



Հայկական գիտահետազոտական հանգույց
Armenian Research & Academic Repository



Սույն աշխատանքն արտոնագրված է «Մտեղծագործական համայնքներ
ոչ առևտրային իրավասություն 3.0» արտոնագրով

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial
3.0 Unported (CC BY-NC 3.0) license.

Դու կարող ես.

պատճենել և տարածել նյութը ցանկացած ձևաչափով կամ կրիչով
ձևափոխել կամ օգտագործել առկա նյութը ստեղծելու համար նորը

You are free to:

Share — copy and redistribute the material in any medium or format

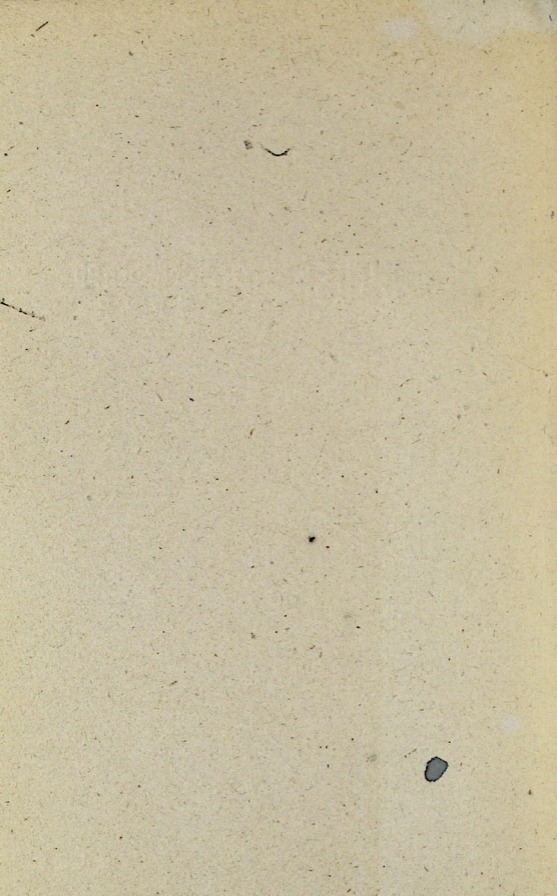
Adapt — remix, transform, and build upon the material

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ԱԾԽԱՏԱՆՔԻ
Գ Ի Ր Ք

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԴՊՐՈՑԻ 7-ԴԴ ԽՄԲԻ ՀԱՄԱՐ

Պ Ր Ա Կ Ա

Հանրահաճիվ





ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ
Գ Ի Ր Ք

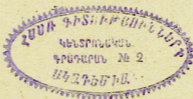
ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԴՊՐՈՑԻ 7-ՐԴ ԽՄԲԻ ՀԱՄԱՐ

ՊՐԱԿ Ա.

Հ ա ն ռ ա հ ա չ ի վ

18750
A 23975
II

Կազմեցին՝ Ա.ՐԱ. ԽԱՆՋՅԱՆ
Վ.ՐՈՒՅՐ ԹՈՐԳՈՄՅԱՆ



Պետրոսի տղարան

Գրավիտ. 1975 (թ)

Հրատ. № 2406

Պատվեր 8255

Տպում-12,000

Ա Ռ Ա Ջ Ա Բ Ա Ն

Ուսման 7-րդ տարվա աշխատանքի այս գիրքը կազմված է շատ շատ, այդ պատճառով էլ իր կառուցվածքով շատ էի զանազանվում մինչև որս գոյություն ունեցող դասագրքերից:

Կազմողներն աշխատել են 7-րդ խմբի ծրագրի սահմաններում առ մաթեմատիկայի սխտեմատիկ դասընթաց: Նպատակահարմար համարվեց՝ հանրահաշիվն ու յերկրաչափությունը (ներառյալ լեռանկյուղաչափությունը) առ ատանձին գրքերով: Այդպիսով հանրահաշիվի ու յերկրաչափության նյութերը դասավորվում են զուգահեռաբար, և յուրաքանչյուր գիրքի այս կամ այն նյութն ուղտադործվում է մյուս գրքի համապատասխան նյութի հետ:

Այժմ պահանջվում է առ մաթեմատիկայի սխտեմատիկ կուրս՝ ատանց զոնկու. նրա տեսական մասը գործնականին: Կազմողները հաշիվ յեն ասել նաև այդ հանրահաշիվի աշխատանքի գրքում տեսական մասը արված է շատ սեղմ. սակայն նրա խնդիրները դասավորված են այնպես, զոր այդ տեսությունն աստիճանաբար լրանում, ամբողջանում է:

Այս գրքի նյութերն ընտրվել են և համապատասխան փոփոխություններով թագմանով և հասկալ գրքերից.

1. Березанская и др., — „Математика для 7-го года обуч.“

Այս գրքի նյութերն ուղտադործվել են գլխավորապես յերկրաչափության համար:

2. Гуревич, Минорский и др., — „Практическое руководство по математике“. — Այս գիրքն ուղտադործվել է բացառապես հանրահաշիվի համար:

3. Филипс и Фишер — „Геометрия“.

4. Рыбкин — „Сборник геометрических задач на вычисления“, և մի շարք այլ գրքեր:

ԿԱԶՄՈՂՆԵՐ

ԳԼՈՒԽ ԱՌԱՋԻՆ

ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՆՈՒՅՆԱԿԱՆ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

§ 1. Նույնական արտահայտություններ

Գազմեցեք հետևյալ խնդրի լուծման ընդհանուր բանաձևը.

Պորանարդ ձև-ունեցող անոթի կողմը a սմ է. նրա մեջ լցված է

$d \frac{hr}{ud^3}$ խտությամբ հեղուկը: Այդ անոթից վերցրել են նախ k գր., ապա l գր. հեղուկ: Վորոշել մնացած հեղուկի ծավալը:

Լուծում. — Անոթի ծավալը հավասար է a^3 սմ³: Այդ անոթից վերցրել են ընդամենը $k+l$ գր. հեղուկ, վորի ծավալը հավասար է $\frac{k+l}{d}$

(Ինչու), ուստի մնացած մասի ծավալը d կլինի՝

$$a^3 - \frac{k+l}{d}, \text{ --- --- --- (1)}$$

Ստիպյալ կարելի է յեր այս խնդիրը լուծել և այլ կերպ: Գտնելով մարմնի a^3 ծավալը, կարող ենք բազմապատկել այն d -ով. այսպիսով կստանանք ամբողջ հեղուկի կշիռը (a^3d). ապա նրանից կհանենք նախ a գր., ապա l գր.: Այսպիսով կստանանք մնացած մասի կշիռը: Իսկ յեթե այդ կշիռը բաժանենք d խտության վրա, կստանանք մնացած մասի ծավալը, վոր հավասար է՝

$$\frac{a^3d - k - l}{d} \text{ --- --- --- (2)}$$

Ակներև է, վոր (1) և (2) բանաձևերը տառերի այս կամ այն արժեքների համար տալիս են միևնույն արդյունքը, չնայած վոր դործողութայունների թիվը և նրանց հաջորդականությունը չերկու բանաձևերում տարբեր են:

Այն չերկու հանրահաշվական արտահայտությունները, վորոնք ունեն հավասար արժեքներ, տառերի ամեն մի արժեքի գեպքը, կոչվում են նույնաբար հավասար արտահայտություններ և այդ չերկու արտահայտությունների՝ մեկից մյուսն ստանալու գործողությունը կոչ-

ճշումն է նույնական ձևափոխություն: Այսպիսով (2) և (1) արտահայտությունները նույնաբար հավասար են՝

$$a \cdot \frac{k+1}{d} = \frac{a^2 d - k - 1}{d}$$

Այս հավասարությունը նիստ է՝ իր մեջ լեզած տառերի բոլոր արժեքների համար: Այսպիսի հավասարությունները կոչվում են նույնաբայություններ: Հիշեցնեք, Վոր հավասարումն այն հավասարությունն է, վոր նիստն է տառերի միայն վորոշ արժեքների համար:

Գործողությունների հատկությունն արտահայտող ամեն մի հավասարություն նույնությունն է: Որինակ՝

$$\begin{aligned} a - (b + c) &= a - b - c \\ (a + b) \cdot k &= ak + bk \\ \frac{a-b}{c} &= \frac{a}{c} - \frac{b}{c} \text{ և այլն:} \end{aligned}$$

1. Խնդիր. — Գործարանում կա Ձ բանվոր: Նրանցից յուրաքանչյուրը ստանում է Ծ ուրլի: Ինչքան կատանա ամեն մի բանվոր, յեթե աշխատավարձի ընդհանուր գումարն ավելացնեն և Ը ուրլով:

Լուծեք խնդիրն ընդհանուր ձևով (յերկու լեզանակով): Այդ լուծումների հիման վրա ցույց տվեք, Վոր՝

$\frac{ab+c}{a} = b + \frac{c}{a}$ (նույնաբար) ցույց տվեք այդ արտահայտությունների նույնաբար հավասար լինելը՝ յեկնելով գործողությունների հատկությունից:

Ցույց տվեք հետևյալ նույնությունների ճշտությունը՝ տառերի յշված արժեքների համար.

- | | |
|--|---|
| 2. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ | } յեթե $a=5, b=2$ և $a=\frac{3}{4}, b=\frac{1}{3}$ |
| $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ | |
| 3. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ | } յեթե $a=8, b=5$. |
| 4. $(ab)^2 = a^2 b^2$ | } յեթե $a=5, b=2$. |
| 5. $(cd)^2 = c^2 d^2$ | } յեթե $ca=2, d=3$. |
| 6. $\left(\frac{R}{l}\right)^2 = \frac{R^2}{l^2}$ | } յեթե $R=6, l=3$. |
| 7. $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{ac}{b}$ | } յեթե $a=10, b=5; c=3$. |
| 8. $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + ab + b^2} = a - b$ | } յեթե $a=6, b=5$; } յեթե $a=4, b=2$. |
| 9. $\frac{a^3 + b^3}{(a+b)^2} + \frac{3ab}{a+b} = a + b$ | } յեթե $a=5, b=11$; } յեթե $a=2, b=3$. |

$$10. \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab} = 4 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ի՞նչ է } a=5, b=3. \\ \text{ի՞նչ է } a=2\frac{1}{2}, b=\frac{3}{4}. \end{array} \right\}$$

$$11. \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{a^2 + b^2} = 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ի՞նչ է } a=5, b=3; \\ \text{ի՞նչ է } a=7, b=1; \\ \text{ի՞նչ է } a=\frac{2}{3}, b=\frac{1}{2}. \end{array} \right.$$

$$12. \frac{a^3 + b^3}{2(a+b)} + \frac{a^3 - b^3}{2(a-b)} = a^2 + b^2 \quad \text{ի՞նչ է } a=3, b=2.$$

§ 2. Արտահայտւոյն ձեւափոխւոյն ցեղեկութիւնը.

Գործնական աշխատանքների ժամանակ շատ կարևոր է դիտենալ թե՛ ինչպէս պետք մի բանաձև փոխարինել մի այլ բանաձևով, վերոյհետև այդպիսով կարող ենք հեշտացնել հաշվումները, Հանրահաշիվական վերևի բանաձևի փոխարինումը մի ուրիշով՝ կոչվում է արտահայտութիւն ձևափոխութիւն (նույնական): Վերցնենք, որինակ, հետևյալ նույնութիւնը՝

$$(a+b) \cdot k = ak + bk$$

Յեթե $a=18, b=12, k=7$, ապա հաշվումը չափազանց հեշտ է կատարել հալմասարութիւն ձևի կողմի արտահայտութիւնով: Յերբ $a=20, b=9, k=7$, ապա դրութիւնը բոլորովին փոխվում է, այժմ այնպիսի հեշտ է գործողութիւնը կատարել ալ կողմով:

$$\begin{array}{l} \text{ա) } (18+12) \cdot 7 = 30 \cdot 7 = 210 \\ \quad 18 \cdot 7 + 12 \cdot 7 = 126 + 84 = 210 \end{array} \quad \left\{ \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{բ) } (20+9) \cdot 7 = 29 \cdot 7 = 203 \\ \quad 20 \cdot 7 + 9 \cdot 7 = 140 + 63 = 203 \end{array} \quad \left\{ \right.$$

Ավելի ակնբախ է ձևափոխութիւն նպատակահարմարութիւն 8-րդ խնդրի մեջ: Այստեղ 9 գործողութիւն պարունակող բանաձև փոխարինվում է մեկ գործողութիւն պարունակող բանաձևով:

Վերցնենք՝

$$\frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{a^2 + b^2}$$

արտահայտութիւնը: Դիցուք, անհրաժեշտ է հաշիվել այդ արտահայտութիւն արժեքը, յերբ $a=16,73$ և $b=11,51$, Դրա համար անհրաժեշտ է կատարել 9 դժվարին գործողութիւններ: 11-րդ խնդրից համոզվեցիք, վոր այդ արտահայտութիւնը a -ի և b -ի բոլոր արժեքների համար հալմասար է 2-ի: Ուստի այդ դժվարին գործողութիւնները կատարելը բոլորովին էլ իմաստ չունի: Դրա համար անհրաժեշտ է դիտենալ, թե՛ տված արտահայտութիւնն ինչպէս պետք է ձևափոխել:

Բարդ արտահայտութիւններէ. ձևափոխութիւնն ավելի պարզ արտահայտութիւններէ—հանրահաշիվի մեջ ուսումնասիրվող հիմնական հարցերից մեկն է:

Հանրահաշիվի միշտ հարցը հավասարումներէ լուծումն է: Սակայն հավասարումները լուծելիս ել անհրաժեշտ է լինում ձևափոխել այս կամ այն արտահայտութիւնը:

Արտահայտութիւններէ ձևափոխութիւնները հիմնոված են հանրահաշիվական դրժողութիւններէ հատկութիւններէ վրա:

Ինք. արդեն ծանոթ էք արտահայտութիւններէ բազմաթիվ ձևափոխութիւններին, ինչպէս որինակ՝ անդամներէ միացմանը, կրճատ բազմապատկման բանաձևերին, փակադժերի հետ կատարվող դրժողութիւններին և այլն:

Հավասարումներ լուծելիս և կոտորակային արտահայտութիւնները ձևափոխելիս (նաև կոտորակների չորս դրժողութիւններէ ժամանակ), շատ անհրաժեշտ է գիտենալ հանրահաշիվական արտահայտութիւններն արտադրիչների վերածելու չեղանակները: Այդ նույնական ձևափոխութիւնն չափազանց կարևոր լինելու պատճառով, մանրամասն կանդ առնենք նրա վրա:

§ 4. Հանրահաշիվական արտահայտություններն արտադրիչների վերածելը.

Ինչպէս թվերը, նույնպէս և հանրահաշիվական արտահայտութիւնները լինում են՝ պարզ և բարդ:

Այսպէս, որինակ՝

$$a; a+b; a-b; a^2+b^2; a^2+ab+ab^2; a^2-ab+ab^2$$

արտահայտութիւնները բաժանվում են միայն իրենց և մեկի վրա. նրանցից և վե՛ջ մեկն ուրիշ վորե՛ս հանրահաշիվական արտահայտութիւն վրա չի բաժանվում: Ուստի դրանք պարզ հանրահաշիվական արտահայտութիւններ են:

Իսկ հետևյալ արտահայտութիւնները՝

$$ab, a^3, abc, 2ac, a^2-b^2$$

ակներև է, վոր ունեն ուրիշ բազմապատկիչներ և կոչվում են բարդ արտահայտութիւններ: Ծանոթանանք հանրահաշիվական արտահայտութիւններն արտադրիչների վերածելու հետևյալ չեղանակներին:

§ 5. Ընդհանուր արտադրիչը փակագծից դուրս բերելը.

Այդ չեղանակը հիմնոված է բազմապատկման գործողութիւնն բաշխման որենքի վրա: Բանի վոր՝

$$\begin{aligned} & a \cdot (b+c) = ab+ac \\ \text{այսպէ՛ս,} & \\ & ab+ac = a(b+c) \end{aligned}$$

Յեզրակացորյուն. բազմանգամանու բոլոր անդամների ընդհանուր բազմապատկիչը կարելի յե դուրս բերել փակագծից.

Որինակ՝ $6a - 4ab + 2ac$. Այս բազմանդամանու բոլոր անդամներն ունեն $2a$ բազմապատկիչը, ուստի կարող ենք գրել՝

$$4a - 4ab + 2ac = 2a(3 - 2b + c) \quad [\text{ստուգել}]$$

Հետևյալ արտահայտությունները վերածել արտադրիչների (և ստուգել բազմապատկումով).

13. 1) $5a + 5b$; 2) $4a - 4x$; 3) $7x - 7y$ 4) $ac - cd$.

14. 1) $3c - 3$; 2) $bx - x$; 3) $x^2 - x$; 4) $x^3 - x^2y$.

15. 1) $6ax - 2ay$; 2) $3abc + 3abd$; 3) $4xy - 6xz$.

16. 1) $24a^3 + 18a^2b$; 2) $48xy - 28xy^2$; 3) $95ac - 190a$; 4) $333a^4b - 555ab$.

17. $mx - nx + px$.

18. 1) $8abx - 6acy + 10bc$; 2) $9abx - 12aby - 3ab$; 3) $-14xy - 21yz - 28y$.

19. 1) $60x^2y^8 - 30x^5y^5 + 24y^{10}$; 2) $26a^3b^{10} - 39a^5b^3 - 130a^7b^6$; 3) $-7x^6y^3 - 14x^7y^2 + 7x^8y$.

20. $ax + bx - cx + dx$.

21. 1) $12ax^2 - 9abx + 15b^2x - 30x$; 2) $3a^5b^4 - 12a^6b^5 - 25a^7b^6 - 36a^8b^7$.

22. 1) $23x^6y^8 - 49x^4y^7 - 21x^3y^9 - 7xy^{10}$; 2) $-39a^7x^2 + 13a^8x^2 + 26a^9x - 13a^{10}$.

23. 1) $4,8a^2x - 5,4bx^2$; 2) $0,87pq - 0,44pv + 0,88p$.

24. Նախորդ որինակների տառերին թվական արժեքներ տալով՝ ցույց տվեք, Վոր արտադրիչների վերածելու գործողությունը նույնական ձևափոխությունն է:

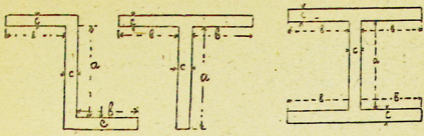
25. Գրեք քառակուսի հիմք ունեցող ուղղանկյուն զուգահեռանիստի լրիվ մակերեսի արտահայտությունը, յեթև հիմքի կողմը հավասար է a -ի, իսկ բարձրությունը b -ի: Վերլուծեցեք այդ արտահայտությունը և հաշվեցեք այն, յեթև $a=2$, 4 սմ, $b=3$, 8 սմ:

26. Գտեք գլանի լրիվ մակերեսի բանաձևը, յեթև հիմքի շառավիղը հավասար է R -ի, իսկ բարձրությունը՝ H -ի: Ստացված արտահայտությունը վերածել արտադրիչների և հաշվել, ընդունելով՝ $R=14$ սմ, իսկ $H=36$ սմ:

27. Գտեք կիսաշրջանի պարագծի արտահայտությունը, յեթև շառավիղն R է, և այդ արտահայտությունը վերածեք արտադրիչների:

$$\text{Լուծում. } \pi R + 2R = R(\pi + 2)$$

28. Վերոշեցեք դերանների կտրվածքների մակերեսները. նրանց ձևերն ու չափերը տրված են 1-ին գծազրի վրա:



Գծ. 1

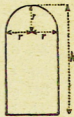
29. Պատուհանն ունի 2-րդ գծազրի վրա ցույց տված ձևն ու չափերը: Վերոշեցեք ապակու մակերեսը.

Պատ. $a^2 \left(\frac{\pi}{2} + 2 \right)$

§ 6. Վերածում բանաձևերով.

Իսկ զիտեք կրճատ բաղապատկման հետևյալ բանաձևերը՝

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
- $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$



Գծ. 2

կարգավորված բանաձևերը ձախից, կատանաք վերածումների համար ոգտադործվող բանաձևերը՝

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2 \dots (1)$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \dots (2)$
- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \dots (3)$
- $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3 \dots (4)$
- $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3 \dots (5)$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \dots (6)$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) \dots (7)$

Որին ակնհայտ է. $4a^2 - 9b^2$

($4a^2$)-ին $2a$ -ի քառակուսին է, իսկ $9b^2 = (3b)^2$, ուստի մենք սույն տեղ ունենք քառակուսիների տարբերություն: Կիրառելով (3) բանաձևը, կարող ենք գրել՝

- $4a^2 - 9b^2 = (2a)^2 - (3b)^2 = (2a+3b)(2a-3b);$
- 2) $27x^3 + 8y^3 = (3x)^3 + (2y)^3 = (3x+2y)(9x^2 - 6xy + 4y^2);$
- 3) $9a^2 - 30ab + 25a^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 5b + (5b)^2 = (3a-5b)^2$

Հետևյալ արտահայտություններ վերածե՛ք արտադրյալների.

30. $x^2 + 2xy + y^2$.

31. $x^2 - 2zx + z^2$.

32. $a^2 - 6a + 9$.

33. $x^2 + 2x + 1$.

34. $x^2 - 4x + 4$.

35. $49c^2 - 14c + 1$.

36. $25a^2b^2 + 30abc + 9c^2$.

37. $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$.

38. $4p^6 - 12p^3q^2 + 9q^4$.

39. $x^2 - px - \frac{1}{4}p^2$.

40. $x^2 - px + \frac{p^2}{4}$

41. $y^2 - x^2$.

42. $9x^2 - 4$.

43. $49x^2 - 81b^2$.

44. $1 - x^2$.

45. $25y^4 - 1$.

46. $36x^3z^6 - 25y^4u^2$.

47. $x^2 - y^2$.

48. $x^2 + 1$.

49. $64a^3 + 125x^3$.

50. 1) $8x^3 - 343y^6$; 2) $x^6y^3 - z^{15}u^3$

51. $a^3b^6x^{18} + 1$.

52. 1) $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$; 2) $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$; 3) $a^3 + 6a^2 + 12a + 8$; 4) $x^6 + 3x^4y + 3x^2y^2 + y^3$; 5) $8x^5 - 60x^6y^4 + 150x^3y^5 - 125y^{12}$.

53. 1) $16^3 + 14^2$; 2) $27^2 - 17^2$; 3) $125^2 - 25^2$; 4) $250^2 - 249^2$;

5) $4,4^2 - 3,4^2$; 6) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2$; 7) $\left(25\frac{1}{3}\right)^2 - \left(24\frac{2}{3}\right)^2$;

8) $\left(7\frac{1}{2}\right)^2 - \left(2\frac{1}{2}\right)^2$; 9) $2,3^2 - 1,7^2$; 20) $37,1^2 - 12,9^2$.

54. Տարվո՛վ 30 - 40 խնդիրների տառերին թվական արժեքներ, ապացուցե՛ք, Վոր նրանց մեջ կիրառվող բանաձևերը նույնութիւուններ են:

Այժմ վերցնենք ավելի բարդ որինակներ.

Որինակ 1-ին. $8a^2b - 18b^3$

Ամենից առաջ տեսնենք, թե չէ՞նք կարող մտնել ե բազմադասակիչ դուրս բերել փակադժից, Այստեղ յերկու անդամների համար ջի-ն ընդհանուր բազմապատկիչ է. դուրս բերելով փակադժից, կստանանք՝

$$8a^2b - 18b^3 = 2b(4a^2 - 9b^2)$$

Վերջին բաղձապատկիչը քառակուսիների տարբերութունն է. կիրառելով (3) բանաձևը, կստանանք՝

$$8a^3b - 16b^3 = 2b(2a + 3b)(2a - 3b)$$

Որինակ 2-րդ. $a^4 - 2^2b^2 + b^4$

Ընդհանուր արտադրիչ չկա. բայց ակներե է, վոր արդ յերկու թվերի տարբերության քառակուսին է: Կիրառելով (2) բանաձևը, կստանանք՝

$$a^4 - 2a^2b^2 + b^4 = (a^2 - b^2)^2$$

$(a^2 - b^2)$ արտահայտութունը քառակուսիների տարբերութունն է. կիրառելով (3) բանաձևը, կստանանք՝

$$a^4 - 2a^2b^2 + b^4 = (a + b)^2(a - b)^2$$

Վերածե՛ք արտադրիչներին՝

55. 1) $ab^2 + 2abc + ac^2$; 2) $a^2b - 2abc + bc^2$.

