-65-

Հ. Ս. Խ. Հ. ԼՈՒՍԺՈՂԿՈՄԱՏ
ԿԱԴՐԵՐԻ ՍԵԿՏՈՐ
ՀԵՌԱԿԱ ՈՒՍՈՒՑՄԱՆ ՄԱՆԿԱՎԱՐԺԱԿԱՆ
ՏԵԽՆԻԿՈՒՄ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

ԱՌԱՋԱԴՐՈՒԹՅՈՒՆ № 1

I ԿՈՒՐՍ

Կազմեց՝ Վ. ԱՀԱՐՈՆՅԱՆ

ԵՐԵՎԱՆ 1932

Պետհրատի տպարան
Գլավլիտ 7088 (բ)
Պատվեր 6554
Տիրաժ 1000

Ե Ր Ե Վ Ա Ն 1932

Հանձնված է արտադրության 24/XI 1931 ՍՏ. Ֆ. A

ՈՒՍԱՆՈՂՆԵՐԻՆ

Մաթեմատիկայի այս առաջադրության մեջ յես աշխատել եմ հավաքել և ամփոփել թվի և թվաբանական չորս գործողությունների վերաբերյալ այն բոլոր որենքներն ու կանոնները, վորոնք ձեզ գուցե արդեն հայտնի յեն վորոշ չափով։ Սակայն այս առաջադրությունը բարեխղճորեն կատարելով, դուք 1) նախ կամփոփեք և կճշտեք ձեր իմացածն այդ մասին. 2) մի շարք հարցեր վորոնք ձեզ համար մութն են յեղել կամ հարցականի տակ են մնացել, լիովին կպարզեք. 3) ընդարձակ գաղափար կկազմեք թվի ու թվաբանական չորս գործողությունների մասին, վորոնք այնքան կարևոր են առաջին աստիճանի և 7-ամյա դպրոցի թվաբանություն կամ հանրահաշիվ ավանդող յուրաքանչյուր դասատուի համար։

Ընդհանրապես մաթեմատիկայի գրականությունից ինքնուրույն ուսանելն ավելի դժվար է, քան թե մի այլ առարկայի գրականությունից։ Ահա այդ պատճառով էլ պետք է առաջադրությունը կատարեք առանձին զգուշությամբ, գրի առնեք գըլխավոր որենքները, վճռեք անպայման նշած բոլոր որինակներն ու խնդիրները և ձեզ համար մութ հարցերի հետ միասին ուղարկեք տեխնիկումի վարչությանը, վորտեղից և կստանաք ձեր աշխատանքի գնահատականն ու մութ խնդիրների պարզաբանումը։ Աշխատանքը պիտի գրված լինի մաքուր և մանրամասն։

ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Մաթեմատիկան յեվ թվաբանությունը

Մեզ շրջապատում են բազմաթիվ առարկաներ և մեր շուրջը տեղի յեն ունենում բազմաթիվ յերևույթներ։ Բնության մեջ տեղի ունեցող յուրաքանչյուր մի յերևույթ ներկայացնում է փոփոխությունների մի ամբողջ շարք։ Այսպես, սավառնակի թռչելու ժամանակ փոխվում է նրա հեռավորությունը դուրս գալու տեղից, նրա բարձրությունը, բենզինի և յուղի պաշարը, նրա մասերի բարեխառնությունը և այլն։ Բույսի աճելու ժամանակի ընթացքում փոփոխվում է նրա ցողունի յերկարությունը, նրա քաշը, նրա մեջ յեղած նյութերի բովանդակությունը, շրջապատում գտնված սննդարար նյութերի պաշարը և այլն։ Վորևէ արտադրանքի գինը փոփոխվում է կախված լինելով աշխատող ձեռքերի, հում նյութերի, պահեստներում յեղած պատրաստի նյութերի քանակից ու շուկայում յեղած այդ ապրանքի պահանջից։

Այս օրինակներից յերևում է, վոր այն բոլորն, ինչ վոր մենք ուսումնասիրում ենք՝ լինի դա ապրանքի գին, հողում յեղած սննդարար նյութերի պաշար, սավառնակի բարձրանալը և այլն, չնայած միմյանցից խիստ տարբերվում են, բայց և այնպես ունեն մի ընդհանուր հատկություն, այն, վոր ընդունակ են փոփոխվելու մեծանալով կամ փոքրանալով, աճելով կամ իջնելով։ Հենց այդ հատկության պատճառով էլ մենք նրանց կկոչենք մեծություններ։

Այն գիտությունը, վորն ուսումնասիրում է մեծությունների փոփոխության օրենքները, կոչվում է մաթեմատիկա։

Մեզ շրջապատող յերևույթների մեջ նկատում ենք, վոր վորևէ մեծության փոփոխվելով, փոփոխվում է մի այլ մեծություն ևս։ Այսպես, սավառնակի բենզինի պաշարը փոփոխվում է նրա թռչելու ժամանակի հետ կապված լինելով։ Նմանապես և շուկայի գները փոխվում են հում նյութերի և աշխատող ձեռքերի քանակի փոփոխվելուց կախված և այլն։

Այդ փոփոխվող կամ փոփոխական մեծությունները լինում են յերկու տեսակ — անկախ փոփոխվող մեծություններ կամ արգումենտներ և կախյալ փոփոխականներ կամ ֆունկցիա, վորոնք սակայն, չեն կարող փոփոխվել, մինչև վոր չփոխվեն այն մեծությունները, վորոնցից իրենք կախված են։ Մեր բերած օրինակներում ապրանքի գինը կախյալ փոփոխական կամ ֆունկցիա է, իսկ բանվորական աշխատող ձեռքերի և հում նյութերի քանակը արգումենտն է։ Նմանապես առաջին օրինակում բենզինի քանակը կախված է սավառնակի թռչելու ժամանակամիջոցից, ուրեմն բենզինի քանակը ֆունկցիա է, իսկ ժամանակն՝ արգումենտը։

Այսպիսով տեսնում ենք վոր մաթեմատիկան բացի մեծությունների փոփոխության օրենքներ ուսումնասիրող գիտություն լինելուց, ներկայացնում է նաև այսպես կոչված ֆունկցիաների գիտություն կամ ավելի ճիշտ ասած, քանակությունների վերաբերյալ գիտություն է։

Մաթեմատիկայի այն բաժինը, վոր ուսումնասիրում է թվերի հատկությունը և այդ թվերով կատարվող գործողությունների օրենքները, կոչվում է թվաբանություն։

ԽՆԴԻՐՆԵՐ

1. Ցույց տվեք, թե ինչպիսի պայմաններում կարելի է, վոր հացի գինը նրա բերքատվության ֆունկցիան և հակադարձ ինչպիսի պայմաններում բերքատվությունը կդառնա գնի ֆունկցիան։
2. Ֆիզիկայից բերեք յերեք օրինակ, վորտեղ յերևա մեծությունների միջև յեղած ֆունկցիոնալ կապակցությունը (օրինակ ջերմությունից)։
3. Հասարակական հարաբերությունների բնագավառից բերեք ֆունկցիոնալ կապակցության մի յերկու օրինակ։

ԱՌԱՋԱԴՐՈՒԹՅՈՒՆ № 1

1 աշխատանք

ԹԻՎ ՅԵՎ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՕՐԵՆՔՆԵՐ

1. Ամբողջ թվեր. — Առարկաները հաշվելուց ստացվող թվերը, չնայած միմյանցից տարբերվում են, բայց նրանք ունեն մի ընդհանուր հատկանիշ՝ այն, վոր կազմված են ամբողջ միավորներից։ Այդ թվերը կոչվում են ամբողջ թվեր։

Ամբողջ թվերը, բացի առարկաների հաշվումից ստացվելուց, (կենդանիների, մարդկանց, ամանների, տների և այլն), կարող են ստացվել նաև նախորոք ընտրած չափի ամբողջական միավորներով չափումներ կատարելուց (օր. Յերևանից Լենինական կամ Թիֆլիսից Մոսկվա և այլ տեղերի հեռավորությունն ամբողջ կիլոմետրերով չափելիս)։

2. Կոտորակ թվեր. — Չափումների ժամանակ չի կարելի բավարարվել միմիայն ամբողջ թվերով։

Այսպես, AB ուղիղ գծի հատվածը (գծ. 1) սանտիմետրերով չափելիս, նկատում ենք, վոր նա 2 սանտիմետրից մեծ է, 3 սանտիմետրից փոքր է։ Վոչ 2 սանտիմետրը և վոչ էլ 3 սանտիմետրը մեզ չեն տալիս AB գծի յերկարության ճշգրիտ արժեքը։ Վերջինս ստանալու համար սանտիմետրը բաժանում ենք 10 մասի և AB-ի այն հատվածը, վորը 2 սանտիմետրերի ա-

Գծ. 1.

