

4202

Ն. ՌԻՔԿԵՆ

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ԳՊՐՈՑԻ 8-ՐԴ, 9-ՐԴ ՅԵՎ 10-ՐԴ
ԴԱՍՍՐԱՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ



514

Ռ-42

36-22 բնագիր.

514

ՈՒ-42

պջ

Ն. ՌԻԲԿԻՆ

119 AUG 2006

04 MAY 201

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

Մեկնության Դաս.

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆ ՊԱՀԱՆՋՈՂ
ՅԵՐԿՐԱԶԱՓԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ՀԱՎԵԼՎԱԾՈՎ

ՄԻՋՆԱԿԱՐԳ ԴՊՐՈՅԻ Ց-ԲԴ, 9-ԲԴ ՏԵՎ 10-ԲԴ
ԴԱՍԱՐԱՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Բնագիրը հաստատել է ՌԽՅԱՀ Լուստոգիումաթը

ՀԻՆԳԵՐՈՐԴ ՀՐԱՏԱՐԱԿՈՒԹՅՈՒՆ



ՊԵՏԱԿԱՆ
ՅԵՐԵՎԱՆ

ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ
1939

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

§ 1. ԱՂԵՂՆԵՐԻ ՅԵՎ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՉԱՓՈՒՄԸ

ԱՆԿՅԱՆ յԵՎ ԱՂԵՂԻ
ԽԱՍԿԱԳՈՂՈՒՔՅԱՆ
ԸՆԳԽԱՆՐԱՑՈՒՄԸ

1. Ի՞նչ անկյունն է գծում ժամացույցի փոքր սլաքը 4 ժամվա ընթացքում: Ի՞նչ անկյունն կգծի նույն ժամանակամիջոցում մեծ սլաքը:

2. Մեքենայի անիվը 2 վայրկյանում կատարում է 6 պըտույտ: Քանի՞ աստիճան է պտտվում անիվը 1 վայրկյանում և քանի՞ աստիճան՝ 10 վայրկյանում:

3. Ատամնավոր անիվն ունի 72 ատամ: Քանի՞ աստիճան է պտտվում այդ անիվը 1; 30; 144; 300 ատամ շրջվելիս:

4. Գծել շարժական շառավղի դիրքը $+45^\circ$ -ի, -30° -ի, $+225^\circ$ -ի, -135° -ի, -90° -ի, $+450^\circ$ -ի, -810° -ի և $+2070^\circ$ -ի հավասար անկյունների համար: Դրանցից ՎՊՐ անկյունների համար շարժական շառավիղները համընկնում են:

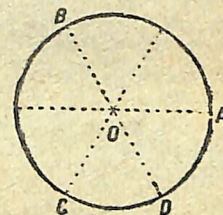
5. Աստիճաններով արտահայտել աղեղների հեռավոր դումարը:

—ABCAB+—BAC+—CDA (գծ. 1):

6. Դրել անկյունների ընդհանուր ձևն այն դեպքերի համար, յերբ շարժական շառավիղն ընդունում է՝ 1) OB; 2) OD դիրքը (գծ. 1), և գտնել այդ անկյունների մի քանի մասնավոր արժեքները:

ՌԱԳԻԱՃԱՅԻՆ
ՎԱՓՈՒՄ

7. 1) Շրջանի շառավիղը հավասար է 5 սմ-ի: Հաշվել 18° պարունակող աղեղի չորս կարգի յուրեր:



Գծ. 1



1.14.73-40

Н. РЫБКИН
Сборник задач по тригонометрии
для средней школы
Гиз Арм. ССР, Ереван, 1989 г.

2) R շառավիղն ունեցող շրջանի մեջ վորոշել α^0 պարունակող աղեղի յերկարությունը:

8. 1) π թվի ոգնությունը կազմել հետևյալ աղեղների համար ուղիանային արտահայտությունները. a) 30^0 ; b) 45^0 ; c) 60^0 ; d) 135^0 ; e) 15^0 ; f) $22^030'$; g) 36^0 ; h) 75^0 ; i) 108^0 ; k) 150^0 ; l) $157^030'$; m) 162^0 :

2) Ռադիաններով արտահայտել. a) 51^0 ; b) 27^0 ; c) $76^030'$; d) $12^030'$; e) $28^042'$; f) $73^021'$; g) 117^0 ; h) $216^013'$:

3) Ռադիաններով արտահայտել կանոնավոր յեռանկյան, 4-անկյան, 5-անկյան, 6-անկյան և n-անկյան ներքին անկյունը:

9. 1) Ատտիճաններով և բուլեններով արտահայտել 1,5; 2 և 0,75 ուղիանի հավասար անկյունները: Նույնպես և $\frac{\pi}{6}$; $\frac{2}{3}\pi$;

1) $\frac{1}{2}\pi$; $\frac{\pi}{8}$; $\frac{3}{4}\pi$; $1\frac{1}{5}\pi$ ուղիան պարունակող անկյունները:

2) Ատտիճանային չափով (աղյուսակի ոգնությունը) արտահայտել այն անկյունները, վորոնց ուղիանային չափերը հավասար են՝ 0,6981; 1,3090; 0,2356; 1,0071; 3,8048; 0,48; 1,3; 0,8:

10. 1,2 մ յերկարություն շառավիղ ունեցող անիվը 1 բուլենում կատարում է 300 պտույտ:

1) Գտնել այդ անվի օ անկյունային արագությունը 1 վայրկյանում (անկյունային արագությունն արտահայտվում է $\frac{\text{ուղիան}}{\text{վայրկյան}}$ չանքով):

2) Գտնել անվի այն կետի շրջանագծային արագությունը, վորը կենտրոնից 20 սմ հեռավորություն վրա յե գտնվում:

3) Գտնել անվի շրջանագծի վրա գտնվող կետի շրջանագծային արագությունը:

4) Ապացուցել, վոր կենտրոնից r հեռավորության վրա գտնվող կետի պտտման շրջանագծային արագությունը հավասար է r-ին:

11. Լիսեոի անկյունային արագությունը հավասար է

21 $\frac{\text{ուղիան}}{\text{վայրկյան}}$ չի: Վորոշել այդ Լիսեոի պտույտների թիվը 1 բուլենում:

§ 2. Յեռանկյունաչափ. Յունկյունների փոփոխություններն անկյուն փոփոխվելու հետ միասին

1. Վեր քառորդի մեջ բոլոր յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները դրական են: Գոյություն ունի՞ արդյոք այնպիսի քառորդ, վորի մեջ բոլոր ֆունկցիաները բացասական են:

2. Յեթե անկյունը պատկանում է յեռանկյան, ապա նրա յեռանկյունաչափական վեր ֆունկցիաները կարող են լինել բացասական և հատկապես յերբ:

3. Յեռանկյան մեջ կեո անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաներն ի՞նչ նշան ունեն:

4. Վեր քառամասներում կարող է փոփոխվել $1+\sin x$ գումարը:

5. Հետևյալ հավասարություններից վերն է հնարավոր.

$$1) \sin \alpha = \frac{\sqrt{ab}}{\frac{1}{2}(a+b)}; \quad 2) \cos \beta = a + \frac{1}{a}; \quad 3) \sec \alpha = \frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$$

6. $\frac{\cos x}{\sec x}$ կոտորակը կարճ է արդյոք բացասական լինել:

Պարզել հետևյալ արտահայտությունները (7—13).

$$7. a \cdot \sin 0^0 + b \cdot \cos 90^0 + c \cdot \operatorname{tg} 180^0.$$

$$8. a \cdot \operatorname{tg} 0^0 + b \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} + c \cdot \sec 0^0.$$

$$9. a \cdot \cos 0^0 + b \cdot \cos 180^0 + c \cdot \cos 360^0.$$

$$10. a^2 \cdot \sin \frac{\pi}{2} + 2ab \cdot \sec \pi - b^2 \cdot \sin \frac{3}{2}\pi.$$

$$11. a^2 \cdot \operatorname{cosec} 90^0 - 2ab \cdot \sin 180^0 + b^2 \cdot \operatorname{cosec} 270^0.$$

$$12. a^2 \cdot \sin 2\pi + 2ab \cdot \cos \frac{3}{2}\pi + b^2 \cdot \operatorname{tg} 2\pi.$$

$$13. a^3 \cdot \operatorname{ctg} 270^0 + b^3 \cdot \operatorname{tg} 90^0.$$

14. 5 սմ շառավիղ ունեցող շրջանի մեջ կառուցել 30^0 ;

120°; 225°; —30°; —120°; —560° անկյունները և այդ անկյուններին հոմոթետիկ անկյունները: Յեռանկյունաչափական գծերը: Յեռանկյունաչափական գծերը չափելով 1 մմ-ի ճշտութեամբ՝ վորոշել (մինչև 0,1-ի ճշտութեամբ) հետևյալ ֆունկցիաների արժեքները.

- 1) $\operatorname{tg} 30^\circ$; 2) $\cos 120^\circ$; 3) $\sin 225^\circ$; 4) $\cos (-30^\circ)$;
5) $\operatorname{tg} (-120^\circ)$; 6) $\operatorname{ctg} (-560^\circ)$;

15. Վորոշել հետևյալ տարբերութիւններից յուրաքանչյուրի նշանը.

- 1) $\sin 20^\circ - \sin 21^\circ$; 2) $\cos 20^\circ - \cos 21^\circ$; 3) $\operatorname{tg} 20^\circ - \operatorname{tg} 21^\circ$;
4) $\operatorname{ctg} 20^\circ - \operatorname{ctg} 21^\circ$; 5) $\cos 20^\circ - \cos 120^\circ$; 6) $\sin 120^\circ - \sin 240^\circ$;
7) $\operatorname{tg} 120^\circ - \operatorname{tg} 40^\circ$; 8) $\operatorname{ctg} 30^\circ - \operatorname{ctg} 130^\circ$;

16. Հետևյալ յուրաքանչյուրը զույգի մեջ վեր ֆունկցիան ավելի մեծ արժեք ունի. 1) $\sin 20^\circ$ -ը, թե՛ $\cos 20^\circ$ -ը, 2) $\sin 50^\circ$ -ը, թե՛ $\cos 50^\circ$ -ը, 3) $\operatorname{tg} 40^\circ$ -ը, թե՛ $\operatorname{ctg} 40^\circ$ -ը, 4) $\operatorname{tg} 50^\circ$ -ը, թե՛ $\operatorname{ctg} 50^\circ$ -ը:

17. Կառուցել այն անկյունները, վորոնց օրինակները հաճախ են 1) 0,6-ի, 2) $-\frac{1}{2}$ -ի: Գտնել այդ անկյուններին

մեծութիւնը մինչև 1° -ի ճշտութեամբ:

18. Կառուցել այն անկյունները, վորոնց կոտիւսները հաճախ են 1) $\frac{2}{3}$ -ի, 2) $-0,4$ -ի:

19. Կառուցել այն անկյունները, վորոնց տանգենտները հաճախ են 1) $+1,5$ -ի, 2) -1 -ի:

20. Կառուցել այն անկյունները, վորոնց կոտանգենտները հաճախ են 1) -2 -ի, 2) $+1$ -ի:

21. x անկյան տված ընդհանուր ձևից գրել նրա 360° -ից (2 π)-ից փոքր դրական արժեքները.

- 1) $x = 15^\circ + 120^\circ \cdot n$, 2) $x = -60^\circ + 360^\circ \cdot n$,
3) $x = -10^\circ + 60^\circ \cdot n$, 4) $x = \pm 120^\circ + 720^\circ \cdot n$,
5) $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi \cdot n$, 6) $x = -\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi \cdot n$,
7) $x = (-1)^n \cdot 45^\circ + 180^\circ \cdot n$, 8) $x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} \pm \pi \cdot n$,

22. Գրել հետևյալ հաճախորդների ընդհանուր լուծումները՝ անկյունները գտնելով կառուցման և չափման միջոցով (մինչև 1° -ի ճշտութեամբ).

- 1) $\operatorname{tg} x = 2,6$, 2) $\operatorname{tg} x = -0,8$, 3) $\cos x = 0,9$,
4) $\cos x = -\frac{2}{3}$, 5) $\sin x = 0,25$, 6) $\sin x = \frac{5}{7}$,

23—31 խնդիրների մեջ պահանջվում է գտնել այն յեռանկյունաչափական ֆունկցիայի արժեքը, վոր պարունակում է հաճախորդը, և կառուցել անկյունները:

23. $\sin^2 x - 3 = 2 \sin x$. 24. $\cos^2 x + \cos x = 1$.
25. $6 \sin^4 x = 1 - \sin^2 x$. 26. $\sin^2 x = 2 \sin x$.
27. $\operatorname{tg}^2 x = 2 \operatorname{tg} x$. 28. $\sec^2 x = 2 \sec x$.
29. $\operatorname{ctg}^3 x + 4 \operatorname{ctg} x = 0$. 30. $\frac{2}{1 + \operatorname{tg} x} = 0$.
31. $(\cos x - 2) \cdot (2 \operatorname{cosec} x + 1) = 0$.

Հակադարձ երջանային Ֆունկցիաներ

32. Հետևյալ հաճախորդներից x -ն արտահայտել հակադարձ շրջանային ֆունկցիաների ոգնութեամբ.

- 1) $\operatorname{tg} x = m$; 2) $\cos x = m$; 3) $\sin x = m$;

Այս հաճախորդներից յուրաքանչյուրի մեջ m -ն ինչպիսի արժեք կարող է լինել:

33. Հետևյալ հաճախորդները գրել հակադարձ շրջանային ֆունկցիաների ոգնութեամբ.

- 1) $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, 2) $\sin (-45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 3) $\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,
4) $\cos 90^\circ = 0$, 5) $\operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$, 6) $\operatorname{tg} 0^\circ = 0$,
7) $\operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$, 8) $\operatorname{ctg} 0^\circ = \infty$, 9) $\sin x = 0,23$,
10) $\cos x = 0,5762$, 11) $\operatorname{tg} x = 0,468$, 12) $\operatorname{ctg} x = 1,237$.

34. Աղյուսակների ոգնությամբ արտահայտել աստիճան-ներով և ռադիաններով.

$$1) \operatorname{arc} \sin 0,7314, \quad 2) \operatorname{arc} \cos 0,3987,$$

$$3) \operatorname{arc} \operatorname{tg} 3,677, \quad 4) \operatorname{arc} \operatorname{ctg} 0,5117.$$

35. Հետևյալ հավասարումներից գտնել x -ը.

$$1) \operatorname{arc} \sin x = \frac{\pi}{4}, \quad 2) \operatorname{arc} \cos x = \frac{\pi}{6}, \quad 3) \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{3},$$

$$4) \operatorname{arc} \sin \frac{x}{3} = a, \quad 5) \operatorname{arc} \cos \frac{x}{a} = \frac{b}{c}, \quad 6) \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{x} = a,$$

36. Կառուցել.

$$1) \operatorname{arc} \sin 0,8, \quad 2) \operatorname{arc} \sin \left(-\frac{1}{3}\right), \quad 3) \operatorname{arc} \cos \frac{2}{3},$$

$$4) \operatorname{arc} \cos (-0,75), \quad 5) \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{2}, \quad 6) \operatorname{arc} \operatorname{tg} (-1,5),$$

$$7) \operatorname{arc} \operatorname{tg} 1,2, \quad 8) \operatorname{arc} \operatorname{ctg} (-0,6), \quad 9) \operatorname{arc} \sec 1 \frac{1}{2},$$

$$10) \operatorname{arc} \operatorname{cosec} (-2):$$

§ 3. Միջվնույն անկյան յեռանկ. ֆունկցիաների անհրաժեշտությունները

α անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաներն արտահայտել.

$$1. \sin \alpha \text{-ի միջոցով:} \quad 2. \cos \alpha \text{-ի միջոցով:}$$

$$3. \operatorname{tg} \alpha \text{-ի միջոցով:} \quad 4. \operatorname{ctg} \alpha \text{-ի միջոցով:}$$

Գտնել α անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները, յեթե տված է.

$$5. \sin \alpha = 0,8, \quad 6. \sin \alpha = -0,3, \quad 7. \cos \alpha = \frac{2}{3}.$$

$$8. \cos \alpha = -\frac{3}{5}, \quad 9. \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{5}, \quad 10. \operatorname{tg} \alpha = -\frac{9}{40}.$$

$$11. \operatorname{ctg} \alpha = \frac{8}{15}, \quad 12. \operatorname{ctg} \alpha = -3, \quad 13. \sec \alpha = 3.$$

$$14. \sec \alpha = -1 \frac{9}{20}, \quad 15. \operatorname{cosec} \alpha = 2,6, \quad 16. \operatorname{cosec} \alpha = -\sqrt{3}:$$

Ընդունելով $0 < b < a$, 17—19-րդ խնդիրների տվյալների ոգնությամբ գտնել α անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները.

$$17. \sin \alpha = \frac{a-b}{a+b}, \quad 18. \cos \alpha = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}, \quad 19. \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b},$$

Գտնել α անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները, յեթե

$$20. \alpha\text{-ն դրական սուր անկյուն է և } \operatorname{tg} \alpha = 4 \frac{19}{20}.$$

$$21. \alpha\text{-ն յեռանկյան անկյուն է և } \cos \alpha = -0,28.$$

$$22. \alpha\text{-ն III-րդ քառորդի անկյուն է և } \sin \alpha = -\frac{12}{13}.$$

$$23. \alpha\text{-ն IV-րդ քառորդի անկյուն է և } \operatorname{ctg} \alpha = -1,05:$$

Պարզել 24—62-րդ արտահայտությունները.

$$24. 1 - \sin^2 \alpha. \quad 25. 1 - \cos^2 \alpha.$$

$$26. \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}. \quad 27. \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha - 1}:$$

$$28. \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad 29. \sec^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha.$$

$$30. a) \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}; \quad b) \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}. \quad 31. a) \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha}; \quad b) \frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha - 1}.$$

$$32. \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha. \quad 33. \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad 34. \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha.$$

$$35. \sin \alpha \cdot \sec \alpha. \quad 36. \cos \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha. \quad 37. \operatorname{ctg} \alpha + \sec \alpha.$$

$$38. \sin \alpha : \operatorname{tg} \alpha. \quad 39. \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$40. 1 - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha. \quad 41. 1 - \sin^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha.$$

$$42. (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot \cos^2 \alpha.$$

43. $(\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha)^2 + (\operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin \alpha)^2$. 44. $(\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha)^2 - 1$.
 45. $\sin^2 \alpha \cdot \sec^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$.
 46. $\frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1$. 47. $\frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1$.
 48. $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.
 49. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha}$. 50. $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}$.
 51. $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2$. 52. $\frac{\cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha}$.
 53. $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ -ն արտահայտել. a) $\sin \alpha$ -ով և b) $\cos \alpha$ -ով.
 54. $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$ -ն արտահայտել $\sin \alpha$ -ով և $\cos \alpha$ -ով.
 55. $\frac{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}$ -ն արտահայտել $\operatorname{tg} \alpha$ -ով.
 56. $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$ -ն արտահայտել $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով.
 57. $\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ -ն արտահայտել a) $\operatorname{tg} \alpha$ -ով և b) $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով.
 58. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$ -ն արտահայտել a) $\operatorname{tg} \alpha$ -ով, և b) $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով.
 59. $\sec \alpha$ -ն արտահայտել $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով, յեթե α -ն—IV քառորդի անկյունն է:
 60. Հաշվել՝ $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ -ն, յեթե $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{4}$.
 61. Վորոշել $\sin \alpha + \cos \alpha$ -ն, յեթե $\sin \alpha + \cos \alpha = m$.
 62. $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = m$; վորոշել՝ $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$ -ն և $\operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha$ -ն:
 Ապացուցել հետևյալ նույնությունները (63—92).
 63. $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.
 64. $\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$. 65. $\frac{\sec \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sec \alpha + 1}$.
 66. $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha$.
 67. $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha - \operatorname{cosec}^2 \alpha$.

68. $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \sec^2 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha$. 69. $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$.
 70. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha} = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$. 71. $\frac{\sin \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cosec} \alpha} = \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.
 72. $\frac{\sec \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{cosec} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha$.
 73. $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha}{\sec \alpha - \operatorname{cosec} \alpha}$.
 74. $\frac{1 + \sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \cdot \frac{1 + \sec \alpha}{1 + \operatorname{cosec} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$. 75. $\frac{1 - \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \cdot \frac{1 + \sec \alpha}{1 + \operatorname{cosec} \alpha} = \operatorname{ctg}^3 \alpha$.
 76. $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{\operatorname{ctg} \alpha} = 1$. 77. $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 1$.
 78. $\frac{\sin^2 \alpha}{\sec^2 \alpha - 1} + \frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1} = 1$. 79. $\operatorname{cosec} \alpha - \sin \alpha = \cos \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.
 80. $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha$.
 81. $\sec^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha = \sec^2 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha$.
 82. $\sec^2 \alpha (\operatorname{cosec}^2 \alpha - 1) = \operatorname{cosec}^2 \alpha$.
 83. $1 + \sin \alpha + \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha = (1 + \cos \alpha)(1 + \operatorname{tg} \alpha)$.
 84. $(\sin \alpha - \operatorname{cosec} \alpha)(\cos \alpha - \sec \alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.
 85. $(\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha)(\cos \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) = (1 + \sin \alpha)(1 + \cos \alpha)$.
 86. $\sin \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha) + \cos \alpha (1 + \operatorname{ctg} \alpha) = \sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha$.
 87. $\sin^3 \alpha (1 + \operatorname{ctg} \alpha) + \cos^3 \alpha (1 + \operatorname{tg} \alpha) = \sin \alpha + \cos \alpha$.
 88. $\operatorname{tg}^3 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha - \operatorname{cosec} \alpha \cdot \sec \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha \cdot \sec^2 \alpha = \operatorname{tg}^3 \alpha + \operatorname{ctg}^3 \alpha$.
 89. $\sec^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha = (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2$.
 90. $\left(\frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{cosec} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha} \right)^2 = \frac{\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$.
 91. $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$.
 92. $\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} = 2 \operatorname{tg} \alpha$.

Հումել (93—113) հավասարումները: Հավասարումից բառաձև ֆունկցիայով կառուցել անկյունը և փոխադրելով չափել այդ

անկյունը (միանշան 1° -ի ճշտությամբ): Պատասխանը գրել ընդհանուր տեսքով:

93. $\sin^2 x = 1 + \cos^2 x$.

94. $\sin x \cdot \operatorname{tg} x = \frac{3}{2}$.

95. $\sin x = \operatorname{ctg} x$.

96. $\cos x - 1 + 2 \sin x \cdot \operatorname{tg} x = 0$.

97. $\sin^2 x + \cos x = 0$.

98. $\sec x = \operatorname{tg}^2 x$.

99. $2 \cos^2 x = 3 \sin x + 2$.

100. $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = \frac{3}{2}$.

101. $\cos x = 2 \operatorname{tg} x$.

102. $\operatorname{cosec} x = \sin x = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x$.

103. $2 \operatorname{tg} x = -3 \operatorname{cosec} x$.

104. $2 \sec x = \operatorname{cosec} x$.

105. $2 \cos^2 x + 4 \sin^2 x = 3$.

106. $2(\cos^2 x - \sin^2 x) = 1$.

107. $\sin^4 x + \cos^4 x = 0,5$.

108. $1 + \sin x \cos x - \sin x - \cos x = 0$.

Լուծել α ինուսի և β ինուսի նկատմամբ համառոտ, կամ α ինուսի և β ինուսի նկատմամբ համառոտ հավասարումի վերաբերյալ հետևյալ հավասարումները.

109. $\sin x = \cos x$.

110. $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$.

111. $3 \sin^2 x = \cos^2 x$.

112. $\sin^2 x + 2 \sin x \cos x = 3 \cos^2 x$.

113. $1 - 3 \cos^2 x = 2 \sin x \cos x$.

§ 4. ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ ՅԵՎ ՀԱՎԵԼԻՉ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԸ

1. Վերածել 45° -ից փոքր անկյան ֆունկցիայի՝ 1) $\sin 73^\circ$;
2) $\cos 80^\circ 40'$; 3) $\operatorname{tg} 69^\circ 25' 40''$; 4) $\operatorname{ctg} 59^\circ 59'$.

2. Վերածել ուր անկյան նույն ֆունկցիաներին՝ 1) $\sin 112^\circ 20'$; 2) $\cos 99^\circ 25' 35''$; 3) $\operatorname{tg} 108^\circ 48' 36''$; 4) $\operatorname{ctg} 140^\circ 40'$.

3. Վերածել 45° -ից փոքր անկյան ֆունկցիայի՝ 1) $\sin 121^\circ 40'$;
2) $\sin 163^\circ 35'$; 3) $\cos 158^\circ 17'$; 4) $\cos 98^\circ 21'$; 5) $\operatorname{tg} 160^\circ 27' 32''$;
6) $\operatorname{tg} 106^\circ 32'$; 7) $\operatorname{ctg} 120^\circ 28' 40'$; 8) $\operatorname{ctg} 104^\circ 42'$.

Պարզել հետևյալ արտահայտությունները.

4. $\frac{\operatorname{tg}(180^\circ - x)}{\operatorname{ctg}(90^\circ - x)}$.

5. $\frac{\cos^2(90^\circ - x) - 1}{\cos(180^\circ - x)}$.

6. $\sin(\pi - x) + \operatorname{ctg}(\pi - x)$.

7. $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}$.

8. $\sin(90^\circ - x) + \sin(90^\circ + x) + 2 \cos(180^\circ - x)$.

9. $\cos(90^\circ - x) + \cos(90^\circ + x)$.

10. $\operatorname{tg} 43^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 47^\circ$.

11. $\cos(180^\circ - x) + \sin(90^\circ + x) + \operatorname{tg}(180^\circ - x) + \operatorname{ctg}(90^\circ + x)$.

12. $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \operatorname{ctg}(\pi - x) + \operatorname{ctg}(\pi - x) + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

13. $\frac{2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \operatorname{tg}(\pi - x)}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi - x)}$.

14. $\frac{\operatorname{tg}(180^\circ - x) \cos(180^\circ - x) \operatorname{tg}(90^\circ - x)}{\sin(90^\circ + x) \operatorname{ctg}(90^\circ + x) \operatorname{tg}(90^\circ + x)}$.

15. Ցույց տալ, Վեր

$\sin(45^\circ + x) = \cos(45^\circ - x); \cos(45^\circ + x) = \sin(45^\circ - x)$ և այլն:

§ 5. ՅԵՐԱՆԿՅՈՒՆԱՉԱՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ԲՆԱԿԱՆ ՄԵԾՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՂՅՈՒՍԱԿՆԵՐ

Բնական յեռանկյունաչափական մեծությունների աղյուսակների ոգնությունները գտնել հետևյալ ֆունկցիաների թվային արժեքները.

1. 1) $\sin 15^\circ$; 2) $\sin 45^\circ$; 3) $\sin 60^\circ$; 4) $\sin 73^\circ$;
5) $\sin 38^\circ 30'$; 6) $\sin 69^\circ 24'$; 7) $\sin 11^\circ 50'$; 8) $\sin 87^\circ 10'$.

2. 1) $\operatorname{tg} 20^\circ$; 2) $\operatorname{tg} 45^\circ$; 3) $\operatorname{tg} 85^\circ$; 4) $\operatorname{tg} 72^\circ 30'$;
5) $\operatorname{tg} 17^\circ 42'$; 6) $\operatorname{tg} 53^\circ 13'$; 7) $\operatorname{tg} 20^\circ 48'$; 8) $\operatorname{tg} 83^\circ 7'$;
9) $\operatorname{tg} 85^\circ 28'$; 10) $\operatorname{tg} 88^\circ 30'$; 11) $\operatorname{tg} 89^\circ 48'$; 12) $\operatorname{tg} 89^\circ 59'$.