56. $x^3 - 8x^2 + 16x$.

57. $p^3 + 2p^2 + p$.

58. $4a^2b^2 + 2ab^2c + 36b^2c^2$.

59. $x^4 - 2x^2z^2 + z^4$.

60. $36x^2y^2 - 25y^4$.

61. $100a^2b - 36b$.

62. 1) $2a^3 + 6a^2 + 6a + 2$; 2) $3x^4 - 9x^2z^2 + 9x^2z^4 - 3xz^6$.

63. 1) $a^4 - b^4$; 2) $x^4 - 1$; 3) $64a^4 - 4$.

64. 1) $64x^2z^2 + 125z^5$; 2) $108a^7 + 32a^4z^3$.

65. $a^6 - b^6$.

66. $27a^7 - 64a$.

67. $a^6 - 2a^3b^3 + b^6$.

68. 1) $x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6$; 2) $a^9 + 3a^6x^3 + 3a^3x^6 + x^9$.

69. 1) $a^9 - 3a^6 + 3a^3 - 1$; 2) $x^9 + 3x^6 + 3x^3 + 1$.

70. Քառակուսի ձև ունեցող հողամասի կողմը հավասար է 2-ի: Նրա մեջ կա մի քառակուսի լծակ, վորի կողմը հավասար է 1-ի: Վորոշեցե՛ք արդ հողամասի մակերեսը: Ստացված արտահայտութունը վերածե՛ք արտադրիչների և հարվեցե՛ք, յեթե $a=715$ մ., իսկ $b=285$ մ.:

71. Ուղղանկյուն յեռանկյան եջերից մեկը հավասար է 35 մ., իսկ ներքնադիծը 37 մ., վորոշեցե՛ք մյուս եջը:

72. Վորոշեցե՛ք շրջանալին ողակի մակերեսը, յեթե արտաքին շրջանի շառավիղը հավասար է R, իսկ ներքին շրջանինը՝—r: Հարվեցե՛ք ընդունելով $R=7,7$ սմ, $r=2,3$ սմ:

73. Վորոշեցե՛ք թույն խողովակի կշիռը, յեթե նրա յերկարու-

Թյունը հավասար է 1-ի, արտաքին տրամագիծը՝ a-ի, իսկ ներքինը՝ b-ի: Հաշվեցեք, ընդունելով $a=55$ սմ, $b=45$ սմ, $l=10$ մ:

$$\text{պատ. 1, } 8125 \pi l(a+b) (b-a)$$

74. Կլոր շուգունն սալի շառավիղը հավասար է R-ի, իսկ հաստու-
թյունը՝ h-ի. նրա վրա բացված են 4 միևնույն մեծությունն ունեցող
անցքեր, վորոնց շառավիղը հավասար է r-ի. վորոշեցեք սալի կշիռը,
յեթե $R=42,5$ սմ, $r=3,75$ սմ, $h=2$ սմ:

$$\text{պատ. } 7,25\pi h(R+2r) (R-2r):$$

§ 7. Խմբավորման յեղաճակ.

Յերբեմն հնարավոր է լինում հանրահաշվական արտահայտությու-
նը վերածել արտադրիչներին, նրա անդամները միացնելով զանազան
խմբավորումների մեջ և խմբերի նկատմամբ կիրառել վերածման հիմ-
նական ձևերը:

Որինակ 1-ին. $ab+bc+ad+cd$ այս բազմանդամանու նկատմամբ
չի կարելի կիրառել վերածման հիմնական լեզանակներից վորևե մեկը:
Յեվ իրոք, նրա բոլոր անդամներն ընդհանուր բազմապատկիչ չունեն:
Բացի այդ, նա հիմնական բանաձևերից և վոչ մեկին չի յենթարկվում:
Խմբավորենք այդ բազմանդամանու անդամները հետևյալ ձևով՝

$$(ab+bc)+(ad+cd):$$

Առաջին փակագծից դուրս բերելով b, իսկ յերկրորդից՝ d, կստանանք՝

$$b(a+c)+d(a+c):$$

ստացված արտահայտության մեջ $(a+c)$ ընդհանուր բազմապատկիչ և
վերջինս դուրս բերելով փակագծից, կստանանք՝

$$(a+c) (b+d):$$

Որինակ 2-րդ. $a^2+2ab+b^2-c^2$, Այստեղ հնարավոր չէ ընդհա-
նուր արտադրիչը հանել և այս արտահայտության նկատմամբ հնարա-
վոր չէ կիրառել հիմնական բանաձևերից վորևե մեկը:

Կիրառենք խմբավորման լեզանակը. առաջին յերեք անդամները
միասին վերցնենք, իսկ չորրորդը թողնենք առանձին՝

$$(a^2+2ab+b^2)-c^2=(a+b)^2-c^2:$$

Ստացվեց քառակուսիների տարբերություն: Այս արտահայտու-
թյունը վերածելով գումարի և տարբերության արտադրյալի, կստա-
նանք՝

$$(a+b+c) (a+b-c):$$

75. $a(x+y)+b(x+y)$.
 77. $a(x-y)-b(x-y)$.
 77. $a(a+b)+b(b+a)$.
 78. $z(x-y)+2(y-x)$.
 79. $a(a-b)+a-b$.
 80. $x(x+z)^2-x-z$.
 81. $x(x-z)^2-x+z$.
 82. $ac+ad-bc-bd$.
 83. $ac-cx+a-x$.
 84. $ax-a+x-1$.
 85. $ab-bc-a+c$.
 86. $2ax-3bx-2ay+3by$.
 87. $40x^2-2p+5x-16px$.
 88. $ax-bx-cx+ay-by+cy$.
 89. $2ax-5ay^2+a+5by^2-2bx-b$.
 90. x^2+5x+6 .
 Ցուցմանը. $5x=2x+3x$.
 91. $x^2+7x+12$.
 92. $x^2-15x+50$.
 93. x^2+5x+4 .
 94. $x^2-12x+11$.
 95. 1) x^4+3x^2+2 ; 2) x^3-5x^2+4 ; 3) x^4-13x^2+36 ; 4) x^6-9x^3+8 .
 5) $(a+b)^2-(a-b)^2$.
 96. 1) $a^2+b^2-c^2-2ab$; 2) $a^2-b^2-c^2-2bc$.
 97. 1) $a^3+b^3+2ab+ac+bc$; 2) $x^2+y^2-2xy-2xz+2yz$.
 98. 1) $ab-bc-a^2+2ac-c^2$; 2) $a^2+b^2-2ab+2cd-c^2-d$.
 99. 1) x^4-x^3+x+1 ; 2) $x^5-x^3+x^2-1$; 3) $x^6+x^4-x^2-x$.
 100. 1) $4b^2c^2-(b^2+c^2-a^2)^2$; 2) $(ac+bd)^2+(ad-bc)^2$;
 3) $a^2b^2+a^2c^2+2a^2bc-b^2x^2-c^2x^2-2x^2bc$;
 4) $a^3b^2+a^3c^2-2a^2bc-b^2-b^2c^2+2b^3c$.
 101. $(a^2+b^2+a+d)^2-4(a^2+b^2)(a+b)$.
 Ցուցմանը. $-mbnawp$. $a^2-b^2=x$, $a+b=y$.
 102. 1) $a^4-b^4+2ab^3-2b^3a$; 2) $x^4-y^4-2x^2y+2xy^2$;
 3) $a^4+a^2b-ab^2-b^4$; 4) $ac+bc+ad+bd+a^2+2ab+b^2$;
 103. 1) $ac-bc-ad+bd-a^2+2ab-b^2$;
 2) $a^2x^2+a^2xy+a^2y^2-b^2x^2-b^2xy-b^2y^2+ax^3-ay^3-bx^3+by^3$.
 104. 1) $a^3+3a^2b+ab^2+b^3+c^3$; 2) $x^3+6x^2z+12xz^2+8z^3-1$;
 3) $x^3+8+6x^2+12x-1$; 4) $x^3+6x^2+12x+9$.
 1) $a^6-3a^4b^2+3a^2b^4+b^6-2a^3b-4a^2b^3-2ab^5$.
 2) $a^6-3a^4b^2+3a^2b^4-b^6-a^5+2a^3b^3-ab^4+a^4b-2a^2b^5+b^5$;
 3) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3-c^3+3c^2d+3cd^2+d^3$.

105. Վորոշել սնամեջ գնդի պատեօի ծավալը, ինչն արտաքին մակերևույթի արամագիծը հավասար է D-ի, իսկ ներքին մակերևույթի արամագիծը՝ d-ի:

$$\text{Լուծում. } V = \frac{\pi D^3}{6} - \frac{\pi d^3}{6} = \frac{\pi}{6}(D^3 - d^3) = \frac{\pi}{6}(D - d)(D^2 + Dd + d^2).$$

106. Վորոշել գլանաձև խողովակի լրիվ մակերևույթը, ինչն արտաքին շառավիղը հավասար է R-ի, ներքինը r-ի, իսկ բարձրությունը h-ի:

$$\text{Լուծում. } S = 2\pi Rh + 2\pi rh + 2(\pi R^2 - \pi r^2) \text{ (ի՞նչու) } S = \pi(Rh + rh + R^2 - r^2) = 2\pi[h(R+r) + (R+r)(R-r)] = 2\pi(R+r)(R-r+h).$$

107. Վորոշել սնամեջ յերկաթե գնդի ծավալը, ինչն նրա ներքին մակերևույթի շառավիղը հավասար է 10 սմ, իսկ արտաքին մակերևույթինը՝ 101 սմ: Ի՞նչ սխալ արած կլինենք, ինչն ընդունենք, վոր գնդի պատի ծավալը հավասար է նրա արտաքին մակերևույթին՝ բաղմապատկած պատի հաստությունով: Սխալը արտահայտել տեղաներով:

Պատ. 10%.

Հետևյալ որինակների մեջ կատարել նշված բաժանման գործողությունները, բազմանդամների վերածելով արտադրիչների:

108. $(x^2 + y^2 + 2xy) : (x + y)$.
 109. $(4a^2x^2 - b^2) : (2ax + b)$.
 110. $(8a^3b^3 + 1) : (2ab + 1)$.
 111. $(1 - 27z^3) : (1 + 3z + 9z^2)$.
 112. $5a^3 - 20ax^2) : (2x - a)$.
 113. $(3a^2x^2 + 6a^2x^2 + 3ax^2) : (a^2 + a)$.
 114. $(a^2b + ab^3 + a^2b + abd) : (a^2 + ab)$.
 115. $(a^2 + 24a + 140) : (a + 10)$.
 116. $(x^3 - 17x^2 + 30x) : (x^2 - 2x)$.
 117. $(a^4y^4 - a^4z^4) : (a^2y + a^2z)$.

Կրճատեցե՛ք հետևյալ կտորակները, համարիչն ու հայտարար նախորո՛ք արտադրիչների վերածելով:

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------|
| 118. $\frac{12}{3a}$. | 119. $\frac{16a}{24b}$. |
| 120. $\frac{27ab}{15ac}$. | 121. $\frac{4a^2}{5ab}$. |
| 122. $\frac{15a^2x^3}{25a^5x^2}$. | 123. $\frac{14ax}{42a^7x^3}$. |

$$124. \frac{ab+ac}{ax-ay}$$

$$125. \frac{ab+ac}{b^2+bc}$$

$$126. \frac{3a^2+6ab}{2ab+4b^2}$$

$$127. \frac{2a^3b+12a^2b-24a^3c}{25ab^2-30bc+15b^3}$$

$$128. \frac{x+y}{x^2-y^2}$$

$$129. \frac{1-3a}{9a^2-1}$$

$$130. \frac{a^2-b^2}{ab-b^2}$$

$$131. \frac{15ab-45b^2}{a^2-9b^2}$$

$$132. \frac{(a+b)^2}{b^2-a^2}$$

$$133. \frac{(a-b)^2}{a^3-ab^2}$$

$$134. \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$$

$$135. \frac{2x+4}{2x^2+24}$$

$$136. \frac{243x^6y^6-675x^4y^8}{9x^2y-15xy^2}$$

$$137. \frac{x-xy+z-zy}{1+y^2-2y}$$

§ 8. Ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար.

Ինչպես ձեզ հայտնի յե, յերկու թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարն այն թիվն է, վորի վրա առանց մնացորդի բաժանվում են տված թվերը և վորից մեկը (վորպես ընդհանուր բաժանարար) չկա: Որինակ՝ 60-ի և 72-ի համար ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը կլինի 12-ը (իսկ ընդհանուր բաժանարարները՝ 2, 3, 4, 6 և 12): Հանրահասվածի արտահայտությունների համար ամենաբարդ ընդհանուր բաժանարար կոչվում է ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար: Որինակ՝ abc և $3abc$ արտահայտությունների համար ընդհանուր բաժանարարներ են՝ 2, a , b , $2a$, $2b$, $2ab$: Մրանցից ամենաբարդը $2ab$ -ն է: Ուստի $6ab$ և $8abc$ -ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը կլինի $2ab$ -ն:

§ 9. Ամենափոքր բազմապատիկը

Մի քանի թվերի բազմապատիկն այն թիվն է, վոր բաժանվում է տված բոլոր թվերի վրա առանց մնացորդի: Որինակ՝ 12 և 18 թվերի բազմապատիկներն են՝ 36, 72, 108, 144 և այլն:

Բազմապատիկներից ամենափոքրը կոչվում է ամենափոքր բազմապատիկ, Հերցրած որինակում ամենափոքր բազմապատիկը 36-ն է:

Ճիշտ նույն ձևով է սահմանվում հանրահաշվական արտահայտությունների բազմապատիկը: Բազմապատիկներից ամենապարզ ձևով ունեցողը կոչվում է ամենափոքր բազմապատիկ: $6a^2b$ և $8abc$ արտահայտությունների ամենափոքր բազմապատիկը կլինի $24a^2bc$:

Գտնենք նաև հետևյալ արտահայտությունների ամենափոքր մասպատիկը՝

$$24a^3x^5y, 54a^2y^3$$

Վերածենք 24 և 54 գործակիցները պարզ բազմապատկիչների, կատանանք՝

$$2^3 \cdot 3a^3x^5y, 2 \cdot 3^3 \cdot a^2y^3$$

Ամենափոքր բազմապատիկը պետք է բաժանվի (տուանց մնացորդի) այս արտահայտություններից թե մեկի և թե մյուսի վրա, ուստի նա պետք է ունենա 2 բազմապատկիչ, այն էլ ամենապակասը 3 աստիճանի (հակառակ դեպքում նա չեր բաժանվի առաջին արտահայտության վրա) 3 բազմապատկիչը նույնպես պետք է լինի 3 աստիճանից զոչ ցածր (հակառակ դեպքում չեր բաժանվի յերկրորդ արտահայտության վրա)։ առաջին արտահայտիչները պետք է լինեն՝ a, x, y, ընդ վերում ցածր աստիճան չպետք է ունենա՝ a-ն 3-ից չ-ը՝ 5-ից և y-ը՝ 4-ից։ Ակներև է, վոր նշված արտահայտությունների վրա միտժամանակ բաժանվող արտահայտություններից ամենապարզը կլինի հետևյալը՝

$$2^3 \cdot 3^3 \cdot a^3x^5y^4 = 216a^3x^5y^4$$

Յեզրակացություն. սված արտահայտությունների ամենափոքր բազմապատիկը գտնելու համար անհրաժեշտ է այդ արտահայտություններ վերածել պարզ արտահայտիչների յեկ սպա վերցնել բոլոր պարզ արտահայտիչների արտաբյալը, յեկ այն էլ՝ ամենամեծ աստիճաններով։

Որինքով՝ հետևյալ կոտորակները բերել ընդհանուր հայտարարի։

$$\frac{x}{3x+3y} \text{ և } \frac{y}{x^2-y^2}$$

$$\begin{aligned} 3x+3y &= 3(x+y) & | \text{ ընդհանուր հայտարարը} &= \\ x^2-y^2 &= (x+y)(x-y) & | &= 3(x+y)(x-y) \end{aligned}$$

սված կոտորակները կդառնան՝

$$\frac{\overbrace{x-y}^x}{3x+3y} = \frac{x(x-y)}{3(x+y)(x-y)} = \frac{x}{3(x+y)}$$

$$\text{և } \frac{\overbrace{y}^3}{x^2-y^2} = \frac{3y}{3(x^2-y^2)}$$

138. Հետևյալ կոտորակները բերել ընդհանուր հայտարարի.

$$\frac{3}{2a^2b} \text{ և } \frac{5}{3a^2b^2}; \frac{a}{a^2-b^2} \text{ և } \frac{2a+1}{5a-5b}$$

§ 10. Հանրահաշվական կոտորակների գումարումն ու հանումը.

Հանրահաշվական կոտորակներին հետ կառարվող բոլոր գործողությունների ժամանակ կիրառվում են թվաբանական կոտորակներին կանոնները:

Հետևյալ որինակների մեջ կատարել կոտորակների գումարումն յեկ հանման նշանով գործողությունները.

139. $\frac{2a}{3} + \frac{a}{3}$.

140. $\frac{7a}{5} + \frac{13a}{5}$.

141. $\frac{4a}{9} + \frac{2a}{9}$.

142. $\frac{7x}{8} + \frac{5x}{8}$.

143. $\frac{12z}{5} - \frac{3z}{5}$.

144. $\frac{2a}{b} + \frac{4a}{b}$.

145. $\frac{15x}{y} - \frac{7x}{y}$.

146. $\frac{x}{z} - \frac{7x}{z}$.

147. $\frac{15x}{a} - \frac{17x}{a} + \frac{2x}{a}$.

148. $\frac{a}{2} + \frac{a}{3}$.

149. $\frac{x}{3} - \frac{x}{2}$.

150. $\frac{15c}{16} - \frac{5c}{8}$.

151. $\frac{5p}{12} - \frac{11p}{18}$.

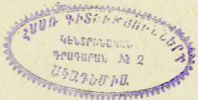
152. $\frac{a}{3b} + \frac{a}{5b}$.



II
23975

H

18750



153. $\frac{1}{3x} - \frac{1}{6x}$.

154. $a + \frac{b}{c}$.

155. $\frac{1}{ab} - \frac{1}{b}$.

156. $\frac{a}{b} + 5 + \frac{a}{3}$.

157. $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a}$.

158. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

159. $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} - \frac{1}{ac}$.

160. $\frac{x}{yz} + \frac{y}{xz} + \frac{z}{xy}$.

161. $\frac{1}{3x^2} - \frac{3}{4y^2} + \frac{4}{z^2}$.

162. $\frac{5}{12y^3z^2} - \frac{1}{15yz^4} + \frac{3}{10y^5}$.

163. $\frac{x^8y}{a^2b^3c^4} - \frac{c^3y^6}{ab^2x^2}$.

164. $\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}$.

165. $\frac{a+b}{3} - \frac{a-b}{3}$.

166. $x + \frac{d-x}{2}$.

167. $y - \frac{2x-y}{3}$.

168. $\frac{3a-1}{3} + \frac{4a+7}{4}$.

169. $\frac{3x-2}{5} - \frac{5x-3}{2}$.

170. $\frac{4y+81}{4} + \frac{7-3y}{3}$.

171. $\frac{2x-3y+4}{6} - \frac{3x-4y+9}{8} + \frac{x-1}{12}$.

$$172. \frac{x^2 - 5y + 18}{18} + \frac{7x + 3y - 5}{30} + \frac{2x - 10y}{45}$$

$$173. \frac{5(2x - 3)}{4} - \frac{2(7x - 5)}{3} + \frac{4(3x + 1)}{5}$$

$$174. \frac{(x+y)^2}{6} + \frac{(x-y)^2}{14} - \frac{x^2 + y^2}{4}$$

$$175. \frac{a - 3b}{ba} + \frac{4a - x}{b} + \frac{5a - 3x}{9x} - \frac{a^2 - bx}{2ax} - \frac{2a}{b}$$

$$176. \frac{4x - y}{x + y} + \frac{5y}{x + y}$$

$$177. \frac{2b}{a - b} - \frac{a + b}{a - b}$$

$$178. \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - \frac{2xy}{x^2 - y^2}$$

$$179. 1 + \frac{x}{1 - x}$$

$$180. 1 - \frac{x^2}{1 + x^2}$$

$$181. \frac{x - y}{(x + y)^2} - \frac{1}{x + y}$$

$$182. \frac{1}{x - a} - \frac{x + a}{x^2 - 2ax + a^2}$$

$$183. \frac{1}{x + y} + \frac{1}{x - y}$$

$$184. \frac{1}{y - z} - \frac{1}{y - z}$$

$$185. \frac{1}{a - b} - \frac{1}{b - a}$$

$$186. \frac{a}{a + y} + \frac{a}{y - a}$$

$$187. \frac{x}{y - x} + \frac{y}{x + y}$$

$$188. \frac{x + y}{x - y} - \frac{x - y}{x + y}$$

$$189. \frac{1}{a + 1} - \frac{1}{a - 1}$$

$$190. \frac{6}{x - 3} - \frac{5}{3 + x}$$

191. $\frac{x}{x^2} - \frac{1}{x^2+xy}$.
192. $\frac{x}{x^2+xy} - \frac{y}{x^2-y^2}$.
193. $\frac{z}{x^2-1} + \frac{1}{x-x^2}$.
194. $\frac{x^2-xy-y^2}{x^2-xy} - \frac{x}{x+y}$.
195. $\frac{3x}{x^2-y^2} - \frac{1}{x-y}$.
196. $-\frac{5}{3a-2b} + \frac{3}{4b-4a} - \frac{5}{a-b}$.
197. $\frac{x+y}{x-y} - \frac{y}{y-x} + \frac{x}{x-y}$.
198. $\frac{x-1}{2x+2} - \frac{3x-4}{3x+3} - \frac{2x-1}{6x+6}$.
199. $\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} + \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$.
200. $\frac{3x-3}{3x-3} - \frac{2x-1}{4x+4} - \frac{x+y}{x^2-1}$.
201. $\frac{m}{m^2-mn+n^2} - \frac{2m^2+n^2}{m^3+n^3}$.
202. $\frac{3x}{2x+2y} + \frac{3x^2+xy-2y^2}{2y^2-2x^2} - \frac{y^2-xy}{x^2-y^2}$.
203. $\frac{a^2}{a^2-b^2} - \frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b} - \frac{2ab+b^2}{b^2-a^2}$.
204. $\frac{m}{m^2+n^2} - \frac{n}{m^2-n^2} - \frac{2mn^2}{n^4-m^4}$.
205. $\frac{1}{ac} - \frac{2}{a^2-ac} - \frac{2}{c^2+ac}$.
206. $\frac{1}{ac} + \frac{1}{ac-a^2} + \frac{2c}{a^3-ac^2}$.
207. $\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+x} + \frac{x^2}{x^3-1}$.
208. $\frac{1}{a^2-4a+3} - \frac{1}{a^2-3a+2}$.
209. $\frac{3x-7}{x^2-7x+6} - \frac{x-6}{1-x^2}$.

$$210. \frac{p}{(p+q)^2} - \frac{q}{(p-q)^2} + \frac{2q}{p^2 - q^2} - \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{p^2 + q^2} + \frac{1}{p^2 - q^2}$$

§ 11. Հանրահաշվական կոստրակից ամբողջ արտահայտություններ
բերելը.

$$211. \frac{2x^4 - 23x^2 + 5x - 4}{x^2 + 4x - 2}$$

Լուծում.

$$\begin{array}{r} 2x^4 \quad -23x^2 + 5x - 4 \quad | \quad x^2 + 4x - 2 \\ \underline{+ 2x^4 + 8x^3 + 4x^2} \quad | \quad 2x^2 - 8x + 13 \\ \quad 8x^3 \quad 19x^2 + 5x \quad | \\ \quad \underline{+ 8x^3 + 32x^2 + 16x} \quad | \\ \quad \quad 13x^2 - 11x - 4 \quad | \\ \quad \quad \underline{+ 13x^2 + 52x + 26} \quad | \\ \quad \quad \quad -63x + 22 \end{array}$$

Յեղբորդ մնացորդն առաջին աստիճանի բաղմանդամների մեջ
մտնումը շարունակել հնարավոր չէ: Ոստի տվեալ դեպքում մնաց
ունք բաժանում մնացորդով: Ստացված արդյունքը կարող ենք
գրել

$$(2x^4 - 23x^2 + 5x - 4) : (x^2 + 4x - 2) = 2x^2 - 8x + 13 + \frac{-63x + 22}{x^2 + 4x - 2}$$

կամ՝

$$\frac{2x^4 - 23x^2 + 5x - 4}{x^2 + 4x - 2} = 2x^2 - 8x + 13 + \frac{-63x + 22}{x^2 + 4x - 2}$$

Ոտուգեցեք ստացված հավասարությունը, ընդհանր աջ ողմն ընդհանուր
հայտարարի:

212. Կատարեցեք հետևյալ բաժանման գործողությունները՝

1) $(3x^2 - 7x + 2) : (x - 2)$

2) $(5x^3 - 8x^2 - 2x + 3) : (x^2 - 2x + 3)$

3) $(a^4 - 3a + 2) : (a^2 - 3a + 2)$

213. Հետևյալ կոտորակներից անջատեցեք ամբողջ արտահայտությունները.