վելցուկն է ներկայացնում, չափում ենք այդ նոր ընտրած չափի միավորով, որ սանտիմետրի **տասնորդական մասն** է կազմում։

Ենթադրենք սանտիմետրի այդ տասնորդական մասը նրա մեջ 4 անգամ է պարունակվում, այն ժամանակ AB գծի այդ կրկնակի չափման արդյունքը կարտահայտվի սանտիմետրերի և նրա տասնորդական մասերի միջոցով այսպես.

AB=2 cm.+4 տասնորդական cm.=2,4 cm.

Անա այդ «4 տասնորդական մասը» ամբողջից տարբերելու համար կոչում ենք **կոտորակ թիվ**։

Այդպիսով կոտորակը միավորի մեկ կամ մի քանի միատեսակ մասն է կազմում։

3. Թվային առանցք.— Վերցնենք մի կամավոր հորիզոնական ուղիղ և կոչենք այդ գիծը թվային առանցք. նրա կետերից որևէ մեկը նշանակենք O (գծ. 2)։

Գծ. 2.

O-ից դեպի աջ նշանակենք մի շարք հավասար հատվածներ, որոնցից յուրաքանչյուրի մեծությունը մեկ սանտիմետր է։ Ենթադրենք O1 հատվածը 1 թիվն է պատկերացնում, O2 հատվածը՝ 2 թիվն է պատկերացնում և այլն։ Նկատում ենք, որ 1, 2, 3, և այլն ընդհատվող կետաշարքն այդ ուղիղի վրա համապատասխանում է 1, 2, 3, և այլ ամբողջ թվերին, որոնք կազմում են այսպես կոչված բնական թվերի շարքը։

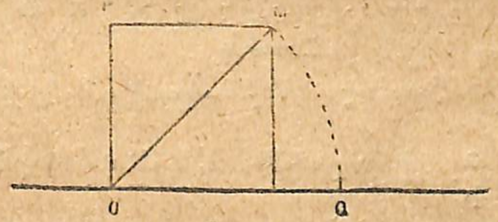
Սակայն նկատում ենք, որ այդ նշանակված 0, 1, 2, 3, և այլ կետերի միջև մնում են անթիվ բազմությամբ ուրիշ կետեր էլ՝ որոնք չեն համապատասխանում ամբողջ թվերին։ Հարց է ծագում, արդյո՞ք այդ ու-

ղիղի յուրաքանչյուր կետը պետք է համապատասխանի որևէ թվի թե՞ ոչ։ Կոտորակ թվերի գործածությունն արդեն խիստ մասամբ պատասխանում են այդ հարցին, որովհետև նրանք զգալիորեն պակասեցնում են այդ ուղիղի վրա գտնված դատարկ տեղերը։ Իրոք 0,1; 0,2: 0,3.... 0,9 կոտորակները թվաշարքի մեջ մտցնելով, մենք պետք է նշանակենք մեր ուղիղի վրա մի շարք դատարկ մնացած կետեր 0,1 cm. 0,2 cm. և այլ հեռավորությամբ 0 կետից, որոնք համապատասխանում են 0,1; 0,2; 0,3 և այլ կոտորակ թվերին։

Նմանապես 0,01; 0,02; 0,03 և այլ կոտորակ թվերի գործածությունն էլ ավելի է փոքրացնում ուղիղի վրա գտնված միջանկյալ տարածությունները, քանի որ դըրանք էլ իրենց հերթին գրավում են որոշ կետեր։

Այստեղից եզրակացնում ենք, որ յուրաքանչյուր ամբողջ և կոտորակ թիվ իր հատուկ տեղն ունի մեր թվային առանցքի վրա։

4. Իռացիոնալ թվեր.—Թվային առանցքի վրա ամբողջ և կոտորակ թվերը նշանակելով նկատում ենք, որ այդ ուղիղի բոլոր կետերը դեռ ևս չեն համապատասխանում մեր թվերին, նրանց միջև դեռ ևս մնում են բաց տեղեր, որոնք դեռ ևս դատարկ են. սա նշանակում է, որ կոտորակ և ամբողջ թվերով չի սահմանափակվում մեր թվաշարքը, և որ պետք է լինեն նաև ուրիշ տեսակի թվեր էլ, որոնք գրավելով ուղիղի վրա եղած մնացած կետերը կլցնեն բոլոր լուսանցքները, որով և մենք ուղիղի վրա կունենանք անընդհատ կետաշարք։ Համոզվելու համար կատարենք հետևյալ կառուցումը (գծ. 3)։



Գծ. 3.

Ուղիղի 01 հատվածի վրա կառուցեք OPM քառակուսին, որի յուրաքանչյուր կողմը հավասար լինի 1 միավորի. այնուհետև տարեք այդ քառակուսու OM անկյունագիծը և վերցրեք նրա չափ OX առանցքի վրա այնպես, որ OQ հատվածը հավասար լինի OM-ին. $OQ = OM$. Համաձայն Պյութագորի թեորեմի $OM^2 = 1^2 + 1^2 = OM^2 = 1 + 1$:

$OM^2 = 2$ (ներքնաձիգն արտահայտող թվի քառակուսին հավասար է էջերն արտահայտող թվերի քառակուսիների գումարին): Բայց որովհետև $OQ = OM$, ուստի

$$OQ = \sqrt{2} \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

Պարզ է, որ թվային առանցքի վրա կա մի Q կետ. բայց որ թիվն է համապատասխանում այդ կետը: Ի հարկե ամբողջ թիվ չի կարող պատկանել, քանի որ գտնվում է 1 և 2 միջև: Նմանապես չի կարող պատկանել նաև որևէ կոտորակ թվի: Իրոք, յենթադրենք մի րոպե այդ կետը կոտորակ թվի յե պատկանում, և թող լինի դա $\frac{a}{b}$ կոտորակը, որտեղ a և b թվերն ընդհանուր բազմապատկիչներ չունեն (փոխադարձ պարզ թվեր են), քանի որ հակառակ դեպքում $\frac{a}{b}$ կոտորակը մենք կարող ենք կրճատել:

Ըստ այս յենթադրության, յեթե Q-ն պատկանում է $\frac{a}{b}$ կոտորակին, այն ժամանակ $OQ = \frac{a}{b}$, իսկ համաձայն (1)-ին հավասարության $OQ^2 = 2$, հետևապես կարող ենք գրել.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 2; \; \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = 2; \; \frac{a^2}{b^2} = 2 \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

$\frac{a}{b}$ կոտորակն անկրճատելի յե, ուրեմն և $\frac{a^2}{b^2}$ կոտորակն էլ է անկրճատելի. այստեղից պարզ է, որ (2)-րդ հավասարությունը՝ $\frac{a^2}{b^2} = 2$ անհնար է, քանի որ հակառակ դեպքում դուրս կգա, որ անկրճատելի կոտորակ թիվը հավասար է ամբողջ թվի, որը յերբեք տեղի ունենալ չի կարող:

Այսպիսով համոզվում ենք, որ Q կետը չի կարող պատկանել ոչ ամբողջ և ոչ էլ կոտորակ թվի, բայց որովհետև նա կա, գոյություն ունի, ուստի և պետք է մտածենք, որ մեր իմացած ամբողջ և կոտորակ թվերի միջև դասավորված են նաև ինչ որ ուրիշ տեսակի թվեր, որոնք յերբեք նման չեն ամբողջ և կոտորակ թվերին: Այդ թվերը, որոնք մենք մանրամասն կուսումնասիրենք հետագայում, կոչվում են **իռռացիոնալ թվեր**: Ամբողջ և կոտորակ թվերին էլ նրանցից տարբերելու համար կոչում ենք **ռացիոնալ թվեր**: **Իռռացիոնալ թիվ** տերմինը բառացի նշանակում է **անհամաչափելի թիվ**: Մաթեմատիկայի մեջ իռռացիոնալ թվերը մտցնելով, ինչպես հետագայում կտեսնենք, թվերի հետ գործողությունները կատարելը զգալի չափով հեշտացնում է և օժանդակում է տեխնիկական պրոգրեսին:

5. Բացասական թվեր.—Ամբողջ, կոտորակ և իռռացիոնալ թվերով դեռ ևս չեն սպառվում թվերի տեսակները:

Վերցնենք մի այսպիսի օրինակ. փետրվար ամսին ե. յերեկ կեսօրին ջերմաչափը ցույց էր տալիս 3^0, իսկ այսօր կեսօրին 2^0: Յերեկ կեսօրին էր տաք թե այսօր կեսօրին:

Այս հարցին դուք յերբեք չեք կարող պատասխանել, մինչև վոր չիմանանք, թե արդյոք սնդիկը ջերմաչափի մեջ, վոր ցույց է տվել 3° կամ 2°, ջրի սառեցման կետից վերև՞ է յեղել կանգնած, թե ներքև յերեկ և այսօր։ Յեթե յերեկ սնդիկը ջրի սառեցման կետից (այսպես կոչված զրո կետից) 3° ցածր եր կանգնած, իսկ այսօր 2° բարձր, պարզ է վոր այսօր յերեկվանից տաք է, իսկ յեթե յերեկ զրոյից բարձր է յեղել այսօր ցածր, այն ժամանակ կասենք, վոր յերեկ այսօրվանից տաք եր։ Այստեղից տեսնում ենք, վոր նման հարցին պատասխանելու համար դեռ ևս բավական չե իմանալ միայն աստիճանների քանակը, պետք է իմանալ նաև սնդիկի դիրքը զրո կետի նկատմամբ, կամ տվյալ աստիճանն արտահայտող թվի տեղը։ Բայց վորովհետև ջերմաչափի վրա աստիճանները նշանակված են վոչ միայն 0-ից դեպի վեր, այլ և դեպի ներքև, ուստի և 2° և 3° միմյանցից կարող են տարբերվել վոչ միայն իրենց մեծությամբ (ցույց տված աստիճանների քանակով), այլ և զրոյի նկատմամբ իրենց գրաված դիրքով։

Ինչպես հայտնի յե, այդ վերջին տարբերությունը նշանակվում է ջերմաչափի վրա + և — նշաններով (զրոյից դեպի վեր +, դեպի ներքև —), ուստի և այդ թվերը համաձայն իրենց նշանների լինում են դրական և բացասական։

Վերցնենք մի այլ օրինակ ևս. Լենինականի կայարանից գնացքը շարժվելով ներկայումս գտնվում է Լենինականից 100 կիլոմետր հեռավորության վրա. գրեք գնացքի տեղը ներկայումս աշխարհագրական քարտեզի վրա։

Պարզ է, վոր այս խնդիրը դուք լուծել չեք կարող, քանի վոր խնդրի մեջ չի ասված, թե գնացքը Լենինականից ինչ ուղղությամբ է շարժվել դեպի Յերևան, թե դեպի Թիֆլիս, ուստի և ներկա մոմենտում գնացքի տեղը միանգամայն անորոշ կլինի։ Այս խնդիրն ևս ցույց է տալիս, վոր անհրաժեշտ է մաթեմատիկայի մեջ, բացի ամբողջ և

կոտորակ թվերը, մտցնել նաև այլ տեսակի թվեր, վորոնք ցույց տան վոչ միայն քանակի գաղափար, այլ և դրա հետ միասին ուղղության գաղափար։ Յեթե մենք պայմանավորվենք Լենինականից դեպի Թիֆլիս շարժման ուղղությունը նշանակել + նշանով, այն ժամանակ դեպի Յերևան տեղի ունեցած շարժման ուղղությունը կունենա — նշան, այլ խոսքով՝ մեր հարցումը կարող է լինել կամ + 100 և կամ թե — 100 (դրական 100 կամ բացասական 100)։

Վերջապես ոգուտն ընդունելով կապիտալի դրական փոփոխություն, վնասն անպայման կլինի բացասական փոփոխություն. կամ ընդունելով քրիստոնեական դարաշրջանի սկզբից հետո կատարված վորևե դեպքի կատարման ժամանակամիջոցը դրական, այն դարաշրջանի սկզբից առաջ կատարված դեպքի ժամանակամիջոցը կլինի բացասական. այսպես իրրացիոնալ թվերը մաթեմատիկայի մեջ գործածվել են 1544 թվականից քրիստոնեական դարաշրջանից հետո, իսկ կոտորակների գործածությունը յեղել է 2000 և 1700 թվականների միջև քրիստոնեական դարաշրջանից առաջ. ուրեմն 1544-ի առաջ կարող ենք դնել + նշան և գրել + 1544, իսկ 2000-ի կամ 1700-ի առաջ դնել — նշան և գրել — 2000 կամ — 1700։

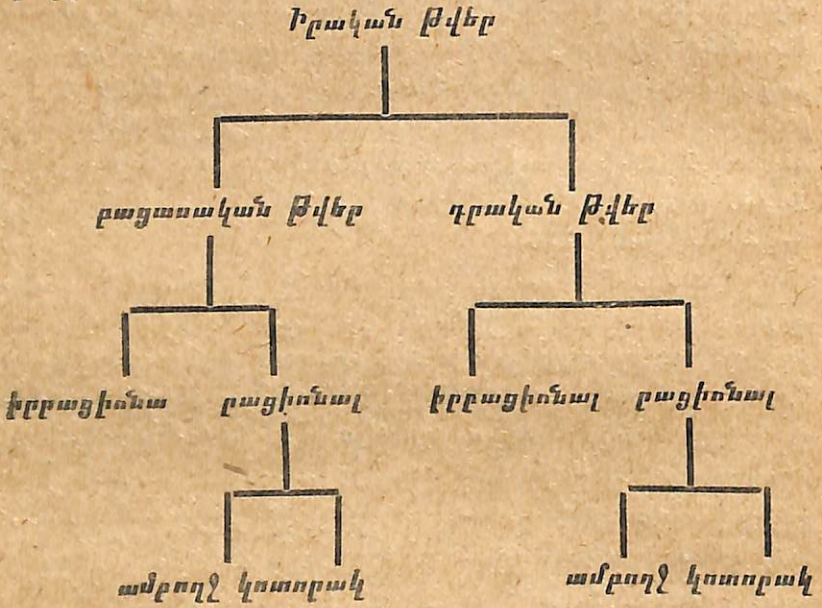
Վերևում տեսանք, վոր ամբողջ և կոտորակ թվերը, վորոնք դրական են, թվային առանցքի վրա համապատասխանում են զրոյից դեպի աջ գտնված զանազան կետերի։ Վորովհետև բացասական թվերին համապատասխանող հատվածները հակառակ ուղղություն ունեն դրականների նկատմամբ, ուստի նրանց համապատասխանող կետերը պիտի գտնվեն զրոյից դեպի ձախ

Գծ. 4.

(գծ. 4)։ Ինչպես վոր 0-ից աջ բոլոր կետերը համապատասխանում են դրական իրրացիոնալ և ռացիոնալ թվերին, այնպես էլ 0-ից դեպի ձախ ուղիղի բոլոր կետերը կհամապատասխանեն իրրացիոնալ և ռացիոնալ բացասական թվերին։

Ինչպես տեսնում ենք դրական և բացասական թվերը, որոնց առաջ դրվում են + և — նշանները միանգամայն տարբերվում են այն թվերից, որոնք չունեն այդ նշանները։ Իրոք, մինչդեռ + և — նշաններ չունեցող թվերն արտահայտում են միմիայն քանակության կամ քանակի գաղափար, + և — նշաններ ունեցող թվերը, բացի քանակից, ցույց են տալիս նաև ուղղության գաղափար։ Առաջինները կոչվում են բացարձակ թվեր, իսկ երկրորդները՝ հարաբերական թվեր։

Այսպիսով մեզ հայտնի թվերը, որոնք կոչվում են իրական թվեր, բաժանվում են 2 խմբի, որոնցից յուրաքանչյուրի մեջ մտնում են ռացիոնալ և իրրացիոնալ, ամբողջ և կոտորակ թվերն այսպես.



գծ. 5.

6. Զրո.— Թվային առանցքի վրա յեղած n-րդ կետից հաջորդաբար շարժվելով աջից դեպի ձախ (գծ. 4), կանցնենք n-1, n-2, n-3 և այլ հաջորդաբար նվազող

դրական թվերով։ Անցնելով 0 կետը՝ որին համապատասխանում է n—n թվին, կընկնենք բացասական թվերի սահմանը. այնուհետև շարժումը շարունակելով հաջորդաբար կանցնենք — 1, — 2, — 3, — 4 և այլ թվերին համապատասխանող կետերի վրայով։ Այսպիսով 0 կետը թվային առանցքի վրա գտնված բոլոր կետերից տարբերվում է նրանով, որ նա գտնվում է դրական և բացասական թվերին համապատասխանող կետերի սահմանում պարզ է, որ նա ոչ դրականներին է պատկանում և ոչ էլ բացասականներին, մյուս կողմից էլ նա պատկանում է այնպիսի մի թվի, որը n միավորով փոքր է + n թվից և n միավորով մեծ է — n-ից։ Այսպիսով 0-ն մի թիվ է, որն 1) չի պատկանում ոչ դրական և ոչ էլ բացասական թվերին։ 2) n միավորով փոքր է + n-ից, և n միավորով մեծ է—n-ից։ Այսպիսով թվային առանցքի վրա դրական, բացասական և զրո թվերը միմիանց հետ համեմատելով նկատում ենք.