3. 1) $\cos 65^\circ$; 2) $\cos 45^\circ$; 3) $\cos 30^\circ$; 4) $\cos 73^\circ$;
5) $\cos 38^\circ 30'$; 6) $\cos 20^\circ 24'$; 7) $\cos 61^\circ 10'$; 8) $\cos 78^\circ 46'$;
9) $\cos 2^\circ 52'$; 10) $\cos 1^\circ 20'$.

4. 1) $\operatorname{ctg} 20^\circ$; 2) $\operatorname{ctg} 45^\circ$; 3) $\operatorname{ctg} 37^\circ 30'$; 4) $\operatorname{ctg} 71^\circ 24'$;
 5) $\operatorname{ctg} 69^\circ 13'$; 6) $\operatorname{ctg} 19^\circ 37'$; 7) $\operatorname{ctg} 88^\circ 15'$; 8) $\operatorname{ctg} 5^\circ$;
 9) $\operatorname{ctg} 2^\circ 27'$; 10) $\operatorname{ctg} 90^\circ$; 11) $\operatorname{ctg} 1^\circ 53'$.

Գտնել սուր անկյունների մեծությունը նրանց ֆունկցիաների տված արժեքներով.

5. 1) $\sin \alpha = 0,3420$; 2) $\sin \beta = 0,5948$; 3) $\sin \gamma = 0,842$;
 4) $\sin x = 0,9293$; 5) $\sin y = 1,0024$; 6) $\sin z = 0,3932$.
 6. 1) $\operatorname{tg} \alpha = 0,4452$; 2) $\operatorname{tg} \beta = 11,43$; 3) $\operatorname{tg} \gamma = 2,675$;
 4) $\operatorname{tg} x = 0,5452$; 5) $\operatorname{tg} y = 5,558$; 6) $\operatorname{tg} z = 0,5$;
 7) $\operatorname{tg} u = 0,42$; 8) $\operatorname{tg} v = 12,9$; 9) $\operatorname{tg} w = 6,63$.
 7. 1) $\cos \alpha = 0,891$; 2) $\cos \beta = 0,910$; 3) $\cos \gamma = 0,6361$;
 4) $\cos x = 1,0008$; 5) $\cos y = 0,8189$; 6) $\cos z = 0,4485$.
 8. 1) $\operatorname{ctg} \alpha = 2,747$; 2) $\operatorname{ctg} \beta = 0,4142$; 3) $\operatorname{ctg} \gamma = 1,768$;
 4) $\operatorname{ctg} x = 1,4948$; 5) $\operatorname{ctg} y = 0,6946$; 6) $\operatorname{ctg} z = 1,6946$;
 7) $\operatorname{ctg} u = 7,115$; 8) $\operatorname{ctg} v = 10,23$; 9) $\operatorname{ctg} w = 20$.

Աղյուսակներով գտնել բոլոր անկյունների հետևյալ ֆունկցիաների արժեքները.

9. $\sin 105^\circ$; $\sin 172^\circ 8'$; $\sin 140^\circ 15'$; $\sin 115^\circ 22'$.
 10. $\cos 118^\circ$; $\cos 156^\circ 30'$; $\cos 98^\circ 42'$; $\cos 169^\circ 17'$.
 11. $\operatorname{tg} 121^\circ$; $\operatorname{tg} 160^\circ 24'$; $\operatorname{tg} 101^\circ 41'$; $\operatorname{tg} 147^\circ 39'$.
 12. $\operatorname{ctg} 175^\circ$; $\operatorname{ctg} 124^\circ 30'$; $\operatorname{ctg} 171^\circ 13'$; $\operatorname{ctg} 111^\circ 11'$.

§ 6. ՈՒՂՂԱՆԿՅՈՒՆ ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

Նշանակումներ. ABC ուղղանկյուն յեռանկյան մեջ անկյուն $A = \alpha$, անկյուն $B = \beta$, անկյուն $C = 90^\circ$, BC հիմք = a, AC հիմք = b և ներքնածիզը՝ AB = c:

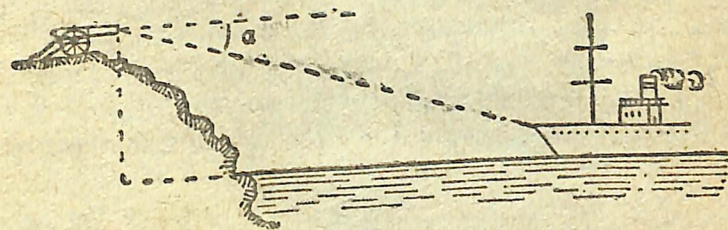
1. Տիված է ABC ուղղանկյուն յեռանկյունը: Վորոշել՝ 1) $\sin \alpha$ -ն և $\operatorname{tg} \alpha$ -ն, յեթե $a = 48$ սմ և $c = 50$ սմ, 2) $\operatorname{tg} \alpha$ -ն և $\cos \alpha$ -ն, յեթե $a = 15$ մ և $b = 20$ մ, 3) $\operatorname{tg} \beta$ -ն և $\cos \beta$ -ն, յեթե $b = 8,4$ սմ և $c = 8,5$ սմ:

2. ABC ուղղանկյան յեռանկյուն կողմերի յերկարությունները ռանտիմետրներով արտահայտվում են հետևյալ թվերով. $a = 7\frac{1}{5}$ և $c = 17$: Վորոշել β անկյան բոլոր ֆունկցիաները:

3. ABC ուղղանկյուն յեռանկյան մեջ հաշվել 1) a հիմք, յեթե ներքնածիզը՝ $c = 30,6$ սմ և $\sin \alpha = \frac{2}{3}$; 2) c-ն, յեթե $a = 51$ սմ և $\sin \alpha = 0,75$:

4. ABC ուղղանկյուն յեռանկյան մեջ հաշվել a հիմք, յեթե 1) $b = 14$ մ և $\operatorname{tg} \alpha = 0,72$; 2) $b = 20,4$ դմ և $\operatorname{tg} \alpha = 1,5$:

5. Դիրիժաբլն ընկավ լուսարձակի լույսի շերտի մեջ այն ժամանակ, յերբ լուսարձակի առանցքը հորիզոնի հետ կազմում էր 47° անկյուն: Նույն ժամանակ լուսարձակի հեռավորությունը 47° անկյուն, հավասար էր 3,5 կմ-ի: Հաշվել՝ 1) դիրիժաբլի վերին թևերի բարձրությունը, 2) դիրիժաբլի հորիզոնական հեռավորությունը լուսարձակից (պատասխանները կլորացնել մինչև 8 տասնորդական թվանշանը):



Գծ. 2.

6. Մարտկոցը տեղավորված է 150 մ բարձրություն ունեցող բլրի վրա: Ծովում լողացող թիրախի իջեցման անկյունը մարտկոցից վորոշված է 9° (գծ. 2): Ինչից յե հավասար թիրախի հեռավորությունը մարտկոցից (հորիզոնական ուղղությամբ):

7. Զրառույդ նավակի պերիսկոպն ամրացրել է յերևում է 1500 մ հեռավորության վրա: Ամրացրել հրանոթները տեղավորված են ջրի մակերևույթից 330 մ բարձրության վրա: Վորոշել այն անկյունը, վորով պետք է իջեցնել հրանոթի փողը, վորնա ուղղված լինի նավակի վրա:

8. Ինքնաթիռը մարտկոցին աղդանշան է տալիս, վոր դրանովում է թիրախի ուղիղ վերևը 1700 մ բարձրության վրա (գծ. 3): Նույն մոմենտում մարտկոցի դիտողը գտնում է, վոր ինքնաթիռի բարձրության անկյունը հավասար է 25° -ի: Հաշ-

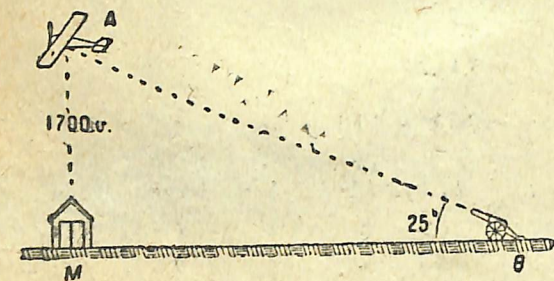
վել մարտկոցի հեռավորությունը թիրախից (հորիզոնական ուղղությամբ):

9. Գետի լայնությունը վերոշելու համար, նրա մի ափին, անմիջապես ջրի մոտ, անց են կացնում a մետրի հավասար AB բազիսը: Բազիսի A ծայրից, բազիսին ուղղահայաց ուղղությամբ վրա մյուս ափում հենց ջրի մոտ յերևում է C ծառը: Բազիսի մյուս B ծայրից այդ ծառը յերևում է β անկյան տակ: Հաշվել գետի լայնությունը, յեթե $a=42$ մ է $\beta=25^\circ 28'$:

10. Աշտարակի հիմքի կենտրոնից a մետր հեռավորության վրա գտնվող կետից այդ աշտարակի ծայրը յերևում է α բարձրության անկյան տակ: Վերոշել աշտարակի բարձրությունը ($a=86,6$; $\alpha=22^\circ 17'$):

11. $h=12$ մ բարձրության վրա գտնվող պատուհանից գետի ափերը յերևում են $\alpha_1=17^\circ$ և $\alpha_2=45^\circ$ իջեցման անկյուններով տակ: Այդ յերկու անկյունները գտնվում են գետի ուղղության ուղղահայաց միևնույն հարթության մեջ: Վերոշել գետի լայնությունը:

12. Լեռնային յերկաթուղին յուրաքանչյուր 30 մ ճանապարհի վրա բարձրանում է 1 մ: Գտնել վերելքի անկյունը:



Գծ. 3.

հաստատված է, վոր այդ փողոցի ուղղաձիգ բարձրացումը հավասար է 37,4 մ-ի: Փողոցի յերկարությունը հավասար է 728 մ-ի: Վերոշել փողոցի վերելքի անկյունը և հորիզոնական պրոյեկցիան:

15. Բլրի գագաթին գտնվում է a մետր յերկարության նշանաձող: Բլրի ստորոտի հորիզոնական հարթության վրա

13. Մարդը բլրի լանջով դեպի վեր 1050 մ անցնելով՝ բլրի հիմքի հարթությունից բարձրացավ 90 մ: Վերոշել բլրի լանջի թեքության անկյունը (միջին):

14. Հավասարաչափ բարձրացող փողոցի հանութի ժամանակ

գտնվող և ձողի վերին ծայրից b մետր հեռավորություն ունեցող մի կետից ձողի այդ ծայրը յերևում է հորիզոնի նկատմամբ α անկյան տակ: Վերոշել բլրի բարձրությունը ($a=2$; $b=14$; $\alpha=63^\circ 18'$):

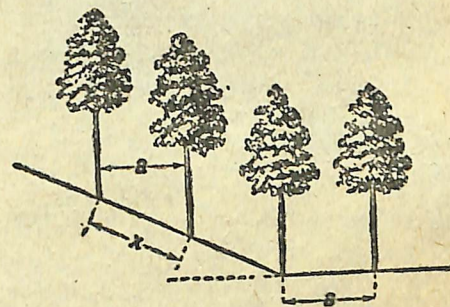
16. Յեթե յերկրի հորիզոնական մակերևույթի վրա ծառերը յենթադրվում է անկել մեկը մյուսից a մետր հեռավորության վրա, ապա դրան համապատասխան խնչ հեռավորության վրա պետք է անկել ծառերը բլրի հորիզոնի հետ α անկյուն կազմող լանջի վրա (գծ. 4), ($a=3,5$; $\alpha=25^\circ 18'$):

17. MN ուղղի վրա վերցրած ե A կետը և այդ կետից տարված ե a մետր յերկարության ունեցող AB հատվածը, վորը MN -ի հետ կազմում է α ուր անկյունը: Վերոշել AB հատվածի (x) պրոյեկցիան MN ուղղի վրա և հետևել այդ պրոյեկցիայի փոփոխություններին, յերբ α անկյունը փոփոխվում է 90° -ից մինչև 0° և ընդհակառակը՝ 0° -ից մինչև 90° :

18. 30 մ բարձրության ունեցող շենքը 45 մ յերկարության սովեր ե ձգում: Վերոշել արեգակի բարձրությունը:

19. Կետրին, յերբ արեգակի բարձրությունը 28° է, գործարանի ծխնելույղը ձգում է 76 մ յերկարության սովեր: Վերոշել ծխնելույղի բարձրությունը:

20. Ինչքան է արեգակի բարձրությունն այն ժամանակ, 1) յերբ կանգնած մարդու սովերը հավասար է նրա հասակի կետին, 2) յերբ սովերը յերկու անգամ մեծ է նրա հասակից և 3) յերբ սովերը $2\frac{1}{2}$ անգամ մեծ է նրա հասակից:



Գծ. 4.

21. Ուղղաձիգ ձողի սովերը փորը ե ձողից նրա յերկարության $\frac{1}{n}$ -ով: Ինչքան է արեգակի բարձրությունը ($n=10,5$):

22. T նշանին 2500 մ հեռավորությանից կրակող H հո-



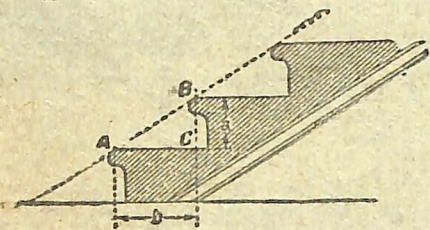
բիցը հրամանն օտացավ կրակը փոխադրել S նշանին, վորը T -ից 1500 մ հեռավորության վրա յե գտնվում: Ի՞նչ անկյունով պետք է պտտել հրանոթը, յեթե ST -ն ուղղահայաց է HT -ին:

23. Յերկու կետեր միաժամանակ դուրս են գալիս ուղիղ անկյան գագաթից, և շարժվում են հավասարաչափ մեկն անկյան մի կողմով, իսկ մյուսը՝ մյուս կողմով: Առաջինը մեկ վայրկյանում անցնում է a մետր, իսկ յերկրորդը՝ b մետր: Առաջին կետից այդ կետի շարժման ուղղության նկատմամբ ի՞նչ փ անկյան տակ է յերևում յերկրորդ կետը:

24. Տան քարե օսնդուխքն իր յուրաքանչյուր բաղկում (այսինքն յերկու պտտման որահակների միջև) ունի 15-ական աստիճան, ընդվորում յուրաքանչյուր աստիճանի ողտակար լայնությունը (աստիճանի այսպես կոչված յերեսը) հավասար է՝ $b=27$ սմ, իսկ աստիճանի բարձրությունը՝ $a=18$ սմ: Վորոշել այդ օսնդուխքի վերելքի անկյունը (զծ. 5):

25. Տան օսնդուխքի յուրաքանչյուր աստիճանի լայնությունը հավասար է 25 սմ-ի: Ինչքան պետք է լինի աստիճանի բարձրությունը, վորպեսզի օսնդուխքի վերելքի անկյունը հավասար լինի 40° -ի:

26. Յերկու ուղիղ փողոցները հատվում են $15^\circ 50'$ անկյան տակ: Այդ փողոցներից մեկը հատման տեղից 1625 մ հեռավորության վրա պետք է ամենակարճ ճանապարհով միանա յերկրորդի հետ: Վորոշել այդ ամենակարճ նրբանցքի յերկարությունը:



Գծ. 5.

27. Շրջանից դուրս գտնվող A կետը տվյալ շրջանի O կենտրոնի հետ միացնող AO հատվածի յերկարությունը հավասար է $c=2,53$ մ: A կետից տարված է շրջանագծի AC շոշափողը, վորն AO ուղիղի հետ կազմում է $\alpha=38^\circ 46'$ անկյուն:

Նշ: Վորոշել շառավղի (r) և շոշափողի (x) յերկարությունները:

28. Վորոշել ուղղանկյուն յեռանկյանն արտադրած շրջանի

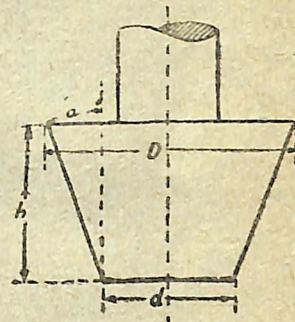
շառավղի, յեթե այդ յեռանկյան հջերից մեկը հավասար է a դեցիմետրի, իսկ այդ հջի մոտ գտնվող սուր անկյունը՝ β -ի:

29. Լիեռուի՝ 6-րդ գծագրի վրա պատկերված կոնային մասի ծնիչն ունի 120° վերելք, այսինքն յուրաքանչյուր 100 մմ բարձրության վրա շառավղի մեծանում է 12 մմ-ով: Գտնել վերելքի α անկյունը և D տրամագիծը ($h=105$ մմ, $d=80$ մմ):

30. Հատած կոնի մեջ, վորը տված է 6-րդ գծագրի վրա, հայտնի յեն d և D տրամագծերը: Կոնի ծնիչի վերելքը հավասար է $1:n$: Գտնել հատած կոնի հիմքի հարթությունների h հեռավորությունը և վերելքի α անկյունը ($n=20$):

31. 120 մ բարձրություն ունեցող յերկաթուղային լիբը հիմքում ունի 360 մ լայնություն, իսկ վերելքի՝ 60 մ: Հաշվել շիպի թեքության անկյունը հորիզոնական հարթության հետ:

32. Յերկաթուղային լիբը վերելից ունի 60 մ լայնություն, իսկ ներքևից՝ 240 մ: Լիբի կողմնային կողմերը թեքված են դեպի հորիզոնական հարթությունը 35° անկյան տակ: Վորոշել լիբի բարձրությունը:



Գծ. 6.

33. Յերկաթուղային լիբի լայնական հատվածքն ունի հավասարաթուն սեղանի ձև: Այդ լիբը կառուցելիս ոգտագործված է ամենամեծ հնարավոր շիպը՝ $\varphi=39^\circ$: Սեղանի ներքևի հիմքը՝ $a=10$ մ, բարձրությունը՝ $h=3$ մ: Վորոշել սեղանի վերին հիմքը:

34. Հավասարաթուն յեռանկյան b հիմքի և a որունքի ոգնությամբ վորոշել հիմքի անկյունը ($b=28,13$; $a=17,53$):

35. Հավասարաթուն յեռանկյան բարձրությունը հավասար է h -ի, իսկ հիմքը b -ի: Վորոշել այդ յեռանկյան գագաթի անկյունը ($b=31,26$ և $h=20,75$):

36. Շրջանի շառավղիը հավասար է R -ի: Վորոշել այդ

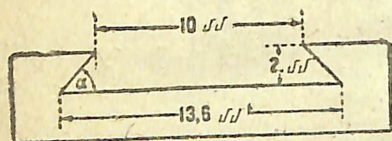
2րջանի մեջ α աստիճան պարունակող աղեղը ձգող լարի յերկարությունը ($R=4,175$; $\alpha=37^\circ 42'$):

37. $R=35,8$ դմ շառավիղ ունեցող 2րջանի մեջ տարված է $a=28,7$ դմ յերկարության մի լար: Գտնել այդ լարով ձգված աղեղի աստիճանների և բոլորների թիվը և լարի հեռավորությունը կենտրոնից:

38. Լարը հավասար է 2րջանի տրամագծի $\frac{3}{4}$ մասին: Վորոշել այդ լարով ձգված աղեղի աստիճանների և բոլորների թիվը:

39. Լարը 2րջանագիծը բաժանում է յերկու այնպիսի մասերի, վորոնք հարաբերում են այնպես, ինչպես $m:n$: Շրջանագծի յերկարությունը հավասար է c մետրի: Վորոշել լարի հեռավորությունը կենտրոնից ($m:n=3:7$; $c=120$):

40. Շրջանագծին ներգծած α անկյունը հենվում է a համարի մետր յերկարություն ունեցող լարի վրա: Վորոշել 2րջանի շառավիղը:

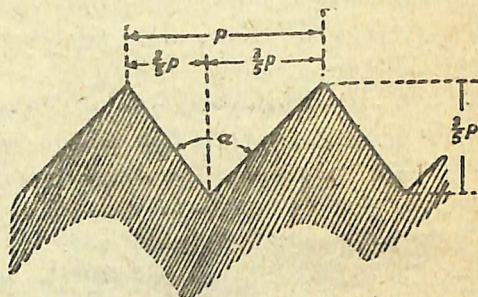


Գծ. 7.

41. Տված են իրար փոխուղղահայաց յերկու ուժեր $P=4,372$ կգ և $Q=5,645$ կգ: Ի՞նչ անկյուն է կազմում համադրը P ուժի հետ և ինչքան է նրա մեծությունը:

42. Հավասարաոտրուն յեռանկյան հիմքը հավասար է b զեցիմետրի, իսկ հիմքի անկյունը՝ α -ի: Վորոշել այդ յեռանկյան պարագիծը:

43. Հավասարաոտրուն յեռանկյան հիմքը հավասար է b զեցիմետրի, իսկ սրունքի վրա իջեցրած բարձրությունը՝ h զեցիմետրի: Վորոշել յեռանկյան հիմքին առնթիվ x անկյունը:



Գծ. 8.

44. 7-րդ դասի վրա նկարված է մի փորակ: Վորոշել այդ փորակի թեքության α անկյունը դեպի հիմքը:

45. 8-րդ դասի վրա ցույց է տրված հրանոթային փականի հատուկ պտտակային պարույրը: Վորոշել այն խարտոցի խառատման համար α անկյունը, վորը ծառայում է այդ պտտակը խառատելու համար:

46. A , B և C վայրերը դասավորված են այնպես, վոր նրանց հեռավորությունները քարտեզի վրա արտահայտվում են հետևյալ թվերով. $AB=0,85$ դմ, $AC=1,20$ դմ, $BC=1,20$ դմ, B վայրը գտնվում է A -ից ուղիղ դեպի հյուսիս: Վորոշել A -ից C ուղղությունը:

47. Ուղղագիծ լծակի բազուկների յերկարությունները հավասար են 5 դմ-ի և 15 դմ-ի: Քանի՞ զեցիմետրով կբարձրանա վառար են 5 դմ-ի և 15 դմ-ի յուրաքանչյուր ծայրը, յեթե (ուղղաձիգ ուղղությամբ) լծակի յուրաքանչյուր ծայրը, յեթե (ուղղաձիգ ուղղությամբ) լծակը հորիզոնական դիրքից թեքվում է 1) 40° , 2) 60° և 3) 90° :

48. Նալը շարժվել է հետևյալ ձևով.

Ուղղությունը	Անցած ճանապարհը կմ-ներով
230 չա. Արևելք	10
370 չա. Արևելք	13
820 չա. Արևելք	15

Վորոշել այն հեռավորությունները, վոր անցել է նախ իր մեկնման կետից դեպի արևելք և դեպի հյուսիս:

49. Ուղղանկյան կողմերը հավասար են a -ի և b -ի: Վորոշել այն անկյունները, վոր անկյունագծերը կազմում են կողմերի հետ ($a=75,2$ դմ; $b=63,6$ դմ):

50. Ուղղանկյան կողմերը հավասար են a -ի և b -ի: Հաշվել նրա անկյունագծերի միջին անկյունը ($a=13,5$ դմ; $b=7,4$ դմ):

51. Ուղղանկյան կողմերը հավասար են a սմ-ի և b սմ-ի: Այդ ուղղանկյան կողմերի միջնակետերը հանդիսանում են քառանկյան գագաթներ: Վորոշել այն անկյունները, վոր այդ քառանկյան կողմերը կազմում են տված ուղղանկյան կողմերի հետ ($a=23,76$; $b=53,28$):

52. Շեղանկյան անկյունագծերը հավասար են d_1 սմ-ի և d_2 սմ-ի ($d_1=28$; $d_2=49$): Հաշվել այդ շեղանկյան անկյունները:

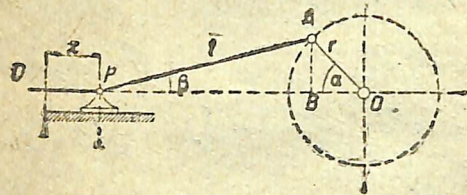
53. 1) AP-ն (գծ. 9) շարժիչի շարժաթևն է և OA-ն՝ նրա շուռավիկը: Վորոշել OB-ի և AB-ի յերկարությունները, յեթե

$$OA=r=0,4 \text{ մ},$$

իսկ $\alpha=30^\circ$: Այնուհետև հաշվել APB անկյունը և շարժաթևի PB պրոյեկցիայի յերկարությունը OP ուղղորդի վրա, գիտենալով, վոր շարժաթևի յերկարությունը՝ $l=2$ մ:

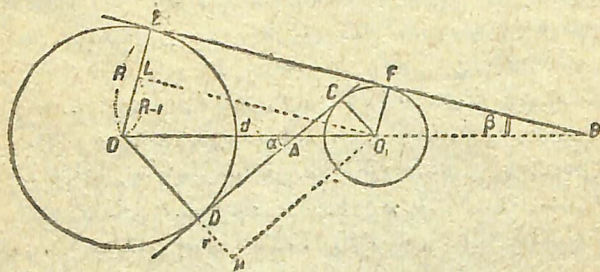
2) Ապացուցել, վոր շարժաթևի և շուռավիկի հորիզոնական հարթության հետ կազմած α և β անկյունների միջև գոյություն ունի հետևյալ առնչությունը.

$$\sin \beta = \frac{r}{l} \sin \alpha:$$



Գծ. 9.

4) Ինչո՞ւ համար $\alpha=90^\circ$ դեպքում β անկյունն (այս խնդրի յերկրորդ կետի բանաձևի մեջ) ունի ամենամեծ արժեքը:



Գծ. 10.

5) Ինչո՞ւ յի հավասար β անկյունն այն դեպքում, յերբ շարժաթևն ու շուռավիկը փոխուղղահայաց են:

6) Դիցուք, յերբ $\alpha=0$, P կետը գրավում է Q դիրքը: Ցույց տվեք, վոր շարժաթևի գլխի QP=x տեղափոխությունը կարելի յի հաշվել՝

$$x=r(1-\cos \alpha)+l(1-\cos \beta)$$

բանաձևով:

Հաշվել x-ի մեծությունը, յերբ $\alpha=0^\circ; 10^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ; 50^\circ; 60^\circ; 70^\circ; 80^\circ; 90^\circ$, յեթե շուռավիկի յերկարությունը՝ $r=300$ մմ, իսկ շարժաթևի յերկարությունը՝ $l=1500$ մմ:

54. Տված է r սանտիմետր յերկարության շառավիղ ունեցող մի շրջան: Կենտրոնից a սանտիմետր հեռավորության վրա գտնվող կետից անց ե կացրած յերկու շոշափող: Վորոշել այդ շոշափողներով կազմված անկյունը ($r=3,35$; $a=8,32$):

55. Յերկու շրջանների կենտրոնները միացնող գծի յերկարությունը հավասար է d սանտիմետրի (գծ. 10), իսկ շառավիղները՝ R և r սանտիմետրի: Վորոշել այն α և β անկյունները, վոր այդ շրջանների ներքին և արտաքին ընդհանուր շոշափողները կազմում են կենտրոնները միացնող գծի հետ ($R=3,065$; $r=1,007$; $d=6,245$):

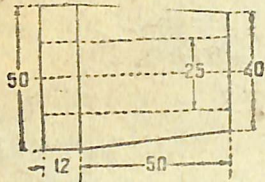
56. Շրջանագծի շառավիղը հավասար է 5 դմ-ի: Այդ շրջանագծի վորևե A կետից տարված է յերկու լար, վորոնց յերկարություններն են՝ 7 դմ և 8 դմ: Հաշվել այդ լարերով կազմված անկյունը: Բննարկել յերկու դեպք. 1) յերբ լարերը գտնվում են A կետից տարած AO շառավղի տարբեր կողմերում և 2) յերբ լարերը գտնվում են այդ շառավղի մի կողմում:

57. Հավասարաթուն յեռանկյան մեջ բարձրությունը հավասար է h դեցիմետրի, իսկ կողմային բարձրությունը՝ h_1 դեցիմետրի: Վորոշել յեռանկյան հիմքի անկյունը ($h=2,5$; $h_1=3$):

58. Հավասարաթուն յեռանկյան սրունքը հավասար է a սանտիմետրի, իսկ գագաթի անկյունը՝ β -ի: Վորոշել արտագծած և ներգծած շրջանների R և r շառավիղները:

59. Ուղղանկյուն յեռանկյան եջերից մեկը հավասար է b

մետրի, իսկ ուղիղ անկյան գագաթից ներքնաձիգի վրա իջեցրած ուղղահայացը՝ h մետր: Վերոշել այդ ուղղանկյուն յեռանկյան սուր անկյուններից մեկը և ապա մյուս եջը՝ a -ն և ներքնաձիգը՝ c -ն:



Գծ. 11.