1) $\frac{47a}{9}$

2) $\frac{27ab + 4c}{9}$

3) $\frac{a^2 - x^2}{a}$

$$4) \frac{35x^3 - 2a + 3b}{7x^2}$$

$$5) \frac{x + 3y}{x + y}$$

$$6) \frac{a^2 - 2ab + 4b^2}{a - b}$$

$$7) \frac{x^2 - a^2}{x^2 + a^2}$$

Մինչև այժմ մենք բազմանդամանիները բաժանելիս դասավորում ելինք նրանց ըստ գլխավոր տառի նվազող աստիճանի: Յնթիվ մենք բաժանումը կատարենք՝ նախորոք դասավորելով բազմանդամանիները գլխավոր տառի աճող աստիճաներով, ապա քանորդում մենք ցանկացած աստիճանի բազմանդամ կտանանք: Վերջևս որինսով վեց նենք 211-րդ խնդրի բազմանդամանիները:

$$\begin{array}{r} -4 + 5x - 23x^2 + 2x^4 \quad | \quad -2 + 4x + x^2 \\ \underline{4 - 8x - 2x^3} \\ -3x - 25x^2 \\ \underline{3x - 6x^2 - \frac{3}{2}x^3} \\ -31x^2 - \frac{3}{2}x^3 + 2x^4 \\ \underline{31x^2 - 62x^3 - \frac{27}{2}x^4} \\ -\frac{177}{2}x^3 - \frac{27}{2}x^4 \\ \underline{127x^3 - 127x^4 - \frac{127}{4}x^5} \\ -\frac{281}{2}x^4 - \frac{127}{4}x^5 \end{array}$$

Այնտեղ է, վոր վոչինչ չի խանդարել, յեթե ցանկանանք բաժանումը շարունակել: Գուք կարող եք քանորդում ստանալ այնքան թվով անդամ, վորքան ցանկանաք: վորովհետև գործողութանը զուգընթաց փափորդի աստիճանը բարձրանում է, հետևապես նրա կրտսեր անդամը միշտ կքաժանվի բաժանարարի կրտսեր անդամի վրա:

Բաժանման արդյունքը կարելի է յս գրի առնել հետևյալ կերպ՝

$$\begin{array}{r} -4 + 5x - 23x^2 + 2x^4 \\ -2 + 4x + x^2 \\ \hline = 2 + \frac{3}{2} + \frac{31}{2}x^2 + \frac{127}{4}x^3 + \\ + \frac{281}{2}x^4 - \frac{127}{4}x^5 \\ \hline -2 + 4x + x^2 \end{array}$$

214. Կատարել հետևյալ բազմանդամանիների բաժանումը, դասավորելով նրանց աստիճանների աճման կարգով՝

1) $(1-x):(1-2x+3x^2)$, քանորդում ստանալ 3-ր աստիճանի բազմանդամ.

2) $2:(3-2x)$ »

3) $(6+x):(2-3x)$ »

215. Բազմանդամանիների բաժանման միջոցով ցույց տվեք հետևյալ բանաձևերի ճշտությունը՝

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + \frac{x^2}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \frac{x^3}{1-x}$$

Մտուզեցեք ստացված բանաձևերը, աջ կողմերում համապատասխան դործողություններ կատարելով: Շարունակեցեք բաժանումն այնքան ժամանակ, մինչև քանորդում ստացվի չորրորդ աստիճանի բազմանդամ: Գրի առեք արդյունքը և կատարեցեք համապատասխան ստուգում: Եւթն յեղանակով կարելի չե բաժանումը շարունակել, մինչև քանորդում ստացվի վերևե ռ աստիճանի բազմանդամ: Այդ դեպքում բաժանման արդյունքը կզրվի ալսպես՝

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x^2 + x^3 + \dots + x^n + \frac{x^{n+1}}{1-x}$$

216. 1) Նախորդ խնդրի մեջ ստացված բանաձևի ոչնտությունը, հաշվեցեք $\frac{1}{0,998}$ -ը՝ 0,000001-ի մոտավոր ճշտությամբ:

Լուծում.— $0,998 = 1 - 0,002$, հետևաբար 215-րդ խնդրում ստացված բանաձևի մեջ պետք է տեղադրել $x = 0,002$: Պահանջվող ճշտությունն ստանալու համար պետք է քանորդում վերցնել յւրկորդ աստիճանի բազմանդամ: Այդ դեպքում բանաձևի վերջին անդամը հավասար կլինի՝

$$\frac{x^3}{1-x} = \frac{(0,002)^3}{0,998} = \frac{0,000000008}{0,998}$$

այսինքն՝ վերջին անդամը ալկելի փոքր է 0,00000001-ից. ուստի

$$\frac{1}{0,998} = 1 + 0,002 + (0,002)^2 = 1 + 0,002 + 0,000004 = 1,002004$$

2) Հաշվել $\frac{1}{1,11}$ -ը, 0,001-ի մոտավոր ճշտությամբ:

3) 1 վերստը հավասար է 1, 0,0668 կմ. վորդելի, թե կլիտեարը վերստի վճր մասն է կազմում: Հաշվումը կատարել 0,01-ի մոտավոր ճշտությամբ:

4) Հեկտարը հավասար է 0,915 դեկաթաինի:

Վորոշել, թե՞ քանի՞ հեկտարի յն հավասար 1 դեկաթաինը: Հաշվումը կատարել 0,001-ի մոտավոր ճշտությամբ:

§ 12. Հանրանշանական կոսորակների բազմապատկումը յիվ բաժանումը.

կատարել բազմապատկման հետևյալ դործողությունները՝

$$217. \frac{a}{5c} \cdot 5c.$$

$$218. \frac{3a^2m^2}{4x} \cdot -4m^2x^3.$$

$$219. -6a^6x \cdot -\frac{2n^3}{9a^3x^2}.$$

$$220. \frac{2a^2x \cdot 3b^3x^2}{3b^3z^2 \cdot 2a^2z}$$

$$221. \frac{4a^2b^4}{9c^3d^3} \cdot \frac{3c^2a}{10a^2b}$$

$$222. \frac{x^2}{yz} \cdot \frac{y^2}{xz} \cdot \frac{z^2}{xy}$$

$$223. \frac{5a^2b}{3c^3d} \cdot \frac{4b^2c}{15a^2} \cdot \frac{9c^2b}{16b^4}$$

$$224. 1) \left(\frac{1}{a}\right)^2; 2) \left(\frac{3a}{b^2}\right)^2; 3) \left(-\frac{1}{5a^2c}\right)^2; 4) \left(\frac{3ab}{c^2}\right)^3;$$

$$5) \left(-\frac{5a^2b}{4x^3}\right)^3; 6) \left(\frac{2a^5b^4}{7xy^3}\right)^3.$$

$$225. 1) \left(\frac{3b^8x^2}{2y}\right)^4; 2) \left(\frac{1}{5ab^6}\right)^4; 3) \left(-\frac{3}{a^5y^7}\right)^4; 4) \left(\frac{1}{y^2}\right)^5;$$

$$5) \left(-\frac{x^2}{a^4}\right)^7.$$

$$\frac{a}{a+1} \cdot (a^2-1).$$

$$227. \frac{x+y}{4y^2} \cdot \frac{y^2+y^2}{x^2-y^2}$$

$$228. \frac{x^2-y^2}{x} \cdot \frac{x^2+y^2}{3y+3x}$$

$$229. \frac{ab+ac}{bd-cd} \cdot \frac{ac-ab}{bd+cd}$$

$$230. 1) \frac{x^2+y^2}{x-y} \cdot \frac{x+y}{x^2-xy+y^2}; 2) \frac{a^4-b^4}{a^3+b^3+2aq} \cdot \frac{a+b}{ab-b^2}.$$

$$231. 1) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right); 2) \left(\frac{2}{x} - \frac{x}{3}\right) \left(\frac{x}{3} + \frac{2}{x}\right);$$

$$3) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2; 4) \left(x - \frac{1}{x}\right)^2; 5) \left(x^2 + \frac{2}{x^2}\right)^2; 6) \left(\frac{a}{b} + \frac{2}{x}\right);$$

$$7) \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)^2 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^2; 8) \left(a + \frac{1}{a}\right) \left(a^2 + \frac{1}{a^2} - 1\right);$$

$$9) \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) \left(\frac{x^2}{y^2} + 1 + \frac{y^2}{x^2}\right); 10) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^3; 11) \left(\frac{a^2}{b^2} - \frac{b}{a}\right)^2.$$

$$232. \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)xyz$$

$$233. \left(\frac{x}{2y} + \frac{z}{3y} - \frac{z}{5z}\right) \cdot \frac{12xy}{z}$$

$$234. (a^3 + 4) \left(1 - \frac{1}{a+2}\right)$$

$$235. \left(\frac{a^2}{a-b} - b\right) \cdot \frac{a-b}{a^3+b^3}$$

$$236. \frac{1-x^2}{1+y} \cdot \frac{1-y^2}{x+x^2} \left(1 + \frac{1}{1-x}\right)$$

$$237. \frac{x^2 - x + 1}{x} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}\right)$$

Կատարել բաժանումն հետևյալ գործողութիւնները.

$$238. \frac{a}{3b} : a$$

$$239. \frac{ab}{cd} : abc$$

$$240. 10a^2b^3 : \frac{50a^4b^3}{11c^3}$$

$$\cdot 7x^4y^5z^6 : \frac{28x^6y^9z^7}{3q}$$

$$242. \frac{2^4xy}{7ab} : \frac{16x}{9ab}$$

$$243. \frac{25p^4q^5}{49x^4y^6} : \frac{30p^7q^8}{77xy^3}$$

$$244. \frac{a+b}{a-b} : \frac{b+a}{b-a}$$

$$245. \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} : \frac{4a^2+4b^2}{a-b}$$

$$246. \frac{3p-3q}{4p+4q} : \frac{9q-9p}{8q-8p}$$

$$247. \frac{8ab}{a^2+ab} : \frac{8b^2}{a^2-ab^2}$$

$$248. \frac{10x^3}{x^2-y^2} : \frac{5x^2}{x^2+y^2+xy}$$

$$249. \frac{m^2-2mn+n^2}{m^2-mn+n^2} : \frac{m-n}{m^2+n^2}$$

$$250. \left(a^2 - \frac{1}{b^2}\right) : \left(a - \frac{1}{b}\right)$$

$$251. \left(\frac{3x^2}{4y^2} - \frac{y^2}{3}\right) : \left(\frac{3x}{2y} + y\right)$$

$$252. \left(a^2 - \frac{1}{a^3}\right) : \left(a^2 + 1 + \frac{1}{a^2}\right)$$

$$253. \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right) : \left(\frac{1}{x} + x\right)$$

$$254. 1) \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}\right) : \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right)$$

$$2) \left(\frac{x+1}{y-1} + \frac{x-1}{y+1}\right) : \left(\frac{x+1}{y-1} - \frac{x-1}{y+1}\right)$$

$$255. 1) \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} + \frac{4x^2}{x^2-y^2}\right) : \frac{x-y}{4y}$$

$$2) \left(\frac{a^2}{a+n} - \frac{a^2}{a^2+2an+n^2}\right) : \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{a^2-n^2}\right)$$

$$3) \left[\frac{(m+n)^2 + 4n^2}{m^2-n^2} - \frac{m}{m+n}\right] : \frac{2n^2}{m+n}$$

$$4) \left(\frac{x^2}{x^2+xy} - \frac{x^2-y^2}{xy} - \frac{y^2}{xy+y^2}\right) : \frac{x^2+xy+y^2}{x+y}$$

$$5) \left(\frac{a-x}{a^2-x^2} + \frac{2ax}{a^3-a^2x+ax^2-x^3}\right) : \left(1 - \frac{x-1}{a} - \frac{x}{a^2}\right)$$

$$6) \left[\frac{5}{4m-2n} + \frac{12n}{10n^2-40n^2} - \frac{12}{5(2m+n)}\right] : \frac{m+1}{10mn-5n^2}$$

$$7) \left(\frac{a^2+ab}{a^2+b^2} : \frac{a^2b+ab^2}{a^3-a^2b+ab^2} - b^2\right) \left(\frac{a^4}{a^3b-b^4} - \frac{a-3a^3+3a^2}{a^3b-b^4}\right) : \frac{a^4+a^2-2a^3}{a^2b^2+ab^3+b^4}$$

$$256. \frac{\frac{a}{b} + 2}{\frac{3a}{b} - 2}$$

$$257. \frac{\frac{a}{c} + \frac{c}{a}}{\frac{a}{2} + \frac{2}{a}}$$

$$258. \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}}$$

$$259. \frac{1 + \frac{a}{b}}{1 + \frac{b}{a}}$$

$$260. \frac{1 - \frac{a}{b}}{1 - \frac{b}{a}}$$

$$261. \frac{a - \frac{b^2}{a}}{1 + \frac{b}{a}}$$

$$262. 1) \frac{a - \frac{1}{a}}{1 - a}; \quad 2) \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{a - b}; \quad 3) \frac{x^2 + xy + y^2}{\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}};$$

$$4) \frac{\frac{4mn}{m+n} - \frac{m-n}{m+n}}{m-n}; \quad 5) \frac{1}{1 + \frac{x^2}{1-x^2}}$$

$$263. \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2}}$$

$$264. \frac{\frac{x^2}{y^2} - \frac{y^2}{x^2}}{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}$$

$$265. \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{xy} + \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}}$$

$$266. \frac{\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1}}{\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1}}$$

$$267. \frac{\frac{1}{x} + \frac{y}{a}}{\frac{1}{a} + \frac{y}{b}} \cdot \frac{x+y}{ab}$$

$$268. \frac{\frac{1}{x} + \frac{y}{y}}{\frac{1}{y} + \frac{x}{x}} \cdot \frac{x+y}{x-y}$$

$$269. \frac{1}{\frac{a+x}{a-x}} \cdot \frac{(a-x) + (a+x)}{(a-x)^2}$$

$$270. \frac{1}{1+x^2} \cdot \frac{2x(1-x^2) + 2x(1+x^2)}{(1-x^2)^2}$$

$$271. \frac{1}{1 + \left(\frac{a+x}{1-ax}\right)^2} \cdot \frac{1-ax + a(a+x)}{(1-ax)^2}$$

$$272. \frac{b^2}{a - \frac{a^3}{a-b}} - \frac{a^2}{a-b}$$

$$273. \frac{y^2}{\left(x - \frac{x^2}{x-y}\right)^2} - \frac{x^2}{\left(\frac{x^2}{x-y}\right)^2}$$

$$274. 1) \frac{1}{1 + \left(\frac{3x^2-1}{x^3-3x}\right)^2} \cdot \frac{6x(x^3-3x) - 3(x^3-1)(3x^3-1)}{(x^3-3x^2)^2}$$

$$2) \frac{1}{1 + \frac{[2x+x(1-x^2)]^2}{1-3x^2}} \cdot \frac{(1-3x^2)(3-3x^2) + 6x(3x-x^3)}{(1-3x^2)^2}$$

$$3) \frac{\frac{ab}{a^3+ab^2+a^2b+b^3} + \frac{1}{a+b}}{\frac{a^2}{a^4-b^4} - \frac{b}{a^3-ab^2+a^2b-b^3}} : \frac{\frac{a^2}{3a+b} + \frac{b^2}{a+3b}}{\frac{a+b}{3a+b} + \frac{a+b}{a+3b}}$$

$$4) \frac{\frac{x+1}{x^2+x^2+x+1} - \frac{x+1}{x^4+x^2}}{\frac{1}{x^3+x} + \frac{1}{x^3-x^2} - \frac{1}{x^3-x^2+x-1}} : \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2-x+1}$$

$$5) \frac{\frac{1}{a+b} + \frac{3ab}{a^2+b^3}}{\frac{1}{3b} + \frac{1}{a+b} + \frac{2ab-b^2}{a^2+b^3}} : \frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b} - \frac{2a}{a^2-b^2} + \frac{b}{a^2+b^2}$$

$$6) \frac{\frac{a}{a^2b+ab-ab^2-b^2} - \frac{b}{a^2+a^2+a^2b+ab}}{\frac{a+b}{ab+b} - \frac{1}{a+b} + \frac{1+2a}{a^2+ab+a+b}}$$

$$: \frac{\frac{1}{2b} + \frac{2}{a-b} + \frac{b}{a^2+b^2}}{\frac{1}{2b} + \frac{a}{a^2+b^2}}$$

$$7) \frac{a^2+3b^2 + 3a^2+b^2}{b^4 + a^4} : \left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} \right)^2$$

$$= \frac{a+b}{2b} + \frac{b}{a-b} : \left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} \right)^2$$

$$8) \frac{\left[\frac{(a+x)^2}{ax} - 4 \right] \left[\frac{(a-x)^2}{ax} + 4 \right]}{(a^2x - ax^2) : \left[\frac{(a+x)^2 - ax}{(a-x)^2 + ax} \right]} : (a^6 - x^6) a - \frac{ax}{a+x}$$

$$\frac{ax}{a-x}$$

$$9) \frac{\left[\frac{(p+q)^2}{3pq} - p - q \right] \left[\frac{(p-q)^2}{3pq} + p - q \right]}{\left[\frac{(p+q)^2}{4pq} - 1 \right] [(p+q)^3 - pq]}$$

$$\frac{(q-p)^3 - (q^3 - p)(p^2 + pq + q^2)}{(p+q)^3 - 3pq(p+q)}$$

ՓԼՈՒԽ ՅԵՐԿՐՈՐԳ

ԱՌԱՋԻՆ ԱՍՏԻՃԱՆԻ ՀԱՎԱՍՏՐՈՒՄՆԵՐ

§ 1. Առաջին աստիճանի միանճայն հավասարումներ.

Հուճեճ հետեյալ հավասարումը.

$$-3 - 2x = 27 + 3x \dots (1)$$

հավասարութեան յերկու մասին եւ ավելացնենք $(-3x)$, կտանանք՝

$$-3 - 2x - 3x = 27 + 3x - 3x$$

վորից՝

$$-3 - 2x - 3x = 27 \dots (2)$$

Այժմ հավասարութեան յերկու կողմին եւ ավելացնենք $(+3)$, կտանանք՝

$$-3 - 2x - 3x + 3 = 27 + 3$$

վորից՝

$$-2x - 3x = 27 + 3 \dots (3)$$

$$-5x = 30$$

և վորից՝

$$x = \frac{30}{-5} = -6$$

$$x = -6$$

Յեթե բաղդատենք (1) և (3) հավասարութեանները, կնկատենք, վր աջ կողմի $(+3x)$ անդամը փոխարինվել է ձախ կողմում $(-3x)$ անդամով, իսկ ձախ կողմի (-3) անդամը փոխարինվել է աջ կողմում $(+3)$ անդամով:

Յեզրակացութիւն. — Հավասարման տեղամները կարելի յե տեղափոխել հավասարութեան մի մասից մյուսը, փոխելով նրանց նշանները.

§ 2. Վարժութիւններ.

Հուճեճ հետեյալ հավասարումները.

275. $8x = 3x + 15.$

276. $10x = 2x + 64.$

277. $24 + 3x = 7x.$

278. $17z + 18 = 20z$.
 279. $7 - y = y + 5$.
 280. $z + 7 = 15 - 3z$.
 281. $8 - 3x = 13 + 2x$.
 282. $8 - 3x = 6 - 2x$.
 283. $6 + 4x = 4 + 6x$.
 284. $7 - 2x = 10 - 3x$.
 285. $8y - \frac{5}{6}y = 3y + 25$
 286. $0, 1u \quad 0, l = 0, 15u - 5, 1$.
 287. $\frac{1}{2}y + l = \frac{1}{3}y + 2$.
 288. $11x \quad 2 = 1, 7x - 8$.
 289. $3x + 14 - 2x - 7 + 11 - 4x = 17 - 5x + 3$.
 290. $5x - 8 = 3x - 2 + 10 - 5x + 4 - 3x$.
 291. $2(2x + 7) + 5(x - 2) = 2(3x - 5)$.
 292. $3(y - 2) - 2(y - 3) = 17 - 5y - (5 - y)$.
 293. $5x + 7 = 7x + 5$.
 294. $17 = 3(1 - x) - 5(5 + 2x)$.
 295. $6(1 - x) + 5(x - 4) = 1 - 8(x + 3)$.
 296. $5(4 - x) - 2l = 3, 3 - x - 6(2x - 5)$.
 297. $16(x - 3) - 16(x + 3) = 1 + 3(x - 1)$.
 298. $8(4x - 1) + 7(x - 1) = 3(1 - 3x) - 4(x + 3) - 58$.
 299. $7(4 - x) - 6(x + 5) = 7(6 + x) - 2(2x + 54)$.
 300. $4(x + 5) - (13 - 2x) = 8 - (23 - 3x)$.
 301. $5(x + 4) - 3(x + 2) = 5(x - 1) + 2(x - 2) - 2$.
 302. $3(6x - 1) - 5(3x - 2) = 6(x + 1) - (5x - 3)$.
 303. $x(x + 2) - x(4 - 2x) + 7(x - 2) = 3x^2 - 4$.
 304. $x(x + 2) + x(3 - x) = 70 + 2x(2 + 3x) - 6x(5 + x)$.
 305. $(3x + 8)(x - 2) = (x + 4)(3x - 7)$.
 306. $(x + 2)(x + 5) = x^2 + 2(x + 10)$.
 307. $(5x - 1)(3x + 2) - 3x(5x - 4) = 36$.
 308. $(4x - 2)(3x - 1) - 3(3 - x) + 29 - 12x^2 = 1$.
 309. $(x + 1)^2 = x^2 + 9$.
 310. $7x(1 + x) - 8 - 3x = 7x^2 + 4x - 8(x - 1)$.
 311. $3(x + 1)(x - 2) + 6 = 3x(1 + x) + 3(2 - x)$.
 312. $(x - 1)(x - 2) - x^2 - 2 = -4(x - 1) - 9$.
 313. $x^2 - (x + 1)(x + 2) = 4(x + 1) - 6x - 7$.
 14. $(x - 1)(x - 3) - (x + 1)(x + 3) = (x - 2)(x + 3) - (x + 4)(x + 6)$.
 15. $(x - 3)(x - 5) - (x + 2)(x + 4) = (x + 3)(x + 5) - (x - 2)(x - 4)$.
 316. $(x - 1)^2 - (x + 1)^2 = (x + 3)(x - 3) - x^2 - 3$.
 317. $\frac{1}{3}(x - 5) - \frac{2}{3}(x - 1) = \frac{1}{4}x - 1$.

$$318. \frac{3}{8} (5x-1) - \frac{7}{2} (2x+5) = -17 \frac{7}{8} - 2x$$

$$319. \frac{1}{4} (5x-1) - \frac{1}{3} (3-4x) = -\frac{1}{2} (1-x)$$

$$320. \frac{1}{4} x(x+3) + \frac{1}{2} x(x-1) = \frac{3}{4} x^2 + \frac{1}{2}$$

$$321. x-5 = \frac{4x+2^2}{15}$$

$$322. y+1 = \frac{4y-2}{3}$$

$$323. \frac{6x+1}{3} = \frac{5x-2}{4}$$

$$324. \frac{2(x-3)}{5} = \frac{4x+2}{3}$$

$$325. \frac{x+2}{x-3} = \frac{2x+1}{2x-1}$$

$$326. \frac{3x-4}{x+2} = \frac{3x-11}{x+3}$$

$$327. \frac{3x+5}{2} - \frac{5x+3}{3} = \frac{6x+1}{4} - \frac{8x+3}{3}$$

328. 1) $ax+b=c$; 2) $mx-n=0$; 3) $ax+b=cx+d$;
4) $m(x+n)=p$.