1) Որքան դրական թվի բացարձակ արժեքը մեծ լինի, այնքան այդ թիվն ավելի մեծ կլինի, (օրինակ $15 > 10 > 8 > 3 > 1$ և այլն։

2) Զրոն մեծ է ամեն մի բացասական թվից։

3) Դրական թիվը մեծ է ամեն մի բացասական թվից։

4) Որքան բացասական թվի բացարձակ արժեքը մեծ լինի, այնքան այդ թիվը փոքր կլինի ($-15 < -10 < -8 < -3 < -1 < -0$)։

Թվարկության տասնական սիստեմ.—Վերցնենք ութ հազար յերեք հարյուր հիսուն յոթ թիվը։ Նկատում ենք, որ հենց բանավոր պատկերացմամբ այդ թիվը չորս գումարելիների յե բաժանվում.—

Ութ հազար, այսինքն 8 1000

Յերեք հարյուր » 3.100

Հինգ տասնյակ » 5.10

Յոթ միավոր » 7.1

Վորոնց գումարը կներկայացնի տվյալ թիվն այսպես. —

$$8.1000 + 3.100 + 5.10 + 7.1$$

Նկատի առնելով, որ՝

$$1000 = 10^3;\ 100 = 10^2;\ 10 = 10^1;\ 1 = 10^0;$$

կգրենք

$$8\,10^3 + 3.10^2 + 5.10^1 + 7.10^0$$

այսինքն՝ որ 10 թիվը կկազմի մեր այս թվարկության հիմքը:

Այս գումարի մեջ յուրաքանչյուր աստիճանի գործակիցը 9 ից մեծ լինել չի կարող, քանի որ հակառակ դեպքում, կարելի կլինի դրանից անջատել տաս ավելի բարձր աստիճանը։

Հնդկական թվարկության սիստեմն այսպիսի պատկերացումը պահպանած լինելով, բավականին պարզացրել է իր թվարկությունը. այդ սիստեմի գործակիցները դնելով վորոշ դասավորությամբ։

Այսպիսով մեր թիվն ընդունում է այս տեսքը.

$$8\,10^3 + 3.10^2 + 5\,10^1 + 7.10^0 = 8357$$

Նմանապես $5.10^4 + 6.10^2 + 4.10^0 = 50604$։

Նկատի առնելով որ՝

$$10^{-1} = 0.1;\ 10^{-2} = 0.01;\ 10^{-3} = 0{,}001$$ և այլն.

կարող ենք վերոգրյալ կանոնը տարածել նաև տասնորդական կոտորակների վրա, այսպես.

$$2.10^1 + 3\,10^0 + 4.10^{-1} + 7.10^{-2} + 8\,10^{-3} = 23{,}478.$$

Հնդկական թվարկության այս սիստեմը կարելի է այսպես ձևակերպել։

1) Առաջին ինը թվերն ունեն հատուկ նշաններ՝ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9։

2) Մնացած բոլորը պատկերացվում են վորպես 10-ի աստիճանների գումար, վորոնց առաջ դրվում են 9-ից վոչ բարձր գործակիցներ։

3) Այս գումարը դասավորվում է 10-ի նվազող աստիճաններով։

4) Այս գումարի գործակիցները գրվում են սկսած ամենաբարձրից մինչև ամենացածրն առանց նշանների։

5) 10-ի վորոշ աստիճանի բացակայության դեպքում, նրա փոխարեն գրվում է 0 գործակիցը։

6) 10-ի 0 աստիճանից հետո գրվում է ստորակետ։

ԽՆԴԻՐՆԵՐ

1. Ցույց տալ, վոր յուրաքանչյուր թվի մեջ ամեն մի կարգի միավոր միշտ էլ մեծ է իրենից աջ գտնված կարգի միավորից։

2. Ի՞նչքան է մեծանում թիվը, յեթե նրա միավորների և տասնավորների միջև զրո գրենք. հարյուրավորների և տասնավորների միջև զրո գրենք։

3. Քանի թվանշաններ պիտի ունենալ, վորպեսզի համարակալել 1252 յերեսանոց գրքի յերեսները։

4. Գրեցեք բնական շարքի 12 թիվ, հիմք ընդունելով 2. 3. 4. 5. 6։

5. Գրեցեք բնական շարքի 20 թիվ, հիմք ընդունելով 7. 8. 9. 11, 12։

6. Թիվը բաղկացած է 10 թվանշանից։ Ամենամեծ թիվը վո՞րն է (ցույց տալ, հարյուրավոր է, հազարավոր, թե ինչպիսին է)։

7. Հարյուր միլիոնանոց թիվը քանի թվանշանից է կազմված։

II Աշխատանք

ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՕՐԵՆՔՆԵՐԸ

1. Թվաբանական գործողություն. — Կենսական վորոշ յերևույթներ ու խնդիրներ հաշվելիս կամ չափելիս ստանում ենք թվեր։

Յենթադրենք ուսումնասիրում ենք յերկու տնտեսությունների համեմատական օգտակարությունը։ Այդ տնտեսությունները գտնվում են միատեսակ բնական պայմաններում, սակայն նրանցից մեկում կիրառվում է յեռադաշտային ցանքային սիստեմը, իսկ մյուսում քառադաշտային սիստեմը։

Պարզ է, վոր նախ պետք է թվերի միջոցով արտահայտենք այդ տնտեսությունների հողամասերի մեծությունը, նրանց բերքը, մշակման և բերքի հավաքման վրա կատարած ծախսերը և տվյալ տեղում յեղած գյուղատնտեսական ապրանքների գները։ Այսպիսով, տեսնում ենք, վոր պետք է ստանանք թվերի մի ամբողջ շարք, վորոնք սակայն, դեռևս դրված հարցին չեն պատասխանում. դրա համար ստացված թվերով պետք է դեռևս կատարենք մի շարք գործողություններ, վորոնցից հետո միայն արդյունքում ստանալով յուրաքանչյուր տնտեսության մեկ հեկտարից ստացված բերքը կարող ենք գաղափար կազմել այդ տնտեսությունների մասին։

Հաճախ էլ տնտեսություններից ստացված բերքի b ցենտների և մեկ ցենտների a ռուբլի գնի միջոցով վորոշում ենք ամբողջ տնտեսությունից ստացված բերքի արժեքը։ Սրա հետևանքն այն է լինում, վոր մենք յերկու թվերի՝ ցենտների քանակի և մեկ ցենտների գնի միջոցով ստանում ենք բերքի արժեքը.

a ռուբ. × b = c ռուբ.

Յերբեմն էլ զանազան դաշտերից ստացված բերքի

առանձին արժեքների միջոցով գաղափար ենք կազմում ամբողջ տնտեսությունից ստացված բերքի մասին, դրա համար էլ ստիպված ենք լինում միքանի թվերի միջոցով կազմել մի նոր թիվ և այլն։ Թվերի միջոցով կատարված այդպիսի բոլոր գործողությունները կոչվում են թվաբանական գործողություններ։

Այսպիսով թվաբանական գործողությունն այնպիսի գործողություն է, յերբ յերկու կամ ավելի թվերի միջոցով կազմվում է մի նոր թիվ։

2. Գումարում. — Յերկու կամ ավելի թվերի միջոցով մի նոր թիվ ստանալու ամենապարզ գործողությունն այն է, յերբ դրանից ստացված թվի մեջ պարունակվում են տվյալ թվերի բոլոր միավորները։ Այդ թիվը կոչվում է գումար, գործողությունը կոչվում է գումարում, իսկ տվյալ թվերը (վորոնցով նոր թիվն ենք կազմում) կոչվում են գումարելիներ, այսպես.

$$3+5=8$$

$$a+b=s$$

3) Տեղափոխության օրենք. — Վերցնենք յերկու գումար.

$$3+5 \text{ և } 5+3$$

Վորովհետև թե առաջին 3+5 գումարի և թե յերկրորդ 5+3 գումարի մեջ պարունակվում են 5-ի և 3-ի բոլոր միավորներն էլ, ուստի՝

$$5+3=3+5$$

կամ ընդհանրապես՝

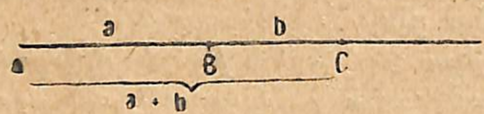
$$a+b=b+a$$

Այս օրենքը կոչվում է գումարելիների տեղափոխության օրենք, նման դատողությամբ տեղափոխության օրենքը կարելի յե տարածել նաև շատ թվերից ստացված գումարի վերաբերմամբ։

Այսպիսով յերկու կամ ավելի թվերի գումարը կախված չե նրանց կարգից։

Տեղափոխության օրենքը կարելի է բացատրել հետևյալ օրինակով. տված է գումարել a և b ուղիղ գծի հատվածները: Կվերցնենք A ուղիղ գիծը (գծ. 5) և նրա A ծայրից կդնենք AB հատվածը՝ որը=a-ի. այնուհետև B ծայրից կդնենք b-ին հավասար Bc հատվածը: Ստացված AB հատվածը հենց կլինի a և b գծերի գումարը:

$$a+b=AC$$



Գծ. 5.