60. Վերոշել 11-րդ նկարում ցույց տրված անշակալի կոնի ծնիչների միջև կազմված անկյունը:

61. Վերոշել հետևյալ հատած կոների ծնիչների միջև կազմված ան-

կյունները (մինչև 1° -ի ճշտությամբ):

Մեծ տրամագիծը մմ-ով	50	75	75	75	100	100
Փոքր " "	25	25	50	50	25	25
Կոնի յերկարությունը մմ-ով	50	75	75	25	40	25

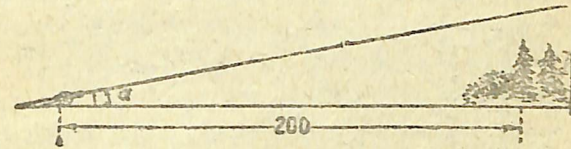
62. Յերկրագնդի տրամագիծը հավասար է 12740 կմ-ի: Վերոշել φ° լայնության վրա գտնվող վայրից անցնող զուգահեռականի շրջանագծի յերկարությունը ($\varphi=57^\circ 4' 33''$):

63. Անտառի վրայով կրակելու համար բարձրացման ինչ α անկյուն պետք է տալ հրանոթին, յեթե ծառերի ծայրերը 15 մ-ով բարձր են հրանոթի մակարդակից, և անտառը հրանոթից 200 մ հեռավորության վրա յե գտնվում: Հաշվումներ կատարելիս ծածկողի բարձրությունը (ավյալ դեպքում անտառի) սովորաբար ավելացնում են դիտանցիայի, այսինքն՝ հրանոթի և ծածկողի հեռավորության 0,01 մասը:

64. Հրանոթը նպատակակետի հետ միացնող գիծը հորիզոնի հետ կազմում է այսպես կոչված նպատակակետի տեղանքի անկյուն: Հաշվել տեղանքի անկյունը հրանոթի մակարդակից 65 մ բարձրության վրա գտնվող նպատակակետի վրա կրակելիս,

յեթե հրանոթի և նպատակակետի հեռավորությունը $\frac{1}{10000}$ մասը շտաբ ունեցող քարտեզի վրա հավասար է 31,5 սմ-ի:

65. A և B կետերի հեռավորությունը հավասար է 15 սմ-ի: Այդ կետերի առաջ գրված է մի հայելի, վորն առաջին կետից



Գծ. 12.

ունի $a=5$ սմ հեռավորություն, իսկ յերկրորդից՝ $b=7$ սմ: Ինչից յե հավասար այն ճառագայթի անկման անկյունը, վորը դուրս է գալիս A -ից և անդրադառնալով՝ անցնում է B կետով:

§ 7. ՇԵՂԱՆԿՅՈՒՆ ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ԼՈՒԾՈՒՄԸ

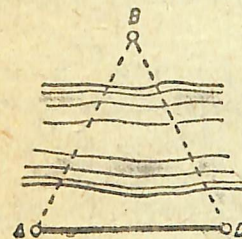
Միջուկների քննումը

1. Լուծեցեք յեռանկյունը հետևյալ տվյալների ոգնությամբ:

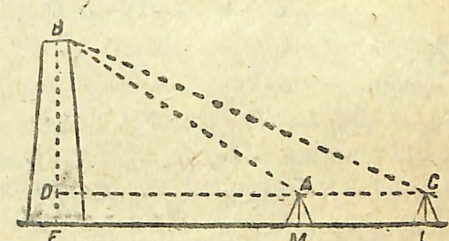
$$1) a=109; \beta=33^\circ 24'; \gamma=66^\circ 59';$$

$$2) c=16; \alpha=143^\circ 8'; \beta=22^\circ 37':$$

2. Պահանջվում է վորոշել A գործարանի հեռավորությունը գետի մյուս կողմում գտնվող յերկաթուղային B կայարանից (գծ. 13): Հայտնի յե, վոր՝ $AC=100$ մ; $\angle BAC=74^\circ$; $\angle BCA=44^\circ$:



Գծ. 13.

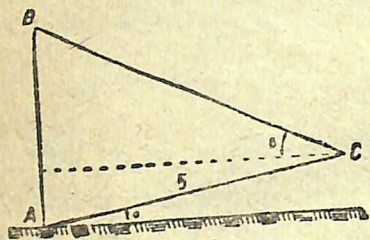


Գծ. 14.

3. Մի գործարանի ծխնելույզի (վորի հիմքին մոտենալ հնարավոր չէ) բարձրությունը վորոշելու համար չափել են

$AC=11,0$ մ բազիսը, վորի շարունակությունն անցնում է ծխնելույղի հիմքով (գծ. 14): $\angle BAD=49^\circ$; $\angle BCD=35^\circ$: Անկյունաչափական գործիքի բարձրությունը հավասար է $1,37$ մ-ի: Ինչի՞նչ յե հավասար ծխնելույղի բարձրությունը:

4. AB ուղղաձիգ առարկայի բարձրությունը վորոշելու համար այդ առարկայի A հիմքից տարված է AC բազիսը, վորի յերկարությունը հավասար է b մետրի: AC բազիսը A -ից C բարձրանում է հորիզոնի հարթության հետ կազմելով α° անկյուն (գծ. 15): Բազիսի C ծայրից առարկայի գագաթը յերեւում է բարձրության β° անկյան տակ: Վորոշել առարկայի բարձրությունը:



Գծ. 15.

5. Սարի վրա, վորի լանջն իջնում է դեպի հորիզոնը β° անկյան տակ, կա մի ծառ: Վերջինի ստվերն ընկնում է սարի լանջին դեպի ներքև և արեգակի α° բարձրության ժամանակ ունի l մետր յերկարություն: Վորոշել ծառի բարձրությունը:

6. Ձուգահեռագծի անկյունագծերից մեկը հավասար է d մետ-

րի և բաժանում է այդ զուգահեռագծի անկյունը α° և β° մասերի: Վորոշել զուգահեռագծի կողմերը:

7. Յեռանկյան մեջ տված է a կողմը և այդ կողմին առնթիւ յերկու անկյունները՝ β° և γ° : Վորոշել յեռանկյան բոլոր անկյունների կիսորդները՝ l_a , l_b և l_c :

8. Գետի լայնությունը վորոշելու համար նրա ափին, անմիջապես ջրի մոտ, անց են կացրել C յերկարությամբ AB բազիսը և մյուս ափին, անմիջապես ջրի մոտ, նշան են արել C ծառը: Այնուհետև չափել են $\angle CAB=\alpha^\circ$ և $\angle ABC=\beta^\circ$: Վորոշել գետի լայնությունը C ծառի դիմաց ($c=400$; $\alpha=45^\circ$; $\beta=30^\circ$):

9. ABC յեռանկյան մեջ տրված են՝ $\angle A=\alpha^\circ$; $\angle C=\gamma^\circ$ և բարձրությունը՝ $AD=h_a$ մետրի: Վորոշել այդ յեռանկյան կողմերի յերկարությունները:

Յեռանկյան մակերեսը

10. ABC յեռանկյան մակերեսը վորոշելու համար չափել են այդ յեռանկյան a և b կողմերն ու դրանցով կազմված γ անկյունը: Հաշվեցե՛ք այդ յեռանկյան մակերեսը ($a=125$ մ; $b=160$ մ; $\gamma=52^\circ$):

11. Հավասարաոտուն յեռանկյան մեջ ուղունքը հավասար է b -ի, իսկ գագաթի անկյունը՝ α -ի: Վորոշել այդ յեռանկյան մակերեսը ($b=10$ մ; $\alpha=75^\circ 20'$):

12. Յեթե յեռանկյան a և b կողմերի յերկարությունները միասնապես, իսկ այդ կողմերով կազմված γ անկյունը փոփոխվի 0 -ից մինչև 180° սահմաններում, ապա γ -ի վրա արժեքի դեպքում յեռանկյան մակերեսը կլինի ամենամեծ:

13. Ապացուցել, վոր զուգահեռագծի մակերեսը հավասար է նրա յերկու հարեան կողմերի արտադրյալը բազմապատկած այդ կողմերով կազմված անկյան յինուսով:

14. Ապացուցել, վոր յուրաքանչյուր քառանկյան մակերեսը հավասար է նրա յերկու անկյունագծերի արտադրյալի կիսը բազմապատկած այդ անկյունագծերով կազմված անկյան յինուսով:

15. Շեղանկյան կողմը հավասար է a -ի, իսկ անկյուններից մեկը α -ի: Վորոշել այդ շեղանկյան մակերեսը ($a=7,5$ սմ; $\alpha=22^\circ 10'$):

16. Ուղղանկյան անկյունագիծը հավասար է d -ի, իսկ անկյունագծերով կազմված անկյունը՝ φ -ի: Վորոշել այդ ուղղանկյան Q մակերեսը: Վորոշել Q -ի մաքսիմում արժեքը, յերբ φ -ն փոփոխվում է 0° -ից մինչև 180° :

17. Սեղանի հիմքերն են՝ a և b , կողմնային կողմը՝ c , այդ կողմին առնթիւ անկյունը՝ α : Վորոշել սեղանի մակերեսը:

18. Ձուգահեռագծի մակերեսը հավասար է 12 զմ²-ի: այդ զուգահեռագծի կողմերը՝ $a=3,7$ զմ և $b=4,2$ զմ: Վորոշել զուգահեռագծի անկյունները:

19. Յեռանկյան մակերեսը հավասար է $71,24$ սմ²-ի: այդ յեռանկյան կողմերը՝ $a=15$ սմ և $b=13$ սմ: Վորոշել այդ կողմերով կազմված անկյունը:

20. Վորոշել յեռանկյան ձև ունեցող հոդամասի մակերեսը, յեթե այդ յեռանկյան կողմերից մեկը հավասար է c -ի, իսկ

մյուս կողմերն առաջինի հետ կազմում են α և β անկյունները ($c=20$; $\alpha=65^\circ 30'$; $\beta=84^\circ 30'$):

21. Անտառամասի ուղղադիրձ սահմաններից յերկուսը զուգամիտվում են $BAC=\alpha$ անկյան տակ: Պահանջվում է այդ անտառամասից անջատել Q քառակուսի մետր մեծությույն ունեցող DAE մակերեսը, դեպի AC կողմը $AED=\gamma$ անկյան տակ թեքված DE ուղիղի ողնությամբ: Այդպիսի ուղիղ հեշտ կլինի անցկացնել, յեթե հայտնի լինեն AE և AD կողմերը: Վորոշել այդ կողմերի յերկարությունները:

22. ABC յեռանկյան մեջ տված են՝ $\angle C=\gamma$ և A ու B գագաթներից անցկացրած h_a և h_b բարձրությունները: Վորոշել յեռանկյան մակերեսը:

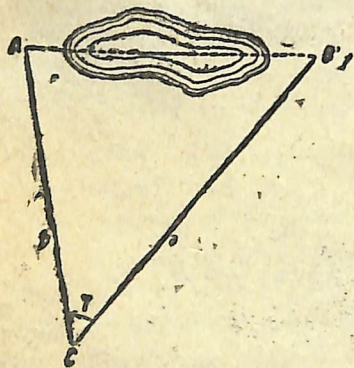
23. Վորոշել յեռանկյան մակերեսը, յեթե հայտնի յեն α և β անկյուններն ու h_b բարձրությունը:

24. ABC յեռանկյան մեջ տված են՝ $b=7$; $c=10$; $\alpha=56^\circ 29'$: Գտնել a -ն:

25. Լուծել ABC յեռանկյունը հետևյալ տվյալներով:

- | | | |
|--------------|-----------|--------------------------|
| 1) $a=10$; | $b=15$; | $\gamma=123^\circ 17'$; |
| 2) $a=0,2$; | $c=0,6$; | $\beta=23^\circ 28'$; |
| 3) $c=40$; | $a=100$; | $\beta=16^\circ 28'$; |

26. A և B կետերի հեռավորությունը վորոշելու համար ընտրված է յերրորդ C կետն այնպես, վոր նրանից յերևան և մատ-



Գծ. 16.

չելի լինեն A և B կետերը (A կետից B -ն ուղիղ գծով անցնել հնարավոր չէ): Այնուհետև չափված են $CB=a$, $AC=b$ հեռավորությունները և $ABC=\gamma$ անկյունը (գծ. 16): Հաշվել AB -ն ($a=100$ մ; $b=80$ մ; $\gamma=48^\circ 57'$):

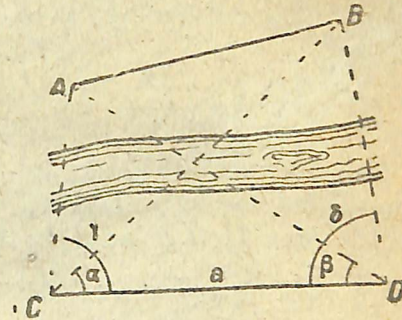
27. ABC յեռանկյան մեջ տված են՝ $a=3$; $b=4$; $c=6$ կողմերը: Գտնել γ անկյունը:

28. Զուգահեռագծի կողմերը հավասար են 4,0 մ-ի և 5,0 մ-ի:

Այդ զուգահեռագծի անկյուններից մեկը հավասար է 52° -ի: Գտնել յերկու անկյունագծերը:

29. Նյութական կետին գործ դրած $P=100$ կգ և $Q=200$ կգ ուժերն իրար հետ կազմում են $\alpha=50^\circ$ անկյուն: Վորոշել համագործի R մեծությունը և այն անկյունները, վոր համագործը կազմում է P և Q ուժերի հետ:

30. Յերկու անմատչելի A և B կետերի հեռավորությունը վորոշելու համար չափել են CD բաղիւրը, վոր հավասար է a մետրի և չի անցնում A և B կետերի միջով: Չափել են նաև $ACD=\gamma$, $BCD=\alpha$, $ADC=\beta$ և $BDC=\delta$ անկյունները: Հաշվել AB -ն, յեթե $a=2000$; $\alpha=52^\circ 40'$; $\beta=42^\circ 1'$; $\gamma=86^\circ 40'$; $\delta=81^\circ 15'$:



Գծ. 17.

§ 8. ՎԵՐԱԾՄԱՆ ԲԱՆԱԶԵՎԵՐ

1. Հետևյալ անկյունների օրինումները, կոսինուսները, տանգենտներն ու կոտանգենտները վերածել ուր անկյան մի յեվ-նույն ֆունկցիաներին.

a) $162^\circ 30'$; b) 230° ; c) 335° :

2. Հետևյալ անկյունների սինուսները, կոսինուսները, տանգենտներն ու կոտանգենտները փոխարինել ուր անկյան նմանուն ֆունկցիաներով.

a) $25^\circ 30' 20''$; b) 130° ; c) 250° ; d) 340° :

3. Հետևյալ անկյունների յեռանկյունաչափական ֆունկցիաները փոխարինել այնպիսի ֆունկցիաներով, վորոնց արգումենտները 45° -ից մեծ չլինեն.

a) 75° ; b) 150° ; c) 200° ; d) 315° :

Վերածել ամենափոքր դրական արգումենտի.

4. a) $\sin 2000^\circ$; b) $\sin (-1000^\circ)$; c) $\cos 1500^\circ$; d) $\cos (-2900^\circ)$.

5. e) $\operatorname{tg} 600^\circ$; f) $\operatorname{tg} (-40^\circ)$; g) $\operatorname{ctg} 1305^\circ$; h) $\operatorname{ctg} (-300^\circ)$.

6. i) $\sec 1900^\circ$; κ) $\sec (-2150^\circ)$; l) $\operatorname{cosec} 500^\circ$; m) $\operatorname{cosec} (-80^\circ)$.

7. a) $\sin (-7,3\pi)$; b) $\cos \frac{34}{9}\pi$; c) $\operatorname{tg} \left(-\frac{79}{11}\pi\right)$; d) $\operatorname{cosec} (-0,6\pi)$.

Հաշվել՝

8. a) $\sin (-1350^\circ)$; b) $\cos 720^\circ$; c) $\operatorname{tg} 900^\circ$;
d) $\operatorname{ctg} (-450^\circ)$;

9. a) $\sin \frac{19}{6}\pi$; b) $\cos \frac{11}{2}\pi$; c) $\operatorname{ctg} \frac{16}{3}\pi$; d) $\sec 9\pi$.

10. 50° անկյան յիսանկյունաչափական ֆունկցիաներն արտահայտել այլ անկյանը կից անկյան ֆունկցիաներով:
Պարզել հետևյալ արտահայտությունները (11—21):

11. $\sin (90^\circ + \alpha) + \cos (180^\circ - \alpha) + \operatorname{tg} (270^\circ + \alpha) + \operatorname{ctg} (360^\circ - \alpha)$.

12. $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos (\pi - \alpha) + \operatorname{tg} (\pi - \alpha) - \operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$.

13. $\sin^2 (270^\circ - \alpha) + \sin^2 (360^\circ - \alpha)$.

14. $\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \operatorname{tg} (2\pi - \alpha)$.

15. $a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos (180^\circ - \alpha)$. 16. $\frac{\sin (-\alpha) \cdot \operatorname{tg} (-\alpha)}{\cos (-\alpha) \cdot \operatorname{ctg} (-\alpha)}$.

17. $\frac{\operatorname{cosec} (-\alpha) \cdot \operatorname{cosec} (90^\circ + \alpha)}{\sec (-\alpha) \cdot \sec (180^\circ + \alpha)}$. 18. $\frac{\sin (\pi + \alpha) \cdot \sec \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{tg} (\pi - \alpha) \cdot \sec (2\pi - \alpha)}$.

19. $\sin 160^\circ \cdot \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cdot \cos 340^\circ + \operatorname{tg} 110^\circ \cdot \operatorname{tg} 340^\circ$.

20. $\frac{\sin (90^\circ - \alpha) \cdot \operatorname{tg} 132^\circ \cdot \operatorname{cosec} 222^\circ \cdot \sin 90^\circ}{\cos (180^\circ + \alpha) \cdot \sec 312^\circ \cdot \operatorname{ctg} 48^\circ \cdot \cos 188^\circ}$.

21. $\frac{\operatorname{tg} (270^\circ - \alpha) \cdot \sin 130^\circ \cdot \operatorname{cosec} 220^\circ \cdot \sin 270^\circ}{\operatorname{ctg} (180^\circ - \alpha) \cdot \cos 50^\circ \cdot \sec 320^\circ \cdot \cos 360^\circ}$.

22. Զևափոխել հետևյալ անկյունների յիսանկյունաչափական ֆունկցիաները.

a) $\alpha - 90^\circ$; b) $\alpha - 180^\circ$; c) $\alpha - 270^\circ$; d) $\alpha - 360^\circ$.

23. Վերոշել $\cos x$ -ը.

$3\sin^2 (360^\circ - x) - 7\sin (x - 90^\circ) + 3 = 0$

հավասարումից:

24. Վերոշել $\sin x$ -ը, յիթել՝

$\sin \left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin \frac{\pi}{2} = \sin \left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

25. Վերոշել $\operatorname{tg} x$ -ը

$\sin (2\pi - x) \cos (\pi - x) + \sin^2 \left(\frac{3}{2}\pi - x\right) - \sin^2 (2\pi - x) = 0$

հավասարումից:

Լուծել հավասարումները (26—30).

26. $\sin^2 (270^\circ - x) + 2\cos (360^\circ - x) = 3$.

27. $\sin (x - 90^\circ) = -\sin (x - 180^\circ)$.

28. $\cos (\pi + x) = -\cos \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

29. $\operatorname{tg} (x + \pi) = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

30. $\sin (x + 90^\circ) = -\operatorname{ctg} (360^\circ - x)$.

§ 9. ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ԹԵՈՐԵՄԸ

Գումարի յեզ սար-
բերության սիւնուս
ու կոսինուսը

1. Հաշվել՝ $\cos (\alpha + \beta) - \cos (\alpha - \beta)$,
յիթել $\sin \alpha = 0,625$ և $\sin \beta = 0,8$.

2. Վերլուծել և պարզել՝

a) $\sin (\alpha + 60^\circ) + \sin (\alpha - 60^\circ)$,

b) $\cos (30^\circ + \alpha) - \cos (30^\circ - \alpha)$.

3. Տիւծել՝ $\cos \alpha = 0,6$; $0 < \alpha < 90^\circ$: Գտնել $\sin (\alpha + 30^\circ)$:

4. Տիւծել՝ $\sin \alpha = \sqrt{0,2}$; $0 < \alpha < 90^\circ$: Գտնել $\cos (60^\circ + \alpha)$:

5. Տիւծել՝ $\cos \alpha = 0,5$; $\sin \beta = -0,4$; $270^\circ < \alpha < 360^\circ$;
 $180^\circ < \beta < 270^\circ$: Գտնել $\sin (\alpha - \beta)$ և $\cos (\alpha + \beta)$:

6. Տիւծել՝ $\sin \alpha = \frac{2}{3}$; $\cos \beta = -\frac{3}{4}$; α անկյունը II

քառորդումն է, իսկ β -ն՝ III քառորդում: Գտնել $\sin (\alpha + \beta)$ և $\cos (\alpha - \beta)$:

7. Գտնել $\sin(\alpha+\beta)$, յետե $\sin \alpha=0,6$ և $\sin \beta=0,8$:
 8. α և β անկյունները սուր են և դրական՝

$$\cos \alpha = \frac{1}{7}; \quad \cos(\alpha+\beta) = -\frac{11}{14}$$

Վերսկել $\cos \beta$ -ն:

9. Հաշվել a) $\sin 75^\circ$ -ը և $\cos 75^\circ$ -ը, 75° -ը փոխարինելով $45^\circ+30^\circ$ գումարով, b) $\sin 15^\circ$ -ը և $\cos 15^\circ$ -ը, 15° -ը փոխարինելով $45^\circ-30^\circ$ տարբերությամբ:

10. $\sin(\alpha\pm\beta)$ -ն և $\cos(\alpha\pm\beta)$ -ն արտահայտող բանաձևերը կիրառել հետևյալ դեպքերում. a) $\alpha=0; 90^\circ; 180^\circ; 270^\circ; 360^\circ$, b) $\beta=90^\circ; 180^\circ; 270^\circ; 360^\circ$, c) $\alpha=\beta$:

11. Յեթե α և β անկյունները դրական են և $\alpha+\beta < 90^\circ$, ապա $\sin(\alpha+\beta) < \sin \alpha + \sin \beta$: Ապացուցել այդ 1) դժգոհի ոգի, նույնությամբ և 2) բանաձևի ոգինությամբ:

12. $\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$ և $\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}$ արտահայտեցեք

a) $\operatorname{tg} \alpha$ -ով և $\operatorname{tg} \beta$ -ով; b) $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով և $\operatorname{ctg} \beta$ -ով:

13. Վերլուծել $\sin(\alpha+\beta+\gamma)$ -ն և $\cos(\alpha+\beta+\gamma)$ -ն:

14. Տված է՝ $\sin \alpha = \frac{3}{5}$; $\sin \beta = \frac{12}{13}$; $\sin \gamma = \frac{7}{25}$, վերսկել α :

β և γ -ն սուր անկյուններ են: Գտնել $\sin(\alpha+\beta+\gamma)$ -ն և $\cos(\alpha+\beta+\gamma)$ -ն:

15. Վերլուծել և պարզել $\operatorname{tg}(45^\circ \pm \alpha)$:

16. Գտնել $\operatorname{tg} 105^\circ (=60^\circ+45^\circ)$:

17. Տված է՝ $\operatorname{tg} \alpha=3$; գտնել $\operatorname{tg}(45^\circ-\alpha)$:

18. Տված է՝ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$ և $\operatorname{tg} \beta = -2$: Գտնել $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$ -ն և

$\operatorname{ctg}(\alpha-\beta)$ -ն:

19. $\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)$ -ն արտահայտել $\operatorname{ctg} \alpha$ -ի և $\operatorname{ctg} \beta$ -ի միջոցով:

20. $\operatorname{ctg}(\alpha\pm\beta)$ -ն արտահայտել, a) $\operatorname{ctg} \alpha$ -ի և $\operatorname{ctg} \beta$ -ի միջոցով, b) $\operatorname{tg} \alpha$ -ի և $\operatorname{tg} \beta$ -ի միջոցով:

21. Վերլուծել $\operatorname{tg}(\alpha+\beta+\gamma)$ -ն:

Պարզել հետևյալ արտահայտությունները (22—26).

