամագուլիսը:

Վիսողություն. Յերկու խնդիրները լուծելիս անհրաժեշտ է լինում ժամանակն արտահայտել ամիսներով և ուրբերով, ընդունված է տարին հաշվել 360 ուրբ, իսկ ամիսը՝ 30 ուրբ:

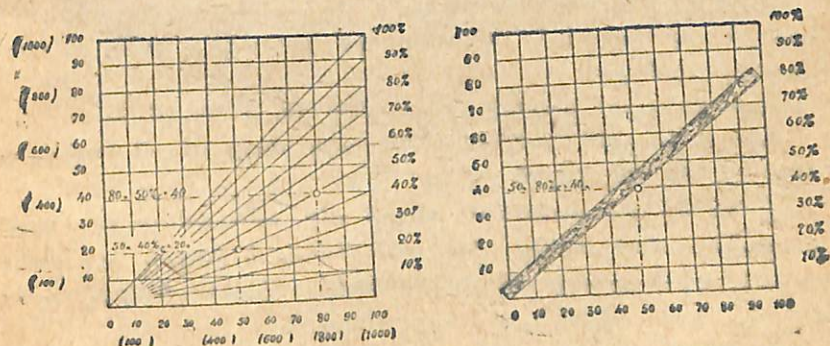
§ 7. Տոկոսների հաշվարկի գրաքիկը

Տոկոսների վերաբերյալ խնդիրները կարելի է լուծել՝ ոգտվելով նաև գրաքիկից: 6-րդ գծագրի վրա ցույց է տրված, թե ինչպես պետք է դառնել տված թվի տոկոսը: Այդ գրաքիկով տոկոսը վորոշելու համար անհրաժեշտ է վորոշել, թե 0 կետը տոկոսների թիվը ցույց տվող (աջ կողմում, վերջին ուղղաձիգ գծի վրա) կետի հետ միացնող ուղիղը վճիռ կետում է հատվում տված թվին համապատասխանող ուղղաձիգ գծի հետ (տված թիվը պետք է կարգավ հորիզոնական գծի վրա), ապա այդ կետի հորիզոնական ուղղությամբ տեղափոխվել մինչև առաջին ուղղաձիգ գիծն ու նրա վրա կարգավ վորոնեկի թիվը: Որինակ՝ այդ գրաքիկով պետք է վորոշել, թե ինչն է հավասար 50 ուրբում 40%-ը: Պատասխան՝ 20 ուրբի: Լուծումը ցույց է տրված սլաքով: Նույն ձևով վորոշվում է, վոր 80 ուրբում 50%-ը հավասար է 40 ուրբում:

Նույն ձևով անց են կացնում գծեր՝ 10% , 20% և այլն մինչև 100% հաշվելու համար:

Վորպեսզի մեր գրաքիկը հնարավորություն տա վորոշելու 100-ից մեծ թվերի տոկոսները, մենք կարող ենք մասշտաբի միավորին առաջ գնալ արժեքները:

7-րդ գծագրի վրա ցույց է տրված, թե ինչպես կարելի է յե գտնել 50 ուրբում 80% -ը, քանոնի ոգնությամբ, առանց գրաքիկի վրա գծեր տանելու:



գծ. 6.

գծ. 7.

§ 1. Բանաձևվեր (Փորձույններ)

Մենք մի քանի անգամ ոգտվեցինք տառա-
յին արտահայտություններով: Այժմ ցույց
տանք, թե մաթեմատիկայի մեջ խնդիրներ
լուծելիս, տառային արտահայտություններն ինչպես են ոգտա-
գործում:

1. Լուծենք հետևյալ խնդիրները.

1) Ապրանքի 1 մ-ը արժե 10 ու: Գտնենք 7 մ-ի արժեքը:

2) » 1 մ-ը » 5 ու: » 7 մ-ի »

3) » 1 մ-ը » 10 ու: » 8 մ-ի »

4) » 1 մ-ը » 6 ու: » 12 մ-ի »

5) 1 կգ շաքարն արժե 2 ու: Գտնենք 4 կգ-ի արժեքը:

6) Ապրանքի 1 միավորն արժե a ուրբի: Գտնենք b միա-

վորի արժեքը:

Լուծում.