Այդ ուղիղ գիծը եթե դուք 180° պտտեք A կետի շուրջը, պարզ է, որ դրանից AC գծի յերկարությունը չի փոխվի. բայց այժմ այդ գծի սկզբնակետն ընդունելով C, կտեսնենք որ, նույն Ac հատվածը կրկին ներկայացնում է b և a գծերի գումարը, այսինքն՝

$$b+a=Ac$$

Կամ՝

$$a+b=b\times a$$

Տեղափոխության օրենքից օգտվում են գումարման գործողությունն ստուգելիս: Այսպես դրամարկղային գրքում հաշիվ կատարելիս, որովհետև սխալը կարող է խոշոր հետևանքներ առաջացնել. գումարման գործողությունը կատարում են յերկու կարգով՝ սկզբից դեպի վերջ, և վերջից դեպի սկիզբը: Յեթե այդ յերկու ուղղությամբ էլ կատարած գումարման գործողությունը նույն արդյունքն է տալիս, այն ժամանակ համոզվում են, որ հաշվումը ճիշտ է կատարված:

4. Զուգորդական օրենք. — Ենթադրենք պահանջվում է գտնել՝

3+5+7 գումարը:

Որովհետև այդ թվերի գումարը պիտի պարունակի այն բոլոր միավորները, որոնք տրված թվերի մեջ կան,

ուստի այդ գումարը գտնելու համար բավական է առաջին գումարելուն ավելացնել յերկրորդ գումարելին և ապա ստացված գումարին ավելացնել յերրորդ գումարելին և այլն:

$$3+5+7=(3+5)+7. \;.\;.\;.\;.\;(1)$$

Փակագծերը ցույց են տալիս, որ գործ ունենք ոչ թե 3 և 5 առանձին գումարելիների հետ, այլ նրանց գումար 8-ի հետ:

Բայց տեղափոխության օրենքի հիման վրա

$$3+5+7=3+7+5$$

Այստեղ ևս գումարման գործողությունը նախկինի պես կատարելով կունենանք՝

$$3+7+5=(3+7)+5 \;.\;.\;.\;.\;.\;(2)$$

(1) և (2) հավասարությունները համեմատելով նկատում ենք, որ յերեք թվերի գումարման ժամանակ նրանցից որևէ յերկուսը կարող են փոխարինվել նրանց գումարով:

Այս կանոնը կոչվում է զուգորդության օրենք, որը կարելի է տարածել նաև ցանկացած թվով գումարելիների վրա:

(2)-րդ հավասարությունն աջից դեպի ձախ կարդալով կունենանք (3+7)+5=3+7+5, այսինքն՝ 10+5=3+7+5: Տեսնում ենք, որ գումարման ժամանակ գումարելիներից որևէ մեկը (տվյալ դեպքում 10-ը) կարելի է փոխարինել յերկու գումարելիներով (տվյալ դեպքում 3-ով և 7-ով), որոնց գումարը 10 է:

Այսպիսով մի քանի թվերի գումարման ժամանակ նրանցից մի քանիսը կարելի է փոխարինել նրանց գումարով յեվ կամ հակադարձ գումարելիներից որևէ մեկը կարելի է փոխարինել յերկու կամ ավելի թվերի գումարով:

Զուգորդական օրենքից օգտվում են հաշվումներն ավելի պարզ դարձնելու համար. այսպես, ընթադրենք պիտի կատարել հետևյալ գումարումը.

$$0,9993+0,25+0,0007։$$

Նկատի առնելով որ $0,9993+0,0007=1$ և այդ գումարելիները փոխարինելով նրանց գումարով, հեշտությամբ կարող ենք գտնել, որ այդ գումարը հավասար է $1,25$։

Զուգորդական օրենքն օգտագործում են հաշվապահները, յերբ նրանք դրամարկղային գիրքն են ստուգում. փոխանակ այդ գրքի յերեսներում յեղած առանձին գրանցումների թվերն իրար հետ գումարելու, գումարում են յերեսների գումարները միմյանց հետ։

Վերոգրյալ յերկու օրենքներն էլ ճիշտ են թե վերացական և թե անվանական թվերի նկատմամբ. այդ կանոններր հնարավորություն են տալիս ստացված գումարները միացնել միմյանց հետ ցանկացած կարգով, միայն թե յուրաքանչյուր գումարելին ընդհանուր գումարի մեջ մեկ անգամ պիտի մտած լինի։

5. Գումարի հիմնական հատկությունների հետևանքները. — Վերոգրյալ օրենքներից կարելի յե դուրս բերել հետևյալ հետևանքները.—

1) Վորպեսզի գումարին վորևէ թիվ ավելացնել, բավական է այդ թիվն ավելացնել գումարելիներից վորևէ մեկին.

2) Վորևէ թվի միջանի գումարելիների գումար ավելացնելու համար բավական է այդ թվին հաջորդաբար ավելացնել այդ գումարի գումարելիները։

$25+47$ գործողությունը կատարելու համար նախ 25-ը գումարում ենք 40-ի հետ, ապա ավելացնում ենք 7։

3) Վորպեսզի մի գումարի ավելացնել մի այլ գումար, բավական է այդ գումարներից մեկի բոլոր գումարելիները հաջորդաբար ավելացնել մյուս գումարի գումարելիներից վորևէ մեկի վրա։

Այդ հետևանքի կիրառումը հաճախ հանդիպում է մեզ բանավոր հաշիվ կատարելիս, օրինակ, յերբ 25-ը գումարում ենք 32-ի հետ, սովորաբար նախ գումարում ենք տասնավորները, հետո էլ միավորները, վորից հետո միայն գտնում ենք տված թվերի գումարը՝ 57։

ԽՆԴԻՐՆԵՐ

Բանավոր կատարեցեք հետևյալ գումարումը.

ա) $0,00006+2,75681$; բ) $2,586+3\frac{1}{7}+0,414$։

գ) $1\frac{2}{17}+3,734+\frac{5}{17}+2,3+\frac{10}{17}$,

Գրավոր կատարեցեք հետևյալ գործողությունները.

ա) $0,099+\frac{1}{8}+\frac{2}{51}+0,072+\frac{1}{2}+0,704+\frac{3}{4}+\frac{5}{17}$

բ) $\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{3}{19}+\frac{2}{35}+\frac{10}{39}+\frac{1}{38}$; գ) $\frac{1}{6}+\frac{4}{111}+\frac{1}{22}+\frac{11}{37}+$
$+\frac{5}{11}$

Ցուցմունք.

Այս աշխատանքները գրի յեք առնում մեր առաջարկում, միաժամանակ նշելով թե ինչ կարգով գործողությունները կատարելիս ավելի հարմար ու հեշտ է լինում։

6. Գումարման կանոնը. — Վերոգրյալ օրենքներն ու նրանց հետևանքները հնարավորություն են տալիս մատնանշել գումարման համար գործնական յեղանակ, այսպես.

Յենթադրենք տված է գումարել 3258 և 431 թվերը, վորոնք պատկանում են տասնական սիստեմին.