Յուզում ԱԳՏԵՐ. Այստեղ դրված որինակները լուծելիս պետք է աշ-
քի առաջ ունենալ նախորդ հոդվածում բացատրված յեղանակը: Յեթե
հավասարության աջ և ձախ մասերում դրված են բարդ արտահայտու-
թյուններ, անհրաժեշտ է նախ այդ արտահայտությունները պարզել և
ապա կիրառել նախորդ հոդվածում ցույց տված յեղանակը՝ այսինքն՝
հայտնի անդամները հավաքել մի կողմ, իսկ անհայտները՝ մյուս կողմ:
323, 324, 325 և 326 որինակները լուծելիս, պետք է վերցնել այդ համե-
մատությունների ներքին և արտաքին ա՛ղ համեմերի արտադրյալները
հավասարությունը: Որինակ 51-րդ որինակից կատանանք՝

$$(x+2)(2x-1) = (x-3)(2x+1)$$

վորից՝

$$2x^2 + 4x - x - 2 = 2x^2 + x - 6x - 3$$

հավաքելով հայտնի անդամները մի կողմ, իսկ անհայտները՝ մյուս
կողմ, կատանանք՝

$$2x^2 + 4x - x - 2x^2 - x + 6x = -3 + 2$$

վորից՝

$$8x = -1; x = -\frac{1}{8}$$

§ 3. Կոստանկային անդամներով միանհայտ հավասարումներ.

Ցուցմունք.— Հետևյալ հավասարումները լուծելիս նախ անհրաժեշտ է այդ հավասարումների լերկու կողմերը բերել միևնույն ընդհանուր հայտարարի և այստեղից հայտարարով բազմապատկելով՝ հավասարումը լերկու կողմերն ազատել կոտորակալին անդամներից: Այնուհետև խնդիրը լուծվում է սովորական լեղանակով:

$$\text{Որինակ՝} \quad \frac{2}{x^2+3x+2} + \frac{2}{x^2+4x+3} = \frac{5}{x^2+5x+6}$$

Վերածելով հայտարարները արտադրիչներին, կստանանք՝

$$\frac{2}{(x+1)(x+2)} + \frac{2}{(x+1)(x+3)} = \frac{5}{(x+2)(x+3)}$$

կամ՝

$$\frac{2(x+3)+2(x+2)}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{5(x+1)}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

Հավասարումից լերկու կողմն էլ բազմապատկելով $(x+1)(x+2)(x+3)$ արտահայտումից լուրջով, կստանանք՝

$$2x+6+2x+4=5x+5$$

կամ՝

$$4x-5x=5-6-4$$

$$-x=-5$$

$$x=5$$

Լուծել հետևյալ հավասարումները.

$$329. \quad \frac{10x+9}{15} = \frac{7x-10}{10} + 1.$$

$$330. \quad \frac{5y+6}{14} - \frac{2y+1}{21} = 3.$$

$$331. \quad 2 - \frac{3x-7}{4} = \frac{x+17}{5}.$$

$$332. \quad \frac{2z+1}{7} - 4\frac{1}{2} - \frac{3z-49}{4} = 0.$$

$$333. \quad \frac{3(2-y)}{2} = \frac{2(y-5)}{3}.$$

$$334. \quad \frac{5(3x-1)}{8} - \frac{x}{5} = \frac{9(x-15)}{20}.$$

$$335. \quad \frac{3u-7}{6} - \frac{2u-5}{7} = 7\frac{10}{21}.$$

336. $\frac{4z-7}{14} - \frac{4-7z}{8} = \frac{3z-7}{7}$.
337. $\frac{y-15}{4} - \frac{7-2y}{21} = \frac{3}{14}y + 0,5$.
338. $\frac{6z+1}{13} - \frac{15z-4}{26} = \frac{25z+2}{52} - \frac{20z-1}{39}$.
339. $\frac{18}{12x-18} = \frac{3}{12x-6}$.
340. $\frac{25}{4-5y} = \frac{15}{6-5y}$.
341. $\frac{5z}{3z+1} - \frac{1}{9z+3} = 1\frac{1}{6}$.
342. $\frac{9}{2-4u} - \frac{5u}{3-6u} = 1\frac{1}{6}$.
343. $\frac{2x-1}{4x+2} = \frac{9}{22} + \frac{4x-2}{2x+1}$.
344. $\frac{2u-4}{10-2u} - \frac{2(3u-1)}{5u-25} = 3$.
345. $\frac{7}{45z} + \frac{1}{45-15z} = \frac{1}{15z}$.
346. $\frac{1}{1+y} + \frac{3}{1-y} = \frac{24}{1-y^2}$.
347. $\frac{3}{2z-2} - \frac{1}{2z+2} = \frac{9}{z^2-1}$.
348. $\frac{7}{6x-30} + \frac{1}{9x-45} + \frac{15}{50-2x^2} = 0$.
349. $\frac{8}{y+2} - \frac{3}{5y-10} = \frac{11y+2}{7y^2-28}$.
350. $\frac{4}{z-8} + \frac{3}{2z-16} - 1\frac{5}{24} = \frac{2}{3z-24}$.
351. $\frac{1}{x^2+2x+1} + \frac{4}{x+2x^2+x^3} = \frac{5}{2x+2x^2}$.
352. $\frac{7}{t^2-1} + \frac{8}{t^2-2t+1} = \frac{37-9t}{t^3-t^2-t+1}$.
353. $\frac{3}{x^2+4x+4} - \frac{10}{x^2-4} = \frac{2x+1}{x^3+2x^2-4x-8}$.
354. $\frac{x^2-6}{x^3+8} + \frac{4}{5x^2-10x+20} - \frac{1}{x+2} = 0$.

$$355. \frac{5-2x}{1-x} - \frac{2x-14}{x+1} + \frac{20}{1-x^2} = 0.$$

$$356. \frac{7}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} + \frac{x^2}{x^2-9} = 0.$$

$$357. \frac{1}{z-1} - \frac{1}{z-2} = \frac{1}{z-4} - \frac{1}{z-5}.$$

$$358. \frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x-3}{x-4} - \frac{x-4}{x-5}.$$

$$359. \frac{2y-9}{2y-5} + \frac{3y}{3y-2} = 2.$$

$$360. \frac{4u-27}{2u-15} - \frac{3u-18}{u-7} + 1 = 0.$$

$$361. \frac{3z+1}{5z+3} - \frac{7z+3}{3-5z} = \frac{(10z-2)(5z+3)}{25z^2-9}$$

§ 4. Տասային գործակիցներով հավասարումներ.

Ծանոթություն.— Հետևյալ հավասարումների մեջ անհայտ մեծություններն աչրուրենի վերջին տառերով են նշանակված: Այս հավասարումների լուծման լեզանակը վոչնչով չի տարբերվում նախորդ դեպքերից. որինակ՝

$$(a-y)(b+y) = (a^2-y^2)$$

վորից՝ $ab+ay-by-y^2 = a^2-y^2$

կամ՝ $ay-by = a^2-ab$

վորից՝ $y(a-b) = a(a-b)$

վորից ստանում ենք՝

$$y = \frac{a(a-b)}{a-b} = a$$

$$y = a$$

Լուծնք հետևյալ հավասարումները.

$$362. ax+b=cx+d.$$

$$363. \frac{py}{q} - \frac{qy}{p} = 1.$$

$$364. abc-a^2z=az-a^2b.$$

$$365. (b+1)x+ab=b(a+x)+a.$$

$$366. (a+y)(b+y)=a^2-y^2.$$

$$367. (p+z)(p-z)=2p(p+z)-z^2.$$

$$368. a(t+a) - 2a(t-2a) = a(3t+a).$$

$$369. (x+a)^2 + 4bx = (x+a)(x-a) + 2b(x+b).$$

$$370. \frac{u+a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{u-b}{a} + \frac{a}{b}.$$

$$371. \frac{a-v}{b} = \frac{v-b}{a}.$$

$$372. \frac{x-a}{b} + \frac{bx}{a} = \frac{x}{b} = \frac{a}{b} + b.$$

$$373. \frac{1+x}{1-x} = \frac{a}{b}.$$

$$374. \frac{a}{a-y} = \frac{b}{b-y}.$$

$$375. \frac{x+1}{x-1} = \frac{a+b}{a-b}.$$

$$376. \frac{a+bz}{a+b} = \frac{c+dz}{c+d}.$$

$$377. \frac{x}{a-b} - \frac{5a}{a+b} = \frac{2bx}{a-b}.$$

$$378. \frac{a}{by} + \frac{c}{b} - \frac{cy}{by-a} = 0.$$

$$379. \frac{1}{n+x} - \frac{a}{bn-bx} = \frac{an}{bx^2-bn^2}.$$

$$380. \frac{1}{x-p} + \frac{x+5p}{x^2+px+p^2} = \frac{2(x^2+3p^2)}{x^3-p^3}.$$

§ 5. Հեռելիյալ հավասարումների մեջ վարձեցե՛ք տառերից վառիկե մեկը, բնդումնելով սյուսներն իբրեւ հայտնի մեծություններ.

$$381. xy = z.$$

$$382. \frac{x}{y} = s.$$

$$383. a+b = cd.$$

$$384. P(q-r) = s.$$

$$385. S = Vt.$$

$$386. S = Vt + z.$$

$$387. xy = yz = xz.$$

$$388. \frac{a}{b+c} = \frac{a}{b}.$$

$$389. \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

$$390. V = V_0(1 + at),$$

գտնել a .

$$391. \frac{D}{d} = \frac{1 + at_1}{1 + at_2},$$

գտնել a .

$$392. M_1 c_1 (T - t) = M_2 c_2 (t_1 - T),$$

գտնել T .

$$393. M(\theta - t) = md + m(100 - \theta),$$

գտնել θ .

$$394. S = V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

գտնել a :

$$395. S = V_0 t - \frac{a^2 t^2}{2}$$

գտնել a :

§ 6. Խնդիրներ.

396. Յեթն անհայտ թվի կրկնապատիկին ավելացնենք 18, կըստանանք նույն թվի կնգապատիկը: Գտնել այդ թիվը:

$$\text{Լուծում՝ } 2x + 18 = 5x (\text{ինչձև}),$$

397. Յեթն 70-ից հանեք անհայտ թվի լեռապատիկը, կստանաք այդ անհայտի կեսը: Գտեք այդ անհայտ թիվը:

398. Մարդաստար գնացքը դուրս և լեկել կալարանից ցերեկվա ժամի 12-ին և շարժվում և 32 $\frac{\text{կմ}}{\text{ժամ}}$ արագությամբ, 40 բռպե հետո նույն կալարանից դուրս յեկավ ճեպընթաց գնացքը, վորը գնում և 42 $\frac{\text{կմ}}{\text{ժամ}}$ արագությամբ: Վորոշել, թե ժամի քանիսին ճեպընթաց գնացքը կը հասնի մարդաստարին:

399. Հավասարակողմ յեռանկյան կողմը 20 սմ է: Հատել այդ յեռանկյան յուրաքանչյուր յերկու կողմը մյուս կողմին դուգահեռ ուղիղ-նեկով, այնպես, վոր նրանից ստացվի կանոնավոր վեցանկյունի:

400. Գտեք այն թիվը, վորի կեսը, մեկ-յերբորդ և մեկ-քառորդ մասերը միասին տալիս են այդ թիվը՝ մեծացած յերկու միավորով:

401. Նավթամբարը լցված և իր տարողության կեսի չափ նավթով: Այդ ամբարից դատարկեցին 1000 տոնն. բացի այդ, 75 տոնն կարցրել են ծորակների փշացած լինելու պատճառով: Պարզվում և, վոր այժմ ամբարը լցված և $\frac{1}{3}$ մասով: Վորոշել նրա տարողութունը:

402. Ժամը 12-ին ժամացույցի մեծ և փոքր սլաքները համընկնում են: Վորոշել, թե վորքան ժամանակից հետո նրանք նորից կը համընկնեն:

403. Տրեսար յերկու պահեստ ունի՝ տարբեր քաղաքներում: Մի պահեստում կա 180000 ռուբլու ասրանք, իսկ մյուսում՝ 70000 ռուբլու: Պահանջվում և յերկու քաղաքների պաշարները հավասարեցնել:

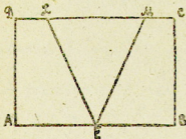
Գրա համար քանի որ և պահանջվում, յեթե որական մեկ քաղաքից մյուսը հնարավոր է ընդամենը 11000 ուսուցող ասպրանք տեղափոխել:

404. Մի ջրամբարում լերկու անդամ ավելի ջուր կա, քան մյուսում: Յեթե մեկից մյուսի մեջ տեղափոխենք 20 դուլլ, ապա լերկսի մեջ ջրի քանակությունը հավասար կլինի: Ինչքան ջուր կա ամեն մի ջրամբարում:

405. Պետրոսյանը Պողոսյանից լերեք անգամ քիչ փող ունի: Յեթե Պողոսյանը Պետրոսյանին տա 14 ուսուցիչ պարաք, ապա նրանց փողերը կը հավասարվեն: Վորոշեք, թե նրանցից ամեն մեկն ինչքան փող ունի:

$$\text{Լուծում՝ } 3x - 14 = x + 14$$

406. Շրջանի շառավիղը 11 սմ է: Նրանից անջատված է մի սեկտոր, վորի մակերեսը շրջանի մնացած մասի մակերեսից փոքր է 220 սմ²-ով: Վորոշել սեկտորի աղեղի լերկարությունը:



Գծ. 3

407. Հողամասն ունի ուղղանկյուն քառանկյան ձև (գծ. 3): $AB = 64$ մ, իսկ $BC = 42$ մ: AB կողմի E միջնահատով տարեք լերկու աղեղի գծեր, վորոնք այդ քառանկյունին բաժանեն լերեք հավասար մասերի:

$$\text{Ցուցումք. } DL = Mc = x, \quad LM = AC - 2x = 64 - 2x:$$

$$S_{\triangle LEM} = \frac{LM \cdot AD}{2} = \frac{1}{3} S_{\square ABCD}$$

$$\text{ուստի՝ } \frac{(64 - 2x) \cdot 42}{2} = \frac{1}{3} 64 \cdot 42,$$

$$\text{վորից՝ } 32 - x = \frac{64}{3} \text{ կամ } x = 32 - 21 \frac{1}{3} = DL$$

408. Գրադարանում դերմաներեն գրքերը ուսաներենից 13-ով քիչ են. հայերեն գրքերը 3 անգամ ավելի լեն ուսաներեն և դերմաներեն գրքերից՝ միասին վերցրած: Հայերեն գրքերը 151-ով ավելի լեն ուսաներեն գրքերից: Վորոշեցեք գրադարանի բոլոր գրքերի քանակը:

Պատ. 252

109. Հաշվավոր հույն մաթեմատիկոս Գիոֆանտի (մեր տարեգրություն IV դար) դերեղմանի վրա կա հետևյալ մակագրությունը. «Անցորդ, այս քարի տակ հանդուում է Գիոֆանտի դիակը, վոր իր լերկար կյանքի $\frac{1}{6}$ մասն անց և կացրել մանկություն մեջ, $\frac{1}{12}$ ՝ պտտա-

նեկության, Հաջորդ $\frac{1}{7}$ մասում նա ամուրի լիք: Նրա ամուսնությունն էր 5 տարի հետո ծնվեց նրա վորդին, վոր էր հոր կյանքի կեսն ապրեց: Վորդու մահից չորս տարի հետո մահացավ և Դիոֆանտը: Այս մահադրության հիման վրա վորոշեցեք, թե քանի տարեկան հասակում մեռավ Դիոֆանտը: Պատ. 86

410. Ուղղանկյուն յեռանկյան էջերից մեկը 12 սմ է: Ներքնագծի ու մյուս էջի տարբերությունը հավասար է 4 սմ: Վորոշել յեռանկյան կողմերը:

Լուծում. $x^2 - (x - 4)^2 = 12^2$, վորտեղ x -ը ներքնագիծն է:

411. Յեթե քառակուսու մի կողմը մեծացնենք 4 սմ-ով (սկզբում մյուսը փոքրացնենք 3 սմ-ով, ապա նրա մակերեսը էփօքրանա 4 սմ²-ով: Վորոշել քառակուսու կողմը:

Լուծում. $(x - 3)(x + 4) = x^2 - 4$

Վորոշել x -ը վեր քառակուսու կողմն է:

412. Յեթե քառակուսու մի կողմը փոքրացնենք 4 սմ-ով (սկզբում մյուսը 10 սմ-ով, ապա նրա մակերեսը կվեճանա 200 սմ²-ով: Վորոշել քառակուսու կողմը:

413. Գրքի չորսի տողերի թիվը 5-ով մեծ է մի տողի մեջ լեզած տառերի թվից: Յեթե տողերի թիվն ավելացնենք 6-ով, իսկ տողի տառերի թիվը 5-ով, ապա մի չորսի տառերի թիվը կմեծանա 319-ով: Քանի տող կա մի չորսում և քանի տառ՝ մի տողում:

414. Բաժանելու և քանորդի գումարը 130 է. բաժանաբարը հավասար է 11-ի. վորոշել քանորդն ու բաժանելին:

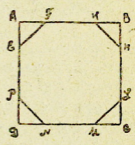
Լուծում. $\frac{130 - x}{12} = x$ (ինչձև):

415. Քառակուսու կողմը 4 մ է (զծ. 4): Նրա անկյունները կլասրել են այնպես, վոր $AG = AF = BK = CL = CM = DN = DP$. Ինչի՞ չի հավասար AG , յեթե ութանկյան մակերեսը հավասար է քառակուսու մակերեսի $\frac{7}{8}$ մասին:

416. Դիցուք ունեք 100 դր 3%-անոց սուբսիդի լուծույթ: Ինչքան շուր պետք է ավելացնեք, վոր ստացվի 2%-անոց լուծույթ:

417. Ինչքան շուր պետք է ավելացնել ծծմբաթթվի 600 դր 15%-անոց լուծույթին, վորպեսզի ստացվի 16% անի լուծույթ:

418. Հայրը 39 տարեկան է, իսկ վորդին 11: Քանի տարի հետո հայրը չորսու շնորհիվ մեծ կլինի վորդուց:



Գծ. 4.

419. Հայրը 46 տարեկան է, իսկ վորդին 14: Քանի՞ տարի առաջ էա 5 անգամ մեծ եր վորդուց:

420. Յերկու զուգահեռ լիսեռների առանցքների հեռավորութունը 21 սմ է: Այդ լիսեռներին հաղցրել են լերկու բանեցնող ատամնավոր անիվներ (шестерни): Վորդել այդ անիվների տրամագծերը, յեթե լիսեռներից մեկի պտտման արագութունը 1,8 անգամ մեծ է մյուսի արագութունից (զծ. 4):

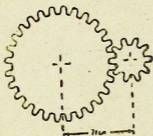
421. Բրոնզը պարունակում է 30% ցինկ: Նրա կշիռը 1500 կգ է (բրոնզը ցինկի և պղնձի խառնուրդ է): Ինչքան ցինկ պետք է խառնել վորդեցզի բրոնզի քանակը բարձրանա 34%-ի:

422. Գործարանում բանվորներից մեկն ստացավ 8 ուրլով ավելի, քանի մյուսը: Բացի այդ՝ յերկրորդն առաջինին վճարեց իր 4 ուրլի պարտքը: Պարզվեց, վոր առաջինը յերկրորդից 1 $\frac{1}{2}$ անգամ ավելի փող է առնում առևն: Վորոշել, թե նրանցից յուրաքանչյուրը վճարեան եր աշխատել:

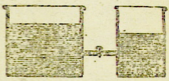
423. Ունենց 270 սմ³ 10%-անի ծծմբաթթվի լուծույթ: Ինչքան պետք է ավելացնել նույն թթվի 25%-անոց լուծույթից, վորպեսզի ստացվի 16% ամբուխյամբ լուծույթ:

424. Յերկու զլանային ցիստերներից մեկում կար 150 մ³ նավթ, իսկ մյուսում՝ 40 մ³: Այդ յերկու ցիստերները միացրին խողովակով (զծ. 6): Մինչև հողասարակչության ստեղծվելն ինչքան նավթ գհոսի, յեթե մի ցիստերնի հիմքի մակերեսը մյուսից 3 անգամ մեծ է, և լերկի հիմքերը նույն բարձրության վրա յեն:

Ցուցումներ. Հաժասարակչության կասեղծվի այն ժամանակ, յերբ յերկու ցիստերներում նավթի մակարդակները կհավասարվեն:



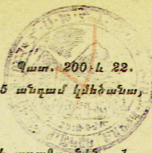
Գծ. 5.



Գծ. 6.