22. $\frac{\sin(\alpha-\beta)+2\cos\alpha\sin\beta}{2\cos\alpha\cos\beta-\cos(\alpha-\beta)}$ 23. $\frac{\cos\alpha\cos\beta-\cos(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)-\sin\alpha\sin\beta}$

24. $\frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}$ 25. $\frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}$

26. $\frac{\sin(45^\circ+\alpha)-\cos(45^\circ+\alpha)}{\sin(45^\circ+\alpha)+\cos(45^\circ+\alpha)}$

Ապացուցել հետևյալ նույնությամբ (27—37):

27. $\sin(\alpha+\beta) \cdot \sin(\alpha-\beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$

28. $\cos(\alpha+\beta) \cdot \cos(\alpha-\beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$

29. $\sin(\alpha+\beta) \cdot \cos(\alpha-\beta) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \beta \cdot \cos \beta$

30. $(\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot (\sin \beta - \cos \beta) = \sin(\beta-\alpha) - \cos(\beta+\alpha)$

31. $\cos(\alpha+\beta) \cdot \sin \beta - \cos(\alpha+\gamma) \cdot \sin \gamma = \sin(\alpha+\beta) \cdot \cos \beta - \sin(\alpha+\gamma) \cdot \cos \gamma$

32. a) $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)}$ b) $\frac{1+\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}{1-\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} = \frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}$

33. $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} 2\alpha = \operatorname{cosec} 2\alpha$ 34. $\sin \alpha - \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$

35. $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) - \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(\alpha+\beta) \cdot \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta$

36. $\cos \alpha + \cos(120^\circ - \alpha) + \cos(120^\circ + \alpha) = 0$

37. $\frac{1}{2}(\cos \alpha + \sqrt{3} \cdot \sin \alpha) = \cos(60^\circ - \alpha)$

38. Յեթե $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$ և $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{3}$, ընդլրրում α -ն և β -ն սուր

անկյուններ են, ապա $\alpha+\beta=45^\circ$: Ապացուցել այդ:

39. Յեթե α -ն, β -ն և γ -ն սուր անկյուններ են, վերսկել α -ն, β -ն և γ -ն, ապա $\alpha+\beta+\gamma=45^\circ$: Ապացուցել այդ:

40. Տված է՝ $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{3}{4}$; $\operatorname{ctg} \beta = \frac{1}{7}$; α -ն և β -ն սուր ան-

Հուժեղ հետևյալ հավասարումները (41—54).

$$41. \sin(x+30^\circ) + \cos(x-30^\circ) = 0.$$

$$42. \cos(\alpha+x) + \cos(\alpha-x) + 0,75 = \cos^2 \alpha.$$

$$43. \cos(\alpha-\beta) + \sin(\gamma-x) = \cos(\alpha+\beta) + \sin(\gamma+x).$$

$$44. \operatorname{tg}(x+45^\circ) + \operatorname{tg}(x-45^\circ) = 2 \operatorname{ctg} x.$$

$$45. \sin(x+\alpha) + \sin(x-\alpha) = \cos \alpha.$$

$$46. \sin(\alpha-x) : \cos(\alpha+x) = a : b.$$

$$47. \operatorname{tg}(x+\alpha) + \operatorname{tg}(x-\alpha) = m.$$

$$48. \sin 2x + \cos x = \cos 2x + \sin x.$$

$$49. \sin x + \sin 2x = \cos x + \cos 2x.$$

$$50. \cos 2x + \cos 3x = \cos 5x.$$

$$51. \sin(\alpha+x) - \cos x + \sin \alpha = \cos \alpha.$$

$$52. 2 \sin x = \sin(45^\circ - x).$$

$$53. \sin(45^\circ - x) = \frac{1}{2} \cos(45^\circ + x).$$

$$54. \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{1}{2}.$$

§ 10. ԱՐԳՈՒՄԵՆՏԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄԸ ՈՒ ԲԱԺԱՆՈՒՄԸ

Բազմապատկումն
բաժանելիք

1. Հաշվել. a) $\sin 2\alpha$ -ն և $\cos 2\alpha$ -ն, յեթե $\sin \alpha = 0,8$; b) $\operatorname{tg} 2\alpha$ -ն, յեթե $\operatorname{tg} \alpha = -3$:

2. Հավասարադրու՞ն յիսանկյան հիմքի անկյան օրինու՞րը հավասար է $\frac{5}{13}$ -ի: Վերոշել այդ յիսան-

կյան գագաթի անկյան օրինու՞ն ու կոսինու՞սը:

3. Յեթե $0 < \alpha < 45^\circ$, ապա $\sin 2\alpha < 2 \sin \alpha$: Ապացուցել այդ
1) գծադրով, 2) $\sin 2\alpha$ -ի բանաձևի ոգնութ՞յամբ:

4. Տված է՝ $\sin \alpha = 0,8$; $90^\circ < \alpha < 180^\circ$: Գտնել $\sin 2\alpha$ -ն և $\cos 2\alpha$ -ն:

5. Տված է՝ $\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{3}}$; $270^\circ < \alpha < 360^\circ$: Գտնել $\sin 2\alpha$ -ն և $\cos 2\alpha$ -ն:

6. Տված է՝ $\operatorname{tg} \alpha = 3$: Գտնել $\operatorname{tg} 2\alpha$ -ն:

7. $\sin 2\alpha$ -ն և $\cos 2\alpha$ -ն արտահայտել. a) միայն $\sin \alpha$ -ով
b) միայն $\cos \alpha$ -ով:

8. $\operatorname{ctg} 2\alpha$ -ն արտահայտել. a) $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով, b) $\operatorname{tg} \alpha$ -ով:

9. $\sec 2\alpha$ -ն արտահայտել $\sec \alpha$ -ով:

10. a) $\sin \alpha$ -ն և $\cos \alpha$ -ն արտահայտել $\sin \frac{\alpha}{2}$ -ի և $\cos \frac{\alpha}{2}$ -ի միջոցով; b) $\operatorname{tg} \alpha$ -ն արտահայտել $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ի միջոցով:

11. $\sin \alpha$ -ն և $\cos \alpha$ -ն արտահայտել $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ի միջոցով:

12. Ցույց տվե՞ք, Վոր α անկյան բոլոր յիսանկյունաչափական ֆունկցիաները ռացիոնալ բար և՛ն արտահայտվում են $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ով:

13. Տված է՝ $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3}$: Գտնել $\sin \alpha$ -ն, $\cos \alpha$ -ն և $\operatorname{tg} \alpha$ -ն:

14. Տված է՝ $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{2} + 1$: Գտնել $\sin 2\alpha$ -ն, $\cos 2\alpha$ -ն և $\operatorname{tg} 2\alpha$ -ն:

15. $\sin 3\alpha$ -ն, $\cos 3\alpha$ -ն և $\operatorname{tg} 3\alpha$ -ն արտահայտել համապատասխանաբար $\sin \alpha$ -ի, $\cos \alpha$ -ի և $\operatorname{tg} \alpha$ -ի միջոցով:

16. $\sin 4\alpha$ -ն և $\cos 4\alpha$ -ն արտահայտել $\sin \alpha$ -ի և $\cos \alpha$ -ի միջոցով:

Բաժանման
բաժանելիք

17. Հաշվել $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$ և $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, յեթե $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ և $\sin \alpha = -0,6$:

18. Գտնել 15° անկյան սինուսը, կոսինուսը, տանգենսը և կոտանգենսը, ընդունելով $15^\circ = \frac{30^\circ}{2}$ (արդյունքները բաղդատել § 9-ի 9-րդ խնդրի պատասխանների հետ):

19. Գտել $22^\circ 30'$ ($= \frac{45^\circ}{2}$) անկյան սինուսը, կոսինուսը, տանգենսը և կոտանգենսը:

20. Հավասարասրուն յեռանկյան գագաթի անկյան կոսինուսը հավասար է $\frac{7}{25}$ -ի: Վերոշել հիմքի անկյան սինուսն ու կոսինուսը:

21. Հաշվել $\sin \frac{\alpha}{4}$ -ը, յեթե $450^\circ < \alpha < 540^\circ$ և $\sin \alpha = \frac{336}{625}$:

22. Հաշվել $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}$ -ը, յեթե $45^\circ < \frac{\alpha}{4} < 90^\circ$ և $\cos \alpha = \frac{3}{5}$:

23. Յեթե $\cos \alpha = \frac{40}{41}$ և $\cos \beta = \frac{60}{61}$, ընդլորում α -ն և β -ն դրա-

կան սուր անկյուններ են, ապա $\sin^2\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = \frac{1}{41.61}$: Ստուգել այդ:

24. $\operatorname{tg} 7^\circ 30' = \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2$: Ստուգել այդ:

25. $\sin \frac{\alpha}{2}$ -ը և $\cos \frac{\alpha}{2}$ -ն արտահայտել $\sin \alpha$ -ով:

26. $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ը և $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$ -ն արտահայտել համապատասխանաբար $\operatorname{tg} \alpha$ -ով և $\operatorname{ctg} \alpha$ -ով:

27. Վերոշել $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ -ը, յեթե $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ և $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{5}$:

Ապացուցել հետևյալ նույնությունները (28—49):

28. a) $2 \sin(90^\circ - \alpha) \sin \alpha = \sin 2\alpha$. b) $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = -\cos 2\alpha$.

29. a) $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$; b) $\left(\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 - \sin \alpha$.

30. a) $\frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sin 2\alpha$; b) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos 2\alpha$.

31. $\cos^2(\alpha + \beta) + \cos^2(\alpha - \beta) - \cos 2\alpha + \cos 2\beta = 1$.

32. $\frac{\cos \alpha}{\sec \frac{\alpha}{2} + \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \right) \sin \alpha$.

33. $\frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}} = -\frac{1}{4} \sin 2\alpha$.

34. a) $\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{cosec} 2\alpha$; b) $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha = 2 \operatorname{ctg} 2\alpha$.

35. a) $\sin 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha = \cos 2\alpha + \operatorname{tg} \alpha$; b) $\sin 2\alpha - \operatorname{ctg} \alpha = -\cos 2\alpha + \operatorname{ctg} \alpha$.

36. $\frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$.

37. $\operatorname{tg}(\alpha + 45^\circ) + \operatorname{tg}(\alpha - 45^\circ) = 2 \operatorname{tg} 2\alpha$.

38. $2 \sin(45^\circ + \alpha) \cdot \sin(45^\circ - \alpha) = \cos 2\alpha$.

39. $\frac{1 - \operatorname{tg}^2(45^\circ - \alpha)}{1 + \operatorname{tg}^2(45^\circ - \alpha)} = \sin 2\alpha$.

40. $\sin 3\alpha \operatorname{cosec} \alpha - \cos 3\alpha \cdot \sec \alpha = 2$.

41. $4 \sin \alpha \cdot \sin(60^\circ - \alpha) \cdot \sin(60^\circ + \alpha) = \sin 3\alpha$.

42. $4 \cos \alpha \cdot \cos(60^\circ - \alpha) \cdot \cos(60^\circ + \alpha) = \cos 3\alpha$.

43. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(60^\circ - \alpha) \cdot \operatorname{tg}(60^\circ + \alpha) = \operatorname{tg} 3\alpha$.

44. $\frac{\sin 3\alpha + \sin^3 \alpha}{\cos 3\alpha - \cos^3 \alpha} = -\operatorname{ctg} \alpha$. 45. $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 60^\circ}{\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 60^\circ} = \operatorname{tg} 3\alpha \cdot 3 \operatorname{ctg} \alpha$.

46. a) $1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$; b) $1 + \sin \alpha = 2 \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$.

47. a) $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$; b) $1 - \sin \alpha = 2 \sin^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$.

48. $\frac{2 \sin \alpha - \sin 2\alpha}{2 \sin \alpha + \sin 2\alpha} = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$. 49. $\frac{1 + \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha)$.

50. Յեթե $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7}$ և $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{3}$, ընդլորում α -ն և β -ն սուր, անկյուններ են, ապա $\alpha + 2\beta = 45^\circ$: Ապացուցել այդ:

51. Յեթե $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{7}$ և $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{3}$, ապա $\cos 2\alpha = \sin 4\beta$: Ստուգել

լուծել հետևյալ հավասարումները (52—74):

52. $\sin x + \cos x = 0,25$.

53. $\sin^2 x - \cos^2 x = 0,5$.

54. $1 - \operatorname{tg}^2 x = 2 \operatorname{tg} x$.

55. $\sin 2x = \sin x$.

56. $a + \sin x = b + \cos \frac{x}{2}$.

57. $1 + \sin^2 2x = 4 \sin^2 x$.

58. $\cos 2x = \cos x$.

59. $\cos 2x = 2 \sin^3 x$.

60. $\operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} x$.

61. $\operatorname{tg} 2x = 3 \operatorname{tg} x$.

62. $a(1 + \cos x) = b + \cos \frac{x}{2}$.

63. $1 - \cos x = \sin \frac{x}{2}$.

64. $a(1+\cos x)=b \cdot \sin x$.

65. $1-\cos x=\sin x$.

66. $1+\sec x=m \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$.

67. $1+\sec x=\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2}$.

68. $\sin x=2 \sin x$.

69. $\cos 3x=4 \cos^2 x$.

70. $\sin x \cdot \sin 3x=\frac{1}{2}$.

71. $\cos^3 x \cdot \sin 3x+\sin^3 x \cdot \cos 3x=\frac{3}{4}$.

72—74 հալման արտահայտությունները $\sin x$ -ը և $\cos x$ -ը նախորդք արտահայտել ըստ 11-րդ խնդրի բանաձևերի:

72. $\sin x+\cos x=1\frac{1}{4}$.

73. $4 \sin x+3 \cos x=2$.

74. $\sqrt{3} \sin x+\cos x=\sqrt{3}$.

§ 11. ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶՓԱԿԱՆ ՖՈՒՆԿՑԻՆԵՐԻ
ՀԱՆՐԱՀԱՇՎԱԿԱՆ ԳՈՒՄԱՐԻ ՁԵՎԱՓՈԽՈՒՄԸ ԱՐՏԱԴՐՑԱԼԻ
ՈՃԱՆԴԱԿ ԱՆԿՅՈՒՆ

Հետևյալ արտահայտությունները բերել լոգարիթմի ձևով հալման ձևի և պարզել:

1. a) $\sin 75^\circ+\sin 15^\circ$;

b) $\sin 78^\circ-\sin 42^\circ$;

c) $\cos 152^\circ+\cos 28^\circ$;

d) $\cos 48^\circ-\cos 12^\circ$.

2. a) $\sin 5^\circ+\sin 20^\circ$;

b) $\sin 3^\circ-\sin 5^\circ$;

c) $\cos 3^\circ 15'+\cos 17^\circ$;

d) $\cos 5^\circ-\cos 25^\circ$.

3. a) $\sin (30^\circ+\alpha)+\sin (30^\circ-\alpha)$; b) $\cos \frac{\alpha+\beta}{2}+\cos \frac{\alpha-\beta}{2}$.

4. a) $\frac{\sin 25^\circ+\sin 15^\circ}{\sin 25^\circ-\sin 15^\circ}$; b) $\frac{\cos \alpha+\cos \beta}{\cos \alpha-\cos \beta}$.

5. a) $\sin 20^\circ+\cos 40^\circ$; b) $\cos 20^\circ-\sin 20^\circ$; c) $\sin \alpha-\cos \beta$.

6. a) $\sin \alpha+\cos \alpha$; b) $\sin \alpha-\cos \alpha$.

7. a) $\operatorname{tg} \alpha+\operatorname{tg} \beta$; b) $\operatorname{ctg} \alpha+\operatorname{ctg} \beta$; c) $\operatorname{tg} \alpha+\operatorname{ctg} \beta$;

d) $\operatorname{ctg} \alpha+\operatorname{tg} \beta$.

8. a) $\operatorname{tg} \alpha+\operatorname{ctg} \alpha$; b) $\operatorname{tg} \alpha-\operatorname{ctg} \alpha$.

9. a) $\sin^2 \alpha-\sin^2 \beta$; b) $\cos^2 \alpha-\cos^2 \beta$.

10. a) $\operatorname{tg}^2 \alpha-\operatorname{tg}^2 \beta$; b) $\operatorname{ctg}^2 \alpha-\operatorname{ctg}^2 \beta$; c) $\operatorname{tg}^2 \alpha-\operatorname{ctg}^2 \beta$;

d) $\operatorname{tg}^2 \alpha-\operatorname{ctg}^2 \alpha$.

11. a) $1+\sin \alpha$; b) $\sin \alpha-1$; c) $1-2 \sin^2 \alpha$; d) $1-2 \cos^2 \alpha$.

12. $\sin \alpha+\operatorname{tg} \alpha$. 13. $\operatorname{tg} \alpha-\sec \alpha$. 14. $\operatorname{cosec} \alpha-\operatorname{ctg} \alpha$.

15. a) $1+\operatorname{tg} \alpha$; b) $1+\operatorname{ctg} \alpha$. 16. $1+\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$.

17. a) $\sqrt{1+\cos \alpha}+\sqrt{1-\cos \alpha}$; b) $\sqrt{1+\cos \alpha}-\sqrt{1-\cos \alpha}$.

18. $\sqrt{\operatorname{tg} \alpha+\sin \alpha}+\sqrt{\operatorname{tg} \alpha-\sin \alpha}$.

19. a) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha+\sin \beta \cdot \cos \beta$; b) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha-\sin \beta \cdot \cos \beta$.

20. a) $1+\sin \alpha+\cos \alpha$; b) $1-\sin \alpha-\cos \alpha$.

21. $1-2 \cos \alpha+\cos 2 \alpha$.

22. a) $1+\operatorname{tg} \alpha+\sec \alpha$; b) $\sec \alpha+\operatorname{tg} \alpha-1$.

23. a) $1+\sin \alpha+\cos \alpha+\operatorname{tg} \alpha$; b) $1+\sin \alpha-\cos \alpha-\operatorname{tg} \alpha$.

24. a) $\operatorname{tg} \alpha+\operatorname{ctg} \alpha+\sec \alpha+\operatorname{cosec} \alpha$;

b) $\operatorname{tg} \alpha-\operatorname{ctg} \alpha-\sec \alpha+\operatorname{cosec} \alpha$.

25. a) $\sin \alpha+\sin \beta+\sin (\alpha+\beta)$; b) $\sin \alpha-\sin \beta+\sin (\alpha+\beta)$.

26. $\sin \alpha+\sin 2 \alpha+\sin 3 \alpha$.

Ապացուցել հետևյալ նույնությունները (27—38):

27. $\frac{\sin \alpha+\sin \beta}{\cos \alpha-\cos \beta}=\operatorname{ctg} \frac{\beta-\alpha}{2}$. 28. $\frac{\operatorname{ctg} \alpha-\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha+\operatorname{ctg} \beta}=\operatorname{ctg}(\alpha+\beta) \cdot \operatorname{tg} \beta$.

29. a) $\frac{\sin \alpha+\sin \beta}{\sin (\alpha+\beta)}=\frac{\cos \frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\cos \frac{1}{2}(\alpha+\beta)}$;

b) $\frac{\sin \alpha-\sin \beta}{\sin (\alpha+\beta)}=\frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha+\beta)}$.

30. $\frac{\cos \alpha+\sin \alpha}{\cos \alpha-\sin \alpha}=\operatorname{tg} (45^\circ+\alpha)$.

31. $\frac{\sec \alpha+\operatorname{tg} \alpha}{\sec \alpha-\operatorname{tg} \alpha}=\operatorname{tg}^2\left(45^\circ+\frac{\alpha}{2}\right)$.

32. a) $\frac{\operatorname{tg} 2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2 \alpha-\operatorname{tg} \alpha}=\sin 2 \alpha$; b) $\frac{1}{1+\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} 2 \alpha}=\cos 2 \alpha$.

33. $\sqrt{1+\sin \alpha}-\sqrt{1-\sin \alpha}=2 \sin \frac{\alpha}{2} \quad (j h h 0<\alpha<90^\circ)$.

34. $\frac{\sin 2 \alpha}{1+\cos 2 \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{1+\cos \alpha}=\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

35. a) $(\sin \alpha + \sin \beta)^2 + (\cos \alpha + \cos \beta)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right);$

b) $(\sin \alpha - \sin \beta)^2 + (\cos \alpha - \cos \beta)^2 = 4 \sin^2 \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right).$

36. a) $1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta};$

b) $1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \beta = - \frac{\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}.$

37. $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha.$

38. $\operatorname{tg} 3\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 3\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha.$

Ապացուցել, Վոր յերբ $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (որինակ՝ յեռանկյան անկյունների համար) ճիշտ կլինեն հետևյալ առնչությունները (39—49 խնդիրների մէջ: Պատասխաններում այլ համարները վերաբերյալ կան ցուցումներ):

39. a) $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2};$

b) $\sin \alpha + \sin \beta - \sin \gamma = 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}.$

40. a) $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 1 + 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2};$

b) $\cos \alpha + \cos \beta - \cos \gamma = -1 + 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}.$

41. $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma.$

42. $\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma +$
 $+ \operatorname{cosec} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \beta + \operatorname{cosec} \gamma.$

43. $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} = \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}.$

44. $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} + \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = 1.$

45. $\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \gamma + \operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \gamma = 1.$

46. $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2 + 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma.$

47. $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 - 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma.$

48. $\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma = 4 \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma.$

49. $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma = -1 - 4 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma.$

50—59 արտահայտությունները ձևափոխել արտադրյալի տեսքով մի քանի հասարակ անկյունների ոգնությամբ.

50. $1 + 2 \sin \alpha.$ 51. $1 - 2 \cos \alpha.$ 52. $\sqrt{3} - 2 \sin \alpha.$

53. a) $\sqrt{2} + 2 \cos \alpha;$ b) $\sqrt{2} \cdot \sin \alpha - 1.$ 54. $3 - 4 \sin^2 \alpha.$

55. $3 - 4 \cos^2 \alpha.$ 56. $1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha.$

57. $3 - \operatorname{ctg}^2 \alpha.$ 58. $1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha.$

59. a) $\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha;$ b) $\cos \alpha - \cos 2\alpha + \cos 3\alpha.$

60. Զեւոթութեւ ոժանդակ անկյան ոգնությամբ.

1) $\sqrt{a^2 + b^2},$ յերբ $a > 0$ և $b > 0$

2) $\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q},$ յերբ $p > 2$ $\sqrt{q} > 0$

61. Յենթադրելով, Վոր $a > b > 0$, ոժանդակ անկյան ոգնությամբ ձևափոխել՝

1) $\frac{a+b}{a-b};$ 2) $\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b};$ 3) $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}$

62. Ոժանդակ անկյունն ոգտադործել հետևյալ արտահայտությունը հաշվելու.

$$x = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma}$$

Հետևյալ հավասարումները (63—75) լուծել, ֆունկցիաների գումարը կամ տարբերությունն արտադրյալի վերածելու միջոցով:

63. $\sin 3x + \sin x = 0.$

64. $\cos 4x + \cos x = 0.$

65. $\sin 5x = \sin x.$

66. $\cos 2x = \cos x.$

67. $\cos 3x = \sin x.$

68. $\sin x + \cos x = 1.$

69. $\cos x - \sin x = 1 : \sqrt{2}.$ 70. $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2(1 + \sqrt{5}).$

71. $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 2(1 - \sqrt{2}).$ 72. $\operatorname{ctg} 2x - \operatorname{ctg} 4x = 2.$

73. $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 3x = \sec x \cdot \sec 3x.$ 74. $\cos x + \cos 3x = \cos 2x.$

75. $\sin 3x = \sin 2x - \sin x.$

§ 12. ԼՈԳԱՐԻԹՄԱԿԱՆ ԱՂՅՈՒՍԱԿՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ
ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶՄՓԱԿԱՆ ԱՐՏԱՀԱՅՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ՀԱՇՎԵԼԻՍ
ՅԵՎ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐ ԳՏՆԵԼԻՍ

Այս պարագրաֆի, նույնպես և 12-րդ ու 13-րդ պարագրաֆների խնդիրների պատասխանները տված են ըստ քառանիշ աղյուսակների Սակայն այդ խնդիրները լուծելիս կարելի է ոգտվել նաև հնդանիշ աղյուսակներից:

Աղյուսակներով գտնել.

1. a) $\lg \sin 21^\circ 37'$; b) $\lg \sin 63^\circ 42'$; c) $\lg \sin 21^\circ 11'$;
d) $\lg \sin 47^\circ 12'$; e) $\lg \sin 53^\circ$; f) $\lg \sin 1^\circ 23' 18''$.
2. a) $\lg \cos 32^\circ 8'$; b) $\lg \cos 50^\circ 22'$; c) $\lg \cos 44^\circ 53' 36''$;
d) $\lg \cos 62^\circ 47'$; e) $\lg \cos 30^\circ 48'$; f) $\lg \cos 89^\circ 36' 20''$.
3. a) $\lg \operatorname{tg} 27^\circ 41'$; b) $\lg \operatorname{tg} 16^\circ 7'$; c) $\lg \operatorname{tg} 70^\circ 42' 53''$;
d) $\lg \operatorname{tg} 14^\circ 15''$; e) $\lg \operatorname{tg} 52^\circ 12''$; f) $\lg \operatorname{tg} 89^\circ 10' 16''$;
4. a) $\lg \operatorname{ctg} 80^\circ 53'$; b) $\lg \operatorname{ctg} 20^\circ 26' 48''$; c) $\lg \operatorname{ctg} 77^\circ 21'$;
d) $\lg \operatorname{ctg} 45^\circ 36''$; e) $\lg \operatorname{ctg} 87^\circ 59' 34''$; f) $\lg \operatorname{ctg} 15^\circ 40''$;

Գտնել սուր անկյունը, յեթե տված է.

5. $\lg \sin x =$ a) 9,4001—10; b) 9,8634—10; c) 9,6747—10;
d) 9,9341—10; e) 9,8711—10; f) 7,8662—10.
6. $\lg \cos x =$ a) 9,8615—10; b) 8,9301—10; c) 9,9497—10;
d) 9,8493—10; e) 9,8080—10; f) 8,0584—10.
7. $\lg \operatorname{tg} x =$ a) 8,7865—10; b) 0,0066; c) 9,4608—10;
d) 0,0771; e) 0,0002; f) 7,3500—10.
8. $\lg \operatorname{ctg} x =$ a) 1,0367; b) 9,5018—10; c) 0,3738;
d) 9,3387—10; e) 9,9999—10; f) 8,0000—10.

Լոգարիթմների ոգնությամբ հաշվել.

9. a) $\sin 20^\circ$; b) $\cos 47^\circ 36' 28''$; c) $\operatorname{tg} 75^\circ 36'$;
d) $\operatorname{ctg} 15'$; e) $\sec 40^\circ$; f) $\operatorname{cosec} 53^\circ 3'$.
10. a) $\sin 230^\circ$; b) $\cos 740^\circ$; c) $\operatorname{tg} (-250^\circ 10')$;
d) $\operatorname{ctg} 1000^\circ 15'$; e) $\sec (-100^\circ)$; f) $\operatorname{cosec} 500^\circ 18'$.

Գտնել սուր անկյունը, յեթե տված է.

11. a) $\sin x = \frac{4}{7}$; b) $\cos x = 0,38934$; c) $\operatorname{tg} x = 4$;
d) $\operatorname{ctg} x = 10$; e) $\sec x = 1,5$; f) $\operatorname{cosec} x = 2,65047$;
g) $\sin x = \frac{1}{2} \sin 20^\circ$; h) $\operatorname{ctg} x = 3 \operatorname{ctg} 48^\circ$.

Գտնել x -ի այն արժեքները, վորոնք գտնվում են 0 -ի և 360° -ի միջև, յեթե տված է.

12. $\sin x = \frac{5}{11}$.
13. $\sin x = -0,682$.
14. $\cos x = 0,76213$.
15. $\cos x = -0,5688$.
16. $\operatorname{tg} x = \frac{176}{353}$.
17. $\operatorname{tg} x = -2,48$.
18. $\operatorname{ctg} x = 5$.
19. $\operatorname{ctg} x = -0,731$.
20. $\sec x = 15$.
21. $\sec x = -2,5$.
22. $\operatorname{cosec} x = 10$.
23. $\operatorname{cosec} x = -1\frac{2}{7}$.

Վորոշել x -ի այն արժեքը, վորն ամենափոքր բացարձակ մեծություն ունի (զրական կամ բացասական, յեթե նրա բացարձակ մեծությունը փոքր է).

24. $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} 40^\circ + \operatorname{tg} 70^\circ$.
25. $\operatorname{ctg} x = 1 + \sin 23^\circ 15'$.
26. $\cos x = 1 - \operatorname{ctg} 66^\circ 12'$.
27. $\sin x = \sin 37^\circ 15' - 1$.
28. $\cos x = 1 + \operatorname{tg} 117^\circ$.
29. $\operatorname{tg} x = \sin 44^\circ + \cos 166^\circ$.
30. $\operatorname{ctg}(-x) = 1 - \cos(-20^\circ) \cdot \sec 70^\circ 46'$.
31. $\sin(x + 180^\circ) = \sqrt[3]{-\operatorname{tg} 152^\circ}$.

Հաշվել հետևյալ արտահայտությունները (32—34).

32. $(a^2 - b^2) \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cdot \cos \beta}$, յեթե $\alpha = 7,3862$; $b = 5,2138$;
 $\alpha = 42^\circ 26'$; $\beta = 68^\circ 34'$.
33. $(\alpha + \sin \alpha) \cdot (\alpha + \cos \alpha)$, յերբ $\alpha = 0,001$ և $\alpha = 143^\circ 12'$.