Այդ թիվը կարելի յե գրել վորպես 10-ի աստիճանների գումար.

$$3258 = 3000 + 200 + 50 + 8։$$

$$431 = 400 + 30 + 1։$$

Այսպիսով տված յերկու թվերի գումարումը վերածվում է յերկու գումարների գումարման գործողության.

$$3258 + 431 = (3000 + 200 + 50 + 8) + (400 + 30 + 1)$$

3-րդ հետևանքի հիման վրա կարելի յե գրել.

$$3258 + 431 = 3000 + (200 + 400) + (50 + 30) + (8 + 1) = 3689$$

Յեվ իրոք այս գործողությունը սովորաբար գրվում է այսպես.

$$\begin{array}{r} 3258 \\ +431 \\ \hline 3689 \end{array}$$

Վերջինից պարզ յերևում է, վոր թվերի գումարման ժամանակ բավական է գումարել միմյանց հետ միատեսակ կարգերը և ստացված գումարը ներկայացնել թվարկության տասնական սիստեմով։

Յեթե գումարման ժամանակ կարգերից վորևե մեկի գումարումից 10-ից ավելի միավոր է ստացվում, այն ժամանակ յուրաքանչյուր 10 միավորից կազմում ենք հետևյալ բարձր կարգի մեկ միավոր և միացնում ենք այդ կարգի գումարի հետ։

7. Գումարի փոփոխությունը.—Վերցնենք յերեք գումար.

$$5+7,\ 5+(7+2) \text{ և } 5+(7-2)$$

Համաձայն գումարի սահմանման, նրանցից յուրաքանչյուրը պարունակում է տվյալ գումարելիների բոլոր միավորները. յերկրորդ գումարի յերկրորդ գումարելին 2 միավորով շատ է առաջին գումարի յերկրորդ գումարելուց, իսկ յերրորդ գումարի յերկրորդ գումարելին 2 միավորով պակաս է առաջին գումարի յերկրորդ գումարելուց, ուս-

տի յերկրորդ գումարն առաջինից յերկուսով մեծ է, իսկ յերրորդ գումարը 2-ով փոքր է։

Հարց 1. Ի՞նչ է լինում գումարը, յերբ գումարելիներից մեկը մեծացնում ենք միքանի միավորով։

2) Ի՞նչ է լինում գումարը, յերբ գումարելիներից մեկն ու մեկը միքանի միավորով փոքրացնում ենք։

Այս հարցերի պատասխանները գրեցեք ձեր տետրերում։

Այստեղից նկատում եք, վոր գումարը գումարելիների ֆունկցիան է այսինքն՝ նրա փոփոխվելը կախված է գումարելիների փոփոխվելուց։

Գումարը նշանակելով S տառով, գումարելիները՝ a, b, c, տառերով, կգրենք.

$$S=f\ (a,\ b,\ c)$$

Կարդում ենք՝ գումարը գումարելիների ֆունկցիան է (գրության մեջ f տառը ֆունկցիա բառի սկզբնատառն է)։

Պարզ նկատում եք, վոր այս ֆունկցիան աճող ֆունկցիա յե, վորովհետև a, b, c, գումարելիները (վորոնց փոփոխվելուց կախված է նրա փոփոխությունը) աճելով աճում է և ինքը S գումարը։

Ծանոթություն.— a. b, c, գումարելիները, վորոնց փոփոխվելով պայմանավորվում է ֆունկցիայի (S) փոփոխվելը, կոչվում են արգումենտներ։

Հարց.—ա) Վո՞ր ֆունկցիան է կոչվում աճող։

բ) Վո՞ր ֆունկցիան է կոչվում նվազող։

գ) Գումարն ինչպիսի ֆունկցիա է գումարելիների համար

Ձևակերպեք բառերով և գրի առեք ձեր տետրերում։

Վճռեցեք հետևյալ խնդիրները —

Ինչպես է փոխվում յերկու թվերի գումարը, յեթե

ա) Գումարելիներից մեկը մեծացնենք 52 միավորով, իսկ մյուսը՝ 48 միավորով.

բ) Գումարելիներից մեկը մեծացնենք 100 միավորով, իսկ մյուսը փոքրացնենք 37 միավորով։

Ինչպես կփոփոխվի գումարը, յեթե գումարելիներից մեկը մեծացնենք 2, 3, 5, անգամ։

8. Հանում. — Վերցնենք յերկու խնդիրներ.

1. Համաձայն 1926 թվի մարդահամարի Մոսկվայում ապրում եյին 899496 տղամարդ և 1119957 կին։ Վորքան եր 1926 թվին Մոսկվայի ազգաբնակչությունը։

2. 1926 թվի մարդահամարի համաձայն Մոսկվայում կար 2019453 ազգաբնակություն, վորոնցից 899496 տղամարդ եյին։ Վորքան եր կանանց թիվը 1926 թվին Մոսկվայում։

Այս խնդիրներից առաջինում տրված ե առանձին—առանձին կանանց և տղամարդկանց թիվը (գումարելիները), պահանջվում ե գտնել ազգաբնակչության ընդհանուր թիվը (գումարը)։ Այս խնդիրը լուծվում ե գումարման միջոցով։

Յերկրորդ խնդրում տրված ե ազգաբնակչության ընդհանուր թիվը (գումարը) և տղամարդկանց թիվը (առաջին խնդրի մի գումարելին). պահանջվում ե գտնել կանանց թիվը (առաջին խնդրի յերկրորդ գումարելին)։

Այսպիսով յերկրորդ խնդիրն առաջինից տարբերվում ե նրանով, վոր մինչդեռ առաջին խնդրում յերկու գումարելիների միջոցով փնտրում ենք գումարը, յերկրորդ խնդրում գումարի և գումարելիներից մեկի միջոցով փնտրում ենք մյուս գումարելին։ Այդ խնդիրը լուծվում ե գումարման գործողության հակադարձ գործողության միջոցով, վորը կոչվում ե հանում։

Հարց — Ձևակերպեցեք բառերով և գրի առեք տառերով. վոր գործողությունն ե կոչվում հանման գործողություն։

Հանման ժամանակ գումարը, վորից կատարում ենք հանումը, կոչվում ե նվազելի. տրված գումարելին կոչվում ե հանելի. իսկ փնտրվող գումարելին՝ մնացորդ կամ տարբերություն։

Հանման նշանն ե —, վորը գումարման նշանի + հետ գիտության մեջ մտցրել ե XV դարի վերջերում ժամանակի գիտնական ճարտարապետ նկարիչ Լեոնարդո—Դա—Վինչին։

Հանման գործողության սահմանումը տալիս ե յերկու կանոն, վորոնք ցույց են տալիս գումարման և հանման գործողությունների միջև յեղած փոխադարձ կապը։

1. Յենթադրենք $S - a = b$

համաձայն հանման գործողության սահմանումի.

$$a + b = S$$

Այսինքն՝ հանելին գումարելով տարբերության հետ ստացվում ե նվազելին։

2. Վորովհետև հանումը գումարման հակադարձ գործողություն ե, ուստի պարզ ե, վոր միևնույն թվից մի ժամանակ հանելը յեվ նրան գումարելը նույնպիսի թվեր այդ թվին չեն փոխում, այլ միմյանց վոչնչացնում են, այսպես.

$$(a + b) - b = a$$
$$(a - b) + b = a$$

Հանման գործողության սահմանման հետևանքները. — Վերոգրյալ կանոններից հետևում են.—

1. Վորպեսզի վորևե S գումարից հանենք միքանի թվերի գումար, բավական ե այդ S գումարից հաջորդաբար հանել տվյալ գումարի բոլոր գումարելիները։

Որինակ. $25 - 8 = 25 - 5 - 3$

Այս հետևանքը հնարավորություն ե տալիս բանավոր հաշիվը հեշտ կատարելու. այս դեպքում ուշադրություն դարձնելով ընդգծած թվերի վրա, հաշվեք.

$$237{,}82 - (0{,}5 + 37{,}02 + 0{,}3)$$
$$5{,}3678 - (0{,}067 + 4{,}3 + 0{,}0005)$$

2. Վորպեսզի միքանի թվերի գումարից մի վորևե թիվ հանենք, բավական ե այդ թիվը հանել վորևե գումարելուց, այսպես

$$\left(3\frac{2}{7}+1\frac{1}{4}+2,75\right)-\frac{2}{7}=3+1\frac{1}{4}+2,75:(4,89+$$
$$+2.004)-2.8=2,09+2.004$$։

3. Վորպեսզի մի գումարից հանենք մի այլ գումար, բավական ե առաջին գումարի գումարելիներից հանել յերկրորդ գումարի փոքր գումարելիները և ստացված մնացորդները գումարել.