425. A և B կետերի հեռավորութունը Հափելիս, յուրաքանչյուր 10 մ-ի վրա անկում են մի ձող, ըստ վորում յերկու ձող ավելանում է Յեթե ձողերի հեռավորութունը դարձնենց 8 մ, այդ դեպքում 3 ձող կպահասի Վորոշել A և B կետերի հեռավորութունը և ձողերի թիվը:

Լուծում. $\frac{x}{10} + 2 = \frac{x}{8} - 3$ (ինչո՞ւ):



426. Գտնել այն լեռկանիչ թիվը, վորը 5 անգամ կմեծանա, լեթե նրա առաջը դնենք 1:

Լուծում. $x + 100 = 5x$

Մտեոքութում. - Յեթե լեռկանիչ թիվի առաջը դնենք 1, ապա նա կմեծանա 100-ով:

427. Մարդատար դնացքը շարժվում է $30 \frac{\text{կմ}}{\text{ժամ}}$ արագությամբ. նրա պատուհանից նայող ճանապարհորդը նկատեց, վոր նրա կողքով անցնող ապրանքատար դնացքը, վորի յերկարությունը 200 մ է, անցավ 15 վայրկյանում: Վորոշել, թե ի՞նչ արագությամբ էր շարժվում ապրանքատար դնացքը:

428. Յեռանկյան հիմքը b յե, բարձրությունը՝ h , մակերեսը՝ S : Գրել այդ մեծությունների առնչությունը, և ապա նախ վորոշել b -ն, հետո h -ը:

429. Գրել տրագիցի S -մակերեսի, a և b հիմքերի և h բարձրության առնչությունները, և ստացված հավասարությունից վորոշել նախ h -ը, ապա a -ն:

430. Գրեք ուղղանկյուն պրիզմայի S լրիվ մակերեսի և նրա a , b , c լեռեք չափումների առնչությունը, ստացված հավասարությունից վորոշեցեք նախ a -ն, ապա b -ն:

Լուծում. $S = 2ab + 2ac + 2bc$ (ինչո՞ւ):

431. A սուբյու վաճառքը տրված է $p\%$ -ով. նա է տարվա ընթացքում բերել և a սուբյու շահ: Գրել այդ շորս մեծությունների առնչությունը և ստացված հավասարությունը լուծել նախ A -ի, հետո t և ապա p -ի վերաբերյալ:

432. Մետաղի գլանի հիմքի շառավիղը $= R$, բարձրությունը՝ h , իսկ կլիոը՝ p կգր: Մետաղի տեսակարար կլիոը d յե Գրեցեք այդ մեծությունների առնչությունը և վորոշեցեք h -ը և ապա d -ն: Ի՞նչ տվյալների դեպքում հնարավոր է վորոշել h -ը և ի՞նչ տվյալների դեպքում՝ d -ն:

433. Թառնված է յերկու տեսակի թեյ, առաջին տեսակի թեյի մեկ կիլոգրամն արժե p_1 ուրլի, իսկ յերկրորդ տեսակինը՝ p_2 ուրլի: Առաջինից վեբցրած և n_1 կիլոգրամ, իսկ յերկրորդից՝ n_2 կիլոգրամ: Վորոշել իսառնուրդի 1 կիլոգրամի արժեքը:

Թառնուրդի 1 կիլոգրամի արժեքը նշանակելով p -ով, ապացուցե՛ք վոր՝

$$\frac{p_1 - p}{p - p_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Բացառեցեք, թե ինչո՞ւ վերջին հավասարությունը ճիշտ է, յերբ $p_1 = p_2$:

434. Թառնված ե յերկու տեսակի հեղուկ: Մեկից վերցված ե m_1 գրամ. նրա տեսակարար կշիռը d_1 ե: Մյուսից վերցված ե m_2 գրամ. Սրա տեսակարար կշիռը d_2 ե: Վարչել խառնուրդի խտությունը:

Նշանակելով խառնուրդի խտությունը d -ով, ապացուցեք, զոր,

$$\frac{d_1 - d}{p - p_2} = \frac{m_2 d_1}{m_1 d_2}$$

Վեր դեպքում այդ հավասարությունը ճիշտ է ե ինչո՞ւ:

435. Հավասարասրուն տրապեցը անկումադժեքի միջոցով բաժանված ե չորս յեռանկյունների: Վարչել այդ յեռանկյունների մակերեսները, յեթե տրապեցի հիմքերը հավասար են a -ի ե b -ի, իսկ բարձրությունը՝ h -ի: Ապացուցեք, զոր ստացված արդյունքները ճիշտ են ամեն տրապեցի համար (վոչ հավասարասրուն):

ՉԼՈՒԽ ՅԵՐԳՐԳԳ

ԱՌՍՁԻՆ ԱՍՏԻՃԱՆԻ ՀԱՎԱՍՏԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՍԻՍՏԵՄՆԵՐ

§ 1. Մեկ հավասարում յերկու անհայտով.

436. Տրված է՝

1) $2(x+y) - 7 = 7(x-1) + 2y - 5x$ հավասարությունը: Հանրահաշվական ձևափոխություններով և թվական արժեքներին տեղադրումով ստուգեցեք, թե այդ հավասարությունը հավասարում է, թե՞ նույնություն:

Լ ու ծ մ ա ն 1-ի ն յ ե դ ա ն ա կ .

Հավասարության յերկու կողմում ել առանձին-առանձին բաց արեք փակագծերը և միացրեք նման անդամները.

$$2(x+y) - 7 = 2x + 2y - 7$$

$$7(x-1) + 2y - 5x = 7x - 7 + 2y - 5x = 2x + 2y - 7$$

Այսինքն՝ հավասարության յերկու կողմերն ել տալիս են միևնույն արտահայտությունը, այդ արտահայտություններն իրար հավասար են x և y -ի ընդ որ արժեքներին դեպքում, հետևաբար այս հավասարությունը նույնություն է:

Լ ու ծ մ ա ն 2-րդ յ ե դ ա ն ա կ .

Տանք x -ին և y -ին կամավոր արժեքներ՝ դիցուք $x = 2$ -ի, $y = 3$ -ի: Հաշվեցեք աջ և ձախ մասերն առանձին-առանձին:

$$2(2+3) - 7 = 2 \cdot 5 - 7 = 10 - 7 = 3;$$

$$7(2-1) + 2 \cdot 3 - 5 \cdot 2 = 7 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 5 \cdot 2 = 7 + 6 - 10 = 3$$

Տվյալ դեպքում աված հավասարության աջ և ձախ մասերը հավասար են (յերկուսն ել 3-են):

Տալով x -ին և y -ին բազմաթիվ այլ արժեքներ, կհամոզվեք, վոր այդ հավասարության աջ և ձախ մասերը միշտ իրար հավասար են:

Դրանից կարող էք յեզրակացնել, վոր ամենայն հավանակաճնությամբ, այդ հավասարությունը նույնություն է:

437. Այժմ նույն հարցը վճռենք հետևյալ հավասարութեան համար.

$$2) \quad 2x - 3y = 3y - 3x$$

Լուծման 1-ին յեղանակ.

Յեթե x պարունակող անդամները հավաքենք հավասարութեան մի կողմ, իսկ y պարունակողները՝ մյուս կողմ, կստանանք՝

$$2x + 3y = 2y + 3y$$

վորից՝

$$5x = 5y.$$

Այս հավասարութեանը նույնութեան չե, վորովհետև նա ճիշտ է միայն այն դեպքում, յերբ $x = y$ -ին.

Լուծման 2-րդ յեղանակ.

Տանք x -ին և y -ին կամավոր արժեքներ—դիցուք $x = 6$, $y = 6$. Կտեսնենք, որ արժեքները 2) հավասարութեան մեջ, կստանանք՝

$$2 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 12 - 18 = -6$$

$$2 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 12 - 18 = -6$$

Տվյալ դեպքում հավասարութեան աջ մասը հավասար է ձախին: Տալով x -ին և y -ին նոր արժեքներ, որինակ՝

$$x = 3, \quad y = 4,$$

և Կտեսնենք, որ արժեքները 2) հավասարութեան մեջ, կստանանք՝

$$2 \cdot 3 - 3 \cdot 4 = 6 - 12 = -6.$$

$$2 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = 8 - 6 = 2.$$

Այսինքն՝ աջ և ձախ մասերն իրար հավասար չեն: Այդ նշանակում է, վոր x -ն ու y -ը տված արժեքներն ստանալ չեն կարող, արդ պատճառով էլ տված հավասարութեանը հավասարում է:

438. Նույն հարցը վճռենք հետևյալ հավասարութեանները համար:

$$3). \quad x + y = 3(x - 2y + 3) - 2x + 7y - 9;$$

$$4). \quad 5x - 4y = 4x - 3y + 2;$$

$$5). \quad \frac{x+3}{6} + \frac{y-13}{2} = \frac{x}{6} + \frac{y}{8} - 1;$$

$$6). \frac{x+1}{2} + \frac{y-3}{3} = \frac{x+y}{6};$$

$$7). (x+2)(y-3) = xy+4;$$

$$8). \frac{(x+y)^2}{2} + \frac{(x-y)^2}{2} = x^2 + y^2;$$

439. Խնդիր.—7 սմ յերկարությամբ հատվածը բաժանված է 2 մասի. վորոշել, թե ինչքի՞նչ է հավասար ամեն մի հատվածը:

Լուծում.—Յեթե առաջին մասը, նշանակենք x -ով, իսկ յերկրորդը y -ով, կստանանք հետևյալ հավասարումը՝

$$x+y=7$$

Այս հավասարումը պարունակում է յերկու անհայտ: Յեթե առաջին հատվածին ասենք մի վորոշ յերկարություն, որինսկի՞ 2 սմ, ապա ակներև է, վոր յերկրորդը կլինի 5 սմ: Յեթե առաջինը լինի 6 սմ, յերկրորդը կլինի 1 սմ: Յեթե առաջինը լինի 0,5 սմ, յերկրորդը կլինի 6,5 սմ: Մըանկց յերևում է, վոր տված խնդիրն անորոշ է:

x -ի և y -ի այն արժեքները, վորոնք միասին վերցրած բավարարում են տված հավասարումը, կոչվում են հավասարման լուծումներ:

Տվյալ դեպքում հավասարման լուծումներն են՝

$$x=2; y=5.$$

$$x=6; y=1.$$

$$x=0,5; y=6,5.$$

Այդ խնդրից յերևում է, վոր առաջին աստիճանի յերկանհայտ հավասարումները մեկ անհայտ հավասարումներից տարբերվում են նրանով, վոր այստեղ մեկ լուծման փոխարեն յերկուսն ունենք, և այդպուր-պուր լուծումների թիվն անվերջ է:

Տալով x -ին միանգամայն կամավոր արժեք, մենք լուծում ենք հավասարումն y -ի վերաբերյալ և գտնում ենք նրա մեկ զույգ լուծումները: Վորպեսզի ավելի հեշտ գտնենք լուծումները, կարող ենք հավասարումը լուծել տառերից մեկի վերաբերյալ, և մյուսին կամավոր արժեքներ տալով կստանանք հավասարման բազմաթիվ լուծումներ: Գիցուք անհրաժեշտ է լուծել հետևյալ հավասարումը.

$$440. \quad 2x+y=3$$

Լուծելով այդ հավասարումն y -ի վերաբերյալ, կստանանք՝

$$y=3-2x$$

Տալով x -ին 0 արժեք, կստանանք՝ $y=3$. հավասարման մի գույք լուծումը կլինի $x=0, y=3$:

Տալով x -ին 1 արժեք, կստանանք $y=1$:

Այդ արժեքները նույնպես կլինեն ավան հավասարման լուծումները:

Յեթե այդ լեղանակով շարունակենք, կարող ենք ստանալ ցանկացած թվով լուծումներ:

Այդ լուծումները կարելի յե գրի առնել հետևյալ աղյուսակի ձևով

| x | y |
|-----|-----|
| 0 | 3 |
| 1 | 1 |

և այլն:

441. Վարժութիւններ.

Հետևյալ հավասարումները լուծեք անհայտներից մեկն ու մեկի վերաբերյալ (վերի համար ա՛լիլի հարմար է) և գտնելով ամեն մեկի համար մի շարք լուծումներ՝ գրեք աղյուսակի ձևով:

$$1) x+y=9;$$

$$2) x+3y=11.$$

$$3) 7(x-1)=\frac{1-y}{5};$$

$$4) \frac{x-4}{3} + \frac{y-5}{4} = \frac{x+y}{6};$$

$$5) \frac{12}{x} - \frac{3}{2y} = 0;$$

$$6) \frac{1}{3x+1} = \frac{2}{5y+4}$$

$$7) \frac{x}{2x-10} - \frac{5y}{6x-30} - \frac{1}{20-4x} = 0$$

$$8) \frac{x+y+1}{2x-y+1} = 2$$

$$9) \frac{5}{x^2-3x} + \frac{10}{xy} = \frac{3}{xy-3y};$$

§ 2. Յերկանհայտ մեկ հավասարման գրաֆիկական լուծումը.

Յերբ մի անհայտ մեծությունն արտահայտում ենք մյուսով, մենք հենց դրանով անհայտ մեծություններից մեկն արտահայտում ենք վերսկս առաջի ֆունկցիա: Կառուցելով գտած ֆունկցիայի գրաֆիկը, մենք դրանով գրաֆիկորեն արտահայտած կլինենք տված հավասարման բոլոր լուծումները:

Որինքազ-1. Լուծել՝

$$x - y = 2 \dots \dots (1)$$

հավասարումը:

Լուծելով աչք հավասարումն y -ի վերաբերյալ, կստանանք՝

$$y = x - 2 \dots \dots (2)$$

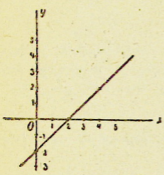
y -ը ֆունկցիա յն x -ից: Տալով x -ին կամավոր արժեքներ և ստացած արժեքները տեղադրելով (2) հավասարության մեջ, կստանանք y -ի արժեքները՝

| Այսպես՝ | x | y |
|---------|-----|-----|
| | 2 | 0 |
| | 3 | 1 |
| | 4 | 2 |

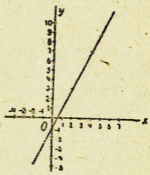
և այլն.

Կառուցելով $(2, 0)$; $(3, 1)$; $(4, 2)$; և այլն կետերը, կստանանք ֆունկցիայի գրաֆիկը: Գրաֆիկի վրա դրանված կետի յերկու կոորդինատները կլինեն տված հավասարման լուծումները:

Ստուգեցեք այդ (չժ. 7):



Չժ. 7.



Չժ. 8.

Յեթև տված հավասարումը 1-ին աստիճանի յն, ապա ստացված ֆունկցիան կլինի զժային ֆունկցիա և գրաֆիկորեն կարտահայտվի մի ուղիղ գծով:

Ուղիղ գիծը վորոշվում է իր յեղիու կետերով, հետևաբար անհրաժեշտ են տված հավասարման յերկու զույգ լուծումները, վերալիսող ստանանք մյուս բոլոր լուծումները (գրաֆիկորեն):

Որինակ 2. լուծել՝

$$2x - y = 1$$

հավասարումը:

Այդ հավասարումից ստանում ենք՝

$$y = 2x - 1$$

Յերբ $x=2$; $y=3$, իսկ յերբ $x=4$, $y=7$

կառուցելով (2, 3) և (4, 7) կետերը, կստանանք տված ֆունկցիայի գրաֆիկը (գծ. 8), վորը կլինի այդ կետերը միացնող ուղիղը:

Հավասարության միացած լուծումները կտրելի լի ստանալ, ոչ-տվելով գրաֆիկից: Գրաֆիկի յուրաքանչյուր կետի կոորդինատները կլինեն տված հավասարման մեկ զույգ լուծումները:

442. Գառուցել հետևյալ հավասարումների բոլոր լուծումների գրաֆիկները:

1). $y = 2x$;

2). $y = 2x + 1$;

3). $y = -2x$;

4). $y = -2x + 3$;

5). $x - y = 0$;

6). $x + y = 6$;

7). $x + 3y = 6$;

8). $x - 2y = 3$.

443. Որտվելով նախորդ խնդրի (4) հավասարման լուծումների գրաֆիկից, գտեք y -ը, յերբ $x=4$, և ստուգեցեք արդյունքը հաշվման միջոցով: Նույն աշխատանքը կատարեք նաև այն դեպքում, յերբ $x = \frac{2^1}{2}$:

Բավարարում են x -ի և y -ի համար ստացված արժեքները (4) հավասարմանը:

444. Նույն խնդիրը լուծեք (7) հավասարման համար, յերբ $x=2$, կամ $x=0,5$:

445. Որտվելով (2) և (6) հավասարումների (խնդ. 442) լուծումների գրաֆիկներից, գրեցեք այդ հավասարումների մի շարք լուծումները և ապա ստացված արդյունքները ստուգեցեք հաշվման միջոցով:

§ 3. Յերկանհայտ յերկու հավասարումների սխեմա.

446. Սճուղով ցերեկվա ժամի 12-ին A կետից անցնում է մի ավտոմոբիլ՝ $30 \frac{\text{կմ}}{\text{ժամ}}$ արագութիամբ: Յերկու ժամ հետո միևնույն կետից և միևնույն ուղղութիամբ անցնում է մի ուրիշ ավտոմոբիլ $50 \frac{\text{կմ}}{\text{ժամ}}$ արագութիամբ: Ժամի քանիսին և A-ից թիշ հեռավորութիան վրա շարժումները կհասնի 1-ին:

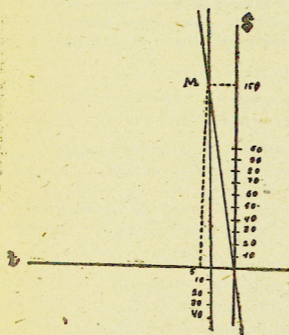
Լուծում.— Նշանակենք առաջին ավտոյի անցած ճանապարհը S տատով, ժամերի թիվը՝ t-ով (հաշված ցերեկվա ժամը 12-ից): Այժմ կարող ենք կազմել հավասարում, (անցած ճանապարհը հավասար է ժամանակի և արագութիան արտադրյալին).

$$S=30t$$

կատարենք այդ հավասարման լուծման գրաֆիկը (գծ. 9): Մենք գրտենք, վոր այդ գրաֆիկը կլինի մի ուղիղ գիծ:

Այժմ կազմենք յերկրորդ ավտոմոբիլի շարժման հավասարումը. այդ ավտոմոբիլի համար անցած ճանապարհը S է, իսկ ժամանակը՝ t—2, ուստի շարժման հավասարումը կլինի՝

$$S=50(t-1),$$



Գծ. 9.

Այդ հավասարման գրաֆիկը նույնպես կլինի մի ուղիղ գիծ, բայց այդ ավելի մեծ անկյուն կունենա: Այդ յերկու գրաֆիկները հատվում են M կետում:

Դժվար չէ նկատել, վոր այդ հատման կետի կոորդինատները ըսվարարում են թի մեկ և թի մյուս հավասարումը, վորովհետև այդ կետը գտնվում է միաժամանակ թի մեկ և թի մյուս գրաֆիկի վրա: M կետի կոորդինատներից S-ը պատկերացնում է արտոմոբիլի հանդիպման կետի հեռավորութիւնը A-ից, իսկ t-ն տալիս է ժամը 12-ից մինչև հանդիպումն անցած ժա-

մանակամիջոցը (S=150 կմ, t=5 ժամ):

Այսպիսով մենք տեսնում ենք, Վոր չերկու անհայտով յերկու հավասարումների մեջ անհայտներն ունեն միայն մեկական արժեք, Վորոնք մրաժամանակ բավարարում են թե՛ մեկ և թե՛ մյուս հավասարումը (վորովհետև չերկու ուղիղ գծերը հատվում են միայն մի կետում)։

Ինչպես տեսանք, յերկու հավասարումներ միատեղ լուծելու համար (գրաֆիկորեն) անհրաժեշտ է կառուցել այդ չերկու հավասարումների լուծման գրաֆիկները, Այդ գրաֆիկները հասման կետի կորդինատները տալիս են անհայտների այն արժեքները, Վորոնք բավարարում են թե՛ մեկ և թե՛ մյուս հավասարումը։

ՍՍԼՄԱՆՈՒՄ. — Յերե յերկու հավասարումների մեջ զսնվող անհայտներ միմյանցից արժեքներն ունեն, այս ևրան կոչվում են հավասարումների սխեսմ։

§ 4. Հավասարումների սխեսմի անալիթիկական լուծումը, արտաբան յեղանակ՝ բաղդատման միջոցով.

Ինչպես մենք տեսանք, չերկու փնհայտով չերկու հավասարումների սխեսմի գրաֆիկական լուծումը չալաղանց պարզ է, բայց պահանջում է խնամքով կատարված գծագիր, հակառակ դեպքում պատասխանը սխալ կլինի։ Այդ պատճառով էլ հավասարումների սխեսմը սովորաբար լուծում են անալիթիկորեն։

416-րդ խնդրից դուք տեսաք, Վոր չերկու ավտոմոբիլներին համար էլ Ա-ից մինչև հանդիպման կետն անցած ճանապարհը միևնույնն է։ Այդ պատճառով էլ չերկու հավասարումների մեջ S-ն ունի միևնույն արժեքը, ուստի՝

$$s=30 \text{ և } s=50 \text{ (—2)}$$

հավասարումներից կարող ենք գրել՝

$$50(t-2)=30t.$$

(Վորովհետև յեթե 2 մեծություններ առանձին-առանձին հավասար են մի ալլ մեծության, ալլա ալլ չերկու մեծություններն իրար էլ հավասար են)։

Այսպիսով ստանում ենք մեկ անհայտով մեկ հավասարում։ S-ը արտաքսվել է և Անհայտի այս ձևի արտաքսումը կոչվում է անհայտների բաղդատման յեղանակ։

Լուծելով ստացված հավասարումը, կստանանք՝

$$50(t-2)=30t$$

$$50t-100=30t$$

$$50t-30t=100$$

$$20t=100$$

$$t=5.$$

Այսպիսով ավանդորդներին հանդիպումը տեղի յե ունենում ժամը 12-ից 5 ժամ հետո: Ղորպեսզի վերոնկի հեռավորումը յաւանը ստանանք, բավական է տված սխտեմի հավասարումները մեկն ու մեկի մեջ տեղադրել $t=5$, կստանանք՝

$$z=30 \cdot 5=150 \text{ կմ.}$$

447. Լուծե՛ք հետևյալ սխտեմները՝ ոգավելով անհայտների բազմադասան յեղանակից.

- 1). $x+y=6$; $x-y=1$;
- 2). $x+y=7$; $x-y=10$;
- 3). $7x-y=8$; $3x+y=12$;
- 4). $2x+y=1$; $3(x+y)=2y$;
- 5). $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}=5$; $x+5(y-5)=13$:

§ 5. Անհայտի արտաբերումը տեղադրման յեղանակով.

Գործնականում անհայտի արտաբերումը բաղադասման յեղանակով շատ քիչ է ոգտադործվում: Ավելի շատ ոգտադործվում է հետևյալ յեղանակը. հավասարումներից մեկը լուծում են արտաքսման յենթակա անհայտի վերաբերյալ և ստացած արժեքը տեղադրում մյուս հավասարման մեջ: Այդ յեղանակով անհայտներից մեկն արտաքսվում է: Արտահայտել այս յեղանակը կոչվում է տեղադրման յեղանակ:

Որինակ՝ տված է հավասարումներին հետևյալ սխտեմը—

$$x+y=17; \quad 3x-2y=16$$

Լուծել այս սխտեմը՝ ոգավելով տեղադրման յեղանակից. X-ն արտաքսելու համար առաջին հավասարումը լուծենք X-ի նկատմամբ, կստանանք՝

$$x=17-y \dots (1)$$

X-ի համար ստացած արժեքը տեղադրենք յերկրորդ հավասարման մեջ, կստանանք՝

$$3(17-y)-2y=16.$$

$$51-3y-2y=16$$

$$-5y=-35.$$

վերից՝ $y=7.$

X-ն ստանալու համար՝ $y=7$ —արժեքը տեղադրենք (1) հավասարման մեջ՝

$$x=17-7=10.$$

Ալգեբրով ստացանք՝ $x=10$; $y=7$. (ստուգեցեք այդ պատաս-
խանները, տեղադրելով այդ հավասարումներին մեջ):

448. Լուծե՛ք հավասարումներին հետևյալ սխառեմները, ողջով ելով
տեղադրման լեզանով.

$$1) \begin{cases} x+y=10, \\ y=x; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x+y=12, \\ y=3x; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x+y=5, \\ y=3x-7; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 5x+2y=13, \\ y=x+3; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 3x+7y=34, \\ y=2x; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4x-5y=1, \\ x=2y-2; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 13x-5y=1, \\ y=2x+1; \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 7u-3v=32, \\ v=2u-9; \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 3z+5u=21, \\ u+5z=13; \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 3x+7y=17, \\ x-y+1=0; \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 2A-5B=1, \\ A-B=5; \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 3S+4t=0, \\ 5S-t=23; \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} 6x-7y=14, \\ 5x-y=2; \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} 11x+6u=2, \\ z=3u-1. \end{cases}$$

Վեճերի հավասարեցման յեղանակ.