II. Տված են յերկու կողմերն ու այդ կողմերով կազմված անկյունը.

7. $a=510$; $b=317$; $C=76^{\circ}19'$.

8. $a=225$; $b=800$; $C=36^{\circ}44'$.

9. $a=2,29$; $c=1,69$; $B=29^{\circ}52'$.

10. $b=28$; $c=42$; $A=124^{\circ}$.

11. $a=30,991$; $c=69,01$; $B=87^{\circ}48'$.

12. $b=40,33$; $c=32,11$; $A=73^{\circ}40'$.

III. Տված են յերկու կողմերն ու այդ կողմերից մեկի դիմաց գտնվող անկյունը.

13. $a=87$; $b=65$; $A=75^{\circ}45'$.

14. $a=34$; $b=93$; $A=14^{\circ}15'$.

15. $a=24$; $b=83$; $A=26^{\circ}45'$.

16. $b=360$; $c=309$; $C=21^{\circ}14'25''$.

17. $a=13,9$; $c=8,43$; $A=126^{\circ}43'$.

18. $a=0,437$; $b=1,299$; $B=11^{\circ}3'$.

19. $a=13,81$; $c=8,14$; $C=14^{\circ}36'$.

20. $b=263$; $c=215$; $B=70^{\circ}15'$.

21. $a=19,06$; $b=28,19$; $A=31^{\circ}17'$.

22. $a=457,1$; $b=169,9$; $B=21^{\circ}49'$.

23. $a=2579$, $c=10$; $A=130^{\circ}22'$.

IV. Տված են յերեք կողմերը.

24. $a=19$; $b=34$; $c=49$. 25. $a=89$; $b=321$; $c=395$.

26. $a=44$; $b=483$; $c=485$;

27. $a=0,099$; $b=0,101$; $c=0,158$.

28. $a=172,5$; $b=1135$; $c=1205$.

29. $a=421,6$; $b=409,8$; $c=335,9$.

30. $a=1,2357$; $b=2,346$; $c=3,4567$.

Շեղանկյուն յեռանկյունների լուծման հասուկ գեպքեր

31. $R=7,92$; $A=113^{\circ}17'$; $B=48^{\circ}16'$.

32. $S=501,9$; $A=15^{\circ}28'$; $B=45^{\circ}$.

33. $h_a=5,37$; $B=115^{\circ}10'$; $C=5^{\circ}8'$.

34. $l_a=0,758$; $B=98^{\circ}31'$; $C=4^{\circ}25'$.

35. $a+b=m=488,8$; $A=70^{\circ}24'$; $B=40^{\circ}16'$.

36. $a-b=n=23$; $A=108^{\circ}$; $B=18^{\circ}$.

37. $h_a+h_b=m=1,38$; $A=102^{\circ}32'$; $B=58^{\circ}17'$.

38. $h_b-h_c=n=60,8$; $B=46^{\circ}24'$; $C=80^{\circ}28'$.

39. $2p=420,7$; $A=24^{\circ}37'$; $B=52^{\circ}31'$.

40. $r=5$; $A=22^{\circ}37'$; $B=39^{\circ}18'28''$.

41. $c=1,230$; $a:b=3:4$; $B=48^{\circ}$.

42. $a=63,51$; $b:c=9:11$; $A=95^{\circ}30'$.

43. $c=226,8$; $h_c:b=63:65$; $B=17^{\circ}4'$.

44. $a=15,98$; $A=46^{\circ}20'$; $b=a_c$ (a_c -ն a -ի պրոյեկցիան է c -ի վրա).

45. $b=29$; $l_c=31$; $A=68^{\circ}43'$.

46. $S=2423$; $a=42,5$; $B=124^{\circ}38'$.

47. $a=32$; $b=25$; $A=2B$.

48. $a+b=36,5$; $R=19,06$; $A-B=19^{\circ}31'$.

49. $a+b=m=2147$; $c=353$; $C=13^{\circ}41'$.

50. $a-b=n=6,45$; $c=18,3$; $C=53^{\circ}40'$.

51. $a+b=m=14,31$; $c=5,18$; $A=102,38^{\circ}$.

52. $a-b=n=6,232$; $c=15,14$; $A=78^{\circ}40'$.

53. $S=15$; $ab=48$; $\sin A=\cos B$.

54. $h_b=60$; $h_c=36$; $\alpha:R=\cos A$.

55. $a=23$; $b=45$; $R=25,09$.

56. $a=120$; $b=29$; $h_c=23,762$.

57. $a=6$; $b=8$; $S=12$.

58. $b=98$; $c=76$; $m_c=68$.

59. $a=20$; $b=12$; $m_c=14$.

60. $h_a=8$; $h_b=12$; $h_c=18$. 61. $b=42$; $c=28$; $l_a=12,81$.

§ 14. ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶՍՓԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ

1—12 հավասարումներից վերոշեղ x -ի մեծությունը
1) ընդհանուր տեսքով և 2) 0-ից մինչև 360° (0-ից մինչև 2π)
առամաններում:

$$\begin{array}{lll} 1. 3 \sin x = 2 \cos^2 x & 2. \sin x = \operatorname{ctg} x & 3. 3 + 2 \cos x = 4 \sin^2 x \\ 4. \sin x = -\cos x & 5. \operatorname{tg} x = 3 \operatorname{ctg} x & 6. \operatorname{tg} x = 2 \sin x \\ 7. \operatorname{ctg} x = 3 \cos x & 8. \operatorname{cosec} x = 2 \sin x \end{array}$$

$$9. \sin 3x = 0,5. \quad 10. \operatorname{ctg} \frac{2x}{5} = 1.$$

$$11. 3 \operatorname{tg}^2 \frac{x}{3} = 1. \quad 12. 2 \sin \left(\frac{x}{6} - \frac{\pi}{2} \right) = 1.$$

13. Գտնել α և β անկյունների փոխկախումը հետևյալ
դեպքերում.

$$\begin{array}{lll} 1) \sin \alpha = \sin \beta; & 5) \sin \alpha = -\sin \beta; & 9) \sin \alpha = \cos \beta; \\ 2) \cos \alpha = \cos \beta; & 6) \cos \alpha = -\cos \beta; & 10) \sin \alpha = -\cos \beta; \\ 3) \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta; & 7) \operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} \beta; & 11) \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta; \\ 4) \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta; & 8) \operatorname{ctg} \alpha = -\operatorname{ctg} \beta; & 12) \operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{ctg} \beta. \end{array}$$

Հաշվել հետևյալ հավասարումները (14—73).

$$\begin{array}{ll} 14. \operatorname{ctg} 10x = 0. & 15. (\cos x)^{\sin x} = 1. \\ 16. \sin^2 x - \cos^2 x = \cos x. & 17. a(\sin x + \cos x)^2 = b \sin 2x. \\ 18. \operatorname{tg} px + \operatorname{tg} qx = 0. & 19. \sin^3 x = -\cos x. \\ 20. \sin 5x + \operatorname{tg} 4x + \cos 2x = 0. & 21. a \sin x + b \cos x = 0. \\ 22. \sin x + \cos x = \operatorname{cosec} x. & 23. 5 \cos 2x = 4 \sin x. \\ 24. \cos \frac{x}{2} + \cos x = 1. & 25. \sin(m+x) + \sin x = \cos \frac{m}{2}. \\ 26. \sin 3x + \sin 2x + \sin x = 0. & 27. \frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{tg} x} + \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 2x} = 2,5. \\ 28. a + \sin x + b + \cos x = \sqrt{a^2 + b^2}. & \\ 29. a + \sin x + b + \cos x = c. & 30. 2 \sin x - 9 \cos x = 7. \\ 31. \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} = \frac{1}{2}. & 32. 14,36 \sin x + 23 \cos x = 26,02. \end{array}$$

$$33. \sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}.$$

$$34. \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = 2. \quad 35. \sec x = \sin x + \cos x.$$

$$36. \sin x + \cos x = \sec x + \operatorname{cosec} x.$$

$$37. \frac{\cos x}{1 + \sin x} = 2 - \operatorname{tg} x. \quad 38. \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \sec 80^\circ.$$

$$39. \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = 3 \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right).$$

$$40. (4 - \sqrt{3}) (\sec x + \operatorname{cosec} x) = 4 (\sin x + \operatorname{tg} x + \cos x + \operatorname{ctg} x).$$

$$41. \sin(x + 30^\circ) + \sin(x - 30^\circ) = \sin 30^\circ.$$

$$42. \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(45^\circ + x) = 2.$$

$$43. \cos(\alpha - b) + \sin(c - x) = \cos(\alpha + b) + \sin(c + x).$$

$$44. \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg}(x - 45^\circ) + \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(x + 45^\circ).$$

$$45. \sec^2 x + 3 \sec x + \operatorname{cosec} x + \operatorname{cosec}^2 x = 4.$$

$$46. \operatorname{tg} 3x = \sin 6x. \quad 47. \sqrt{2} + \cos 2x = \cos x + \sin x.$$

$$48. 4 \sin^2 x + \sin^2 2x = 3. \quad 49. 2 \sin^2 x + \sin^2 2x = 2.$$

$$50. \sin^2 2x - \sin^2 x = \sin^2 30^\circ.$$

$$51. \cos^4 x + \cos^2 x + \cos x = 0.$$

$$52. \cos x - \cos 2x = \sin^3 x.$$

$$53. a + \sin x + b + \cos x = a + \sin 2x - b + \cos 2x.$$

$$54. \sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x.$$

$$55. \operatorname{ctg}(\pi - 3x) = \operatorname{tg}(x - \pi). \quad 56. \cos \frac{x}{2} + \cos x = 1.$$

$$57. \operatorname{cosec} x = \operatorname{cosec} \frac{x}{2}.$$

$$58. \sec^2 \frac{x}{2} + \operatorname{cosec}^2 \frac{x}{2} = 16 \operatorname{ctg} x.$$

$$59. 8 \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = 1 + \sec x. \quad 60. \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = 1 + \sin 2x.$$

$$61. \sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x. \quad 62. \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} 3x = 0.$$

$$63. \cos x + \cos 3x = \cos 5x + \cos 7x.$$

64—73 հավասարումներում տված արտահայտությունները պետք է նախորոք կրճատել (այլապես կատարվեն կողմնակի արժանանքներ).

$$64. \frac{\cos 2x}{1+\operatorname{tg} x} = 0.$$

$$65. \frac{\cos 2x}{1-\sin 2x} = 0.$$

$$66. \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} 2x = 0.$$

$$67. \sin 3x + \operatorname{ctg} x = 0.$$

$$68. \frac{\sin 2x}{\sin x} = \frac{\cos x}{\cos 2x}.$$

$$69. \frac{1+\cos 2x}{2\cos x} = \frac{\sin 2x}{1-\cos 2x}.$$

$$70. \frac{1-\cos 2x}{2\sin x} = \frac{\sin 2x}{1+\cos 2x}.$$

$$71. \operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} 2x = 2.$$

$$72. \sin 3x + \operatorname{tg} 2x + \sec x = 0. \quad 73. 3 \sin x = 1 - \sqrt{3 \cos^2 x - 2}.$$

Լուծել հավասարումների սխառները (74—95).

$$74. \text{Դոնել} \sin x - \operatorname{tg} x \text{ և } \sin y - \operatorname{tg} y, \text{ յեթե}$$

$$\sin x + \sin y = 0,2 \text{ և } \cos x + \cos y = -0,2$$

$$75. \text{Հետևյալ սխառներից վորոշել} \cos x \text{ և } \cos y.$$

$$\cos(x+y) = \frac{1}{6}(1-2\sqrt{6}); \quad \cos(x-y) = \frac{1}{6}(1+2\sqrt{6}).$$

$$76. \text{Դոնել} \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y \text{ և } \operatorname{tg} y - \operatorname{tg} x, \text{ յեթե } x+y=45^\circ \text{ և } \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 10.$$

$$77. \text{Հետևյալ սխառների ոգնությունը } x \text{ և } \text{արտահայտել } a, b \text{ և } \varphi \text{ մեծություններով.}$$

$$a = x \cdot \sin \alpha; \quad b = x \cdot \sin \beta; \quad \alpha + \beta = \varphi.$$

$$78. \text{Վորոշել } x \text{ և } y \text{ և } y \text{ և } y, \text{ յեթե}$$

$$\sin(x-y) = \cos(x+y) = \frac{1}{2}.$$

Հետևյալ սխառներից վորոշել սուր անկյունները (79—95).

$$79. \sin x \cdot \cos y = 0,36; \quad \cos x \cdot \sin y = 0,14.$$

$$80. \sin x \cdot \sin y = 0,36; \quad \cos x \cdot \cos y = 0,14.$$

$$81. x+y=\alpha; \quad \sin x + \sin y = a.$$

$$82. x+y=77^\circ; \quad \cos x - \cos y = 0,4898.$$

$$83. x+y=\alpha; \quad \sin x \cdot \sin y = a.$$

$$84. x-y=48^\circ 20'; \quad \cos x + \cos y = 0,48967.$$

$$85. x+y=\alpha; \quad \frac{\sin x}{\sin y} = \frac{m}{n}. \quad 86. x+y=96^\circ 38'; \quad \frac{\cos x}{\cos y} = \frac{5}{3}.$$

$$87. x+y=a; \quad \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = a.$$

$$88. x-y=31^\circ; \quad \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = 0,74.$$

$$89. x+y=\alpha; \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = a.$$

$$90. x-y=5^\circ; \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 0,8391.$$

$$91. x+y=a; \quad \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} y} = \frac{m}{n}. \quad 92. x-y=3^\circ 46'; \quad \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} y} = \frac{11}{9}.$$

$$93. 2 \sin x + \cos y = 1; \quad 16^{\sin^2 x + \cos^2 y} = 4.$$

$$94. x+y+z=180^\circ; \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 2; \quad \operatorname{tg} y \cdot \operatorname{tg} z = 3.$$

$$95. x+y+z=180^\circ; \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 2; \quad \operatorname{tg} y \cdot \operatorname{tg} z = 14.$$

§. 15. ՀԱԿԱԴԱՐԶ ԵՐԺԱՆԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

(Տես նույնպես § 2-ի №№ 32—36)

Ցուցում. Այս խնդիրները լուծելիս պետք է հիշել այն սահմանների մասին, վոր կարող են ընդունել arcus-ները և իբրև կողմնակի դեն գցել այն պատասխանները, վորոնք չեն համապատասխանում այդ սահմաններին:

Դոնել ինչի՞նչ յեթե հավասար հետևյալ արտահայտությունները (1—16).

$$1. \quad 1) \operatorname{arc} \sin \left(-\frac{1}{2} \right); \quad 2) \operatorname{arc} \sec 2; \quad 3) \operatorname{arc} \cos \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right).$$

$$2. \quad 1) \sin \left(\operatorname{arg} \operatorname{ctg} \frac{\sqrt{3}}{3} \right); \quad 2) \cos \left(2 \operatorname{arc} \sin \frac{\sqrt{2}}{2} \right);$$

$$3) \operatorname{tg} \left(\operatorname{arc} \cos \frac{1}{2} \right).$$

$$3. \quad 1) \operatorname{ctg} [\operatorname{arc} \operatorname{tg} (-1)]; \quad 2) \sin \left(3 \operatorname{arc} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \right);$$

$$2) \cos \left[2 \operatorname{arc} \sin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right].$$

$$4. 1) \cos(\operatorname{Arc} \cos x); 2) \sin\left(\operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{3}{4}\right); 3) \sin[\operatorname{arc} \operatorname{tg}(-2)].$$

$$5. 1) \sin\left(\operatorname{arc} \sin \frac{\sqrt{2}}{2}\right); 2) \cos\left(\operatorname{arc} \cos \frac{1}{2}\right);$$

$$3) \operatorname{tg}(\operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{3}).$$

$$6. 1) \operatorname{arc} \operatorname{ctg}\left(\operatorname{ctg} \frac{4\pi}{5}\right); 2) \operatorname{Arc} \operatorname{tg}(\operatorname{tg} x); 3) \operatorname{arc} \cos\left(\sin \frac{\pi}{7}\right).$$

$$7. 1) \sin(\operatorname{arc} \cos 0,8); 2) \cos\left(\operatorname{arc} \sin \frac{8}{17}\right);$$

$$3) \operatorname{tg}\left(\operatorname{arc} \sin \frac{3}{5}\right).$$

$$8. 1) \sin\left(\operatorname{arc} \sin \frac{1}{2} + \operatorname{arc} \cos \frac{1}{2}\right);$$

$$2) \cos\left(\operatorname{arc} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{arc} \sin \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

$$9. 1) \operatorname{tg}\left(\operatorname{arc} \operatorname{tg} 2 + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{2}\right); 2) \operatorname{tg}\left(\operatorname{arc} \operatorname{tg} x + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{x}\right).$$

$$10. \operatorname{tg}\left(\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2a-b}{b\sqrt{3}} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2b-a}{a\sqrt{3}}\right).$$

$$11. \sin\left(\operatorname{arc} \sin \frac{3}{5} + \operatorname{arc} \sin \frac{8}{17}\right).$$

$$12. \cos\left(\operatorname{arc} \cos \frac{9}{\sqrt{82}} + \operatorname{arc} \operatorname{cosec} \frac{\sqrt{41}}{4}\right).$$

$$13. \cos\left(2 \operatorname{arc} \sin \frac{2}{7}\right).$$

$$14. \sin(2 \operatorname{arc} \sin m).$$

$$15. \operatorname{tg}\left(3 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{4}\right).$$

$$16. \sin(2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} m).$$

Ստուգել հետևյալ հավասարությունների իրավացիությունը (17—31).

$$17. a) \operatorname{arc} \sin \frac{3}{5} = \operatorname{arc} \cos \frac{4}{5};$$

$$b) \operatorname{arc} \sin \sqrt{\frac{a}{a+b}} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{a}{b}}.$$

$$18. \operatorname{arc} \sin \frac{5}{13} + \operatorname{arc} \sin \frac{12}{13} = \frac{\pi}{2}.$$

$$19. \operatorname{arc} \cos \frac{1}{2} + \operatorname{arc} \cos \frac{1}{7} = \operatorname{arc} \cos \left(-\frac{11}{14}\right).$$

$$20. \operatorname{arc} \sin 0,6 - \operatorname{arc} \sin 0,8 = -\operatorname{arc} \sin 0,28.$$

$$21. \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{2} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{4}.$$

$$22. \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \frac{1}{7} + \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \frac{3}{4} = \frac{3\pi}{4}.$$

$$23. 2 \operatorname{arc} \cos a = \operatorname{arc} \cos (2a^2 - 1).$$

$$24. 2 \operatorname{arc} \sin m = \operatorname{arc} \cos (1 - 2m^2).$$

$$25. 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{5} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{4} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{32}{43}.$$

$$26. \operatorname{arc} \cos \sqrt{\frac{2}{3}} - \operatorname{arc} \cos \frac{\sqrt{6}+1}{2\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}.$$

$$27. 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{x}{a}} = \operatorname{arc} \cos \frac{a-x}{a+x}.$$

$$28. \operatorname{arc} \sin \frac{4}{5} + \operatorname{arc} \cos \frac{2}{\sqrt{5}} = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \frac{2}{11}.$$

$$29. \operatorname{arc} \operatorname{tg} m + \operatorname{arc} \operatorname{tg} n = \operatorname{arc} \cos \frac{1-mn}{\sqrt{(1+m^2)(1+n^2)}}.$$

$$30. \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \sqrt{3} + \operatorname{arc} \operatorname{ctg} (2 + \sqrt{3}) = \frac{\pi}{4}.$$

$$31. \operatorname{arc} \sin \frac{\sqrt{2}}{2} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sqrt{2}}{2} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} (\sqrt{2} + 1)^2.$$

Լուծել հետևյալ հավասարումները ($32=44$).

$$32. \operatorname{arc} \operatorname{tg} (1+x) + \operatorname{arc} \operatorname{tg} (1-x) = \frac{\pi}{4}.$$

$$33. \operatorname{arc} \cos (x-1) = 2 \operatorname{arc} \cos x.$$

$$34. \operatorname{arc} \operatorname{tg} x = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{x}.$$

$$35. \operatorname{arc} \cos \frac{x}{2} = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} (x-1).$$

$$36. \operatorname{arc} \sin 2x = 3 \operatorname{arc} \sin x.$$

$$37. x = \operatorname{Arc} \sin (\cos x).$$

$$38. 2x = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} (\operatorname{tg} x).$$

$$39. \operatorname{arc} \sin x + \operatorname{arc} \sin \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4}.$$

$$40. \operatorname{arc} \sin x + \operatorname{arc} \sin x \sqrt{3} = \frac{\pi}{2}.$$

$$41. \operatorname{arccos} x + \operatorname{arc} \cos (1-x) = \operatorname{arc} \cos (-x).$$

$$42. \operatorname{arc} \operatorname{tg} x + \operatorname{arc} \operatorname{tg} 3x = \frac{\pi}{2}.$$

$$43. \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{x-1} - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{x-1} = \operatorname{arg} \operatorname{tg} a.$$

$$44. \operatorname{arc} \operatorname{tg} x + \frac{1}{2} \operatorname{arc} \sec 5x = \frac{\pi}{4}.$$

ՅԵՐԿՐԱԶԱՓԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ, ՎՈՐՈՆՔ ՊԱՀԱՆՁՈՒՄ ԵՆ ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԿԻՐԱՌՈՒՄ

§ 15* a. ՀԱՐԹԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

Նախնական
բազմաճյուղներ

1*. Ներդրած կանոնավոր n -անկյան տված a կողմի ողնությամբ հաշվել արտադրած կանոնավոր n -անկյան b կողմը:

2*. Հաշվել կանոնավոր 7-անկյան անկյունագծերի յերկարությունը, յեթե այդ 7-անկյան կողմը հավասար է 10 սմ-ի:

3*. Վորոշել a և b մի յերկարության կողմ ունեցող կանոնավոր n -անկյան միեւնիքը անկյունագծի:

4*. Վորոշել a և b մի յերկարության կողմ ունեցող կանոնավոր n -անկյան միեւնիքը անկյունագծի յերկարությունը, յերկու դեպքի համար. 1) n -ը զույգ թիվ է, 2) n -ը կենտ թիվ է:

Ողղագիծ սյուս-
կերների մակերես-
ները

5*. Ողղանկյան անկյունագծերը հատվում են $75^\circ 22'$ անկյան տակ, այդ ողղանկյան մակերեսը հավասար է 562 մ²: Վորոշել ողղանկյան կողմերը:

6*. r շառավիղն ունեցող շրջանին արտադրած է մի շենդանկյուն, վորի սուր անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշել այդ շենդանկյան մակերեսը ($r=5$; $\alpha=36^\circ 47'$):

7*. Հավասարաթուն յեռանկյան մակերեսը հավասար է Q -ի, գագաթի անկյունը՝ β -ի: Վորոշել այդ յեռանկյան բարձրությունը ($Q=450$; $\beta=73^\circ$):

8*. Հավասարաթուն յեռանկյան մակերեսը հավասար է Q մ²-ի, իսկ հիմքը՝ b մ-ի: Վորոշել գագաթի անկյունը ($Q=1956$; $b=130,7$):

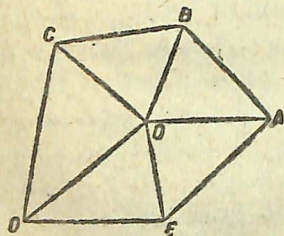
9*. Վորոշել կանոնավոր n -անկյան մակերեսը, յեթե նրա կողմը հավասար է a դմ-ի. 1) $n=7$; $a=20$; 2) $n=8$; $a=1$; 3) $n=2$; $a=10$:

10*. Հաշվել R շառավիղն ունեցող շրջանին ներգծած կանոնավոր n -անկյան մակերեսը. 1) $n=12$; $R=7$; 2) $n=5$; $R=7$:

11*. Հաշվել R շառավիղն ունեցող շրջանին արտագծած կանոնավոր n -անկյան մակերեսը:

12*. Սեղանի հիմքերը հավասար են 25 սմ-ի և 15 սմ-ի: Կողմնային կողմը հավասար է 12 սմ-ի: Կողմնային կողմի և մեծ հիմքի միջև կազմված անկյունը հավասար է 50° -ի: Հաշվել այդ սեղանի մակերեսը:

13*. Հնգանկյուն հողամասը չափել են այսպես կոչված բեկուային յեղանակով (գծ. 18): O կետից (բեկու) չափել են $OA=45$ մ, $OB=36$ մ, $OC=41$ մ, $OD=56$ մ, $OE=34$ մ հեռավորությունները և $\angle AOB=65^\circ 30'$; $\angle BOC=71^\circ 20'$; $\angle COD=80^\circ$ և $\angle DOE=61^\circ 35'$ անկյունները: Հաշվել այդ հողամասի մակերեսը:



Գծ. 18.

պարագծեր ունեն: Վորոշել՝ ինչպե՞ս են հարաբերում նրանց մակերեսները:

Շրջանի մասերի
մակերեսները

18*. Վորոշել սեգմենտի մակերեսը, յեթե նրա շառավիղը հավասար է r -ի և աղեղը՝ α -ի. 1) $r=4,73$; $\alpha=46^\circ 44'$. 2) $r=12$; $\alpha=29^\circ 38'$:

14*. Վորոշել հավասարասրուն սեղանի մակերեսը, յեթե նրա անկյունագիծը հավասար է a -ի և հիմքերի հետ կազմում է α անկյունը:

15*. Կանոնավոր վեցանկյան կողմը հավասար է 84 սմ-ի: Հաշվել այդ վեցանկյան հավասարամեծ կանոնավոր 7-անկյան կողմը:

16*. Կանոնավոր 9-անկյունը և կանոնավոր 10-անկյունը հավասար

17*. Հաշվել սեկտորի մակերեսը, յեթե նրա շառավիղը հավասար է 8 սմ-ի, իսկ նրան ներգծած շրջանի շառավիղը 2 սմ-ի:

19*. a սմ յերկարության լարը R սմ շառավիղն ունեցող շրջանը բաժանում է յերկու սեգմենտի: Գտնել փոքր սեգմենտի մակերեսը ($a=3,5$; $R=6,2$):

20*. R սմ յերկարության շառավիղ ունեցող շրջանի մեջ տարված է յերկու զուգահեռ լար: Այդ լարերից յուրաքանչյուրը ձգում է α աստիճան պարունակող աղեղ: Վորոշել շրջանի մակերեսի այն մասը, վորը գտնվում է լարերի միջև:

Խառը խնդիրներ

21*. Կիսաշրջանագիծը բաժանել են 4:7 հարաբերությամբ և բաժանման կետից ուղղահայաց են իջեցրել տրամագծին: Վորոշել տրամագծի հատվածները, յեթե նրա յերկարությունը հավասար է 11 սմ-ի:

22*. Զուգահեռագծի մեջ տված են α սուր անկյունը և անկյունագծերի հատման կետի a և b հեռավորություններն անհավասար կողմերից: Վորոշել զուգահեռագծի անկյունագծերն ու մակերեսը:

23*. Հաշվել յերեք փոխադարձաբար իրար շոշափող շրջանագծերով սահմանափակված մակերեսը, յեթե այդ շրջանագծերի շառավիղները համապատասխանաբար հավասար են՝ 1 մ-ի, 2 մ-ի և 3 մ-ի:

24*. Վորոշել այն շեղանկյան սուր անկյունը, վորի կողմն անկյունագծերի միջին համեմատականն է:

§ 16. ՈՒՂԻՂՆԵՐ ՅԵՎ ՀԱՐԹՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Հարթությամբ
ուղղահայաց յեվ
թեք գծեր

1. M կետից P հարթության տարած ուղղահայացի ու թեքի միջև կազմված անկյունը հավասար է α -ի: Թեքի յերկարությունը հավասար է a -ի: Վորոշել M կետի հեռավորությունը հարթությունից ($a=11,22$; $\alpha=72^\circ 54'$):

2. Հարթությանը տարված է P յերկարության ուղղահայաց՝ այդ ուղղահայացի հիմքից, վորպես կենտրոնից, հարթության վրա r շառավիղով գծված է շրջանագիծ: Վորոշել ուղղահայացի և այդ ուղղահայացի ծայրը շրջանագծի վրեժի կետի հետ միացնող ուղիղի միջև կազմված անկյունը ($P=4,54$; $r=8$):

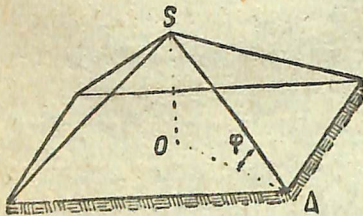
3. Քառակուսու կողմը՝ $AB=a=30$: Այդ քառակուսու O կենտրոնից քառակուսու հարթությունը տարված է ուղղահայաց այդ ուղղահայացի վրա վերցրած է $OM=d=20$ հատվածը, իսկ M կետից տարված է MC ուղղահայացը՝ AB : Հաշվել MC -ի և քառակուսու հարթության վրա վերցրած նրա պրոյեկցիայի միջև կազմված x անկյունը:

4. Խորանարդի կողը հավասար է $a=10$ սմ: Հաշվել այն անկյունը, վորով խորանարդի անկյունագիծը թեքված է դեպի այդ խորանարդի նիստերը:

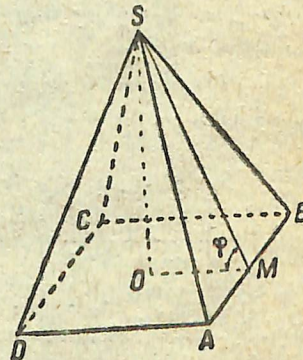
5. Սիլոսի քառակուսաձև հորի վրա պետք է շինել կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ձևով կտուր: Հիմքի կողմը հավասար է 6,5 մ-ի: Կտուրի բարձրությունը պետք է հավասար լինի 2,5 մ-ի: Վորոշել SA ծակասրտունքի յերկարությունը և այդ գծի թեքությունը դեպի հիմքի հարթությունը (գծ. 19):

6. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի բարձրությունը հավասար է 7 սմ-ի, իսկ հիմքի կողմը՝ 8 սմ-ի: Ի՞նչ անկյունով է թեքված կողմնային կողը դեպի հիմքի հարթությունը:

7. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ձև ունեցող վրանը կազմված է 4 ձողերից, վորոնք ձգում են բեղենաթը (գծ. 20): Վրանի SO բարձրությունը



Գծ. 19.