Որինակ. $\left(\frac{5}{7}+0,25+0,9\right)-\left(0,1+0,05+\frac{4}{7}\right)$

Այս հաշիվը կատարել հետևյալ ձևով.

$$\left(\frac{5}{7}-\frac{4}{7}\right)+(0,25-0,05)+(0,9-0,1)=\frac{1}{7}+0,2+0,8=1\frac{1}{7}$$

9. Տարբերության փոփոխությունը.—Վորովհետև նվազելին հանելիի և տարբերության գումարն ե ներկայացնում, ուստի համաձայն վերևում գրած կանոնների (գումարի փոփոխության վերաբերյալ) նրա փոփոխությունը՝ աճելն ու նվազելը կախված ե հանելիի և տարբերության փոփոխություններից՝ աճելուց կամ նվազելուց.

Ցույց տվեք, վոր տարբերությունը նվազելիի նկատմամբ աճող ֆունկցիա ե.

Ցուցմունք.— Թվային վորևե որինակի վրա, դիցուք, 7 — 3 = 4 հանելին շատացնելով ու քչացնելով տեսեք տարբերությունն ինչպես ե փոխվում և յեզրակացրեք, թե ինչպիսի ֆունկցիա ե: Գործողությունները կատարեցեք տետրերում.

Վերոհիշյալ որինակներից յելնելով ցույց տվեք, վոր տարբերությունը հանելիի նկատմամբ նվազող ֆունկցիա յե:

10. Բացասական թվերի հանումը.—Մեր բոլոր ասածներից յերևում ե, վոր հանման գործողությունը հնարավոր ե միայն այն դեպքում, յերբ նվազելին մեծ ե հանելիից: Այսպիսով, յեթե մենք միայն ոգտվում ենք դրա-

կան թվերից, հանման գործողությունը գումարման պես ամեն դեպքում էլ հնարավոր չե, այսպես 3 — 5 գործողությունը միանգամայն անկատարելի յե, յեթե գործ ունենք միայն բացարձակ թվերի հետ:

Սակայն մաթեմատիկայի մեջ հարաբերական թվերի գաղափարը մտցնելուց հետո միայն հնարավոր ե 3—5 գործողությունը կատարել, վորով հանման գործողությունը ևս հնարավոր ե դառնում բոլոր դեպքերում էլ:

Յերբ նվազելին փոքր ե հանելիից, տարբերությունը բացասական թիվ ե լինում, ինչպես 3 — 5 դեպքում:

Ցույց տանք, վոր սա ճիշտ ե. նշանակենք 3-ի և 5-ի տարբերությունը x, կունենանք 3 — 5 = x:

Համեմատենք յերկու հանման գործողություններ միմյանց հետ:

3 — 3 և 3 — 5:

Պարզ ե, վոր յերկրորդ գործողությունից ստացված տարբերությունն առաջինից 2-ով փոքր պիտի լինի, քանի վոր նրա հանելին առաջինի հանելիից 2-ով փոքր ե: Բայց 3 — 3 = 0-ի, ուրեմն 3 — 5-ի տարբերությունը 0-ից 2-ով փոքր պիտի լինի, վորը համաձայն բացասական թվերի մասին մեր տված բացատրության, պիտի լինի անպայման — 2, այսինքն 3 — 5 = — 2:

Դիտենք այժմ հանման մի յուրահատուկ դեպք.

o — a

Նկատի առնելով, վոր o — o = o համեմատենք այս յերկու գործողություններն իրար հետ.

Հարց.— Առաջին գործողության տարբերությունը, ինչու համար յերկրորդ գործողության տարբերությունից a միավորով փոքր պիտի լինի. նրա հանելին յերկրորդի հանելիից քանիսով ե մեծ.—

Ինչու համար պետք ե o — a = լինի — a.

Բացատրությունը գրեցեք տետրերում:

11. Հանման գործողության կանոնը. —

Ենթադրենք պահանջվում է 3874-ից հանել 1523.

3-րդ հետևանքի հիման վրա կգրենք.

$$3874 - 1523 = (3000 + 800 + 70 + 4) - (1000 + 500 + 20 + 3),$$

որտեղից.

$$(3000 + 800 + 70 + 4) - (1000 + 500 + 20 + 3) = (3000 - 1000) + (800 - 500) + (70 - 20) + (4 - 3) = 2000 + 300 + 50 + 1 = 2351։$$

Այս գործողությունը դասավորվում է այսպես.

$$\begin{array}{r} 3874 \\ -\,1523 \\ \hline 2351 \end{array}$$

Հանման ժամանակ, եթե որևէ կարգի մնացորդը դրական թիվ չի ստացվում, այն ժամանակ հաջորդ կարգից ամիջապես մեկ միավոր վերածում ենք այդ կարգի միավորների ու կատարում հանումը։ Օրինակ՝ 2754-ից 382 թիվը հանելիս անհնար է 80-ը հանել 50-ից, դրա համար էլ վարվում ենք այսպես.—

$$2754 - 382 = (2000 + 600 + 150 + 4) - (300 + 80 + 2) = 2000 + (600 - 300) + (150 - 80) + (4 - 2) = 2000 + 300 + 70 + 2 = 2372.$$

գործնականում այսպես ենք անում.—

$$\begin{array}{r} 2754 \\ -\,382 \\ \hline 2372 \end{array}$$

12. Հարաբերական թվերի գումարումը. — Երկու կամ ավելի թվերի գումար մենք կոչեցինք այն թիվը, որը պարունակում է տված թվերի բոլոր միավորները։ Գումարի նման սահմանումը մեզ կարող է բավարարել միայն այն ժամանակ, երբ բոլոր գումարելիները դրական կամ բացասական թվեր են, այսպես.—

$$(+5) + (+3) = +8$$

Նմանապես՝ $(-5) + (-3) = -8$

Բայց եթե տրված է $(+5) + (-3)$, արդեն սրանց գումարը $+8$ կամ -8 լինել չի կարող, քանի որ $+8$-ը պարունակում է ութ հատ դրական միավորներ, իսկ գումարելիներից հինգը պարունակում է հինգ հատ դրական միավոր, իսկ երեքը՝ երեք հատ բացասական միավոր։

Այս գումարը գտնելու համար նախ գտնենք տարբեր նշաններ և նույն բացարձակ մեծություն ունեցող թվերի գումարը.

$$(+3) + (-3)$$

-3-ը փոխարինելով $(0 - 3)$-ով (ինչպես վերևում բացատրել էինք), կունենանք $(+3) + (-3) = (+3) + (0 - 3) = +3 + 0 - 3 = +3 - 3 = 0$ կամ ընդհանրապես $(+n) + (-n) = 0$

Միևնույն բացարձակ մեծություն և տարբեր նշաններ ունեցող թվերի գումարը հավասար է 0։

Ենթադրենք այժմ տրված է գտնել.

$$(+5) + (-3)$$

5-ը կվերածենք երկու անջատ գումարելիների, որոնցից մեկը իր բացարձակ մեծությամբ հավասար լինի մյուս գումարելիին, -3-ին։

$$(+5) + (-3) = (+2 + 3) + (-3) = +2 + 3 + (-3)$$

Որովհետև $+3 + (-3) = 0$, ուստի

$$(+5) + (-3) = +2$$

Նմանապես կգտնենք $(+3) + (-5)$ գումարը։

Իրոք՝ $(+3) + (-5) = (+3) + (-3) + (-2) = 0 + (-2) = -2$։

Երկու տարբեր նշաններ ունեցող թվերի գումարը ստացվում է գումարելիներից մեկի միավորների ավելնորդը մյուսի նկատմամբ, ըստ որում այդ գումարը գտնելու համար մեծ բացարձակ մեծություն ունեցող գումարելիից հանում ենք փոքրը յեվ գումարի առաջ դնում ենք մեծի նշանը (հանրահաշվի մեջ սա կոչվում է միացում)։

Այսպիսով տարբեր նշաններ ունեցող թվերի գումարը միատեսակ նշաններ ունեցող թվերի գումարից տարբերվում է և կոչվում է հանրահաշվական գումար։ *Այդ գումարը գտնելու համար, ինչպես տեսնում ենք, փակագծերից ազատվում ենք, գումարման նշանը գցում ենք, գումարելիներն արտագրում ենք իրենց նշաններով (կողք կողքի, կամ տակետակ) և կատարում միացումը վերոգրյալ կանոնով, այսպես.*

$(+5)+(-3)=(+1)+(-7)=+5-3+1-$
$-7=-4$

Դժվար չէ նկատել, որ հանրահաշվական գումարի դեպքում ևս կիրառելի յեն տեղափոխության ու զուգորդական օրենքները. $+5-3+1-7=(5+1)+(-3-7)=6-10=-4$։

13. Հարաբերական թվեր (տարբեր նշաններ ունեցող) հանումը։ *Վերևում հանման գործողությունը սահմանեցինք որպես գումարման հակադարձ գործողություն, ուստի և հարաբերական թվերի հանման գործողությունը բացատրելիս կօգտվենք այդ սահմանումից։*

Այսպես $+5-3=(+5)-(+3)=2$, *որովհետև* $3+2=5$.