Մաթեմատիկայում ամենից շատ ոգտագործում են տեղադրման յեղանակը, սակայն հաճախ ոգտագործում են նաև հետևյալ յեղանակը, վոր շափաղանց շատ ոգտագործում են առաջին տարիների հավասարումների սխառններ լուծելիս: Այդ յեղանակը կոչվում է անհայտ արտաքանակ յեղանակ հանրահաշվական գումարման միջոցով, կամ պարզապես, գործակիցների հավասարեցման յեղանակ: Այդ յեղանակի ելույթը սարգենք որինակներով:

Որինակ 1. զիցուք տված է հետևյալ հավասարումների սխառնը՝

$$3x + 4y = 10.$$

$$7x - 4y = 10$$

Այս սխառնը լուծելու համար անհրաժեշտ է արտաքանակ անհայտներից մեկը և ստանալ մեկ անհայտով մեկ հավասարում:

Գումարենք տված հավասարումներն անդամ առ անդամ: Կ սարունակող անդամները կոչնչանան, և մենք կստանանք՝

$$+ 3x + 4y = 10$$

$$7x - 4y = 10$$

$$10x = 20$$

$$x = 2$$

Տեղադրելով ստացված $x = 2$ արժեքը, տված հավասարումներից մեկի, որինակ՝ առաջինի մեջ, կստանանք՝

$$3 \cdot 2 + 4y = 10.$$

$$6 + 4y = 10.$$

$$4y = 4.$$

$$y = 1.$$

Որինակ 2.

$$7x - 6y = 29$$

$$3x + 8y = 23.$$

Յեթե գրված հավասարումները գումարենք, ապա անհայտներից և վոչ մեկը չի արտաքանակի: Նախորդ որինակում Կ-ը վոչնչացավ, վորովհետև նա յերկու հավասարումների մեջ ուներ հավասար գործակիցներ՝ հակառակ նշաններով: Յեթե տվյալ դեպքում ցանկանում ենք արտաքանակ Կ-ը, անհրաժեշտ է նրա գործակիցները հավասարեցնել: Դրա համար առաջին հավասարումը բազմապատկենք 4-ով, իսկ յերկրորդը՝ 3-ով, և նրանից հետո գումարենք անդամ առ անդամ: Այդ բոլորը գրվում է հետևյալ կերպ՝

$$\begin{array}{r|l} 7x-6y=29 & 4 \\ 3x+8y=23 & 3 \\ \hline 28x-24y=116 & \\ +9x+24y=69 & \\ \hline 37x=185 & \end{array}$$

$$x=5.$$

y-ը ստանալու համար տեղադրենք $x=5$ արժեքը՝ տված հավասարումներից մեկի, որինակ՝ յերկրորդի մեջ՝

$$3 \cdot 5 + 8y = 23$$

$$15 + 8y = 23$$

վորից՝

$$8y = 8$$

$$y = 1.$$

Դժվար չե համոզվել, վոր ստացված $x=5$ և $y=1$ -ի լուծումները բավարարում են տված 2 հավասարումները:

ԴԻՏՈՂՈՒԹՅՈՒՆ.—Տված որինակից լերևում ե, վոր գործակիցների հավասարեցման համար անհրաժեշտ ե գտնել արտաքսման չնշխակա անհայտի գործակիցների ամենափոքր բաղձապատիկ թիվը և ամեն մի հավասարուժը բաղձապատիկ համապատասխան գործակիցների լրացուցիչ բաղձապատիկներով:

Որինակ 3.

$$5x + 7y = 43$$

$$2x + 13y = 58$$

Այստեղ հարմար ե արտաքսել x-ը: Դրա համար հավասարեցնում ենք նրա գործակիցները: Մտկալն x-ի գործակիցները յերկուսն ել դրախան են, ուստի վորպեսզի նրանք վոչնչացնեն իրար, անհրաժեշտ ե մեկն ու մեկի նշանը փոխել. այդ պատճառով ել առաջին հավասարումը բաղձապատիկում ենք (-2)-ով խոչ յերկրորդը՝ ($+5$)-ով:

Այդպիսով ստանում ենք՝

$$\begin{array}{r|l} 5x+7y=43 & -2 \\ 2x+13y=58 & 5 \\ \hline -10x-14y=-86 & \\ +10x+65y=290 & \\ \hline 51y=204 & \end{array}$$

$$y=4.$$

կատարելով համապատասխան տեղադրում, ստանում ենք՝ $x=3$:

449. Լուծենք հետևյալ հավասարումները, գործակիցների հավասարեցման յեղանակով.

$$1) \quad x+y=43,$$

$$x-y=15;$$

$$2) \begin{cases} 2x + 5y = 43, \\ 13x - 5y = 17; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x + 7y = 41, \\ 3x + 5y = 31; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2z + 7u = 34, \\ 4z - 3u = 0; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x + 9y = 65, \\ 4x + 3y = 25; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 5u + 2v = 4, \\ 7u + 4v = 8; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 13s - 6t = 32, \\ 16s + 9t = 23; \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 6x - 7y = 32, \\ 8x - 5y = 24; \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 24z + 35v = 24, \\ 18z - 19v = 18; \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 14A - 9B + 3 = 0, \\ 35A - 12B = 45. \end{cases}$$

450. Լուծել հետևյալ հավասարումները, նախորդը կատարելով համապատասխան պարզեցումներ (արտաքսուվը կատարել ավելի արդիւնաւէր համար ամենահարմար յեղանակով):

$$1) \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 6$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1$$

Լուծում.— Ազատենք հավասարումները հաշտարարներից.

$$\frac{2}{3}x + \frac{2}{2}y = 6; \quad \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1;$$

$$2x + 5y = 36; \quad 2x - y = 4.$$

Այստեղ կարելի յն կիրառել տեղադրման լեղանակը, վերավհետև լերկրորդ հավասարման y -ի գործակիցը x -ի:

Յերկրորդ հավասարումից ստանում ենք՝

$$y = 2x - 4 \dots (1)$$

Տեղադրելով առաջին հավասարման մեջ, կստանանք՝

$$2x + 3(2x - 4) = 36.$$

$$2x + 6x - 12 = 36.$$

$$8x = 48$$

$$x = 6.$$

(1) Հավասարուիցյան մեջ տեղադրելով $x=6$, կստանանք՝

$$y = 2 \cdot 6 - 4 = 12 - 4 = 8; \quad \text{պատասխան} \quad x=6, \quad y=8$$

$$2) \quad \frac{2x}{3} - \frac{3y}{5} = 2,$$

$$\frac{5x}{4} - \frac{7y}{5} = 1;$$

$$3) \quad \frac{x+z+2}{x-z+7} = 2,$$

$$\frac{xz+5}{x-2} = 15+z;$$

$$4) \quad 0,5x + 0,26y = 36,$$

$$1,25x - 0,2y = 5;$$

$$5) \quad \frac{2u+1}{1-3v} = \frac{3}{2},$$

$$\frac{u+2}{3v+10} = 9;$$

$$6) \quad \frac{s}{t} = \frac{s+4}{t+2},$$

$$\frac{s-5}{s+4} = \frac{t-2}{t+7};$$

$$7) \quad (x+y)^2 - (x-y)^2 = 4(x-2)(y+2),$$

$$3x - 3y = 11;$$

$$8) \quad (s+5)^2 - (s^2 - 4t^2) = (2t+3)^2,$$

$$(2s+1)t - 25(t-1) = 7;$$

$$9) \quad 43 - (u-3)(v+6) = 46 - uv,$$

$$(u-5)^2 + (v-6)^2 + 2uv = (u+v)^2 - 83;$$

$$10) \frac{x-10}{y-1} - \frac{3+x}{2y-2} = 2,3,$$

$$\frac{5}{5+x} + \frac{1}{5+y} = \frac{10}{(x+5)(y+5)};$$

$$11) \frac{6}{u-2} - \frac{7}{2+u} = \frac{v+12}{4^2-4},$$

$$\frac{v-u}{2u-v} - \frac{u-v}{2v-4u} = \frac{2u-4}{6u-3v};$$

$$12) \frac{1-9x}{y-1} = 4,$$

$$\frac{x}{2x-10} - \frac{1}{20-4x} = \frac{5y}{6x-30};$$

$$13) \frac{3u+4}{2} = \frac{1}{3} + \frac{6u+9}{4} - \frac{3u+5v}{7-4u},$$

$$\frac{6u-3v}{2v-8} = 4 + \frac{4v-9}{5} - \frac{8v+7}{10};$$

$$14) \frac{y-6}{x+4} - \frac{y+6}{x+4} = \frac{10}{15-x^2},$$

$$\frac{5}{x^2-3x} + \frac{10}{xy} = \frac{3}{xy-3y};$$

$$15) \frac{s+2}{(t+2)(t-s)} - \frac{s-2}{(t-2)(t-s)} = \frac{t-s}{t^2-4},$$

$$4s+5t=11.$$

ԴԻՏՈՂՈՒԹՅՈՒՆ. — 15-րդ որինակի մեջ նախ առաջին հավասարության ձախ մասը բերեք ընդհանուր հայտարարի և ապա պարզեցեք:

§ 7. Նոր փոփոխականների մուծման յեզանակ.

Հետևյալ ավելի բարդ հավասարությունների մեջ հեշտութան համար կարելի չի մտցնել նոր փոփոխականներ.

Որինակ 1. Ղերբուք տված է հետևյալ հավասարությունների սխառեմը՝

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$$

Նշանակենք՝

$$\frac{1}{x} = u \text{ և } \frac{1}{y} = v,$$

այդ դեպքում տված հավասարումները կընդունեն հետևյալ տեսքը՝

$$u + v = \frac{1}{6} \dots (1)$$

$$2u - v = \frac{5}{24} \dots (2)$$

Այդ հավասարումները բերում ենք ընդհանուր հայտարարի և ստացված հավասարումները լուծում u -ի և v -ի նկատմամբ՝

$$\begin{array}{l|l|l} 6u + 6v = 1 & 4 & 24u + 24v = 4 \\ 48u + 24v = 5 & 1 & 48u - 24v = 5 \\ \hline & & 72u = 9 \end{array}$$

$$u = \frac{1}{8}.$$

Տեղադրելով $u = \frac{1}{8}$ արժեքը (1) հավասարության մեջ, կստանանք՝

$$\frac{1}{8} + v = \frac{1}{6}$$

$$v = \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{4-3}{24} = \frac{1}{24}$$

Գրաննալով u և v -ի արժեքները, հեշտութամբ կարող ենք գրաննել x -ը և y -ը.

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{8}, \text{ վերջից՝ } x = 8.$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{24}, \text{ վերջից՝ } y = 24.$$

Ծանոթություն. — Կարելի չէր նաև (1) և (2) հավասարումները կուժարել ստանց ընդհանուր հայտարարի բերելու. այդ ժամանակ կստացվի՝

$$3u = \frac{1}{6} + \frac{5}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8},$$

վերջից՝

$$u = \frac{1}{8}.$$

շարունակությունը նույնն է, ինչ վոր վերևում.

Որինակ 2. Սլոյս վերցնենք ալիի բարդ որինակ՝

$$\frac{3}{x+y} + \frac{8}{x-y} = \frac{9}{2}$$

$$\frac{18}{x+y} - \frac{4}{x-y} = 1.$$

Նշանակենք՝

$$\frac{1}{x+y} = z \text{ և } \frac{1}{x-y} = u$$

Տված հավասարումների մեջ տեղադրելով, կստանանք՝

$$3z + 8u = \frac{9}{2} \quad (1)$$

$$18z - 4u = 1 \quad (2)$$

Լուծենք այդ հավասարումները—

$$\begin{array}{l|l|l} 6z + 16u = 9 & 3 & 18z + 48u = 27 \\ 18z - 4u = 1 & -1 & -18z + 4u = -1 \\ \hline & & 52u = 26. \end{array}$$

Վերից՝

$$u = \frac{1}{2}$$

Տեղադրելով (2) հավասարման մեջ, կստանանք՝

$$18z - 4 \cdot \frac{1}{2} = 1.$$

$$18z - 2 = 1.$$

$$18z = 3.$$

$$z = \frac{1}{6}.$$

Նորից դառնալով սկզբնական անհայտներին, կստանանք՝

$$\frac{1}{x+y} = \frac{1}{6}; \quad \frac{1}{x-y} = \frac{1}{2}.$$

Վերից՝

$$\begin{array}{l} x+y=6 \\ x-y=2 \end{array}$$

Վերից հեշտությամբ ստանում ենք՝ $x=4$ -ի և $y=2$:

451. Լուծել հետևյալ սիստեմները.

$$1) \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2},$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2};$$

$$2) \frac{6}{x} + \frac{4}{y} = 3,$$

$$\frac{9}{x} + \frac{1}{y} = 2;$$

$$3) \frac{5}{x} - \frac{2}{y} = 16,$$

$$\frac{7}{x} - \frac{4}{y} = 26;$$

$$4) \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 21,$$

$$\frac{6}{x} - \frac{5}{y} = \frac{2}{3};$$

$$5) \frac{15}{z+u} + \frac{7}{z-u} = 12,$$

$$\frac{12}{z+u} - \frac{5}{z-u} = -1;$$

$$6) \frac{33}{2x+y} + \frac{40}{2y+x} = 7,$$

$$\frac{55}{y+2x} + \frac{24}{x+2y} = 7,4;$$

$$7) \frac{9}{2x+3y} + \frac{16}{3x+2y} = 5;$$

$$\frac{45}{2x+3y} - \frac{4}{2y+3x} = 4.$$

452. Լուծել հետևյալ տառային գործակիցներով հավասարումների սիստեմները.

ՅՈՒՑՄ ՈՒՆՔ. — Անհայտներից մեկը գտնելուց հետո, լեթե հավասարումը բարդ տեսք ունի, կարելի լին չչիմևլ անդադրման, ալլ ալս դեպքում ել տված հավասարումներից արտաքսել մլուս փոփոխականը

$$1) x+y=5a,$$

$$x-y=a;$$

$$2) \begin{cases} x+y=2a, \\ x-y=2b; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x+y=a, \\ x-y=b; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x+y=a, \\ ax+by=ab; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, \\ \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} ax-by=a, \\ a^2x+b^2y=a^2; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} ax+by=a^2+b^2, \\ ay-bx=a^2+b^2; \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} ax+by=a^2 \\ bx+ay=b^2 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} a^2x+b^2y=2a^2b^2 \\ ax-by=ab(a-b) \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = c+d \\ \frac{x}{c} + \frac{y}{d} = a+b; \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} \frac{x-m}{n} + \frac{y-n}{m} = 1, \\ \frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1; \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{d} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \\ \frac{x+y}{a^2+b^2} = \frac{x-y}{a^2-b^2}; \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} bx+cy=a+c, \\ \frac{x+1}{y+1} = \frac{a+b}{2b}; \end{cases}$$

$$14) \frac{x+m}{n} + \frac{y+n}{m} = \frac{(2mx+ny)}{mn},$$

$$\frac{x}{m^2} + \frac{y}{n^2} = \frac{x+y}{mn};$$

$$15) \frac{1-z}{a} = \frac{u}{b},$$

$$z + \frac{a-b}{b} = \frac{a(u+z)}{a+b};$$

$$16) \frac{u-v}{a} = \frac{b-c}{bc} - \frac{2c}{ab},$$

$$\frac{c}{bv}(u+z) = 1;$$

$$17) \frac{x-z}{x+z} = \frac{a+b}{a-b},$$

$$\frac{2bx+1}{2a-z} = 1;$$

$$18) \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{ab}{xy},$$

$$\frac{a}{a-b} + \frac{b}{x-a} = \frac{ab}{xy-bx-ay+ab};$$

$$19) \frac{u}{a+b} - \frac{v}{a-b} = \frac{1}{a+b},$$

$$(a-b)u + (a+b)v = a+b;$$

$$20) \frac{x}{m+n} + \frac{y}{m-n} = \frac{m+n}{mn},$$

$$mx+ny=2m;$$

$$21) \frac{1}{x} + \frac{a}{y} = a+1;$$

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = a^2 + \frac{b}{a}.$$

§ 8. Խնդիրներ.

453. Մի աշխատավոր վճարեց բնակարանավարձ և կոմունալ ապասարկութունների համար ընդամենը 8 ուր. 50 կոպ. ըստ վերուստ, նա բնակարանի համար վճարեց 3 ու. 50 կոպ. ով ավելի ջան կոմուն-

նալ սպասարկման համար: Վորոշել բնակարանի վարձի և կոմունալ սպասարկութան ծախսի արժեքը:

Լուծում. $x+y=8,5$; $x-y=3,5$

վորակի x -ը բնակարանի վարձն է, իսկ y -ը՝ կոմ. ծախսը:

454. Կետը գտնվում է շրջանի մեջ: Նրա ամենափոքր հեռավորությունը շրջանագծից հավասար է 10 սմ, իսկ ամենամեծը՝ 44 սմ: Վորոշել շրջանի շառավիղը և այդ կետի հեռավորությունը կենտրոնից:

Լուծում. Այդ կետով անցկացրեք տրամագիծ. շառավիղը նշանակեցեք R -ով, իսկ կետի հեռավորությունը կենտրոնից՝ d -ով. ալդ դեպքում կստանանք՝

$d-R=10$

$d+R=44$ և այլն.

(պատրաստեցեք գծադրեր):

455. Յերկրի և Վեներայի ամենակարճ հեռավորությունը հավասար է 41400000 կլմ, իսկ ամենամեծը՝ 257600000 կլմ: Վորոշել լերկրագնդի և Վեներայի հեռավորություններն արևից, չեթե ընդունենք, վոր նրանք արևի շուրջը պտտվում են շրջանագծով և շրջանի կենտրոնում գտնվում և արևը:

456. Շոգենաձիլը ջրի հոսանքի ուղղությամբ գնում է 18 $\frac{կմ}{ժամ}$ արագությունով, իսկ հոսանքի հակառակ ուղղությամբ՝ 12 $\frac{կմ}{ժամ}$ արագությամբ: Վորոշել ջրի հոսանքի և նավի՝ իրեն արագությունը:

457. Դիրիժավորը հողմի ուղղությամբ շարժվում է 97,2 $\frac{կմ}{ժամ}$ արագությամբ, իսկ հակառակ ուղղությամբ՝ 43,2 $\frac{կմ}{ժամ}$:

Վորոշել հողմի և դիրիժավորի արագությունները:

458. Կից անկյուններից մեկը մյուսից մեծ է 50°-ով:

Վորոշել այդ անկյունները:

459. Ուղղանկյուն յեռանկյան մեջ սուր անկյուններից մեկը մյուսից մեծ է 15°-ով: Ինչի՞ վն հավասար այդ անկյունները:

460. Յնտանկյան արտաքին անկյունը հավասար է 56°-ի: Նրան անկից ներքին անկյուններից մեկը մյուսից մեծ է 5°-ով: Վորոշել յեռանկյան ներքին անկյունները:

461. Ժողովում մի առաջարկություն անցավ 17 ձայնի մեծամասնությամբ: Քվեարկության ժամանակցում էլին ընդամենը 65 հոգի: Վորոշել, թե ջանի՞ հոգի դեմ քվեարկեցին և ջանի՞ հոգի թե՛ր:

462. 2 հեկտար հողամասն ունի տրապեցի ձև. Վորոշել տրապեցի հիմքերը, չեթե նրանցից մեկը մյուսից մեծ է 30 մ-ով, իսկ բարձրությունը հավասար է 100 մ-ի:

463. Յերկու մարմին զանվում են 12 մ հեռավորության վրա. յեթե նրանք շարժվեն իրար ընդհանրապես, ապա հիանդիպեն 2 բուպկից: Իսկ եթե մեկն ընկնի մյուսի չափից միևնույն արագությամբ, ապա կը հասնին իրար 6 բուպկից: Վարդել չուրաքանչյուր մարմնի արագությունը:

464. Յերկու զուգընթաց խմբերում միասին կար ընդամենը 68 աշակերտ: Յերբ մի խմբից 3 աշակերտ տեղափոխվեցին մյուսը, ապա խմբերի աշակերտների թիվը հավասարվեց: Վարդել, թե քանի՞ աշակերտ կար ամեն մի խմբում:

465. Յերկու քանվոր միասին ստացան 90 ուրբլի աշխատավարձ: Յերբ նրանցից մեկը մյուսին վճարեց իր 3 ուրբլի պարտքը, ապա յերկրորդը յերկու անգամ ավելի շատ փող ունեցավ, քան առաջինը: Վարդել, թե չուրաքանչյուրը ինչքան աշխատավարձ եր ստանում:

466. Յերկու թվերի գումարը հավասար է 62-ի. յեթե նրանցից մեծը 1 ավանդ փոքրի վրա, քառորդը կստանանք 3, իսկ մնացորդը 2: Գտնել այդ թվերը:

Լուծում.
$$x + y = 62 \text{ և } \frac{x}{y} = 3 + \frac{2}{y}$$

467. Յեթե դասարանում չուրաքանչյուր նստարանի վրա նստեն 5 աշակերտ, ապա 2 հոգի կմնան առանց տեղի: Իսկ եթե ամեն մի նստարանի վրա նստեցնեն 6 աշակերտ, ապա 4 տեղ ազատ կմնա: Վարդել աշակերտների և նստարանների թիվը:

468. Վարդ գծամասի տեխնիկական պլաններին հիման վրա պահանջվում է գնացքի չուրաքանչյուր 5 առանցքին մեկ արգելակ: Մադա-ապրանքատար գնացքն ունի ընդամենը 30 վագոն, ըստ վորում ապրանքատար վագոններն ունեն 2 առանցք, իսկ մարդատարները՝ 3: Գնացքն ընդամենն ունի 13 արգելակալին առանցքներ: Վարդել մարդատար և ապրանքատար վագոնների թիվը:

Լուծում. Յեթե նշանակենք մարդատար վագոնների թիվը x -ով, իսկ ապրանքատար վագոններինը՝ y -ով, ապա կունենանք՝

$$x + y = 30; \frac{3x + 2y}{5} = 13$$

վորից՝

$$\begin{array}{l|l|l} 3x + 2y = 65 & 1 & 3x + 2y = 65 \\ x + y = 30 & -3 & -3x - 3y = -90 \\ \hline & & -y = -25 \end{array}$$

պատ.
$$y = 25$$

$$x = 5$$

469. Յերկու արտազրոյ 10 ժամով արտազրում են 22 թերթ, Յեթե նրանցից մեկն աշխատի 4 ժամ, իսկ մյուսը՝ 7 ժամ, ապա նրանք միասին կարտազրեն 13 թերթ: Վորոշել, թե նրանցից յուրաքանչյուրը մեկ ժամով քանի՞ թերթ է արտազրում:

470. Մի յերեկո 5 ժամ տևողությամբ վառել են 6 սովորական 2 անխային 16-մոմանոց ելեքտրական լամպեր, ծախսելով 10,4 հեկտոուատ ժամ եներգիա: Մյուս յերեկոյան 4 ժամ տևողությամբ վառել են 5 սովորական և 3 անխային 16-մոմանոց ելեկտրական լամպեր, ծախսելով 9,92 հեկտոուատ ժամ եներգիա: Ինչքան եներգիա չե ծախուում սովորական և անխային լամպի 1 մոմ-ժամը:

471. Վորոշել այն կոտորակը, վորը կհավասարվի $\frac{3}{4}$ -ի, յեթե համարիչին և հայտարարին ավելացնենք 5-ական, իսկ յեթե միայն հայտարարին ավելացնենք 2, կստացվի $\frac{1}{3}$:

472. Յերկանիշ թվի տասնավորների թիվը 3-ով քոքք է միավորների թվից: Յեթե այդ թվի թվանշանները տեղափոխենք, կստանանք մի թիվ, վոր սկզբնականից $\frac{7}{4}$ անգամ մեծ է: Գտնել այդ յերկանիշ թիվը:

Լուծում.—Տասնավորների թիվը նշանակենք x -ով, իսկ միավորների թիվը՝ y -ով:

Յերկանիշ թիվը կլինի՝

$$10x + y \quad (1).$$

2ուս աված թիվը կլինի՝

$$10y + x \quad (2).$$

բստ խնդրի պայմանի՝ $\frac{7}{4} (10x + 7) = 10y + x$. և $y - x = 3$.