1) $10 \cdot 7 = 70$ ուրբի

2) $5 \cdot 7 = 35$ ուրբի

3) $10 \cdot 8 = 80$ ուրբի

4) $6 \cdot 12 = 72$ ուրբի

5) $2 \cdot 4 = 8$ ուրբի

Եւրդ խնդրի լուծումը գրառում ենք այսպես՝

$$a \cdot b = c$$

Այստեղ a-ն նշանակում է մի վորևե ապրանքի չափի մեկ
միավորի արժեքը, b-ն՝ միավորների քանակը և c-ն՝ ամբողջ
ապրանքի արժեքը:

a-ի փոխարեն կարելի չէ վերցնել 10, 5, 10, 6, 2:

b-ի փոխարեն՝ 7, 7, 8, 12, 4. այդ դեպքում c-ն հավասար
կլինի՝ 70, 35, 80, 72, 8:

Ամեն մի թվաբանական խնդրի մեջ անհրաժեշտ է լինում
զանազանել տված թվերը, վորոնելի թվերը և խնդրի պայման-
ների մեջ նշած գրանց առնչությունները: Վորոնելի թիվը գրա-
ռում ենք պատասխանելով խնդրի հարցին:

Լուծելով խնդիրը, մենք գտնում ենք տված և վորոնելի
թվերի առնչությունը և վորոշում ենք այդ առնչության բնույթը:

Դիտենալով տվյալների և արդյունքների առնչությունը,
մենք կդիտենանք, թե խնդիրը լուծելու համար ինչ գործողու-
թյուն, և ինչ կարգով պետք է կատարել:

Որինակի բոլոր խնդիրները լուծվում են միևնույն լեղա-
նակով միևնույն կանոնով. այդ բոլոր խնդիրների մեջ մենք կի-
րառում ենք բաղմապատկման գործողությունը և գտնում ենք
վաճառվող ապրանքի միավորի արժեքի և միավորների թվի ար-
տադրյալը: Վերջը մենք ստացանք բոլոր խնդիրները լուծելու
համար մի ընդհանուր կանոն, վորի համար տվյալ և վորոնելի
մեծությունները նշանակեցինք տառերով:

Մենք լուծեցինք մի ընդհանուր խնդիր, մենք, ինչպես
ասում են, կազմեցինք բոլոր այդպիսի խնդիրները լուծելու
բանաձևը:

Սահմանում. Բանաձևվ է կոչվում այն առահայտու-
թյունը, վոր ցույց է տալիս թե ինչ գործողությունն չեմ ինչ
կարգով պետք է կատարել, վորպեսզի սահմանված ռված հարցի
լուծումը:

2. Լուծումը գրել բանաձևով:

1) Գնացք 4 ժամ գնաց՝ ժամում 35 կմ արագությամբ
և 5 ժամ ել գնաց՝ ժամում 38 կմ արագությամբ: Գտնանք ընդ-
հանուր գնացքի միջին արագությունն այդ ամբողջ ժամանա-
կի ընթացքում:

Լուծում.

$$\text{Միջին արագությունը} = \frac{35 \cdot 4 + 38 \cdot 5}{4 + 5} = \frac{140 + 190}{9} = \frac{330}{9} = \frac{110}{3} = 36 \frac{2}{3} \text{ կմ}$$

2) Յեթե գնացք 3 ժամ շարժվեք՝ ժամում 30 կմ արա-
գությամբ, և 4 ժամ ել՝ ժամում 35 կմ արագությամբ. ապա
գնացքի միջին արագությունը պետք էր հաշվել հետևյալ բա-
նաձևով.

$$\text{Միջին արագությունը} = \frac{30 \cdot 3 + 35 \cdot 4}{3 + 4} \text{ կմ}$$

3) Բոլոր այսպիսի խնդիրները լուծելու տառային բանաձևը կլինի՝

$$v = \frac{at_1 + bt_2}{t_1 + t_2}$$

Վորտիկ a -ն այն կիլոմետրերի թիվն է, վոր գնացքն անցնում է t_1 ժամանակամիջոցի յուրաքանչյուր ժամում, b -ն այն կիլոմետրերի թիվն է, վոր գնացքն անցնում է t_2 ժամանակամիջոցի յուրաքանչյուր ժամում, իսկ v -ն միջին արագությունն է:

1. Բանաձևեր կազմելու և գրելու մեջ միտրինակություն մտցնելու համար, պալմանավորվել են թվերը նշանակել լատինական կամ ֆրանսական այբուբենի տառերով: Այդ տառերի տակ մենք հասկանում ենք խնդրի պայմանները բավարարող ամեն մի թիվ:

§ 2. Տառային նշանակումներ: Պործադրյալների կարգը: Փակագծեր

Այս գլխի վերջում գետեղված է լատինական այբուբենը: Խնդրի պայմանները գրելու և այն լուծելու համար, բացի տառերից, ոգտվում են թվաբանության մեջ ընդունված նշաններով: Թվերի գումարումը նշանակում են $(+)$ նշանով, հանումը՝ $(-)$ նշանով, բազմապատկումը $(\times)$ կամ $(\cdot)$ նշանով, իսկ բաժանումը $(:)$ նշանով, կամ կոտորակի գծով: Բազմապատկման նշանը կարելի է չգրել (տես գլուխ IV, § 1):

2. Գործողությունների կարգի վերաբերյալ գոյություն ունեցող պայմանը նույնն է մնում նաև տառային արտահայտությունների համար: Յեթե բանաձևի մեջ պատահում են միայն մեկ կարգի գործողություններ, ապա այդ գործողությունները կատարում են այն հերթականությամբ, ինչ հերթականությամբ գրված են: Յեթե բանաձևի մեջ պատահում են տարբեր կարգի գործողություններ, ապա առաջին հերթին կատարում են բարձր կարգի գործողությունները:

Այդ կանոններից կատարված ամեն մի շեղում նշանակում են փակագծերով: Յեթե բանաձևի մեջ կան փակագծեր, ապա առաջին հերթին կատարում են փակագծի մեջ նշված գործողությունները:

$(a+b) \cdot m$ բանաձևը ցույց է տալիս, վոր նախ պետք է գրեմք նեղ a և b թվերի գումարը և ապա բազմապատկել այն m թվով: Յեթե բանաձևի մեջ կան տարբեր ձևի փակագծեր՝ $() [] \{ \}$, ապա սովորաբար առաջ կատարում են ներքին փակագծերի մեջ նշված գործողությունները: Փակագծերի փոխարեն բաժանման դեպքում ոգտագործում են նաև կոտորակի գիծը:

$$n = [(a+b):m] \cdot c \text{ և } n \frac{a+b}{m} \cdot c$$

բանաձևերը միևնույն նշանակություն ունեն: Դրանք ցույց են տալիս, վոր a և b թվերի գումարը պետք է բաժանել m -ի վրա և ստացած քանորդը բազմապատկել c -ով:

Դիտողություն. Պետք է լավ հիշել վոր գումարի կամ տարբերության բազմապատկումը միշտ նշանակում են փակագծերով:

$(a+b) \cdot m$ և $(a-b) \cdot m$ արտահայտությունները կարողացվում են այնպես, յերկու թվերի գումարը կամ տարբերությունը պետք է բազմապատկել m թվով:

Յեթե մենք առանց փակագծերի գրեյինք՝ $a+bm$ և $a-bm$ այդ կնշանակեր, վոր a թվին պետք է գումարել կամ այդ թվից պետք է հանել b և m թվերի արտադրյալը:

§ 3. Գործակից: Աստիճան

I. Մաեմատիկում. Տառային արտահայտությունները թվական արագորից կոչվում են գործակից:

Գործակիցը գրվում է մյուս արտահայտիչներից առաջ:

Որինակ. 1) $3a^2b$, 2) $\frac{4}{7}mn$, 3) $0,9ab$:

Գործակիցը կարող է լինել ամբողջ և կոտորակ:

Գործակիցը ցույց է տալիս, թե ինչպես կարելի է յե գումարումը փոխարինել բազմապատկումով:

Որինակ. $a+a+a=3a$:

Այսպիսով գործակիցը կրճատում է գործողության գրությունը:

1. $a+a+a+a=4a$

2. $b+b-c-c-c=b+b-(c+c+c)=2b-3c$

3. $\frac{1}{4}m + \frac{1}{4}m + \frac{1}{4}m = \frac{m}{4} + \frac{m}{4} + \frac{m}{4} = \frac{3m}{4} = \frac{3}{4}m$

$$4. 5a^2 = a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2$$

$$5. \frac{4}{5}ab = \frac{1}{5}ab + \frac{1}{5}ab + \frac{1}{5}ab + \frac{1}{5}ab + \frac{1}{5}ab$$

$$6. 0,3m - 0,2n = 0,1m + 0,1m + 0,1m - 0,1n - 0,1n$$

II. Հավասար արտադրյալների բազմապատկման ժամանակ, ինչպես հայտնի չէ, հնարավոր է գրության վերջ պարզեցում

$$1) 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5, 2) 10 \cdot 10 \cdot 10$$

Այսպիսի արտադրյալների համար գոյություն ունի գրության հեռեկալ ձևը.

$$1) 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4 = 625, 2) 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 1000$$

Հավասար արտադրյալների բազմապատկումը համարվում է հատուկ գործողություն և կոչվում է աստիճան բարձրացնել

Տառային գրության դեպքում մենք ունենք

$$a^n = N$$

բանաձևը:

Այս բանաձևի մեջ a -ն հիմքն է, n -ը՝ a թվի աստիճանի ցուցիչը (աստիճանացույց):

$$1) a^5 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$$

$$2) (ab) \cdot (ab) \cdot (ab) = (ab)^3$$

$$3) (a+b) \cdot (a+b) = (a+b)^2$$

Դիտարկենք. բազմապատկման նշանը կարելի չէ բաց թողնել փակագծի և փակագծեր փոխարինող նշանի առաջ.

§ 4. Ամենագլխա- վոր բանաձևերը

Հաճախ պատահում են հետևյալ առաջին արտահայտությունները կամ բանաձևերը.

$$1. Գումարի բանաձևը՝ $m = a + b$$$

$$2. Ծառերություն բանաձևը՝ $n = a - b$$$

$$3. Արտադրյալի բանաձևը՝ $p = a \cdot b$ կամ $p = ab$$$

$$4. Բաժանորդի բանաձևը՝ $q = a : b = \frac{a}{b}$$$

$$5. Հավասարության բանաձևը՝ $a = b$$$

$$6. Անհավասարության բանաձևը՝ $a > b$$$

Տառերի ու նշանների դասական կոմբինացիաները կազմում

են ուրիշ, ափսիս բարդ բանաձևեր:

$$7. Զույգ թվի բանաձևը՝ $k = 2n$$$

n -ի փոխարեն կարելի չէ վերցնել ամեն մի ամբողջ թիվ, օգտած գերուկից: Կատանանք դույզ թվերի շարքը՝ 0, 2, 4, 6, ...

$$8. Կենտ թվի բանաձևը՝ $l = 2n + 1$ կամ $l = 2n - 1$:$$

$$9. n$$
-ի վրա բաժանվող թվի բանաձևը՝ $x = n \cdot a$

$$10. Միացորդով բաժանման բանաձևը՝ $\frac{a}{b} = q + \frac{r}{b}$$$

11. Յերկնիչ թվի բանաձևը՝ $m = 10a + b$. այստեղ a -ն տասնավորների թիվն է, իսկ b -ն՝ միավորների թիվը:

§ 5. Բանաձևերի թվական արժեք- ները

Սահմանում. Բանաձևի թվական արժեքը կոչվում է այն թիվը, ժողովրդ կտալով, յեթե բանաձևի մեջ աստիճանի տեղը դնենք նշանց համապատասխան թվական արժեքները և կատարենք բանաձևում նշված գործողությունները պաշտոնապես կարգով:

1. Վերցնենք ուղանկյան մակերեսի բանաձևը՝ $s = ah$. Այս բանաձևի մեջ s -ը նշանակում է մակերեսի քառակուսի միավորների թիվը, a -ն՝ հիմքի չորսկարգության միավորների թիվը և h -ը՝ բարձրության չորսկարգության միավորների թիվը:

Հաշվենք մակերեսի արժեքը, յերբ $a = 5$ սմ և $h = 8$ սմ:

$$s = 5 \cdot 8 = 40 \text{ քառ. սմ}$$

Նույնպես, յերբ $a = 2,4$ մ և $h = 0,8$ մ, կստանանք՝

$$s = 2,4 \cdot 0,8 = 1,92 \text{ քառ. մ}$$

$$2. Հաշվել $a^2 + b^2$, յերբ $a = 3$ և $b = 5$:$$

$$\text{Կուժում. } a^2 + b^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 36:$$

Ուղղանկյուն մակերեսի բանաձևը՝

$$s = ah$$

Այս բանաձևով կարող ենք լուծել այսպիսի խնդիրներ:

I. Գտնել մակերեսը, յերբ տված են հիմքն

և բարձրությունը:

II. Գտնել բարձրությունը, յերբ տված են հիմքն ու մա-
կերեսը:

• Գտնել հիմքը, յերբ տված են բարձրությունն ու մահերեսը:
Լուծում.

I. $s = ah$

II. $h = \frac{s}{a}$

III. $a = \frac{s}{h}$

Յերկրորդ և յերրորդ լուծումը վերածվում է բաժանման միջոցով արտադրիչներից մեկի գտնելուն, յերբ տված են արտադրյալն ու մյուս արտադրիչը:

Ստուգենք այս լուծումները թվերով: Դիցուք $a=5$, $h=8$ և $s=45$:

I. $40=5 \cdot 8$, II. $8=\frac{40}{5}$, III. $5=\frac{40}{8}$

Նույն ձևով, ոգտվելով գործողությունների որոշմանից ու գործողությունների տվյալների և արդյունքների միջև լիզած առնչություններից, մենք կարող ենք գտնել մեծությունը և ավելի բարդ բանաձևերից:

§ 7. Նկարի պայմաններով բանաձևով կազմելը

Խնդրի լուծման համար բանաձև կազմելիս ոգտակար է պահպանել հետևյալ կարգը.

I. Կարդալ պայմանները:

II. Տալ խնդրի տվյալներին և արդյունք-

ներին տառային նշանակումներ:

Դիտողություն. Տվյալ մեծությունները սովորաբար նշանակում են բառնական այբուբենի տառերով՝ a, b, c, d... իսկ գործնելի մեծությունները, վերջին տառերով՝ x, y, z, և...

III. Բարդ խնդիրը վերածել ավելի պարզ խնդիրների,

IV. Վերջին, թե ինչ գործողություններ են վճարում յուրաքանչյուր պարզ խնդիրը:

V. Դրի առնել պայմաններն ընդունած տառային նշանակումներով:

VI. Բանաձևից գտնել վորոնելի մեծությունը:

Լուծենք խնդրի պայմաններով բանաձև կազմելու վերաբերյալ մի որինակ:

I. Ավտոմոբիլը մեկ օրում անցնում է վորոշ ճանապարհ: Մի այլ ավտոմոբիլ մեկ օրում անցնում է մի քանի կիլոմետրով պակաս: Վերջին յերկրորդ ավտոմոբիլի մեկ օրում անցած ճանապարհը:

Լուծում.