$(-5)-(-3)=-2$, *որովհետև* $-2+(-3)=$
$=-2-3=-5$.

$(-5)-(+3)=-8$, *որովհետև* $-8+3=-5$

$(+5)-(-3)=+8$, *որովհետև* $+8+(-3)=$
$=+8-3=+5$։

Դժվար չէ նկատել, որ վերոհիշյալ հանման գործողությունը կարելի յե կատարել և այսպես.

$(+5)-(+3)=+5-3=+2$

$(-5)-(-3)=-5+3=-2$
$(-5)-(+3)=-5-3=-8$.
$(+5)-(-3)=+5+3=+8$

Այսինքն հարաբերական թվերի հանման ժամանակ նվազելին արտագրում ենք նույնությամբ (առանց փակագծերի), իսկ հանելին իրեն հակադարձ նշանով (նրա կողքը կամ տակը) յեվ կատարում միացում (գումարում)։

14. Բազմապատկում. — *Գումարման ժամանակ տրված* n *հատ գումարելիների միջոցով գտնում ենք գումարը.*

$$a+b+c+\ldots\ldots+d=S$$

Յեթե գումարելիներն իրար հավասար լինեն, այդ ժամանակ հավասար գումարելիների գումարն ևս կգտնենք այնպես, ինչպես տարբեր գումարելիների գումարն ենք գտնում։

Սակայն հավասար գումարելիների գումարը կարելի յե ավելի հեշտ ձևով գտնել, որը մի քիչ կտարբերվի անհավասար գումարելիների գումարը գտնելուց։ Ահա հենց այդ ձևը մի այլ գործողություն է ներկայացնում և կոչվում է բազմապատկում։

Ուրեմն բազմապատկումը հավասար գումարելիների գումարումն է։

$$\underbrace{a+a+a+a\ldots\ldots+a}_{n \text{ անգամ}}=P,\quad \underbrace{5+5+5+5}_{4 \text{ անգամ}}=20$$

Այս գործողությունը կրճատ նշանակվում է այսպես. $a\times n=P$ *կամ* $a.\,n=P$ *կամ* $an=P$. $5.4=20$։

Այստեղ կրկնվող a *գումարելին կոչվում է* բազմապատկելի, *գումարելիների թիվը ցույց տվող* n-ը *կոչվում է* բազմապատկիչ, *իսկ կրկնվող գումարելիներից ստացված գումարը,* P — արտադրյալ։

Բազմապատկիչը ցույց է տալիս գումարելիների թիվը, ուստի նա պիտի լինի վերացական, ամբողջ և դրական թիվ, ոչ պակաս 2-ից, քանի որ գումարելիները տանվազն յերկու անգամ պիտի կրկնվեն։ Այսպիսով բազմապատկիչը չի կարող լինել զրո, մեկ, և բացասական թիվ։

Հարց.— ինչու համար բազմապատկելին կարող է լինել և անվանական և վերացական թիվ։ Պատասխանեցեք գրավոր։

15. Տեղափոխության օրենքը. — *Բազմապատկման ժամանակ առանց արտադրյալը փոխելու կարելի յե արտադրիչները (բազմապատկելի և բազմապատկիչ) տեղերը փոխել այսպես.*

$$5 \times 4 = 4 \times 5$$

Վերցնենք 5 միավոր և կրկնենք 4 անգամ.

$$\begin{aligned} 5 &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ 5 &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ 5 &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ 5 &= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ \hline 5 \times 4 &= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4 \times 5 \end{aligned}$$

Այս գումարման գործողությունը կարելի յեր յերկու ձևով կատարել.

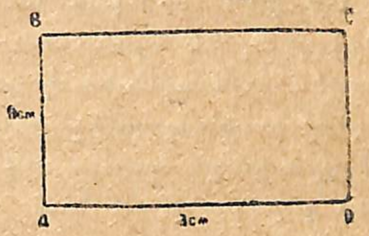
1) Գումարելով յուրաքանչյուր հորիզոնական շարք միավորները, յուրաքանչյուրում կստանանք 5 միավոր, վորովհետև 4 հատ այդպիսի շարքեր կան, ուստի նրանց գումարը կլինի $5 \times 4 = 20$։

2) Գումարելով յուրաքանչյուր ուղղաձիգ շարքի միավորները յուրաքանչյուր շարքում կունենանք 4 միավոր, իսկ 5 այդպիսի շարքերի գումարը կլինի $4 \times 5 = 20$։ այսպիսով $5 \times 4 = 4 \times 5 = 20$

Տեղափոխության օրենքը կարելի յե բացատրել և յերկրաչափորեն, այսպես

Գրեք ABCD ուղղանկյուն քառանկյան մակերեսը, ընդունելով AD հիմք = acm. AB բարձրությունը =bcm.

Գտեք ուղղ. քառանկյան մակերեսը = հիմք բազմապատկած բարձրությունով։ Վորքան կլինի այս քառանկյան մակերեսը։



Գծ. 6.

Այնուհետև ընդունեցեք AB = bcm կողմը հիմք, իսկ AD = acm կողմը բարձրություն, այլ խոսքով bcm պատկերացրեք քառանկյունը շրջված և գտեք նրա մակերեսը, վորը պիտի հավասար լինի հիմքի և բարձրության արտադրյալին։

Ինչու համար $ab = ba$

16 Գումարի յեվ տարբերության բազմապատկումը. — Տված է բազմապատկել $(5 + 3 + 7)$ ը 2-ի վրա։

Համաձայն բազմապատկման սահմանումի գրենք.

$$(5 + 3 + 7) . 2 = 5 + 3 + 7 + 5 + 3 + 7 = (5 + 5) + (3 + 3) + (7 + 7) = 5 . 2 + 3 . 2 + 7 . 2.$$

Նմանապես $(a + b + c) . n = \underbrace{(a + b + c) + (a + b + c) + (a + b + c) + \ldots + (a + b + c)}_{\text{վերցրած } n \text{ անգամ}} = an + bn + cn.$

Նույն դատողությամբ կգրենք $(7 - 2) . 3 = 7 . 3 - 2 . 3$

Այսպիսով տեսնում եք, վոր գումարը և տարբերությունը բազմապատկելիս բավական է բազմապատկել տված թվով գումարի կամ տարբերության յուրաքանչյուր անդամը և կատարել նշած գործողությունները։

Սա կոչվում է բազմապատկման մեջ բաշխական օրենք.

Համաձայն բազմապատկման սահմանումի կարող ենք գրել

$$1 . a = a; \; 0 . a = 0$$

Կիրառելով տեղափոխության օրենքը, կգրենք՝

$$a . 1 = 1 . a = a; \; a . 0 = 0 . a = 0$$

Այսպիսով տեսնում ենք, որ տեղափոխության օրենքը հնարավորություն է տալիս թիվը բազմապատկել 0-ի և 1-ի վրա, մինչդեռ բազմապատկման սահմանումի համաձայն 1-ը և 0-ն բազմապատկիչ լինել չէին կարող. Նմանապես նույն սահմանումի համաձայն բացասական և կոտորակ թվերը բազմապատկիչ լինել չեն կարող. ուրեմն այդ թվերի վրա բազմապատկում կատարելու համար հարկավոր է այդ գործողության նաև այլ տեսակի սահմանում:

ԽՆԴԻՐՆԵՐ.

Բաշխական օրենքից օգտվելով հեշտ յեղանակով կատարեցեք հետևյալ բազմապատկման գործողությունները.

1) $31\frac{2}{349} . 2$; 2) $3\frac{3}{4} . 4$; 3) $17 . 102$; 4) $5 . 98$; 5) $2\frac{1}{2} . 64$;

6) $2 . 4\frac{1}{8}$;

7) $124 . 12$; 8) $349 . 10,2$; 9) $10\frac{1}{3} . 57$;

Գործողությունը կատարում ենք այսպես $16 . 1\frac{1}{4} =$

$$= 16\left(1 + \frac{1}{4}\right) = 16 . 1 + \cancel{16}^{4}\frac{1}{\cancel{4}_{1}} = 16 + 4 = 20;$$

Նույն բաշխական օրենքի հիման վրա դուրս բերեք 11-ի և 101-ի բազմապատկելու կանոնը.

1) $2845 . 11$; 2) $2347 . 101$;

-30-

1939 г. - 139