Այս գիտով ստանում ենք հետևյալ սխաեմը՝

$$\begin{aligned} \frac{7}{4} (10x + y) &= 10y + x \\ y - x &= 3 \end{aligned}$$

473. Յերկանիշ թվի թվանշանների գումարը հավասար է 15-ի: Յեթե այդ թվից հանենք 9, կստանանք մի թիվ, վորը ունի նույն թվանշանները, միայն հակառակ ձևով դասավորված: Լուծում. $x + y = 15$
 $10x + y - 9 = 10y + x$:

474. Առաջին կորգի լծակից կախված է յերկու ծանրոց: Լծակի բազուկները հարաբերում են այնպես, ինչպես 2:5: Ճնշումը հենման կետի վրա հավասար է 31,5 կգր: Վորոշել լուրաքանչյուր ծանրոցի կշիռը:

Լուծում. Նշանակենք ծանրոցներից մեկի կշիռը P, իսկ մյուսին՝ Q. այդ դեպքում.

$$P + Q = 31,5 \text{ (խնչձև)}$$

$$k \frac{P}{Q} = \frac{2}{5}$$

Վորից՝

$$\begin{array}{r|l} P + Q = 31,5 & 2 \\ 5P - 2Q = 0 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2P + 2Q = 63 \\ 5P - 2Q = 0 \\ \hline 7P = 63 \end{array}$$

$$P = 9 \text{ կգր.}$$

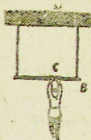
$$Q = 31,5 - 9 = 22,5 \text{ կգր.}$$

սլատ. P=9 կգր, Q=22,5 կգր.

475. Շողեկաթապի պահպանիչի փականի կառուցվածքը ավտոմե և 10-րդ գծ-ի վրա: Վերանորոգութան ժամանակ անհրաժեշտ յեղավ այդ փականը փոխարինել նորով: Ձեռքի առկ կար յերկու լծակ, մեկը OC-ից կարճ էր 12 սմ-ով. յեթև այդ լծակը գործածելին, անհրաժեշտ էլիներ P ծանրոցը մեծացնել 12 կգր-ով (վորպեսզի փականը աշխատեր): Մյուս լծակը OC-ից փոքր էր 7 սմ-ով. յեթև այդ լծակը գործածվեր, ապա P ծանրոցը սլետք և մեծացվեր 6 կգր-ով: Վորոշել էին լծակի՝ OC-ի յերկարությունը և P ծանրոցի կշիռը:



Գծ. 10



Գծ. 11

476. AB տրապեցից (գծ. 11) կախ է ընկած 56 կգր. ծանրություն ունեցող մի մարդ: Վորոշել, թե ինչ ուժով են ձգված պարամեները, յեթև AB=40 սմ., իսկ AC=25 սմ:

477. Վորոշել ուղղանկյան քառանկյան կողմերը, յեթև նրա պարագիծը հավասար է 54 մ-ի և յեթև նրա կողմերից մեկը մեծացնենք 2 մ-ով, իսկ մյուսը՝ 3 մ-ով, ապա նրա մակերեսը կմեծանա 75 ս^2 -ով:

Լուծում. Յեթև քառանկյան կողմերից մեկը նշանակենք x-ով, իսկ մյուսն՝ y-ով, ապա՝

$$2x + 2y = 54$$

$$(x+2)(y+3) = xy + 75$$

478. Յեթե ուղղանկյուն քառանկյան կողմից մեկը մեծացնենք 5 դմ-ով, իսկ մյուսը 2 դմ-ով, ապա նրա մակերեսը կմեծանա 70 դմ²-ով իսկ յեթե առաջին կողմը մեծացնենք 2 դմ²-ով, իսկ յերկրորդը փոքրացնենք 3 դմ-ով, ապա նրա մակերեսը կփոքրանա 20 դմ²-ով: Գտնեք այդ քառանկյան կողմերը:

479. A և C քաղաքների միջև աշխատում և մի ավտորուս: Այդ քաղաքների միջի ճանապարհը մինչև B կետը դարիվեր է, իսկ B ից C-ն՝ դարիվար: Ավտորուսը A-ից C-ն հասնում է 2 ժամում, իսկ Դ-ից A-ն 2 $\frac{1}{2}$ ժամում: Վորոշել այդ քաղաքների միջի հեռավորությունը, լեթե ավտորուսը դարիվերում շարժվում է 30 $\frac{կմ}{ժամ}$,

իսկ դարիվարում 60 $\frac{կմ}{ժամ}$ արագությամբ:

Լուծում. նշանակենք $AB=x$ իսկ $BC=y$

$$\frac{x}{30} + \frac{y}{60} = 2$$

$$\frac{x}{60} + \frac{y}{30} = 2\frac{1}{2}$$

(ինչձև):

480. Յեռանկյան մեջ անցկացված է հիմքին զուգահեռ ուղիղ, սրբապես վոր նա կիսում է յեռանկյան պարագիծը: Վորոշել կողմնալիս կողմերի հիմքին մոտ գտնվող հատվածները, յեթե հիմքը հավասար է 20 սմ. իսկ մյուս կողմերը՝ 16 սմ. և 24 սմ:

481. Յեռանկյան հիմքը 13 սմ է, իսկ մյուս կողմերը՝ 4 սմ. և 15 սմ: Անցկացված է հիմքին զուգահեռ մի ուղիղ, վոր հավասար է կողմերի հիմքի մոտ գտնվող հատվածների զումարին: Վորոշել այդ հատվածները:

Լուծում. նշանակենք հատվածներից մեկը x -ով, իսկ մյուսը y ով (պարաստեցեք համապատասխան դժագիր) կստանանք՝

$$\frac{x+y}{13} = \frac{15-x}{15}$$

$$\frac{x+y}{13} = \frac{4-y}{4}$$

(ինչձև):

482. Ինչքան ցինկ և ինչքան պղինձ պետք է վերցնել, վորպեսզի ստացվի 156 կգր բրոնզ՝ 7,8 տեսակաբար կշռով (այդ հավասար է չերկաթի տեսակաբար կշռին), լեթե ցինկի տեսակաբար կշիռը 7 է, իսկ պղինձինը՝ 8,8:

483. Ջրամբարն ունի լեռեք խողովակ, ըստ վորում նրանցից չերկուսը ցնում են, իսկ մեկը դատարկում է: Հայտնի յե, վոր յեր-

որորդ դատարկում է ավագանը նույնքան ժամանակամիջոցում, վոր-
քան ժամանակում լցնում է միայն լերկորորդը: Առաջին խողովակը
գործելով լերկորորդի հետ՝ լցնում է ավագանը 3 ժամ 45 $\frac{1}{2}$ րոպեիում:
Իսկ յերբ գործում է լերկորորդի հետ, ապա ավագանը լցվում է 7 ժամ
30 րոպեիում: Ինչքան ժամանակում կլցվի ավագանը, լեթե գործեն
առաջին և լերկորորդ խողովակներն առանձին-առանձին:

484. Ջրամբարը լցվում է լերկու խողովակներով, լեթե առաջինն
աշխատի 2 ժամ և լերկորորդը 6 ժամ, կամ լեթե առաջինն աշխատի
c ժամ, իսկ լերկորորդը՝ d ժամ: Վորողել, թե յուրաքանչյուր խողո-
վակն առանձին գործելիս քանի՞ ժամում կլցնի ջրամբարը:

485. Յերկու նավահանգիստների հեռավորութունը a կմ է. նավը
շարժվելով գետի հոսանքի ուղղությամբ, այդ հեռավորութունն անց-
նում է n ժամում, իսկ հոսանքի հակառակ ուղղությամբ շարժվելիս
անցնում է $1\frac{1}{2}$ անգամ ավելի մեծ ժամանակամիջոցում: Վորողել
նավի և ջրի հոսանքի արագութունները:

Լուծում. նշանակենք նավի արագությունը x ով, իսկ ջրին՝ y-ով:
Այդ դեպքում հոսանքի ուղղությամբ շարժվելիս նավը 1 ժամում
անցնում է (x+y) կիլոմետր, իսկ հակառակ ուղղությամբ շարժվելիս
1 ժամում անցնում է (x-y) կիլոմետր: Առաջին դեպքում նավն a կմ.
անցնում է n ժամում, լերկորորդ դեպքում նույն a կմ անցնում է
 $1\frac{1}{2}$ n ժամում: Ուստի՝

$$\begin{array}{l|l|l} (x+y)n=a & nx+ny=a & 3 \\ (x-y) \cdot \frac{3}{2}n=a & 3nx-3ny=2a & 1 \\ \hline & & \begin{array}{l} 3nx+3ny=3a \\ 3nx-3ny=2a \\ \hline 6nx=5a \\ 6ny=a \end{array} \end{array}$$

$$\text{վորեց՝ } x=\frac{5a}{6n} \frac{\text{կմ}}{\text{ժամ}}, \quad y=\frac{a}{6n} \frac{\text{կմ}}{\text{ժամ}}$$

486. Մի վորոշ աշխատանքի համար վարձված են բանվորներ:
Յեթե նրանց թիվը 20 մարդով պակաս լիներ, ապա նրանք աշխա-
տանքը 5 օրով ուշ կվերջացնելին, իսկ լեթե 15 հոգով ավելի լինե-
լին, ապա աշխատանքը 2 օրով շուտ կվերջացնելին: Բանի՞ բանվոր
եր վարձված և քանի՞ օրում նրանք կվերջացնեն աշխատանքը:

§ 9. Յեռանհայտ յերեմ հավասարումներ.

Մինչև այժմ մենք զբաղվում էինք լերկահայտ յերկու հավա-
սարումների սխառեմներով: Յեթե աված լինի մի յեռանհայտ հավա-
սարում, ապա ակներև է, վոր այդպիսի հավասարումն անորոշ հավա-
սարում է:

Դիցուք աված է հետևյալ հավասարումը՝

$$x+y+z=12 \quad (1)$$

Այստեղ մենք կարող ենք անհայտներից լերկուսին տալ կամավոր արժեքներ և դրանով ստանալ լերրորդ անհայտի արժեքը:

Դժվար չի նկատել, վոր լեռանհայտ յերկու հավասարումների սխտեմնե ել բավական չի լրիվ լուծումներ ստանալու համար: Յեվ իսկապես, դիցուք ունենք նույն անհայտների համար, բացի (1)-ից, նաև հետևյալ հավասարումը՝

$$2x - y + z = 7 \dots (2)$$

Արտաքսելով յերկու հավասարումներից y -ը, կստանանք՝

$$3x + 2z = 19$$

Այսինքն՝ մի հավասարում յերկու անհայտով, վոր, ինչպես սովորել ենք, անորոշ հավասարում է: Մենք այսպիսով յերկու հավասարումներից յերեք անհայտ վորոշել չենք կարող:

Յերկու ունենք յեռանհայտ յերեք հավասարումներ, ապա ընդհանուր առմամբ այդ անհայտների համար կստանանք վորոշակի արժեքներ:

Որինակ՝ 1. $2x + 3y - 2z = 8$

$$3x - 4y + z = -5$$

$$x + 5y - 3z = 11$$

առաջին և յերկրորդ հավասարումներից արտաքսենք z -ը.

$$\begin{array}{l|l|l} 2x + 3y - 2z = 8 & 1 & 2x + 3y - 2z = 8 \\ 3x - 4y + z = -5 & 2 & + 6x - 8y + 2z = -10 \\ \hline & & 8x - 5y = -2 \dots (1) \end{array}$$

Այժմ նույն z -ը արտաքսենք առաջին և յերրորդ հավասարումներից՝

$$\begin{array}{l|l|l} 2x + 3y - 2z = 8 & 3 & 6x + 9y - 6z = 24 \\ x + 5y - 3z = 11 & -2 & + -2x - 10y + 6z = -22 \\ \hline & & 4x - y = 2 \dots (2) \end{array}$$

Այժմ լուծեք (1) և (2) հավասարումների սխտեմը՝

$$\begin{array}{l|l|l} 8x - 5y = -2 & 1 & 8x - 5y = -2 \\ 4x - y = 2 & -2 & + -8x + 2y = -4 \\ \hline & & -3y = -6 \\ & & y = 2 \end{array}$$

սեղադրելով $y = 2$ արժեքը (2) հավասարում յետև մեջ կստանանք՝

$$4x - 2 = 2; 4x = 4 \text{ և } x = 1;$$

$x=1$ և $y=2$ արժեքները տեղադրենք տված հավասարումներից մեկնում մեջ, կստանանք z -ի արժեքը: Վերցնենք յերկրորդ հավասարումը՝

$$3 \cdot 1 - 4 \cdot 2 + z = -5$$

$$3 - 8 + z = -5$$

$$z = -5 + 5$$

$$z = 0$$

Պատ. $x=1$; $y=2$; $z=0$

Որինակ 3.

$$x + y = 5$$

$$2x - y + z = 2$$

$$3x - 2y - 3z = -3$$

Առաջին հավասարումը արգեն z չի պարունակում. արտաքսենք այն նաև վերջին յերկու հավասարումներից, կստանանք՝

$$9x - 5y = 3$$

Լուծելով այս հավասարումը տված հավասարումներից առաջինի հետ, կստանանք x -ի և y -ի արժեքները, վորոնք լինեն տեղադրենք տված հավասարումից յերկրորդի կամ յերրորդի մեջ, կստանանք z -ը: Լուծել կետևիպ յեռանհալա յերեք հավասարումների սիտեմները.

487. 1) $x + y = 6,$
 $y + z = 12,$
 $x + z = 8;$

2) $x - y = 2$
 $y - z = 1,$
 $x + z = 7;$

3) $x + 2y = 11,$
 $y + 3z = 25,$
 $z + 4x = 19;$

488 1) $2x + 3y = 14$
 $5x - 3z = 8,$
 $4x - z = 5$

2) $x + y + z = 2,$
 $2x + y = 0,$
 $y + 5z = 13;$

3) $x + y - z = 3$
 $x - y + z = 5,$
 $y + z - x = 7;$

489. 1) $x + y + z = 24,$
 $2x + 4y - 5z = 1,$
 $3y - x - z = 8;$

2) $x + y + z = 0,$
 $2x + 9y - 3z + 14 = 0$
 $4x - 3y - z - 14 = 0$

3) $x + y + z = 0,$
 $x + 2y + 4z = 11$
 $x + 3y + 9z = 18;$

490. 1) $10x + 4y + 7z = 14,$
 $9x + 2y - 5z = 7,$
 $7x - 6y - 6z + 21 = 0;$

2) $3x - 7y + 4z = 0,$
 $4x + 3y + 13z - 11 = 0,$
 $6x - 5(y - z) = 2;$

§ 10. ԽՆԴԻՐՆԵՐ

491. Յեթե յեռանկյան կողմերը զուգ-զույգ դումարենք կստանանք՝ 72 սմ, 47 սմ. և 59 սմ.

Վարդել յեռանկյան կողմերը:

Լուծում. $x+y=72$

$x+z=47$

$y+z=59$

Վարտել x , y և z -ը յեռանկյան կողմերն են:

492. Յեռանիշ թվի թվանշանները գումարը հավասար է 11-ի: Տասնավորների թիվը 4-ով մեծ է միավորների թվից, Յեթե այդ թվին ավելացնենք 198, ապա այդ յեռանիշ թվի թվանշանները կդասավորվեն հալտաակ ուղղութամբ:

Գտնել այդ թիվը:

Լուծում. $x+y+z=11$

$y-z=4$

$100x+10y+z+198=100z+10y+x$

Բացառեցե՛ք ինչևէ:

493. Կտոպերատիվը մի բանկում ունի 6000 ռ., յերկրորդում՝ 3200 ռ., իսկ յերրորդում՝ 2800 ռ.: Առաջին և յերկրորդ կապիտալը տարեկան բերում են 490 ռ. անկասային դրամ, յերրորդը և չորրորդը բերում են 286 ռ., իսկ յերրորդը և առաջինը՝ 456 ռ.: Վարդել, թե բանկերից յուրաքանչյուրը քանի՞ տոկոս է վճարում,

494. Յեռանկյան արտաքին անկյան ու նրան վոչ կից ներքին անկյուններից մեկի գումարը հավասար է 91°, նույն արտաքին անկյան և նրան վոչ կից մյուս ներքին անկյան գումարը հավասար է 128°, Վարդել յեռանկյան ներքին անկյունները:

495. Մի վարդ աշխատանք յերեք բանվոր միասին կարող են վերջացնել 4 օրում: 1-ինը և 2-րդը միասին կվերջացնեն 6 օրում, 2-րդը և 3-րդը միասին կվերջացնեն $6\frac{2}{3}$ օրում:

Ի՞նչքան ժամանակում կվերջացնի այդ աշխատանքն այդ բանվորներից ամեն մեկն առանձին:

Լուծում.

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{4}{z} = 1$$

$$\frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 \quad (1)$$

$$6\frac{2}{3} + \frac{6}{z} = 1$$

Վորտեղ x -ը, y -ը և z -ը վորոնքի ժամանակամիջոցներն են
 Բացատրեցե՛ք ինչո՞ւ:

Կարելի չե՞ր գրել նաև՝

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{6\frac{2}{3}}$$

Բացատրեցե՛ք ալս և նախորդ հավասարումների իմաստը: Ի՞նչ են
 արտահայտում (1) հավասարումները և ի՞նչ (2) հավասարումները:

496. Յերեք գործարան միաժամանակ աշխատելով պետք է կա-
 տարեն մի պատվեր: Ինչքան ժամանակ կտեվի ալդ պատվերի կատա-
 րումը, յեթե առաջինը և յերկրորդը միասին կարող են այդ պատվերը
 կատարել 4 ամսում, առաջինը և յերրորդը՝ 3 ամսում, իսկ յերկրորդը
 և յերրորդը՝ 2 ամիս 12 օրում:

§ 11. Բազմանկյա հավասարումների սխեմներ.

Հավասարումների սխեմե՛ք կարող ե՛ 3-ից ավելի անհայտ ունե-
 նալ. բայց ամեն մի դեպքում վորողակի պատասխան ստանալու հա-
 մար անհրաժեշտ է ունենալ ալնքան հավասարում, վորքան անհայտ
 մեծութիւններ կան:

Բազմանկյա հավասարումները լուծվում են ճիշտ ալնպես, ինչպես
 լուծում ելինք յեռանկյա հավասարումները:

Լուծել հետիլյալ հավասարումների սխեմները.

497. $x + y = 3$
 $x + z = 5$,
 $z + u = 7$,
 $u + x = 5$;

500. $x + y + z + u = 10$,
 $x + 2y + 4z + 8u = 26$,
 $x + 3y + 9z + 27u = 58$,
 $x + 4y + 16z + 64u = 112$;

498. $x + 2y = 8$
 $y + 3z = 6$,
 $z + 4u = 1$,
 $x - u = 2$;

501. $x + y = 5$,
 $y + z = 2$,
 $z + u = 0$,
 $u + v = 1$,
 $x + v = 4$;

499. $x + y + z = 5$,
 $x - y + u = 3$,
 $x + z - u = 4$,
 $y + z + u = 4$;

502. $x + y + z + u + v = 6$,
 $x + y + z = 5$,
 $x + y - u = 1$,
 $x + v = 1$,
 $u - v = 1$.

52. 1) $(x-y)^2$; 2) $(a+1)^2$; 3) $(a+2)^2$; 4) $(x^2+y)^2$; 5) $(2x^4-5y^4)^2$.
53. 1) 60; 2) 440; 3) 15000; 4) 499; 5) 7,8; 6) $\frac{1}{2}$; 7) $33 \frac{1}{3}$;
8) 50; 9) 2,4; 10) 1210.
55. 1) $a(b+c)^2$; 2) $b(a-c)^2$.
56. $x(x-4)^2$
57. $p(p+1)^2$
58. $4b^2(a+3c)^2$
59. $(x+z)^2(x-z)^2$
60. $y^2(8x+5y)(6x-5y)$
61. $b(10a+b)(10a-b)$.
62. 1) $2(a+1)^2$; 2) $3x(x-z)^2$
63. 1) $(a+b)(a-b)(a^2+b^2)$; 2) $(x^2+1)(x+1)(x-1)$
3) $4(4a^2+1)(2a+1)(2a-1)$.
64. 1) $z^2(4x+5z)(16x^2-20xz+25z^2)$ 2) $4a^4(3a-2z)(9a^2+6az+4z^2)$
65. $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)$
66. $a(3a^2-4)(9a^3+12a^2+16)$
67. $(a-b)^2(a^2+ab+b^2)^2$
68. 1) $(x+y)^2(x-y)^2$; 2) $(a+x)^2(a^2-ax+x^2)^2$
69. 1) $(a-1)^2(a^2+a+1)^2$; 2) $(x+1)^2(x^2-x+1)^2$.
70. a^2-b^2
71. 37^2-35^2
72. $\pi(R^2-r^2)$
73. $1,8125\pi|(a+b)(a-b)$
75. $(x+y)(a+b)$
76. $(x-y)(a-b)$
77. $(a+b)^2$
78. $(x-y)(z-2)$
79. $(a-b)(a+1)$
80. $(x+z)(x^2+xz-1)$
81. $(x-z)(x^2-xz-1)$
82. $(c+d)(a-b)$
83. $(a-x)(c+1)$.
84. $(x-1)(a+1)$.
85. $(a-c)(b-1)$
86. $(2a-3b)(x-y)$.