II. Առաջին ավտոյի անցած ճանապարհը նշանակենք a տառով (տված մեծությունը), իսկ յերկրորդ ավտոյի անցած ճանապարհը՝ x տառով (վորոնելի մեծությունը):

Առաջին ավտոմոբիլը b կիլոմետր ավելի յե անցնում յերկրորդից (b-ն տված մեծություն է):

III. Խնդիրը պարզ է, լուծվում է մեկ գործողությամբ:

IV. Խնդիրը լուծվում է գումարումով:

V. Դրենք պայմանը՝ $a=b+x$:

VI. Բանաձևից գտնենք x-ը: Տված է a գումարն ու b գումարելին. պետք է գտնել x գումարելին.

$x=a-b$

Ա Ս Տ Ի Ն Ա Կ Ա Ն Ա Յ Բ Ո Ի Բ Ե Ն

Տպագիր տառեր		Տառերի անունը	Տպագիր տառեր		Տառերի անունը
A a	A a	ա	N n	N n	են
B b	B d	բե	O o	O o	"
C c	C c	ցե	P p	P p	պե
D d	D b	դե	Q q	Q q	կու
E e	E e	ե	R r	R r	ռե
F f	F f	եֆ	S s	S s	ես
G g	G g	ժե	T t	T t	տե
H h	H h	աշ	U u	U u	ու
I i	I i	ի	V v	V v	վե
J j	J j	յոտ	W w	W w	դուրվե
K k	K k	կա	X x	X x	իքս
L l	L l	ել	Y y	Y y	իգրեկ
M m	M m	եմ	Z z	Z z	զեզ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

I. Թվերի գումարյունը յեվ ընթերցումը

1. Ներածություն	5
2. Թվերի բնական շարքը	5
3. Բանավոր հաշիվ և հաշվելու տասնորդական սխառնումը	6
4. Թվարկություն	8
5. Հոտմեական թվանշաններ	10

II. Չափեր: Չափերի մեծրական սխառնումը

1. Մեծությունները և նրանց չափումը	11
2. Չափերի մեծրական սխառնումը	11
3. Միավորների նշանակումը	12

III. Ամբողջ թվերի գումարումը յեվ հանումը

1. Գումարում	14
2. Գումարման միջոցով լուծվող խնդիրներ	14
3. Գումարման որենքները	15
4. Ինչպես պետք է գումարն ավելացնել	17
5. Ամբողջ թվերի գումարումը	18
6. Հանում	19
7. Գումարումը և հանումը փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններ են	20
8. Հանման գործողությամբ լուծվող խնդիրներ	21
9. Գումարի փոփոխությունը	22
10. Տարբերության փոփոխությունը	24
11. Գումարի հանումը: Տարբերության գումարումը և հանումը	25
12. Ամբողջ թվերի հանումը	27
13. Գումարման ստուգումը	28
14. Հանման ստուգումը	29
15. Հանումը լրացումով	30
16. Թվերի կտրացումը	31

IV. Ամբողջ թվերի բազմապատկումը յեվ բաժանումը

1. Բազմապատկում	33
2. Բազմապատկումով լուծվող խնդիրներ	34
3. Բազմապատկման որենքները	35
4. Բազմապատկում արտադրյալով և արտադրյալի բազմապատկումը	37
5. Գումարի և տարբերության բազմապատկումը	38
6. Արտադրյալի փոփոխությունն արտադրիչների փոփոխության հետևանքով	39
7. Բազմապատկում մեկ իմաստովոր թվանշան ունեցող թվով	40
8. Ջերոյով վերջացող թվերի բազմապատկումը	41
9. Բազմանիշ թվերի բազմապատկումը	41
10. Հասկացողություն շատիճանի մասին	43
11. Բաժանում	43
12. Բազմապատկումը և բաժանումը փոխադարձաբար հակադարձ գործողություններ են	45
13. Տարբեր աստիճանի գործողություններ	46
14. Բաժանման գործողությամբ լուծվող խնդիրներ	47
15. Բազմապատկման և բաժանման դեպքում ավյալների և արդյունքների կախումը	49
16. Բազմապատկման և բաժանման ստուգումը	51
17. Գանորդի փոփոխությունը	51
18. Արտադրյալի և գումարի բաժանումը	53
19. Բաժանում միավորով և զերոներով արտահայտվող թվերի վրա	55
20. Ջերոյով վերջացող թվերի բաժանումը	56
21. Բաժանման այն դեպքը, յերբ քանորդը միանիշ թիվ է	56
22. Մնացորդով բաժանում	58
23. Մնացորդի փոփոխությունը	60
24. Բաժանման այդ դեպքը, յերբ քանորդը բազմանիշ թիվ է	60