87. $(5x-2p)(8x+1)$; 91. $(x+2)(x+5)$;
 88. $2p^2 q^2 r^2 s^2 t^2 u^2 v^2$; 92. $(x-5)(x-10)$;
 89. $(a-b)(2x-5y^2+1)$; 93. $(x+1)(x+4)$;
 90. $(x+2)(x+3)$; 94. $(x-1)(x-11)$;
 95. 1) $(x^2+1)(x^2+2)$; 2) $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$
 3) $(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$; 4) $(x-1)(x^2+x+1)$
 $(x-2)(x^2+2x+4)$; 5) $4ab$
 96. 1) $(a-b+c)(a-b-c)$; 2) $(a+b+c)(a-b-c)$;
 97. 1) $(a+b)(a+b+c)$; 2) $(x-y)(x-y-2z)$;
 98. 1) $(a-c)(b-a+c)$; 2) $(a-b+c-d)(a-b-c+d)$
 99. 1) $2p^2 q^2 r^2 s^2 t^2 u^2 v^2$; 2) $(x+1)^2(x-1)(x^2-x+1)$;
 3) $x(x^2+1)(x-1)(x^2+x+1)$
 100. 1) $(2bc+b^2+c^2-a^2)(2bc-b^2-c^2+a^2)=(b+c+a)$
 $(b+c-a)(a+b-c)(a-b+c)$; 2) $(a^2+b^2)(c^2+d^2)$
 3) $(b+c)^2(a-x)(a+x)$;
 101. $(a^2-b^2-a-b)^2=(a+b)^2(a-b-1)^2$
 102. 1) $(a+a)^3(a-b)$; 2) $(x+y)(x-y)^3$; 3) $(a+b)(a-b)$
 (a^2+b^2+ab) ; 4) $(a+b)(a+b+c+d)$;
 103. $(a-b)(c-d-a+b)$
 108. $x+y$
 109. $2ax-b$
 110. $4a^2b^2+2ab+1$
 111. $1-3z^2$
 112. $-5a(2x+a)$
 118. $\frac{4}{a}$
 119. $\frac{2a}{3b}$
 120. $\frac{9b}{5c}$
 121. $\frac{4a^2}{5b}$
 122. $\frac{3x^2}{5a^2}$
 123. $\frac{1}{3ax^2}$
 124. $\frac{b+c}{x-y}$
 125. $\frac{a}{b}$
 126. $\frac{3a}{2b}$
 128. $\frac{1}{x-y}$
 129. $\frac{-1}{1+3a}$
 130. $\frac{a+b}{b}$
 131. $\frac{15b}{a+3b}$
 132. $\frac{a+b}{b-a}$
 133. $\frac{a-b}{a(a+b)}$
 134. $\frac{1}{x+y}$
 139. a

140. $4a$
141. $\frac{3a}{3}$
142. $\frac{3x}{2}$
143. $\frac{9z}{5}$
144. $\frac{6a}{b}$
145. $\frac{8x}{y}$
146. $-\frac{6x}{z}$
147. 0
148. $\frac{5a}{6}$
149. $-\frac{x}{6}$
150. $\frac{5c}{8}$
151. $\frac{7p}{36}$
152. $\frac{8a}{15b}$
153. $\frac{1}{6x}$
154. $\frac{ac+b}{c}$
155. $\frac{1-a}{ab}$
156. $\frac{3a+15b+ab}{3b}$
157. $\frac{1+a}{a^2}$
175. $\frac{18ax-54bx+36a^2x-18ax^2+a^3b-6abx+9b^2x}{84}$
158. $\frac{bc+ac+ab}{abc}$
159. $\frac{c+a+b}{abc}$
160. $\frac{x^2+y^2+z^2}{xyz}$
161. $\frac{4y^2z^2-9x^2z^2+48x^2y^2}{12x^2y^2z^2}$
6. $\frac{25y^1z^2-4y^3+18z^4}{60y^5z^4}$
163. $\frac{x^{11}b^3x^2y-ac^7y^6}{a^2b^6c^4x^3}$
164. a
165. $\frac{2b}{3}$
166. $\frac{x+a}{2}$
167. $\frac{4y-2x}{3}$
168. $\frac{24a+17}{12}$
169. $\frac{11-19x}{12}$
170. $\frac{271}{12}$
171. $\frac{x-13}{24}$
173. $\frac{14x+23}{60}$
174. $\frac{-x^2+16xy-y^2}{84}$
177. -1

178. $\frac{x-y}{x+y}$
179. $\frac{1}{1-x}$
180. $\frac{1}{1+x^2}$
181. $\frac{2y}{(x+y)^2}$
182. $\frac{2a}{(x-a)^2}$
183. $\frac{2x}{x^2-y^2}$
184. 0
185. $\frac{2}{a-b}$
186. $\frac{2ay}{y^3-a^2}$
187. $\frac{x^2+y^2}{y^2-x^2}$
188. $\frac{4xy}{x^2-y^2}$
189. $\frac{2}{a^2-1}$
190. $\frac{33+x}{x^2-9}$
191. $\frac{y}{x^2(x+y)}$
193. $\frac{x^2+4x+63}{12(1-x^2)}$
195. $\frac{1}{x+y}$
197. $\frac{2(x+y)}{x-y}$
199. $\frac{a^2+4ab+b^2}{a^2-b^2}$
201. $\frac{1}{m+1}$
203. $\frac{b-a}{a+b}$
204. $\frac{1}{m+n}$
205. $\frac{a+2c^2}{ac(a+c)}$
207. 1
209. $\frac{4x^2-16x+29}{x^2-5x-6}$
213. 1) $5a + \frac{2a}{9}$; 1) $3ab + \frac{4c}{9}$
 3) $a - \frac{x^2}{a}$, 4) $5x + \frac{-2a+3b}{7x^2}$
 5) $1 + \frac{2y}{x+y}$
 6) $a - b + \frac{3b^2}{a-b}$
 7) $1 + \frac{-2a^2}{x^2+a^2} = 1 - \frac{2a^2}{x^2+a^2}$
217. a
219. $\frac{4a^3n^3}{3x}$
221. $-\frac{2ab^3}{15cd^3}$
223. $-\frac{1}{4d}$
225. 1) $\frac{81b^3x^8}{16y^4}$; 2) $\frac{1}{125a^4b^{24}}$
 3) $\frac{81}{a^{32}y^{28}}$; 5) $-\frac{x^{14}}{a^{28}}$
227. $\frac{x^2+y^2}{4xy^3-4y^3}$
229. $-\frac{a^2}{d^2}$

$$231. \quad 1) \frac{a^3}{b^2} - \frac{b^2}{a^2} = \frac{a^4 - b^4}{a^2 b^2}; \quad 2) \frac{36 - x^4}{9x^2}; \quad 3) x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$4) x^2 + \frac{1}{x^2} - 2; \quad 5) x^4 + \frac{4}{x^4} + 4; \quad 6) \frac{a^3}{b^2} + \frac{4a}{bx} + \frac{4}{x^2} =$$

$$= \frac{(ax + 2b)^2}{b^2 x^2}; \quad 7) \frac{x^4}{y^4} + \frac{y^4}{x^4} - 2; \quad 8) a^3 + \frac{1}{a^3}; \quad 9) \frac{x^3}{y^3} - \frac{y^3}{x^3} =$$

$$= \frac{x^6 - y^6}{x^3 y^3}; \quad 10) \frac{a^3}{b^3} + 3 \frac{a}{b} + 3 \frac{b}{a} + \frac{b^3}{a^3}; \quad 11) \frac{a^6}{b^6} -$$

$$- 2 \frac{a^3}{b^3} + 3$$

$$232. \quad yz + xz + xy.$$

$$233. \quad \frac{6x^2}{z} + 4 - \frac{12xy^3}{5z^2}$$

$$234. \quad (a+1)(a^2+a+4) = a^3 + 2a^2 + 5a + 4.$$

$$235. \quad \frac{1}{a+1}$$

$$236. \quad \frac{2 - 2y - x + xy}{x}$$

$$237. \quad 1 + \frac{1}{x^2}$$

$$238. \quad \frac{1}{3b};$$

$$240. \quad \frac{11c^3}{5a^2}$$

$$242. \quad -\frac{3y}{14}$$

$$244. \quad -1$$

$$245. \quad \frac{1}{4(a+b)}$$

$$246. \quad -\frac{2(q-p)}{3(p+q)} \text{ und } \frac{2(p-q)}{3(p+q)},$$

$$255. \quad 1) \frac{16xy}{(x-y)^2}; \quad 2) -\frac{a(a-n)}{a+n}; \quad 4) \frac{y-x}{xy}; \quad 5) \frac{a+1}{a^2}.$$

$$256. \quad \frac{a+2b}{3a-2b},$$

$$257. \quad \frac{a^2+3b}{2a^2+18}$$

$$248. \quad \frac{2x}{x-y},$$

$$249. \quad \frac{m+n}{m-n}$$

$$250. \quad a + \frac{1}{b}$$

$$251. \quad \frac{3x-2y}{6y}$$

$$252. \quad a - \frac{1}{a}$$

$$253. \quad x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}$$

$$254. \quad 1) 1; \quad 2) \frac{xy-1}{xy+1}$$

258. $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$
259. $\frac{a}{b}$
260. $-\frac{a}{b}$
261. $a-b$
262. 1) $-\frac{a+1}{a}$; 2) $\frac{a+b}{ab}$; 3) $\frac{x^2y^2}{x-y}$; 4) m^2-n^2 ; 5) $1-x^2$
263. $\frac{xy}{x-y}$
264. $\frac{x^2+y^2}{xy}$
265. $\frac{xy}{x+y}$
266. a
267. $\frac{x+y}{bx+ay}$
268. $\frac{xy}{(x+y)^2}$
269. $\frac{2a}{a^2-x^2}$
270. $\frac{4x}{1-x^4}$
271. $\frac{1}{1+x^2}$
272. $\frac{a^3-a^2b+ab^2-b^3}{ab-a^3}$
273. 0
275. $x=5$
277. $x=6$
278. $z=6$
285. $y=6$
290. $x=2$
295. $x=-1\frac{2}{7}$
300. $x=-7\frac{1}{3}$
303. $x=2$
305. $x=4$
309. $x=4$
317. $x=2\frac{1}{7}$
320. $x=1\frac{1}{3}$
321. $x=6\frac{9}{13}$
323. $x=-1\frac{1}{9}$
328. 1) $x=\frac{-b+c}{a}$; 2) $x=\frac{n}{m}$; 3) $x=\frac{d-b}{a-c}$; 4) $x=\frac{p-mn}{m}$
329. $x=18$
330. $x=10$
331. $x=13$
332. $z=17$
333. $y=2\frac{12}{18}$
334. $x=-5$
335. $u=37$
336. $z=0$
337. $y=35$
338. $z=2$

339. $x = \frac{5}{12}$

340. $x = \frac{9}{8} = 1 \frac{1}{8}$

341.
$$\frac{5z}{3z+1} - \frac{1}{3(3z+1)} = \frac{7}{6}$$
$$z = 1$$

342. $n = -5$

343. $x = \frac{2}{7}$

344. $u = 2$

345. $z = 12$

346. $y = 10$

347. $z = 7$

348. $x = -10 \frac{20}{23}$

349. $y = 3$

350. $z = 12$

351. $x = 1$

352. $t = \frac{3}{2}$

353. $x = -3$

354. $x = 3$

355. $x = 3$

356. $x = 12$

361. $z = 1$

363. $y = \frac{pq}{p^2 - q^2}$

364. $z = \frac{b(a+c)}{a+1}$

367. $z = -\frac{p}{2}$

368. $t = a$

369. $x = b - a$

373. $x = \frac{a-b}{a+b}$

376. $z = 1$

377. $x = 5a$

378. $y = \frac{a}{b-c}$

379. $x = \frac{bn}{a+b}$

380. $x = 2p$

381. $x = \frac{2}{y}$ & $y = \frac{2}{x}$

382. $x = 8y$ & $y = \frac{x}{8}$

383. $a = cd - b$; $b = cd - a$

$$c = \frac{a+b}{d}$$
; $d = \frac{a+b}{c}$

384. $p = \frac{s}{q-r}$

$$q = \frac{s+pr}{p}$$
 & $r = \frac{pq-s}{p}$

385. $v = \frac{s}{t}$

386. $v = \frac{s-3}{t}$

387. $x = \frac{yz}{y+z}$

389. $x = \frac{a(b-y)}{b}$ & $y = \frac{b(a-y)}{a}$

390. $a = \frac{v-vo}{vot}$

391. $a = \frac{d_2 t_2 - dt_1}{d \cdot D}$

922. $T = \frac{M_2 c_2 t_1 - M_1 c_1 t}{M_1 c_1 - M_2 c_2}$

$$393. O = \frac{m(100+d)+Mt}{M+m}$$

$$394. a = \frac{29-2vot}{t^2}$$

$$395. a = \frac{2(s-vot)}{t^2}$$

$$396. 6$$

$$397. 20$$

$$398. \text{ժամը 2-ը անց 48 րոպե}$$

$$400. 24,$$

$$401. 6450 \text{ տոննա}$$

$$403. 5 \text{ րբ}$$

$$404. 40 \text{ դուլը և 80 դուլը}$$

$$405. 14 \text{ ս. և } 42 \text{ ս.}$$

$$412. 17\frac{1}{7} \text{ սմ}$$

$$413. 29 \text{ տող, մե տողում } 24 \text{ տառ}$$

$$414. Rr = 1\frac{1}{8} d,$$

$$416. 50 \text{ դր}$$

$$417. 300 \text{ դր}$$

$$418. 17 \text{ տարի}$$

$$419. 6 \text{ տարի}$$

$$422. 44 \text{ ս. և } 36 \text{ ս}$$

$$424. 7\frac{1}{2} \text{ մ}^3,$$

$$426. 25,$$

$$427. 12\frac{4}{5} \text{ մ}^3$$

$$428. s = \frac{bL}{2}; b = \frac{2s}{L}$$

$$L = \frac{2s}{a+b};$$

$$429. s = \frac{a+b}{2}, L;$$

$$L = \frac{2s}{a+b} \text{ և}$$

$$a = \frac{2s-Lb}{L}$$

$$431. a = \frac{RrT}{100}$$

$$432. P = \pi R^2 Ld$$

$$447. 1) X = 8\frac{1}{2}; Y = 2\frac{1}{2}$$

$$2) X = 8\frac{1}{2}; Y = -1\frac{1}{2}$$

$$3) X = 2; Y = 6$$

$$4) X = -1; Y = 8$$

$$5) X = 8; Y = 6$$

$$448. 1) X = 5; Y = 5$$

$$2) X = 8; Y = 9$$

$$3) X = 3; Y = 2$$

$$4) X = 1; Y = 4$$

$$5) X = 3; Y = 4$$

$$6) X = 4; Y = 3$$

$$7) X = 3; Y = 5$$

$$8) U = 5; V = 1$$

$$9) Z = 3; U = 3$$

$$10) X = 4; Y = 5$$

$$11) A = 8; B = 3$$

$$12) S = 4; T = -3$$

$$13) X = 0; Y = -3$$

$$14) Z = 0; U = \frac{1}{3}$$

$$449. 1) X = 29; Y = 14$$

$$2) X = 4; Y = 7$$

$$3) X = 2; Y = 5$$

$$4) Z = 3; U = 4$$

$$5) X = 1; Y = 7$$

$$6) U = 0; V = 2$$

$$7) S = 2; T = -1$$

$$8) X = 3; Y = -2$$

$$9) Z = 1; V = 0$$

$$10) A = 3; B = 5$$

$$450. 2) X = 12; Y = 10$$

$$3) X = 3; Z = 5$$

$$4) X = 20; Y = 100$$

$$5) U = 7; V = -3$$

$$6) S = 6; T = 3$$

7) $X=7; Y=5$

8) $S=2; T=3$

9) $U=6; V=7$

10) $X=0; Y=-4$

11) $U=5; V=9$

12) $X=\frac{1}{3}; Y=\frac{1}{2}$

13) $U=\frac{1}{2}; V=2\frac{1}{2}$

14) $X=2\frac{1}{2}; Y=2\frac{1}{2}$

15) $S=-1; T=3$

451. 1) $X=1; Y=2$

2) $X=6; Y=2$

3) $X=\frac{1}{2}; Y=-\frac{1}{3}$

4) $X=\frac{2}{3}; Y=\frac{3}{5}$

5) $Z=2; U=1$

6) $X=4; Y=3$

7) $X=-\frac{6}{5}; Y=\frac{19}{5}$

452. 1) $X=3a; Y=2a$

2) $X=a+b; y=a-b$

3) $X=\frac{a+b}{2}; Y=\frac{a-b}{2}$

4) $X=0; y=a$

5) $X=\frac{ab}{a+b}; Y=\frac{ab}{a+d}$

6) $X=1; Y=0$

6) $X=a-b; Y=a+b$

8) $X=\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}; Y=\frac{ab}{a+b}$

9) $X=\frac{3ab^2-b^3}{a+b}; Y=\frac{3a^2b-a^3}{a+b}$

10) $X=ac; Y=bd$

11) $X=\frac{m^2}{m-n}; Y=\frac{n^2}{n-m}$

12) $X=\frac{a}{b}; Y=\frac{b}{a}$

13) $x=\frac{a}{b}; Y=1$

14) $X=m; Y=n$

$$15) U = \frac{a}{2b}; Z = 1 - \frac{a^2}{2b^2}$$

$$16) U = \frac{a}{c}; V = \frac{a+2c}{b}$$

$$17) X = \frac{a}{b}; Z = -2$$

$$18) X = \frac{a^2}{a-b}; Y = \frac{b^2}{b-a}$$

$$19) U = \frac{a}{a-b}; V = \frac{b}{a+b}$$

$$20) X = \frac{m+n}{m}; Y = \frac{m-n}{n}$$

$$21) X = \frac{1}{a}; Y = a$$

453. 6 n. k 2 n. 50 k.

454. d=27 սմ k R=17 սմ.

455. R=149,5 միլ. կլմ. k r=108,1 միլ. կլմ.

456. 3 $\frac{կլմ}{ժամ}$ k 15 $\frac{կլմ}{ժամ}$

457. 27 $\frac{կլմ}{ժամ}$ k 70,2 $\frac{կլմ}{ժամ}$

458. 6d° k 116°

459. 37,5° k 52,5°

460. 25,5°; 30,5° k 124°

461. 24 k 41

462. 185 մ. k 215 մ.

463. 4 $\frac{մ}{րոպե}$ k 2 $\frac{մ}{րոպե}$

464. 37 k 31

465. 33 k 57

466. 15 k 47

467. 6 նստարան k 32 աշակերտ

469. $\frac{4}{5}$ ժ. k $1\frac{2}{5}$ ժ.

470. 0,01 հեկտոտեստ ժամ k 0,035 հեկտոտեստ ժամ

471. $\frac{3}{7}$

472. 36

473. 87

475. 42 սմ k 30 կգր.

476. 21 կգր. k 35 կգր.



477. 15 d. k 12 d.
478. 10 qd. k 8 qd.
479. $Ac=x+y=90$ k d.
480. 4 ud. k 6 ud.
481. $1\frac{5}{8}$ ud. k $6\frac{3}{32}$ ud.
482. 77,8 kqr. k 78,2 kqr.
483. I pu. 5 d., II pu. 15 d.
484. $\frac{ad-bc}{a-c}$ k $\frac{ad-bc}{d-b}$
485. 60 puvdnp, 10 np.
487. 1) $X=3; Y=4$ k $Z=7$
2) $X=1; Y=5$ k $Z=7$
3) $X=5; Y=3$ k $Z=2$
488. 1) $X=1; Y=4$ k $Z=-1$
2) $X=1; Y=-2$ k $Z=3$
3) $X=4; Y=5$ k $Z=6$
489. 1) $X=7; Y=8$ k $Z=9$
2) $X=2; Y=-2$ k $Z=0$
3) $X=3; Y=2$ k $Z=1$
490. 1) $X=0$ $Y=3\frac{1}{2}; Z=0$
2) $X=-\frac{1}{2}, Y=0$ k $Z=1$
491. 17 ud. 30 ud. 42 ud.
492. 173
493. $5,5^0_{10}, 5^0_{10}$ k $4,5^0_{10}$
494. $18^\circ, 55^\circ$ k 107°
495. 10; 12 k 15
496. 2 udpu.
497. $X=1; Y=2; Z=3; U=4$
498. $X=2; Y=3; Z=1; U=0$
499. $X=2; Y=0; Z=3; U=1$
500. $X=4; Y=3; Z=2; U=1$
501. $X=4; Y=2; Z=0; U=0$
502. $X=1; Y=1; Z=3; U=1; V=0$

8 Ա Ն Կ

ԳԼՈՒԽ ԱՌՈՋԻՆ

Համբարձավական արտահայտությունների հույնական և օրթոդոքսալությունները

Եջ

| | |
|---|----|
| 1. Նուշնակա՞ն արտահայտություններ | 4 |
| 2. Արտահայտության ձևափոխություն նշանակությունը | 6 |
| 3. Հանրահաշվի հիմնական հարցերը | 7 |
| 4. Հանրահաշվական արտահայտություններն արտադրյալների վերածելը | 7 |
| 5. Ընդհանուր արտադրիչը փակագծից դուրս բերելը | 7 |
| 6. Վերածում բանաձևերով | 9 |
| 7. Սմբավորման լեզանակ | 12 |
| 8. Ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը | 15 |
| 9. Ամենափոքր բազմապատիկը | 15 |
| 10. Հանրահաշվական կոտորակների գումարումն ու հանումը | 17 |
| 11. Հանրահաշվական կոտորակից ամբողջ արտահայտություն դուրս բերելը | 31 |
| 12. Հանրահաշվական կոտորակների բազմապատկումը և բաժանումը | 24 |

ԳԼՈՒԽ ՅԵՐԿՐՈՐԳ

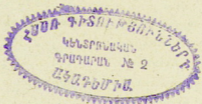
Առաջին աստիճանի հավասարումներ

| | |
|--|----|
| 1. Առաջին աստիճանի միտնայա հավասարումներ | 30 |
| 2. Վարժություններ | 30 |
| 3. Կոտորակային անդամներով միտնայա հավասարումներ | 33 |
| 4. Տառային գործակիցներով հավասարումներ | 35 |
| 5. Հետևյալ հավասարումների մեջ վերջնական տասերից վարակ մեկը, ընդունելով մյուսներն իբրև հայտնի մեծություններ | 36 |
| 6. Խնդիրներ | 37 |

ԳԼՈՒԽ ՅԵՐՐՈՐԴ

Առաջին տասինանի հավատարուսներ սխեսիմներ

| | |
|--|----|
| 1. Մեկ հավասարում լերկու անհայտով | 43 |
| 2. Յերկանհայտ մեկ հավասարման գրաֆիկական լուծումը | 47 |
| 3. Յերկանհայտ լերկու հավասարումների սխեսիմ | 49 |
| 4. Հավասարումների սխեսիմի անալիտիկական լուծումը՝ արտաքսման յեղանակով, բուլադրման միջոցով | 50 |
| 5. Անհայտի արտաքսումը տեղադրութւան յեղանակով | 51 |
| 6. Գործակիցների հավասարեցման յեղանակ | 53 |
| 7. Նոր փոփոխականների մուծման յեղանակ | 57 |
| 8. Խնդիրներ | 62 |
| 9. Յեռանկայտ լերեք հավասարումներ | 68 |
| 10. Խնդիրներ | 71 |
| 11. Բազմանհայտ հավասարումների սխեսիմներ | 72 |
| 12. Պատասխաններ | 73 |



| Ծ | Տող կա- խնդր | Տ պ վ ա ծ Է | Գ Ե ա թ Է Կ ա ր ք ա լ |
|----|-----------------|---|--|
| 4 | 7 վ | $d \frac{hr}{ud^3}$ | $d \frac{7r}{ud^3}$ |
| 4 | 11 վ | ծաղալը d կլինի՝ | ծաղալը կլինի՝ |
| 4 | 3 ն | դեպքը, | դեպքում |
| 9 | 5 վ | $a^2 \left(\frac{\pi}{2} + 2 \right)$ | $r \left(\frac{\pi r}{2} + 2h - 2r \right)$ |
| 14 | 11 ն | $5a^3 - 20ax^3 : (2x - a)$ | $(5a^3 - 20x^3) : (2x - a)$ |
| 27 | [ս 265 - 266 | որինակներն համարները սխալ են դրված | պետք է դնել ներքևի դժի դիմաց, որինակ՝ $\frac{a}{b} + 2$ $266 \cdot \frac{3a}{b} - 2$ |
| 28 | [ս 274 | 3-9 որինակներն համար- ները սխալ են դրված | պետք է դնել ներքևի դժի դիմաց |
| 32 | [ս 321 | $x - 5 = \frac{4x + 2^3}{15}$ | $x - 5 = \frac{4x + 22}{15}$ |
| 32 | 9 ն | 51-րդ | 325-րդ |
| 36 | [ս 387 | $xy = yz = xz$ | $xy = yz = xz$ |
| 37 | [ս 395 | $S = V_0 t - \frac{a^2 t^2}{2}$ | $S = V_0 t - \frac{at^2}{2}$ |
| 39 | 14 վ | վորոշել x-ը, վոր քառա- կուսու կողմն է | վորոշել x-ը քառակուսու կողմն է |
| 39 | 16 վ | կմեծանա | կվոքրանա |

| Column 1 | Column 2 | Column 3 | Column 4 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Faint text in row 1, col 1 | Faint text in row 1, col 2 | Faint text in row 1, col 3 | Faint text in row 1, col 4 |
| Faint text in row 2, col 1 | Faint text in row 2, col 2 | Faint text in row 2, col 3 | Faint text in row 2, col 4 |
| Faint text in row 3, col 1 | Faint text in row 3, col 2 | Faint text in row 3, col 3 | Faint text in row 3, col 4 |
| Faint text in row 4, col 1 | Faint text in row 4, col 2 | Faint text in row 4, col 3 | Faint text in row 4, col 4 |
| Faint text in row 5, col 1 | Faint text in row 5, col 2 | Faint text in row 5, col 3 | Faint text in row 5, col 4 |
| Faint text in row 6, col 1 | Faint text in row 6, col 2 | Faint text in row 6, col 3 | Faint text in row 6, col 4 |
| Faint text in row 7, col 1 | Faint text in row 7, col 2 | Faint text in row 7, col 3 | Faint text in row 7, col 4 |
| Faint text in row 8, col 1 | Faint text in row 8, col 2 | Faint text in row 8, col 3 | Faint text in row 8, col 4 |

ՀԱՆ ՀԻՄՆԱՐԱՐ ԳԻՒՆ ԳՐԱԴ.



FL0002533

ԳԻՆԸ 1 Ռ. 50 ԿՈՊ.

A $\frac{11}{23975}$

264.



Рабочая книга
По математике для 7-ой группы
Часть I
АЛГЕБРА
Госиздат ССР Армении
Эривань—1988