V. Գործողությունների կարգը: Փակագծեր

1. Միևնույն աստիճանի գործողությունների կարգը	62
2. Տարբեր աստիճանի գործողությունների կարգը	63

VI. Թվերի բաժանականությունը

1. Թվերի բաժանականությունը	64
2. Գումարի հատկությունները, վորոնց վրա հիմնված է բաժանականության հատկանիշների արտածումը	65

§	3. 10-ի, 100-ի, 1000-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանա- կանության հատկանիշները	66
§	4. 2-ի և 5-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանակոտորակի հատկանիշները	66
§	5. 4-ի և 25-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հատկանիշները	67
§	6. 8-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հատ- կանիշները	68
§	7. 9-ի և 3-ի վրա բաժանվող թվերի բաժանականության հատկանիշները	68
§	8. Պարզ և բարդ թվեր	70
§	9. Թվերի վերածումը պարզ արտադրիչների	71
§	10. Ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը	73
§	11. Հասկացողութուն ամենափոքր բազմապատիկի մասին	75
§	12. Ամենափոքր բազմապատիկը գտնելու յերեք դեպքերը	76
§	13. Բարդ թվերի վրա բաժանվող թվերի բաժանականու- թյան հատկանիշները	78

VII. Հասարակ կոսորակների ընդհանուր հատկանիշները

§	1. Միավորի մասերը, կոտորակային թվեր	79
§	2. Կոտորակն իբրև յերկու թվերի հարաբերություն	83
§	3. Կանոնավոր և անկանոն կոտորակներ: Ոտուր թվեր	84
§	4. Ամբողջ և խառը թիվն անկանոն կոտորակ վարձնելը	86
§	5. Անկանոն կոտորակից ամբողջներ անջատելը	87
§	6. Հավասար համարիչ կամ հայտարար ունեցող կոտորակ- ների մեծությունների բաղդատումը	88
§	7. Կոտորակի փոփոխությունը համարիչի և հայտարարի փոփոխման հետևանքով	90
§	8. Կոտորակի գլխավոր հատկությունը	92
§	9. Կոտորակի կրճատումը	94
§	10. Կոտորակներն ընդհանուր հայտարարի բերելը	95
§	11. Կոտորակի մեծություն փոփոխվելը համարչին և հայ- տարարին միեմուն զուգարեկներն ավելացնելու դեպ- քում	96

VIII. Կոտորակների գումարումը յեվ հանումը

§	1. Նույն հայտարարն ունեցող կոտորակների գումարումը և հանումը	98
§	2. Տարբեր հայտարարներ ունեցող կոտորակների գումար- ումը և հանումը	98
§	3. Ոտուր թվերի գումարումը և հանումը	100

IX. Տված թվի մասը յեվ տված մասով թիվը գտնելը

§	1. Տված թվի մասը գտնելը	102
§	2. Գտնել թիվը յերբ տրված է նրա մասը	104
§	3. Թվի գտնելը, յերբ հայտնի չէ նրա մասը՝ արտահայտ- ված վորեւ կոտորակով	105

X. Հասարակ կոտորակների բազմապատկումը

§	1. Կոտորակի բազմապատկումն ամբողջ թվով	106
§	2. Ինչպիսի խոդիրներ են լուծվում կոտորակով բազմա- պատկելիս	108
§	3. Բազմապատկում կոտորակով	109

XI. Հասարակ կոտորակների բաժանումը

§	1. Փոխադարձաբար հակադարձ թվեր	111
§	2. Բաժանում կոտորակի վրա	112
§	3. Ամեն տեսակ ամբողջ և կոտորակային թվերի բաժա- նումը	114
§	4. Բաժանման միջոցով լուծվող խոդիրներ	115
§	5. Ամբողջ թվերի գումարման և բազմապատկման որենք- ները վերաբերում են նաև կոտորակային թվերին	117
§	6. Կոտորակային թվերով հաշվելու մի ավելի բարդ որե- նակ	117

XII. Տասնորդական կոտորակներ

§	1. Տասնորդական կոտորակների կարգաւ ու գրելը	118
§	2. Տասնորդական կոտորակն իբրև հասարակ կոտորակ	121
§	3. Տասնորդական կոտորակների մեծությունների բաղդատումը և տասնորդական կոտորակներով արտահայտված թվե- րի կլորացումը	122
§	4. Տասնորդական կոտորակներն ընդհանուր հայտարարի բերելը և տասնորդական կոտորակների կրճատումը	123
§	5. Տասնորդական կոտորակների գումարումը և հանումը	125
§	6. Տասնորդական կոտորակների բազմապատկումը	126
§	7. Տասնորդական կոտորակների բաժանումը	130

XIII. Միասեղ գործողություններ հասարակ յեվ տասնորդական կոտորակներով

§	1. Տասնորդական կոտորակը հասարակ կոտորակ դանձնելը	133
§	2. Հասարակ կոտորակը տասնորդական դարձնելը	133

3.	Անվերջ տասնորդական կոտորակների մասին	134
4.	Միատեղ հաշվումներ հասարակ ու տասնորդական կոտորակներով	139

XIV. Հարաբերություններ յեվ համեմատություններ

1.	Թվերի բաղդատման յերկու յեղանակ	141
2.	Գանորդական հարաբերություն	142
3.	Գանորդական հարաբերության գլխավոր հատկությունը	143
4.	Հարաբերության անհայտ անդամը գտնելը	145
5.	Կրճատումներ՝ հարաբերությունները հաշվելիս և կոտորակային թվերի հարաբերության փոխարինումը ամբողջ թվերի հարաբերությամբ	145
6.	Հասկացողություն համեմատության մասին	146
7.	Համեմատության հիմնական հատկությունը	147
8.	Տված թվերից համեմատությունը կազմելը	148
9.	Համեմատության անդամների տեղերը փոխելը	149
10.	Համեմատության անհայտ անդամը գտնելը	151
11.	Չորրորդ համեմատականը գտնելը	152

XV. Ուղիղ յեվ հակադարձ համեմատականություն:

Հասկացողություն միջին քվադրանականի մասին

1.	Հաստատուն և փոփոխական մեծությունների մասին	153
2.	Ուղիղ համեմատական մեծություններ	155
3.	Համեմատությունների կերպումը խնդիրներ լուծելիս	158
4.	Հակադարձ համեմատական մեծություններ	159
5.	Խնդիրների լուծումը միավորի վերածելու յեղանակով	163
6.	Համեմատական բաժանում	164
7.	Միջանի թվերի միջին թվաբանականը	171

XVI. Տոկոսներ

1.	Հասկացողություն տոկոսների մասին	174
2.	Կոտորակային արտահայտության փոխարինումը տոկոսային արտահայտությամբ	174
3.	Թվի տոկոսը գտնելը	175
4.	Թիվը իր տոկոսներով արտահայտված մասի ոգնությամբ գտնելը	176
5.	Յերկու թվերի հարաբերությունը՝ արտահայտված տոկոսներով	178
6.	Դրամական հաշվարկների վերաբերյալ խնդիրներ	180
7.	Տոկոսները հաշվելու գրաֆիկը	183

XVII. Բանաձևեր յեվ հաշվումներ բանաձևերով

1.	Բանաձևեր (Ֆորմուլներ)	184
2.	Տառային նշանակումներ՝ Գործողությունների կարգը՝ ֆակտոր	186
3.	Գործակից՝ Աստիճան	187
4.	Ամենագլխավոր բանաձևերը	188
5.	Բանաձևերի թվական արժեքները	189
6.	Բանաձևով փոքրե մեծություն վերադառնալ, կախված մյուս մեծություններից	189
7.	Խնդրի պայմաններով բանաձև կազմելը	190
	Հասկանալի ալյուրեն	191

ՀՀ Ազգային գրադարան



NL0242900

678

ԳԻՆԸ 1 Ռ. 40 Կ.



И. ПОПОВ
Арифметика

Учебник для V и VI кл. средней школы
Гиз ССР Армении, Ереван, 1986 г.