Գծ. 20.

հավասար է 2,4 մ-ի: Յերկու հարևան ձողերի հիմքերի հեռավորությունը հավասար է $AB=2$ մ: Վորոշել վրանի գագաթի և հիմքի կողմի միջնակետի SM հեռավորությունը, այսինքն բուրգի ապոթեմը և նրա թեքության անկյունը հիմքի նկատմամբ:

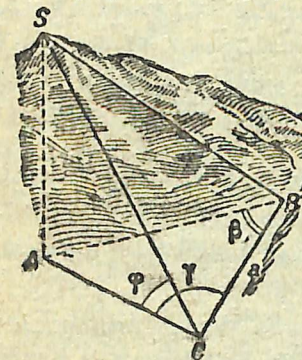
8. ABC կանոնավոր յեռանկյան կողմը հավասար է a -ի: Այդ յեռանկյան O կենտրոնից կանգնեցրած է ուղղահայաց յեռանկյան հարթության նկատմամբ: Վերջինի վրա վերցված է M կետն այնպես, վոր $MA=a$: Երևույթով M կետից տարված է $MD \perp AC$ հատվածը: Հաշվել MD ուղիղի և ABC յեռանկյան հարթության միջև կազմված φ անկյունը:

9. Թեքը հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Տված հարթության մեջ այդ անկյան գագաթից տարված է մի յերկրորդ ուղիղ, վորը թեքի (այդ հարթության վրա վերցրած) պրոյեկցիայի հետ կազմում է β անկյունը: Վորոշել այդ ուղիղների վրա կազմված անկյունը ($\alpha=43^\circ 53'$; $\beta=11^\circ 10'$):

10. Տված հարթության մեջ չգտնվող ուղիղը, հատվելով հարթության մեջ գտնվող ուղիղի հետ, կազմում է α անկյունը, իսկ վերջինը կազմում է առաջին ուղիղի տված հարթության վրա վերցրած պրոյեկցիայի հետ β անկյունը: Վորոշել առաջին ուղիղի կազմած անկյունը հարթության հետ ($\alpha=8^\circ 26'$; $\beta=5^\circ 40'$):

11. a , b և c կողմերն ունեցող յեռանկյանն արտագծած շրջանագծի կենտրոնից կանգնեցրած է այդ յեռանկյան հարթությանը h ուղղահայացը: Վորոշել այն անկյունները, վոր կազմում են ուղղահայացի ծայրը յեռանկյան գագաթների հետ միացնող գծերն այդ հարթության հետ ($h=60$; $a=30$; $b=5$; $c=29$):

12. Հորիզոնական հարթության միջով անցնում է ուղղագիծ ճանապարհի a մետր յերկարություն ունեցող BC հատվածը:



Գծ. 21.

($a=400$; $\beta=40^\circ 10'$; $\gamma=60^\circ 40'$; $\varphi=50^\circ 50'$).

Ճանապարհի մոտ գտնվում է մի սար, վորի գագաթը C կետից յերևում է φ անկյան տակ (գծ. 21): S գագաթը պրոյեկտվում է ճանապարհի հարթության վրա A կետում: BC հատվածն իր ծայրից դեպի A կետն ուղղված ճառագայթների հետ կազմում է $\angle ACB=\gamma$ և $\angle ABC=\beta$ անկյունները: Վորոշել այդ սարի բարձրությունը:

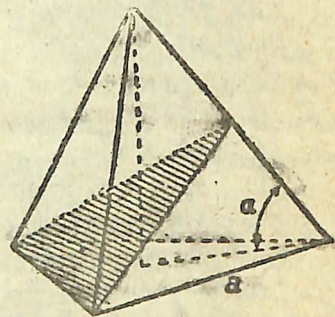
13. Կանոնավոր յեռանկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմը հավասար է a -ի, իսկ կողմնային կողը հիմքի հարթություն հետ կազմում է α անկյունը (գծ. 22): Վորոշել հիմքի կողմով և կողմնային կողի միջնակետով անցկացրած հատույթի մակերեսը:

Զուգահեռ ուղիղներ յեվ հարթություններ

14. $AB=a=13$ սմ հատվածի ծայրերը գտնվում են տված հարթությունից $m=5$ սմ և $n=8$ սմ հեռավորության վրա: Վորոշել հատվածի

և հարթության միջև կազմված անկյունը (յերկուս գեղը):

15. Հարթության յերկու կետերից տարված են այդ հարթությանը յերկու իրար զուգահեռ թեքեր՝ AM և BN , վորոնք հարթության հետ կազմում են α անկյունը (գծ. 23): Այդ ուղիղներին ուղղահայացաբար հատող MN ուղիղը հարթության հետ կազմում է β անկյունը: Վորոշել AB և AM ուղիղների միջև կազմված φ անկյունը:



Գծ. 22.

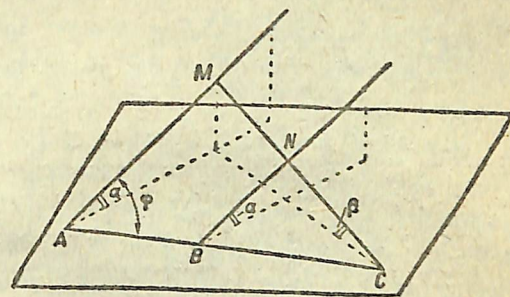
16. հարթության յերկու կետերից, վորոնց հեռավորությունը հավասար է a -ի, տարված են յերկու իրար զուգահեռ թեքեր, վորոնք հարթության հետ կազմում են φ անկյունը: Վորոշել այդ թեքերի հեռավորությունը, յիթի տվյալ հարթության վրա վերցրած նրանց պրոյեկցիաների հեռավորությունը հավասար է b -ի:

17. AB հատվածը զուգահեռ է հարթությանը: Այդ հատվածի ծայրերից հարթությանը տարված են յերկու թեքեր, այն է՝ $AC=c$ և $BD=d$: AC թեքը հարթության հետ կազմում է α անկյունը, Վորոշել BD թեքի կազմած անկյունը հարթության հետ ($c=\sqrt{6}$; $d=3$; $\alpha=60^\circ$):

18. Հարթությանը զուգահեռ հատվածի ծայրերից տարված են այդ հատվածին ուղղահայացներ այնպես, վոր նրանք հարթության հետ կազմում են α և β անկյունները ($\alpha > \beta$): Հատվածի յերկարությունը հավասար է a -ի: Ուղղահայացների և հար-

թույթյան հատման կետերի միջև յեղած հեռավորությունը հավասար է b -ի: Վորոշել հարթության հեռավորությունը հատվածից (յերկուս գեղը):

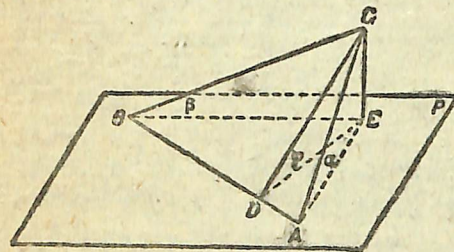
19. Յերկու ուղիղների այն հատվածները, վորոնք գտնվում են յերկու զուգահեռ հարթությունների միջև, հարաբերում են այնպես, ինչպես $2:3$, իսկ այն անկյունները, վոր այդ ուղիղները կազմում են հարթության հետ, հարաբերում են այնպես, ինչպես $2:1$: Վորոշել այդ անկյունները:



Գծ. 23.

§ 17. ՅԵՐԿՆԻՍՏ ՅԵՎ ԲԱԶՄԱՆԻՍ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐ

1. Տրված է α յերկնիստ անկյունը: Այդ անկյան նիստերից մեկի վրա, կողից a հեռավորություն ունեցող կետից կանգնեցրած է ուղղահայաց մինչև մյուս նիստի հետ համկելը: Վորոշել այդ ուղղահայացի յերկարությունը ($a=6.06$; $\alpha=41^\circ 55'$):



Գծ. 24.

հարթության միջև կազմված φ անկյունը:

2) ABC յեռանկյան մի կողմը (AB) գտնվում է P հարթության մեջ: Մյուս յերկու կողմերը (CA և CB) P հարթության

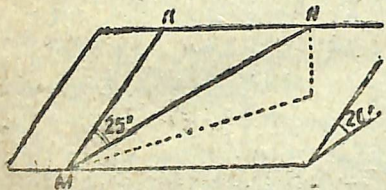
2. 1) ABC ուղղանկյուն յեռանկյան AB ներքնաձիգը գլաւում է P հարթության մեջ, իսկ ելերը P հարթության հետ կազմում են α և β անկյունները (գծ. 24): Վորոշել յեռանկյան հարթության և P

հետ կազմում են α և β անկյունները, վորոնց տանգենսները համապատասխանաբար հավասար են $\frac{1}{3}$ -ի և $\frac{1}{4}$ -ի, իսկ CA և

CB կողմերի պրոյեկցիաները, նույն հարթության վրա, փոխ- ուղղահայաց են: Վորոշել ABC յեռանկյան թեքությունը դեպի P հարթությունը:

3. 20° թեքություն ունեցող կտուրի վրա անցկացրած և MN ուղիղը (գծ. 25), վորն ամենամեծ վայրեջքի MK գծի հետ կազմում է 25° անկյուն (վորպես ամենամեծ վայրեջքի գիծ ծառայում է հարթության վրա անցկացրած հորիզոնական գծի ուղղահայացը): Վորոշել MN ուղիղի կազմած x անկյունը հորի- ղոնի հետ:

4. Սարի 32° թեքություն ունեցող լանջի վրայով անցնում է մի ճանապարհ, վորն ամենամեծ վայրեջքի հետ կազմում է 45° անկյուն (տես 3-րդ խնդիրը): Գտնել ճանապարհի թեքու- թյունը:



Գծ. 25.

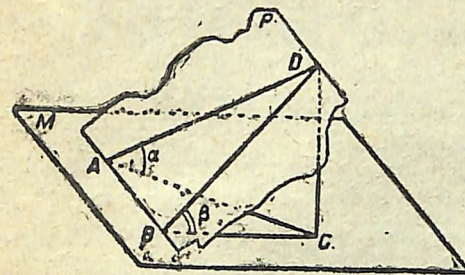
րոշել AD գծի և M ու P հարթությունների հատման գծի միջև կազմված անկյունը:

6. Կանոնավոր n-անկյուն բուրգի բարձրությունը յերկու անգամ փոքր է հիմքի կողմից: Վորոշել հիմքի յերկնիստ ան- կյունը:

7. 27-րդ գծագրի վրա տված է լողացող պոնտոնային կը- ունկի ուղղագիծը (պոնտոնը—յերկաթե հարթահատակ նավակ է), վորը պրոյեկտված է ուղղաձիգ և հորիզոնական հարթու- թյունների վրա: Չափսերը տված են մետրերով: Վորոշել՝

ա) շեղդիրների a յերկարությունը և հենարանների b յեր- կարությունը:

բ) շեղդիրների և հենարանների թեքության անկյունները դեպի պոնտոնի հարթ մակերևույթը:

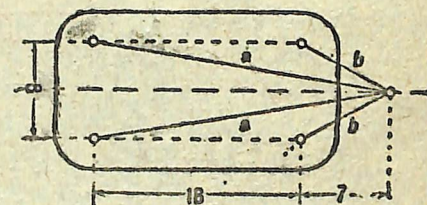
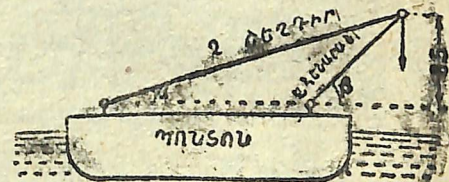


Գծ. 26.

8. Քառակուսի հիմք ունեցող շինության ծածկը տրված է հատակագծի վրա (գծ. 28). Հափսերը տրված են մետրե- րով: Ծածկի վերին մակերեսի բարձրությունը տանիքի հիմ- քից՝ հավասար է շենքի լայնության $\frac{1}{3}$ մասին: Բոլոր չորս լան- ջերն ել միևնույն թեքությունն ունեն դեպի հորիզոնական հարթությունը: Ինչից յե հավասար ծածկի թեքու- թյան անկյունը:

9. Ուղղանկյուն յեռան- կյան միջ տրված են a ներքնաձիգը և α սուր ան- կյունը: Վորոշել ուղիղ ան- կյան զագաթի հեռավորու- թյունն այն հարթությու- նից, վորն անցնում է ներքնաձիգով և յեռանկյան հարթության հետ կազմում է φ անկյունը:

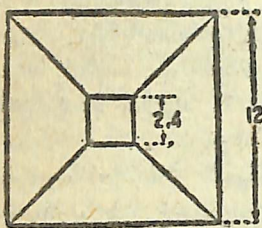
10. Բուրգի հիմքը կա- նոնավոր յեռանկյուն է: Յերեք նիստերից մեկն ուղղահայաց է հիմքին, իսկ մյուս յեր- կուրը թեքված է դեպի հիմքը α անկյան տակ: Կողմնային կո-



Գծ. 27.

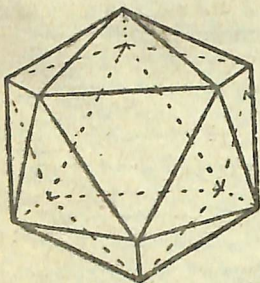
դերն լինչ անկյան տակ են թեքված դեպի հիմքի հարթությունը:

11. AB ուղիղը զուգահեռ է P հարթության: CD ուղիղը AB-ին հատում է α անկյան տակ և P հարթության հետ կազմում է φ անկյունը: Վորոշել այն անկյունը, վորը P հարթունը կազմում է AB և CD ուղիղներով անցնող հարթության հետ:

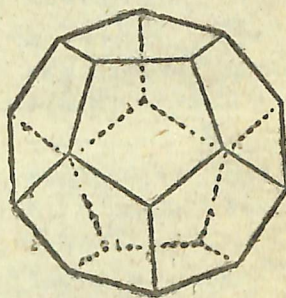


Գծ. 23.

13. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմն ու կողմնային կողը հարաբերում են այնպես, ինչպես $\sqrt{3} : \sqrt{2}$: Հիմքի անկյունագծով տարված է կողմնային կողին զուգահեռ հարթություն: Վորոշել այդ հարթության թեքությունը հիմքի նկատմամբ:



Գծ. 29.



Գծ. 30.

14. Զուգահեռագիծն ու P հարթությունը դասավորված են այնպես, վոր զուգահեռագծի փոքր կողմերից մեկը գտնվում է P հարթության վրա, իսկ այդ կողմին հակադիր կողմի հեռա-

վորությունը P հարթությունից հավասար է զուգահեռագծի մեծ կողմերի հեռավորությանը: Վորոշել P հարթության և զուգահեռագծի հարթության միջև կազմված անկյունը, յեթե զուգահեռագծի կողմերը հարաբերում են այնպես, ինչպես 3:5:

15. Հաշվել՝

- 1) Կանոնավոր տետրաեդրի,
- 2) » ուկտաեդրի,
- 3) » իկոսահեդրի (գծ. 29),
- 4) » դոդեկահեդրի (գծ. 30)

յերևու հարևան նիստերով կազմված անկյունը:

§ 18. ՊԱՏԿԵՐՆԵՐԻ ՊՐՈՅԵԿՏԻԱՆԵՐԻ (ՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ) ԾԱԿԵՐԵՍՆԵՐԸ

1. Զուգահեռագծի մակերեսը՝ $Q=50$ սմ²: Այդ զուգահեռագծի հարթությունը պոլիեդրների P հարթության հետ կազմում է 30° անկյուն: Զուգահեռագծի մի կողմը գտնվում է P հարթության վրա: Վորոշել զուգահեռագծի պոլիեդրային մակերեսը:

2. Ուղիղ յեռանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմերից մեկով տարված է մի հարթություն, վորը հատում է հանդիպակաց կողմնային կողը և թեքված է հիմքի հարթությունից 45°-ով: Վորոշել հատույթի մակերեսը, յեթե հիմքի մակերեսը հավասար է Q-ի:

3. Կանոնավոր յեռանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմով տարված է մի հատող հարթություն, վորը թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Գտնել հատույթի մակերեսը:

4. Կառուրի վրա ծխնելույզի համար բաց թողած անցքի մակերեսը հավասար է 2100 սմ²-ի: Կառուրի թեքությունն անկյունը հավասար է 32°-ի: Ծխնելույզն ունի քառակուսի պրիզմայի ձև: Գտնել պրիզմայի հիմքի կողմը:

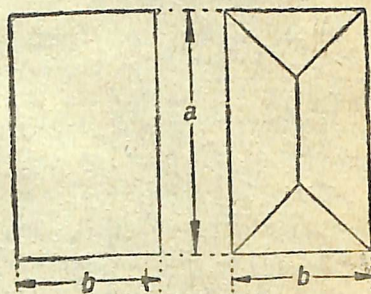
5. Ծխնելույզի չափսերն են՝ 40 սմ $\times$ 40 սմ: Կառուրի թեքությունն անկյունը հավասար է 35°-ի: Վորոշել կառուրի վրա թողած անցքի մակերեսը:

6. Քառալանջ կառուրը ծածկվում է 28 մ² մակերես: Կառուրի բոլոր լանջերն ունեն 32°53' թեքություն: Գտնել կառուրի մակերեսը:

Յեռանկյի խնդ. թող. 8—10 դաս—3

7. Քառալանջ կտուրի կողմնային լանջը մի հավասարա-
բուն սեղան է, վորի զուգահեռ կողմերը հավասար են 10 մ-ի
և 6 մ-ի, իսկ բարձրությունը՝ 5 մ-ի: Լանջի պրոյեկցիան տա-
նիքի հարթության վրա հավասար է 32 մ²: Գտնել լանջի թե-
քությունն անկյունը և պիպի բարձրությունը տանիքից:

8. 31-րդ գծագրի վրա նկարված են միալանջ և քառալանջ
կտուրների սխեմաները, վորոնք ունեն ուղղանկյան ձև (a և b
կողմերով): Յերկու կտուրների լանջերն ել թեքված են դեպի
հորիզոնը α անկյան տակ: Այդ
կտուրներից վորը ներկելու հա-
մար ավելի շատ ներկ կպա-
հանջի:



Գծ. 31.

9. Լուսավորվածության սլաշ-
ժառուկությունը կախում ունի այն
անկյունից, վորը կադմում է
լույսի ճառագայթը լուսավոր-
վող մակերևույթի հետ: Դիցուք
լուսավորվող մակերեսը հավա-
սար է Q-ի, իսկ լուսավորվող
հարթության և լույսի ճառա-
գայթների միջև կադմած անկյունը հավասար է α-ի: Ի՞նչ մա-
կերեսի վրա կընկնային լույսի նույն ճառագայթները, յեթե լու-
սավորվող հարթությունն ուղղահայաց լիներ լույսի ճառագայթ-
ներին: Այդ մակերեսը նախորդից մեծ, թե փոքր կլինի: Ավե-
լի պայծառ լուսավորված կլինի, թե խավար:

10. Ի՞նչ մեծության հորիզոնական մակերես կարելի չե
ծածկել 120 մ² կտուրով, յեթե վերջինի թեքությունը հավասար
է 27°30' -ի:

§ 19. ԶՈՒԳԱՀԵՌԱՆԻՍՆԵՐ, ՊՐԻԶՄԱՆԵՐ, ԲՈՒՐԳԵՐ ՅԵՎ ՆՐԱՆՑ ՄԱԿԵՐԵԿՈՒՅԹՆԵՐԸ

Զուգահեռանիսներ
յեվ պրիզմաներ

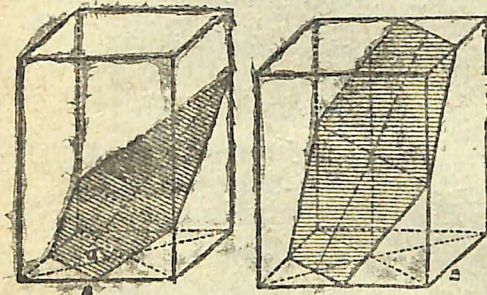
1. Ուղղանկյուն զուգահեռանիս-
տի անկյունագծի և կողմերի միջև
կադմված անկյունները հավասար են
α, β և γ:

1) Ապացուցել վոր

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1:$$

2) Հաշվել γ-ն, յեթե α = 31°10' և β = 69°9':

2) Յեթե կանոնավոր քառանկյուն պրիզման հատենք այն-
պես, վոր հատվածքում ստացվի α ուր անկյունն ունեցող մի
շեղանկյուն, ապա հատող հարթությունը զուգահեռ կլինի հիմ-
քի անկյունագծին և հիմքի հարթության հետ կկադմի այնպիսի
φ անկյուն, վոր $\cos \varphi = \frac{\alpha}{2}$: Ապացուցել այդ:



Գծ. 32

Գծ. 33

3. Կանոնավոր քա-
ռանկյուն պրիզմայի
մեջ (գծ. 32) հիմքի
հարևան յերկու կող-
մերի միջնակետերով
տարված է մի հար-
թուկյուն, վորը հա-
տում է կողմնային
յերեսը կողմերը և
թեքված է դեպի հիմ-
քի հարթությունը α
անկյան տակ: Հիմքի
կողմը հավասար է a-ի: Վորոշել ստացված հատույթի մակե-
րեսը:

4. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի մեջ (գծ. 33),
հիմքի յերկու հարևան կողմերի միջնակետերով ու պրիզմայի
առանցքի միջնակետով տարված է հարթություն: Գիտենալով,
վոր հիմքի կողմը հավասար է a-ի, իսկ կողմնային կողմը՝ b-ի,
վորոշել՝ 1) ստացված հատույթի մակերեսը և 2) անցկացրած
հարթության ու հիմքի հարթության միջև կադմված ան-
կյունը:

5. Ուղիղ քառանկյուն պրիզմայի հիմքը α ուր անկյունն
ունեցող շեղանկյուն է: Ի՞նչպես պետք է հատել այդ պրիզման,
վոր հատվածքը լինի մի քառակուսի, վորի գագաթները գտնու-
վում են կողմնային կողմերի վրա:

6. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի մեջ α անկյունագծի

քի հետ կազմում է β անկյունը: Հիմքի անկյունագիծը կողմի հետ կազմում է α անկյունը: Վորոշել զուգահեռանիստի կողմնային մակերևույթը ($\alpha=21^\circ 35'$; $\beta=54^\circ 24'$; $d=17,89$ մ):

7. Ուղիղ զուգահեռանիստի հիմքը շեղանկյուն է: Այդ շեղանկյան փոքր անկյունագիծը հավասար է d -ի, իսկ սուր անկյունը՝ α -ի: Զուգահեռանիստի բարձրությունը հավասար է $\frac{d}{2}$ -ի: Գտնել այդ զուգահեռանիստի լրիվ մակերևույթը ($d=25,87$; $\alpha=75^\circ 20'$):

8. Կանոնավոր հնգանկյուն պրիզմայի հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Այդ պրիզմայի բարձրությունը հավասար է $\frac{1}{4}d$ -ի, վորտեղ d -ն հիմքի անկյունագիծն է: Հաշվել պրիզմայի լրիվ մակերեկությունը ($a=23,79$ մ):

9. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը հավասարասրուն յեռանկյուն է, վորի մեջ a հավասար կողմերով կազմված անկյունը հավասար է α -ի: Վերին հիմքի զագաթից տարված են յերկու հավասար կողմնային նիստերի անկյունագծերը: Այդ անկյունագծերով կազմված անկյունը հավասար է β -ի: Գտնել պրիզմայի կողմնային մակերեկությունը ($a=97,84$ սմ; $\alpha=63^\circ 28'$ և $\beta=39^\circ 36'$):

10. Յեռանկյուն պրիզմայի մեջ հիմքի յուրաքանչյուր կողմը հավասար է a -ի: Հիմքի զագաթներից մեկի պրոյեկցիան մյուս հիմքի կենտրոնն է: Կողմնային կողերը թեքված են զեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշել պրիզմայի կողմնային մակերեկությունը:

Բուրգ

կազմում են φ անկյունը: Վորոշել կողմնային կողերի կազմած անկյունները հիմքի հարթության հետ ($\varphi=30^\circ$):

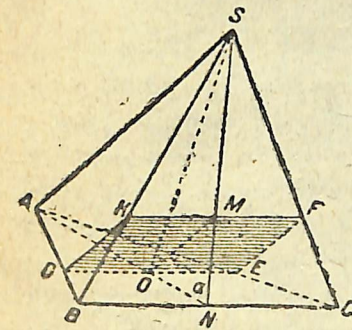
12. Կանոնավոր n անկյուն բուրգի մեջ զագաթի հարթ անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշել հիմքի յերկնիստ անկյունները ($n=4$; $\alpha=60^\circ$):

13. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմը

հավասար է a -ի, իսկ կողմնային կողը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Այդ բուրգին ներգծած է խորանարդ այնպես, վոր նրա զագաթներից չորսը գտնվում են բուրգի ապոթեմների վրա: Վորոշել խորանարդի կողը:

14. Կանոնավոր յեռանկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմը հավասար է a -ի և կողմնային կողի հետ կազմում է α անկյունը: Վորոշել բուրգի կողմնային կողով ու բարձրությունով անցկացրած հատույթի մակերեսը:

15. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ տրված են c ապոթեմը և անկյունագծային հատույթի P մակերեսը: Այդ բուրգի մեջ վորոշել կողմնային նիստի և հիմքի միջև կազմված անկյունն ու հիմքի կողմը ($c=5$; $P=15$):



Պժ. 34.

16. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ բարձրությունը հարեբում է հիմքի կողմին այնպես, ինչպես $m:n$: Հիմքի անկյունագծով տարված է թեք հարթություն այնպես, վոր ստացված հատույթը հավասար է անկյունագծային հատույթին: Վորոշել անցկացրած հարթության և բուրգի հիմքի միջև կազմված անկյունը ($m:n=1:\sqrt{6}$):

17. Կանոնավոր յեռանկյուն բուրգի մեջ (պժ. 34) տված է հիմքի կողմը a և հիմքի առնթեր յերկնիստ անկյունը α : Վորոշել $DEFK$ հատույթի մակերեսը, վորը տարված է հիմքի կենտրոնով և զուգահեռ է բուրգի յերկու չհատվող SA և BC կողերին ($a=3$, $\alpha=70^\circ$):

18. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ հիմքի յերկնիստ անկյունը հավասար է α -ի: Այդ յերկնիստ անկյան կողով բուրգի ներսում տարված է մի հարթություն, վորը հիմքի հետ կազմում է β անկյունը: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Վորոշել հատույթի մակերեսը:

Պրոյեկցիայի մակերեսի քեռեմի կիրառումը բուրգի մակերեկույթը գտնելիս

19. Յեթե վորեւ բուրգի բոլոր կողմնային նիստերը միևնույն α անկյունն են կազմում հիմքի հարթության հետ, ապա

$$S_{\text{կողմ}} = \frac{Q}{\cos \alpha} \text{ և } S_{\text{տեղ}} = \frac{2Q \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}$$

վորտեղ S -ը մակերեկույթն է, Q -ն՝ հիմքի մակերեսը: Ապացուցել այդ:

20. (Բանավոր). Բուրգի հիմքն ուղղանկյուն յեռանկյուն է: Այդ յեռանկյան եջերը հավասար են՝ 6 սմ և 8 սմ: Բուրգի կողմնային բոլոր նիստերը թեքված են դեպի հիմքը 60° անկյան տակ: Գտնել $S_{\text{կողմ}}$ -ը:

21. 1) (Բանավոր). Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի հիմքի կողմը հավասար է a -ի, իսկ հիմքին առնթեր յերկնիստ անկյունը՝ 60° -ի: Վորոշել այդ բուրգի կողմնային մակերեկույթը:

2) Տրված են յերկու կանոնավոր բուրգեր՝ յեռանկյուն և վեցանկյուն: Յուրաքանչյուր բուրգի մեջ հիմքի կողմը հավասար է a -ի, իսկ հիմքի յերկնիստ անկյունը՝ 30° -ի: Վորոշել յուրաքանչյուր բուրգի կողմնային մակերեկույթը:

22. Յեռանկյուն բուրգի հիմքի կողմերը հավասար են 13 սմ, 14 սմ և 15 սմ, իսկ հիմքին առնթեր յերկնիստ անկյուններից յուրաքանչյուրը հավասար է 60° -ի: Վորոշել բուրգի կողմնային մակերեկույթը:

23. Աշտարակը վերջանում է կանոնավոր ութանկյուն բուրգի ձև ունեցող կտուրով: Կողմնային նիստերը թեքված են դեպի հիմքը 60° անկյան տակ: Բուրգի հիմքի կողմը հավասար է 1,23 մ-ի: Քանի՞ քառակուսի մետր թիթեղ է հարկավոր այդ կտուրը ծածկելու համար:

24. Կանոնավոր բուրգի հիմքի մակերեսը հավասար է 168 սմ²: Կողմնային մակերեկույթը հավասար է 200 սմ²: Վորոշել կողմնային նիստի և հիմքի միջև կազմված անկյունը:

25. (Բանավոր). Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ կողմնային նիստերը թեքված են դեպի հիմքը α անկյան տակ: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Հաշվել $S_{\text{կողմ}}$ -ը:

26. Կանոնավոր քառանկյուն բուրգի բարձրությունը հավասար է h -ի: Հիմքի յերկնիստ անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշել այդ բուրգի լրիվ մակերեկույթը:

27. Բուրգի հիմքը մի շեղանկյուն է: Այդ շեղանկյան կողմը հավասար է a -ի, իսկ սուր անկյունը՝ α -ի: Բուրգի հիմքի յերկնիստ անկյունները հավասար են φ -ի: Գտնել բուրգի $S_{\text{տեղ}}$ -ը:

28. Կանոնավոր n -անկյուն բուրգի ապրթեմը հավասար է k -ի և հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Գտնել այդ բուրգի լրիվ մակերեկույթը ($n=12$; $k=36,3$; $\alpha=35^\circ 40'$):

29. Բուրգի հիմքը հավասարասրուն սեղան է, վորի զուգահեռ կողմերը հավասար են a և b ($a > b$): Բուրգի բոլոր կողմնային նիստերը թեքված են դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Գտնել $S_{\text{տեղ}}$ -ը:

30. Բուրգի հիմքը մի հավասարասրուն սեղան է, վորի անկյունագիծը հավասար է l -ի և մեծ հիմքի հետ կազմում է α անկյունը: Բուրգի բոլոր կողմնային նիստերը թեքված են դեպի հիմքի հարթությունը φ անկյան տակ: Վորոշել $S_{\text{տեղ}}$ -ը:

31. Կանոնավոր յեռանկյուն բուրգի մեջ տված են հիմքի a կողմը և գագաթի հարթ α անկյունը: Պետք է վորոշել այդ բուրգի լրիվ մակերեկույթը:

32. Կանոնավոր n -անկյուն բուրգի մեջ հիմքի կողմը հավասար է a -ի, կողմնային կողմը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյունը: Վորոշել կողմնային մակերեկույթը:

33. Յեռանկյուն բուրգի գագաթի հարթ անկյունները հավասար են α , α և β : Յերկու հավասար անկյունների ընդհանուր կողմ ծառայող կողմնային կողմն ուղղահայաց է հիմքի հարթությանը և հավասար է a -ի: Վորոշել այդ բուրգի կողմնային մակերեկույթը:

34. Բուրգի հիմքը քառակուսի յե: Քառակուսու կողմը հավասար է a -ի: Կողմնային նիստերից յերկուսն ուղղահայաց են հիմքին, իսկ մյուս յերկուսը հիմքի հետ կազմում են α անկյուն: Վորոշել այդ բուրգի $S_{\text{կողմ}}$ -ը և $S_{\text{տեղ}}$ -ը:

35. Բուրգի հիմքն ուղղանկյուն է: Կողմնային նիստերից յերկուսն ուղղահայաց են հիմքին, իսկ մյուս յերկուսը հիմքի հետ կազմում են α և β անկյունները: Բուրգի բարձրությունը

հավասար եւ հ-ի: Վորոշել այդ բուրգի կողմնային մակերեվույթը:

36. Բուրգի հիմքը մի շեղանկյուն եւ Այդ շեղանկյան կողմը հավասար եւ a -ի, իսկ սուր անկյունը՝ α -ի: Կողմնային նիստերից յերկուսը (որինակ՝ α անկյունը կազմող նիստերը) ուղղահայաց են հիմքին, իսկ մյուս յերկուսը թեքված են դեպի հիմքը φ անկյան տակ: Վորոշել այդ բուրգի կողմնային մակերեվույթը:

Հասած բուրգ

37. Կանոնավոր n -անկյուն հատած բուրգի մեջ տված են՝ c կողմնային կողն ու հիմքի a եւ b ($a > b$) կողմերը: Վորոշել հատած բուրգի բարձրու-

թյունը:

38. Կանոնավոր քառանկյուն հատած բուրգի մեծ եւ փոքր հիմքերի կողմերը հարաբերում են այնպես, ինչպես $m:n$: Կողմնային կողերը թեքված են դեպի մեծ հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Այդ բուրգի մեջ, մեծ հիմքի կողմով եւ փոքր հիմքի այդ կողմի դիմաց գտնվող կողմով տարված ե հարթություն: Ի՞նչ անկյուն ե կազմում այդ հարթությունը բուրգի մեծ հիմքի հետ:

39. Կանոնավոր n -անկյուն հատած բուրգի մեջ տված են h բարձրությունը եւ հիմքի a ու b կողմերը ($a > b$): Վորոշել այդ հատած բուրգի լրիվ մակերեսը:

40. Կանոնավոր n -անկյուն հատած բուրգի հիմքի կողմերն են՝ a եւ b ($a > b$), կողմնային կողը հիմքերի հարթությունների հետ կազմում ե α անկյունը: Վորոշել այդ հատած բուրգի լրիվ մակերեսը:

41. Կանոնավոր n -անկյուն հատած բուրգի մեջ հիմքերի մակերեսների հարաբերությունը հավասար ե m^2 , ապոթեմը՝ k , բարձրության եւ ապոթեմի միջև կազմված անկյունը՝ α : Վորոշեցեք այդ հատած բուրգի կողմնային մակերեսը:

42. Կանոնավոր քառանկյուն հատած բուրգի մեջ տված են h բարձրությունը, եւ α ու β այն անկյունները, վոր հատած բուրգի կողմնային կողն ու անկյունագիծը կազմում են մեծ հիմքի հետ: Վորոշել այդ հատած բուրգի կողմնային մակերեսը (հ=25; $\alpha=50^\circ 15'$; $\beta=35^\circ$):

§ 20 ԳԼԱՆ, ԿՈՆ, ՀԱՏԱԾ ԿՈՆ ՅԵՎ ԴՐԱՆՅ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԸ

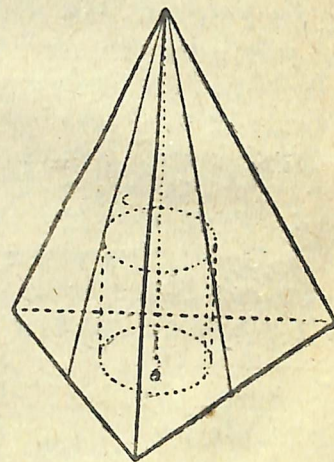
Գլան

1. Հավասարակողմ գլանի մեջ վերին հիմքի շրջանագծի մի վորեւ կետը միացած ե ներքևի հիմքի շրջանագծի վորեւ կետին: Դեպի այդ կետերը տարած շառավիղներով կազմված անկյունը հավասար ե 30° -ի (նկատի յե առնվում խաչվող ուղիղներով կազմված անկյունը): Վորոշել միացնող ուղիղի ե գլանի առանցքի միջև կազմված անկյունը:

2. Հավասարակողմ գլանի հիմքի շառավիղը հավասար ե R -ի: Այդ գլանի մեջ վերին հիմքի շրջանագծի կետերից մեկը միացրած ե ներքևի հիմքի շրջանագծի վորեւ կետին: Միացնող ուղիղը հիմքի հարթության հետ կազմում ե α անկյունը: Վորոշել այդ ուղիղի ե գլանի առանցքի ամենափոքրիկ հեռավորությունը:

3. Գլանին տարված ե շոշափող ուղիղ, վորը հիմքի հարթության հետ կազմում ե α անկյունը: Վորոշել ներքևի հիմքի կենտրոնի հեռավորությունն այդ ուղիղից, յիթե նրա հեռավորությունը շոշափման կետից հավասար ե d -ի, ե հիմքի շառավիղը հավասար ե R -ի:

4. Կանոնավոր յուրանկյուն բուրգի կողմնային կողը հավասար ե b -ի եւ հիմքի հարթության հետ կազմում ե α անկյունը: Այդ բուրգին ներգծած ե մի հավասարակողմ գլան այնպես, վոր նրա հիմքը գտնվում ե բուրգի հիմքի հարթության վրա: Վորոշել գլանի բարձրությունը (գծ. 35):



Գծ. 35

Կ օ Ն

5. Կոնի հիմքի շառավիղը հավասար է R-ի, իսկ ծնիչը թեքված է դեպի հիմքի հարթությունն α անկյան տակ: Այդ կոնի մեջ նրա զաղաթից տարված է մի հարթություն, վորը բուրգի բարձրության հետ կազմում է φ անկյունը: Վորոշել ստացված հատույթի մակերեսը:

6. Կոնի զաղաթը գտնվում է զուգահեռ հարթություններից մեկի վրա, իսկ հիմքը՝ մյուսի վրա: Կոնի առանցքի և ծնիչի միջև կազմված անկյունը հավասար է α -ի: Առանցքի միջնակետով տարված է մի ուղիղ, վորն այդ առանցքի հետ կազմում է β անկյունը և կոնի կողմնային մակերևույթը հատում է յերկու կետում: Այդ ուղիղի այն հատվածը, վորը գտնվում է զուգահեռ հարթությունների միջև, հավասար է a -ի: Վորոշել այդ ուղիղի այն հատվածը, վորը գտնվում է կոնի ներսում:

7. Կոնի ծնիչը հավասար է 1-ի և թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշել այդ կոնին ներգծած խորանարդի կողը:

8. Կոնի մեջ տված են հիմքի R շառավիղը և ծնիչի ու հիմքի հարթության միջև կազմված α անկյունը: Այդ կոնին ներգծած է մի հավասարակող ուղիղ յեռանկյուն պրիզմա այնպես, վոր նրա հիմքը գտնվում է կոնի հիմքի հարթության վրա, Վորոշել այդ պրիզմայի կողի յերկարությունը:

9. Կոնի a ծնիչը թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշել կոնի լրիվ մակերևույթը:

Կոնի
մակերևույթը

10. Կոնի կողմնային մակերևույթը յերեք անգամ մեծ է հիմքի մակերեսից: Վորոշել հիմքի և ծնիչի միջև կազմված անկյունը:

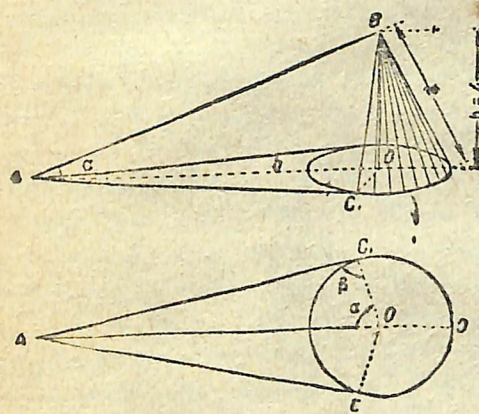
11. Տված է մի կոն, վորի առանցքային հատույթի մակերեսը 4 անգամ փոքր է լրիվ մակերևույթից: Վորոշել այդ կոնի ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը:

12. Վորոշել կոնի լրիվ մակերևույթը, յեթե ծնիչի և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը հավասար է α -ի, իսկ առանցքային հատույթի մակերեսը՝ Q-ի:

13. Կոնի իրար հետ φ անկյուն կազմող ծնիչներով տարված է հարթություն: Այդ հարթությունը թեքված է դեպի հիմք

քը α անկյան տակ: Հատույթի մակերեսը հավասար է S-ի: Վորոշել կոնի բարձրությունը ($\varphi=52^{\circ} 16'$; $\alpha=33^{\circ} 10'$; $S=617,5$ սմ²).

14. Կոնի հիմքի շառավիղը հավասար է r-ի: Ծնիչը թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Վորոշել կոնի կողմնային մակերևույթը և այն հատույթի մակերեսը, վորն անցնում է կոնի զաղաթով և բարձրության հետ կազմում է δ անկյուն ($r=2,3$ մ; $\alpha=4^{\circ} 27'$; $\delta=36^{\circ} 21'$):



Գծ. 36

15. Հողային լիբն ունի 36-լդ զծագրի վրա տրված ձևը:

$$\text{Տված է } h = \frac{h}{b} = \frac{1}{n} = 0,05;$$

$$\frac{h}{r} = \frac{1}{m} = \frac{2}{3}; h=4 \text{ մ:}$$

Հաշվել՝ 1) b-ն; 2) r-ը; 3) $\alpha = \angle BAO$; 4) $\varphi = \angle BCO$; 5) γ -ն; 6) պլանի մակերեսը; 7) լիբի մակերևույթը:

16 (17)¹. Կոնի կողմնային մակերևույթը հավասար է S-ի, իսկ ծնիչը՝ a-ի:

Գտնել առանցքային հատույթի զաղաթի անկյունը ($S=81,312$ մ²; $a=10$ մ):

17 (18). Կոնի բարձրությունը հավասար է H-ի, իսկ ծնիչը թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը α անկյան տակ: Այդ կոնի լրիվ մակերևույթը կիսված է նրա բարձրության ուղղահայաց հարթության միջոցով: Վորոշել՝ 1) հատող հարթության հեռավորությունը կոնի զաղաթից, 2) կողմնային մակերևույթի մասերի հարաբերությունը ($\alpha=60^{\circ}$):

18 (19). Կոնի առանցքային հատույթի զաղաթի անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշել կոնի կողմնային մակերևույթի փու-

1) Փակագծի մեջ գրված են այն համարները, վոր ունեն այդ խնդրանքները սույն գրքի նախորդ հրատարակության մեջ (1934 թ.):

վածքի կենտրոնական անկյունը: (Որինականեր. 1) հավասարակողմ կոն; 2) $\alpha = 70^\circ 24'$):

Հասած կոն

19 (20). Հատած կոնի հիմքերից մեկի շառավիղը հավասար է R -ի, իսկ մյուս հիմքինը՝ r -ի: Այդ հատած կոնի

ծնիչը թեքված է դեպի R շառավիղ ունեցող հիմքը α անկյան տակ: Վորոշել հատած կոնի կողմնային մակերևույթը:

20 (21). Հատած կոնի բարձրությունը հիմքերի շառավիղների միջին համեմատականն է: Հիմքերի շառավիղները գումարը հավասար է m -ի: Հատած կոնի ծնիչի կազմած անկյունը հիմքի հարթության հետ հավասար է α -ի: Վորոշել այդ հատած կոնի կողմնային մակերևույթը:

21 (22). Հատած կոնի իրար հետ β անկյուն կազմող յերկու ծնիչներով տարված է հարթություն, վորը կոնի հիմքերը հատում է m և n համապատասխան լարերով ($m > n$):

Յուրաքանչյուր լարը ձգում է α անկյուն: Գտնել հատած կոնի կողմնային մակերևույթը:

22 (23). Հատած կոնի հիմքերի շառավիղներն են R և r : Այդ կոնի մեջ տարված է մի հարթություն, վորը հիմքի հարթության հետ կազմում է β անկյուն: Այդ հարթությունը յուրաքանչյուր հիմքի շրջանագծից հատում է δ անկյուն: Վորոշել հատույթի մակերեսը:

23 (24). Հատած կոնի բարձրությունը հավասար է h -ի: Ծնիչը ներքևի հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն և ուղղահայաց է այդ ծնիչի վերին ծայրից անցնող առանցքային հատույթի անկյունագծին: Վորոշել հատած կոնի կողմնային մակերևույթը:

24 (25). Հատած կոնի ներքևի և վերևի հիմքերի մակերեսներն ու կողմնային մակերևույթը հարաբերում են այնպես, ինչպես $m : n : p$: Վորոշել ծնիչի կազմած անկյունը ներքևի հիմքի հետ:

25 (26). Հատած կոնի մեջ առանցքային հատույթի անկյունագծերը փոխուղղահայաց են, իսկ ծնիչը ներքևի հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն և հավասար է l -ի: Վորոշել այդ հատած կոնի կողմնային մակերևույթը և լրիվ մակերևույթը ($l = 12$; $\alpha = 70^\circ 20'$):

26 (27). Հատած կոնի ծնիչը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն, Հիմքերի մակերեսներն են Q և q : Վորոշել $S_{\text{կողմ}}^{\text{ը}}$:

§ 21. ԾԱՎԱԼՆԵՐԻ ՀԱՇՎՈՒՄԸ

Ձուգահեռանիստ

1. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի մեջ 1 անկյունագիծը թեքված է դեպի հիմքի հարթությունը φ անկյան տակ: Հիմքի անկյունագծերի միջև կազմված սուր անկյունը հավասար է β -ի: Վորոշել այդ զուգահեռանիստի ծավալը:

2. Ուղղանկյուն զուգահեռանիստի մեջ հիմքի անկյունագիծը հավասար է $d = 7,5$ դմ, հիմքի անկյունագծերով կազմված անկյունը $\alpha = 35^\circ 27'$, իսկ հիմքի մեծ կողմով անցկացրած անկյունագծային հարթության և հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը՝ $\beta = 57^\circ 33'$: Վորոշել զուգահեռանիստի ծավալը:

3. Ուղիղ զուգահեռանիստի հիմքի սուր անկյունը հավասար է α -ի, իսկ կողմերը՝ a և b -ի: Ձուգահեռանիստի փոքր անկյունագիծը հավասար է հիմքի մեծ անկյունագծին: Վորոշել այդ զուգահեռանիստի ծավալը:

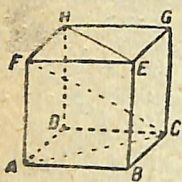
4. Ուղիղ զուգահեռանիստի հիմքի անկյունագիծը՝ $AC = d$, CB կողմը $= \frac{1}{4}AC$ և $\angle ABC = \alpha$ (գծ. 37): Ձուգահեռանիստի FC անկյունագիծը հիմքի հարթության հետ կազմում է φ անկյունը: Գտնել զուգահեռանիստի ծավալը և հիմքերի AC , EH անկյունագծերի միջև կազմված անկյունը ($d = 14,28$ դմ; $\alpha = 106^\circ 6'$; $\varphi = 57^\circ 47'$):

5. Ձուգահեռանիստի մեջ մի զազաթից յեկնող կողերն են՝ a , b և c : Այդ կողերից a -ն և b -ն փոխուղղահայաց են, իսկ c կողը զրանցից յուրաքանչյուրի հետ կազմում է α անկյուն: Վորոշել զուգահեռանիստի ծավալը և c կողի և ուղղանկյան հարթության միջև կազմված անկյունը ($\alpha = 120^\circ$):

6. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի անկյունագիծը կողմնային նիստի հետ կազմում է α անկյուն: Հիմքի կողմը հավասար է a -ի: Վորոշել այդ պրիզմայի ծավալը:

Պրիզմա

7. Կանոնավոր քառանկյուն պրիզմայի ներքևի հիմքի անկյունագծով ու վերևի հիմքի գագաթով տարված և հարթաթյուն, վորը պրիզմայի յերկու հարևան կողմային նիստերը հատում և իրար հետ $\alpha = 58^\circ 48'$ անկյուն կազմող ուղիղներով: Պրիզմայի հիմքի կողմը հավասար և $a = 6,4$ մ: Վորոշել այդ պրիզմայի ծավալը:



Գծ. 37

8. Կանոնավոր յեռանկյուն պրիզմայի մեջ վերին հիմքի յերկու գագաթները միացված են ներքևի հիմքի զրանց հանդիպակաց կողմերի միջնակետերին: Ստացված ուղիղներով կազմված այն անկյունը, վոր իր բացվածքով դարձած և դեպի հիմքի հարթությունը, հավասար և α -ի: Հիմքի կողմը հավասար և a -ի: Վորոշել այդ պրիզմայի ծավալը:

9. 38-րդ գծագրի վրա տված և յերկաթուղային լիբի կալըրվածքը: α անկյունը վորոշում և $\text{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ հավասարությունից: Քանի խորանարդ մետր հող և հարկավոր մեկ գծամետր յերկաթուղային լիբի համար: Գծագրի վրա չափսերը տված են մետրերով:

10. Ուղիղ պրիզմայի հիմքը ABC յեռանկյունն և, վորի մեջ $AC = b = 38,03$ դմ; $BC = a = 34,84$ դմ; $\angle ACB = \gamma = 58^\circ 22'$: Պրիզմայի կողմային կողը հավասար և ABC յեռանկյան հ բարձրության: Վորոշել պրիզմայի ծավալը:

11. Ուղիղ պրիզմայի հ բարձրությունը հավասար և 20 դմ-ի: Այդ պրիզմայի հիմքը $\alpha = 45^\circ 42'$ սուր անկյունն ունեցող ուղղանկյուն սեղան և, վորն արտագծած և $r = 6,15$ դմ շառավիղն ունեցող շրջանին: Վորոշել պրիզմայի ծավալը:

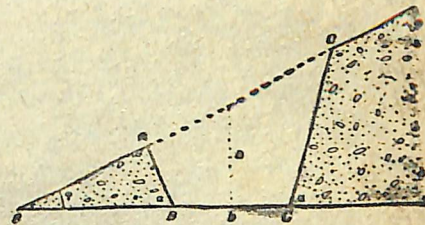
12. Պահանջվում և կատարել փորվածք հորիզոնի նկատմամբ $\varphi = 18^\circ 30'$ թեքություն ունեցող հողամասում (գծ. 39): Փորվածքի կողքի շեղի անկյունը $\alpha = 68^\circ 10'$, փորվածքի լայնությունը ներքևում հավասար և $b = 14,2$ մ, խորությունը մեջտեղում հավասար և $h = 9,2$ մ:



Գծ. 38

Քանի խորանարդ մետր հող դուրս կգա փորվածքի յուրաքանչյուր գծամետրից:

13. Պրիզմայի հիմքը ABC յեռանկյունն և, վորի մեջ $BC = a$; $AB = AC$; AA_1 կողը հավասար և b -ի և ուղղահայաց և BC-ին: AA_1 կողին առնթեր յերկնիստ անկյունը հավասար և α -ի: Վորոշել այդ պրիզմայի ծավալը:



Գծ. 39

14. Վորոշել կանոնավոր ունկյուն բուրգի ծավալը, յեթե այդ բուրգի կողմային կողը հավասար և b -ի և թեքված և դեպի հիմքը β անկյան տակ ($n = 8$; $b = 3,5$ մ; $\beta = 78^\circ 39'$):

15. Վորոշել կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ծավալը, յեթե այդ բուրգի կողմային կողը հավասար և b -ի, իսկ գագաթի հարթ անկյունը՝ α -ի:

16. Վորոշել բուրգի ծավալը, յեթե նրա բարձրությունը հավասար և h -ի, կողմային կողերը թեքված են դեպի հիմքը φ անկյան տակ և հիմքը α և β անկյուններն ունեցող յեռանկյուն և:

17. Յեռանկյուն բուրգի մեջ յերկու կողմային նիստերը հավասարաբուն ուղղանկյուն յեռանկյուններ են, վորոնց ներքնաձիգները հավասար են b -ի և իրար հետ կազմում են α անկյուն: Վորոշել այդ բուրգի ծավալը:

18. Բուրգի հիմքը մի սեղան և, վորի յուրաքանչյուր կողմային կողմը և հիմքերից փոքրը հավասար են a -ի, իսկ սուր անկյունները՝ α -ի: Բուրգի կողմային կողերը հիմքի հարթության հետ կազմում են φ անկյուն: Վորոշել այդ բուրգի ծավալը:

19. Բուրգի հիմքը հավասարաբուն սեղան և, վորի մեջ հիմքերը հավասար են a -ի և b -ի ($a > b$), իսկ անկյունագծերի անհավասար հատվածների միջև կազմված անկյունը հավասար և α -ի: Բուրգի բարձրությունն անցնում և հիմքի անկյունա-

գծերի հատման կետով: Հիմքի զուգահեռ կողմերին առնթեր յերկնիստ անկյունները հարաբերում են այնպես, ինչպես 1:2: Վերոշել այդ բուրգի ծավալը:

20. SABCD բուրգի հիմքն ABCD զուգահեռագիծն է: SB և SD կողերն ուղղահայաց են հիմքի BC և AD կողմերին և կադմում են հիմքի հարթության հետ փ անկյուն: Վերոշել բուրգի ծավալը, յեթե զուգահեռագծի սուր անկյունը հավասար է α -ի, իսկ մակերեսը՝ P-ի:

21. SABC բուրգի ABC նիստի մեջ A անկյունը հավասար է $\alpha=72^{\circ}36'$ և B անկյունը հավասար է $\beta=47^{\circ}23'$: Բուրգի ծավալը հավասար է $V=317$ խորանարդ սանտիմետրի, SC կողով և ABC յեռանկյան C անկյան կիսորդով տարված է հարթություն: Այդ հարթությունն ինչպիսի մասերի յե բաժանում աված ծավալը:

22. Կանոնավոր տետրաեդրի կողով տարված է այնպիսի հարթություն, վորն այդ տետրաեդրի ծավալը բաժանում է 3:5 հարաբերությամբ: Ինչպիսի մասերի յե բաժանվում յերկնիստ անկյունը:

Հասած բուրգ

23. Հորն ունի հատած կանոնավոր քառանկյուն բուրգի ձև: Հիմքերի կողմերը հավասար են $a=14$ մ և $b=$

10 մ: Կողմնային նիստերը հիմքի հետ կադմում են $\alpha=38^{\circ}$ անկյուն: Ինչքան ջուր կտանի այդ հորը:

24. Հատած կանոնավոր քառանկյուն բուրգի մեջ աված են մեծ և փոքր հիմքերի կողմերը՝ a և b և կողմնային նիստի α սուր անկյունը: Վերոշել այդ հատած բուրգի ծավալը ($a=25,7$; $b=15,2$; $\alpha=65^{\circ}12'$):

25 (26). Հատած կանոնավոր ունկյուն բուրգի հիմքերի կողմերը հավասար են a և b: Կողմնային կողը հիմքի հարթության հետ կադմում է α անկյուն: Գտնել ծավալը:

26 (29). Գլանի կողմնային մակերևույթը փռվածքի մեջ ներկայացվում է մի ուղղանկյունով, վորի մեջ ան-

կյունագիծը հավասար է d-ի և հիմքի հետ կադմում է α անկյուն: Վերոշել գլանի ծավալը:

27 (30). Գլանի հիմքի շրջանի մեջ տարված է a յերկա-

րությամբ մի լար: Այդ լարի համապատասխան կենտրոնական անկյունը հավասար է α -ի: Գլանի բարձրությունը է h: Գտնել այդ ծավալը ($a=4,8$ դմ; $\alpha=26^{\circ}32'$; $h=23$ դմ):

28 (31). Հավասարակողմ գլանի (այսինքն մի գլանի, վորի հիմքի տրամագիծը հավասար է ծնիչին) հիմքին ներգծած է կանոնավոր ունկյուն, վորի կողմը հավասար է α -ի: Վերոշել այդ գլանի ծավալը:

29 (32). Հորիզոնական վիճակում հաստատված գլանային բաքը լցված է հեղուկով (գծ. 40): AB աղեղը պարունակում է $\alpha=135^{\circ}$: Բաքի տրամագիծը (ներքին) հավասար է $D=1,7$ մ: Բաքի յերկարությունը (ներքին) հավասար է $l=3,5$ մ: Վերոշել հեղուկի քանակը:

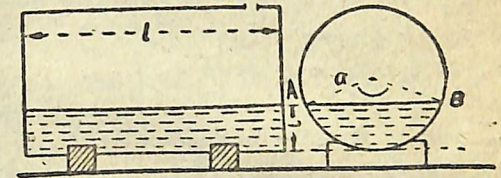
30 (33). Վերոշել H բարձրությունն ունեցող գլանաձև խողովակի ծավալը, գիտենալով, վոր յեթե այդ խողովակի արտաքին մակերևույթի ծնիչով անցկացնենք

ներքին մակերևույթը շոշափող յերկու հարթություն, ապա այդ հարթությունների միջև կադմված անկյունը հավասար կլինի հարթությունների և խողովակի հիմքի ներքին α -ի, իսկ այդ հարթությունների միացնող լարը հավասար է b-ի: շրջանագծի շոշափման կետերը միջև տարված է այդ հիմքին ներ-

31 (34). Գլանի հիմքի մեջ տարված է այդ հիմքին ներգծած կանոնավոր ունկյան կողմին հավասար մի լար: Յեթե այդ լարի ծայրերը միացնենք մյուս հիմքի կենտրոնին, ապա ստացված յեռանկյան մակերեսը հավասար կլինի Q-ի, իսկ գաթի անկյունը α -ի: Վերոշել ավյալ գլանի ծավալը V:

32 (35). Մանր ավաղի համար շիւղի անկյունը հավասար է $\varphi=31^{\circ}$: Ավաղի կույտը կոնի ձև ունի: Այդ կոնի հիմքի շրջանագծի յերկարությունը հավասար է $c=11$ մ: Ավաղի տեսակարար կշիւր՝ $d=1,6$: Վերոշել ավաղի այդ կույտի քաշը:

33 (36). Կոնի ծնիչի և առանցքի միջև կադմված անկյուն



Գծ. 40

Ն ո ճ

նը հավասար է $\alpha = 18^\circ 45' 50''$, ծնիչի յերկարությունը՝ $l = 36,17$ դմ: Վորոշել այդ կոնի ծավալը:

34 (37). Կոնի ծնիչը հիմքի հարթություն հետ կազմում է α անկյուն, իսկ բարձրությունը հավասար է h -ի: Վորոշել այդ կոնի ծավալը:

35 (38). Կոնի ծնիչը հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն: Հիմքի շառավիղը հավասար է R -ի: Վորոշել կոնի S լրել մակերևույթն ու V ծավալը:

36 (39). Կոնի առանցքային հատույթը մի յեռանկյուն է, վորի գագաթի անկյունը հավասար է α -ի: Այդ յեռանկյան արտաքին շրջանի շառավիղը հավասար է R -ի: Վորոշել այդ կոնի ծավալը:

37 (40). Կոնի հիմքի մեջ a լարը ձգում է α անկյուն, կոնի ծնիչի և բարձրության միջև կազմված անկյունը հավասար է β -ի: Վորոշել այդ կոնի ծավալը:

38 (41). Կոնի ծնիչի և բարձրության յերկարությունների տարբերությունը հավասար է $d = 2,5$ մ, իսկ ղրանցով կազմված անկյունը՝ $\alpha = 42^\circ 38'$: Վորոշել այդ կոնի ծավալը:

39 (42). $R = 5,38$ դմ շառավիղ ունեցող շրջանը ծառայում է վորպես ընդհանուր հիմք յերկու կոների, վորոնք կառուցված են ընդհանուր հիմքի մի կողմում: Կոներից մեկի ծնիչը հիմքի հարթության հետ կազմում է $\alpha = 74^\circ 28'$ անկյուն, իսկ մյուս կոնի ծնիչը նույնպես հարթության հետ կազմում է $\beta = 60^\circ 12'$ անկյունը: Վորոշել այդ կոների կողմնային մակերևույթների մասնապատկերված ծավալը:

Հաճախ կոն

վիղը հավասար է γ -ի: Գտնել այդ հատած կոնի ծավալը:

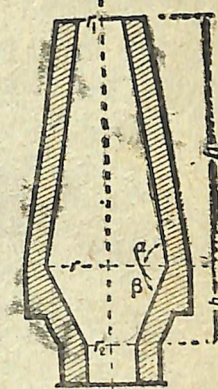
41 (44). Հատած կոնի հիմքերի մակերեսների հարաբերությունը հավասար է 4-ի, ծնիչը հավասար է 1-ի և հիմքի հարթության հետ կազմում է φ անկյուն: Վորոշել այդ հատած կոնի ծավալը:

42 (45). 41-րդ գծադրի վրա պատկերված է դոմնային վառարանի յերկայնական կտրվածքը: Դոմնային վառարանի ներքին մասը կազմված է յերկու հատած կոնից: Վերևի և ներքևի

անցքերի շառավիղները հավասար են r_1 -ի և r_2 -ի: Ծնիչներն ընդհանուր հիմքի հետ կազմում են α և β անկյունները: Ամբողջ ծավալը հավասար է V -ի: Վորոշել կոների ընդհանուր հիմքի r շառավիղը և այդ կոների h և h_1 բարձրությունները ($2r_1 = 4,2$ մ; $2r_2 = 4,9$ մ; $\alpha = 86^\circ$; $\beta = 76^\circ$; $V = 572,6$ մ³):

43 (46). Հատած կոնի մեջ տեղավորվում է մի լրել կոն, վորի հիմքը հատած կոնի վորք հիմքն է, բարձրությունը՝ հատած կոնի բարձրությունն է, և ծնիչները համապատասխանաբար զուգահեռ են հատած կոնի ծնիչներին: Վորոշել հատած կոնի ծավալը, յեթե հայտնի յե, վոր այդ հատած կոնի ծնիչների շարունակությունների միջև կազմված ամենամեծ անկյունը հավասար է $\alpha = 65^\circ 49'$ և ծնիչներից յուրաքանչյուրը հավասար է $a = 24,9$ դմ:

44 (47). Հատած կոնի մեջ առանցքային հատույթի անկյունաքծերը փոխադարձ ուղղահայաց են, իսկ ծնիչը մեծ հիմքի հարթության հետ կազմում է α անկյուն և հավասար է 1-ի: Վորոշել այդ հատած կոնի ծավալը ($l = 12$; $\alpha = 70^\circ 20'$):



Գծ. 41

§ 22. Գունդի յեկ նրա մասերը

Գ ո ն դ

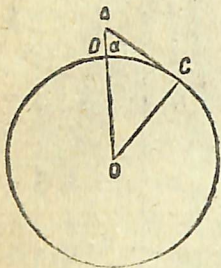
1. Յերկրագնդի շառավիղը հավասար է 6370 կմ-ի, Մոսկվան գտնվում է հյուսիսային լայնության 56° -ի վրա: Գտնել այդ լայնության շրջանի շառավիղը:

2. Յերկրագնդի շառավիղը հավասար է 6370 կմ-ի: Վորոշել արևադարձի ($23^\circ 27'$ լայնություն) և բևեռային շրջանի ($66^\circ 33'$ լայնություն) յերկարությունը:

3. Սարի գագաթին A կետում գտնվող դիտող չափեց տեսողության դեպի հորիզոն ուղղված AC ճառագայթի և AD ուղղաձիգ գծի միջև կազմված $DAC = \alpha$ անկյունը (գծ. 42). Գտնել

նախով յերկրագնդի շառավիղը r , վորոշել սարի բարձրությունը $AD=x$:

4. $V=53,37$ դմ³ ծավալ ունեցող գնդին ներգծած ե մի կոն: Կոնի հիմքի տրամագծերից մեկի ծայրերից անցնող ծնիչներով կազմած անկյունը հավասար ե $\alpha=42^\circ 18'$: Վորոշել այդ կոնի ծավալը:



Գծ 42

5. Կոնի ծնիչն առանցքի հետ կազմում ե $\angle \alpha=35^\circ 18'$ անկյուն: Վորոշել կոնի ծավալի հարաբերությունն այդ կոնի արտադած գնդի ծավալին:

6. Կանոնավոր n անկյուն բուրգի հիմքի կողմը հավասար ե a -ի, հիմքի յերկնիստ անկյունը հավասար ե φ -ի: Վորոշել այդ բուրգին ներգծած գնդի շառավիղը:

7. Վորոշել կանոնավոր n -անկյուն բուրգին արտադած գնդի շառավիղը, յեթե այդ բուրգի հիմքի կողմը հավասար ե a -ի, իսկ կողմնային կողը հիմքի հարթության հետ կազմում ե α անկյուն ($n=8$; $a=3,5$ մ; $\alpha=58^\circ 37'$):

8. Բուրգի հիմքը մի շեղանկյուն ե, վորի կողմն a յե, իսկ սուր անկյունը՝ α : Հիմքին առնթեր յերկնիստ անկյունները հավասար են φ : Վորոշել այդ բուրգին ներգծած գնդի շառավիղը:

9. Կոնի մեջ տված են հիմքի շրջանագծի C յերկարությունը ե ծնիչի ու հիմքի հարթության միջև կազմված α անկյունը: Վորոշել կոնի կողմնային մակերևույթի ե այդ կոնին ներգծած գնդի մակերևույթի փոխշոշափման գծի յերկարությունը:

10*. Գնդի մակերևույթի վորևե կետից տարված են յերեք հավասար լարեր, վորոնք իրար հետ կազմում են α անկյուն: Վորոշել այդ լարերի յերկարությունը, յեթե գնդի շառավիղը հավասար ե R -ի:

11. Վորոշել կոնի ծնիչի ե հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը, յեթե հիմքի մակերեսը, ներգծած գնդի մակերևույթը ե կոնի կողմնային մակերևույթը թվաբանական պրոգրեսիա յեն կազմում:

12. Կոնի ծավալն m անգամ մեծ ե այդ կոնին ներգծած գնդի ծավալից: Վորոշել այդ կոնի ծնիչի ե հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը: (Գտնել m -ի ամենափոքր արժեքը, հաշվեցեք անկյունը, յեթե $m=2\frac{1}{4}$):

13. Կոնի ծավալը յերկու հավասար մասերի բաժանող լայնական հատույթն անցնում ե արտադած գնդի կենտրոնով: Վորոշել ծնիչի ե հիմքի հարթության միջև կազմված անկյունը:

14. Վորոշել կոնի առանցքային հատույթի գագաթի անկյունը, յեթե այդ կոնն արտադած ե չորս հավասար գնդերի, վորոնք դասավորված են այնպես, վոր դրանցից յուրաքանչյուրը շոշափում ե մնացած յերեքին:

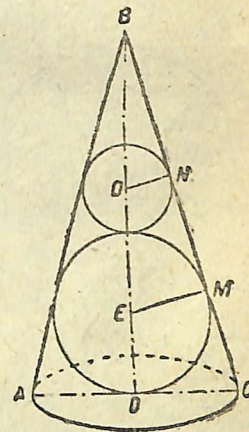
15. Գնդին արտադած հատած կոնի կողմնային մակերևույթը հարաբերում ե գնդի մակերևույթին այնպես, ինչպես $m:n$: Վորոշել ծնիչի ե մեծ հիմքի միջև կազմված անկյունը ($m:n=2:1$):

16. Հատած կոնի հիմքերի շառավիղները հավասար են R -ի ե r -ի, իսկ ծնիչը թեքված ե դեպի ներքևի հիմքի հարթությունն α անկյան տակ: Վորոշել այդ հատած կոնին արտադած գնդի շառավիղը:

17. Հատած կոնի հիմքերի շառավիղներն են r_1 ե r_2 ($r_1 > r_2$): Այդ հատած կոնին ներգծված ե գունդ: Վորոշել՝ 1) գնդի մակերևույթը ե 2) կոնի ծնիչի թեքության անկյունը հիմքի հարթության նկատմամբ:

18. Կոնի մեջ տեղավորված են յերկու գնդեր այնպես, վոր դրանք շոշափում են թե մեկը մյուսին ե թե կոնի մակերևույթին (գծ. 43): Գնդերի EM ե ON շառավիղների հարաբերությունը հավասար ե $m:n$ -ի: Վորոշել կոնի առանցքով տարած հատույթի գագաթի ABC անկյունը ($m:n=3:1$):

19. Կոնի հիմքի շառավիղը հավասար ե R -ի, իսկ ծնիչը



Գծ. 43

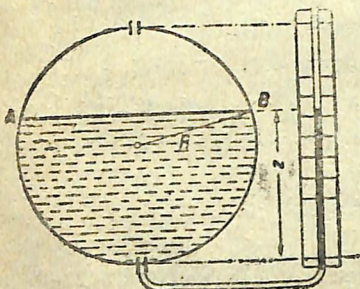
թեքված և դեպի հիմքի հարթութունն α անկյան տակ: Այդ կոնին ներգծած են մի շարք գնդեր այնպես, վոր առաջին գունդը շոշափում և բուրգի հիմքն ու կողմնային մակերևույթը, իսկ հաջորդ յուրաքանչյուր գունդը շոշափում և բուրգի կողմնային մակերևույթն ու նախորդ գունդը:

Գտնել այն սահմանը, վորին ձգտում և այդ գնդերի ծավալների գումարը, յեթե գնդերի թիվն անվերջ մեծացնենք:

20. Բաքն ունի գնդի ձև: Այդ բաքը մինչև վորոշ բարձրությունը լցված և մի հեղուկով, վորի տեսակարար

կշիռը հավասար և d -ի, AB աղեղը (գծ. 44) պարունակում և φ : Բաքի շառավիղը (ներքին) հավասար և R -ի: Վորոշել հեղուկի կշիռը:

21. Գազամբարը կազմված և մի գլանից, վորը վերևից ծածկված և գնդային սեղմենտով: Գլանի ներքին չափսերն են՝ արամագիծը— $2A$ մ, բարձրությունը— 6 մ: Գլանը ծածկող գնդային սեղմենտի առանցքային հատույթում ստացված աղեղը պարունակում և $73^\circ 44'$: Գլանի գազամբարի տարողությունը:



Գծ. 44.

ստացվող աղեղների յերկարությունը:

23. Վորոշել գնդային սեղմենտի կոր մակերևույթը, յեթե այդ սեղմենտի առանցքային հատույթի մեջ աղեղը հավասար և a -ի, իսկ լարի յերկարությունը՝ a -ի:

24. Գնդային սեղմենտի առանցքային հատույթի մեջ աղեղը հավասար և $a=65^\circ 28' 36''$: Այն գնդի շառավիղը, վորից անջատված և տված սեղմենտը, հավասար և $R=24$ դմ: Վորոշել այդ սեղմենտի կոր մակերևույթը:

25. Գնդային սեղմենտի առանցքային հատույթի սեղմենտի

աղեղը հավասար և a -ի, իսկ այդ աղեղին ձգող լարը՝ b -ի: Վորոշել սեղմենտի ծավալը ($b=25,135$; $a=63^\circ 17' 36''$):

26. Գնդի ծավալը հավասար և V -ի: Վորոշել այդ գնդի այն սեղմենտի ծավալը, վորի առանցքային հատույթի կենտրոնական անկյունը հավասար և α -ի:

27. Գնդային սեղմենտի գագաթի անկյունը հավասար և α -ի: Իսկ շառավիղը՝ R -ի: Վորոշել այդ սեղմենտի լրիվ մակերևույթը:

28 (10). Կոնական մակերևույթին ներգծած և գունդ, շոշափման գծով այդ գնդի մակերևույթը բաժանվում և $m:n$ հարաբերությամբ: Վորոշել կոնական մակերևույթի ծնիչի թեքությունն առանցքի նկատմամբ ($m:n=1:3$):

29 (30). Շրջանային սեղմենտի աղեղը հավասար և a -ի (180° -ից փոքր): Այդ սեղմենտը պատվում և նրանից դուրս գտնվող տրամագծի շուրջը: Ստացված մարմնի ծավալը հաշվարկելով տրամագծի շուրջը գնդի ծավալին այնպես, ինչպես նույն շառավիղն ունեցող գնդի ծավալին այնպես, ինչպես $m:n$: Վորոշել այն անկյուններից փոքրը, վոր արամագիծը կազմում և սեղմենտի կողմնային շառավիղների հետ ($\alpha=90^\circ$; $m:n=\sqrt{3}:\sqrt{8}$):

30 (31). Գնդային սեղմենտի շառավիղը հավասար և R -ի, շառավիղներով կազմված ամենամեծ անկյունը հավասար և α -ի: Վորոշել այդ սեղմենտին ներգծած գնդի ծավալն ու մակերևույթը:

§ 23. ՊՏՏՄԱՆ ՄԱՐՄԻՆՆԵՐ

Պսսման մարմիններ, վորոնք վերածվում են գլանի յեվ կոնի

1 (7). Յեռանկյան մեջ տված են a կողմն և B ու C անկյունները: Վորոշել այն մարմնի մակերևույթն ու ծավալը, վորը կտառցվի այդ յեռանկյունը տված կողմի շուրջը պտտելուց:

2. Հավասարաթուն յեռանկյան մակերեսը հավասար և $Q=50$ դմ², իսկ գագաթի անկյունը՝ $\beta=100^\circ 24'$: Հաշվել այն մարմնի լրիվ մակերևույթը, վոր առաջանում և յեռանկյան պտտումից, հիմքի ծայրերից մեկով անցկացրած հիմքին ուղղահայաց ուղիղի շուրջը:

3. Վորոշել այն մարմնի ծավալը, վորն առաջանում և ABC

յեռանկյան պատումից մի առանցքի շուրջ, վորն անցնում է A գագաթով և զուգահեռ է BC կողմին, գիտենալով, վոր $BC = a = 23,54$ դմ, AB կողմի պրոյեկցիան պատման առանցքի վրա հավասար է $b = 7,33$ դմ, իսկ AB-ի և առանցքի միջև կազմված անկյունը հավասար է $\alpha = 18^\circ 36'$:

4. Կանոնավոր յեռանկյունը, վորի կողմը հավասար է a -ի, պտտվում է մի առանցքի շուրջ, վորը գտնվում է այդ յեռանկյունուց դուրս և անցնում է նրա կողմերից մեկի ծայրով, կազմելով վերջինի հետ α սուր անկյունը: Վորոշել պտտումից առաջացած մարմնի մակերևույթը:

5. Հավասարաթուն յեռանկյունը, վորի սրունքը հավասար է b -ի, իսկ գագաթի անկյունը α -ի, պտտվում է սրունքներից մեկի շուրջը: Վորոշել պտտումից առաջացած մարմնի ծավալն ու մակերևույթը ($\alpha = 120^\circ$):

6. Շեղանկյունը, վորի կողմը a -յե, իսկ սուրանկյունը՝ α , պտտվում է մի առանցքի շուրջ, վորն անցնում է սուր անկյան գագաթով և ուղղահայաց է նրա կողմին: Վորոշել պտտումից առաջացած մարմնի ծավալն ու մակերևույթը:

7*. Հարթ բեկյալ գիծը բաղկացած է n հավասար հատվածներից, վորոնց յերկարությունը հավասար է a -ի և միացած են զիգզագի ձևով α անկյան տակ: Վորոշել այն մակերևույթը, վոր կառաջանա, յեթե այդ գիծը պտտենք նրա մի ծայրից անցնող և α անկյան կիսորդին զուգահեռ առանցքի շուրջը:

8. Յեռանկյան մեջ տված են b և c կողմերն ու դրանցով կազմված α անկյունը: Այդ յեռանկյունը պտտվում է մի առանցքի շուրջ, վորը գտնվում է յեռանկյունուց դուրս և անցնում է α անկյան գագաթից: Այդ առանցքը հավասարապես է թեքված գետնի b և c կողմերը: Վորոշել պտտումից առաջացած մարմնի ծավալը:

9. Յեռանկյան մեջ տված են a հիմքն ու նրան առնթեր α և $90^\circ + \alpha$ անկյունները: Վորոշել այդ յեռանկյունն իր բարձրության շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը:

10. R յերկարության շառավիղ ունեցող կիսաշրջանագծի մեջ AB տրամագծի B ծայրից վերցված է BC աղիղը, վորը հավասար է α -ի (փոքր 90° -ից), և C կետից տարված է շրջափող մինչև AB տրամագծի շարունակության հետ հասկելը D կե-

տում: Բացի այդ՝ C կետը միացրած է A կետի հետ: Վորոշել ACD յեռանկյունն AD կողմի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը:

11. Տված են ABC յեռանկյան անկյունները: Վորոշել, թե ինչպես են հարթերում այն մարմինների V_a , V_b և V_c ծավալները, վորոնք ստացվում են այդ յեռանկյունը հաջորդաբար a , b և c կողմերի շուրջը պտտելուց:

12 (18). Յերկու յեռանկյուններ գտնվում են միևնույն հարթության մեջ և ունեն $b = 25,34$ սմ ընդհանուր հիմքը: Այդ յեռանկյուններից մեկը հավասարակողմ է, իսկ մյուսը՝ հավասարաթուն: Վերջինի գագաթի անկյունը հավասար է $\alpha = 54^\circ 16'$: Վորոշել այն մարմնի ծավալն ու մակերևույթը, վորը կառաջանա յեռանկյունների տված ռեստմի պտտումից մի առանցքի շուրջ, վորն անցնում է այդ յեռանկյունների ընդհանուր գագաթներից մեկով և զուգահեռ է հավասարաթուն յեռանկյան բարձրությանը:

13. Ուղղանկյուն յեռանկյան մակերեսը հավասար է S-ի: Սուր անկյուններից մեկը հավասար է α -ի: Այդ սուր անկյան գագաթով տարված է մի ուղիղ, վորն ուղղահայաց է ներքնածիզին և գտնվում է յեռանկյան հարթության մեջ, Վորոշել յեռանկյունն այդ ուղիղի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը՝ V:

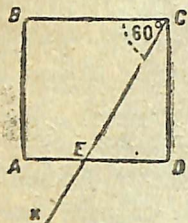
14. Վորոշել այն մարմնի ծավալն ու մակերևույթը, վորն առաջանում է ուղղանկյան պտտումից նրա մի գագաթից d անկյունագծին տարած ուղղահայաց ուղիղի շուրջը, յեթե անկյունագծից կողմի հետ կազմված է α անկյուն ($d = 34,06$ մ; $\alpha = 56^\circ 14'$):

15. ABCD քառակուսու C գագաթից (զծ. 45) տարված է Cx ուղիղը, վորը BC կողմի հետ կազմում է $BCx = 60^\circ$ անկյունը և հատում է AD կողմն E կետում: Վորոշել EABC քառանկյունը Cx առանցքի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը, յեթե հայտնի յե, վոր քառակուսու կողմը հավասար է $2p =$

16. Ուղղանկյուն յեռանկյան պտտելով հավասար է $2p = 27,42$ դմ, անկյուններից մեկը՝ $\alpha = 41^\circ 16'$: Վորոշել այդ յեռանկյունն իր ներքնածիզի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի ծավալը:

17. r յերկարության շառավիղ ունեցող շրջանին արտա-

դժած ուղղանկյուն սեղանի սուր անկյունը հավասար է α -ի: Վորոշել այդ սեղանն իր վոչ զուգահեռ կողմերից փոքրի շուրջը պտտելուց առաջացած մարմնի կողմնային մակերևույթը:



Գծ. 45

18 (19). Զուգահեռագծի բուլթ անկյան գագաթից տարած անկյունագիծը նույն զուգահեռագծի փոքր կողմի հետ կազմում է β անկյունը: Այդ զուգահեռագծի մեծ կողմերի հեռավորությունը հավասար է h -ի: Վորոշել այն մարմնի ծավալը, վորը կառաջանա զուգահեռագծի պտտումից մի առանցքի շուրջ, վորն անցնում է այդ

զուգահեռագծի α սուր անկյան գագաթից և զուգահեռ է հիշված անկյունագծին:

19 (20). Զույգ թվով (n) կողմ ունեցող կանոնավոր բազմանկյունը պտտվում է այդ բազմանկյան յերկու հակադիր գագաթները միացնող ուղիղի շուրջը: Պտտման մարմնի մակերևույթըն ու ծավալն արտահայտել. 1) ներքեծած շրջանի r շառավիղով, 2) արտագծած շրջանի R շառավիղով և 3) բազմանկյան a կողմով:

20 (21). Զույգ թվով (n) կողմ ունեցող կանոնավոր բազմանկյունը պտտվում է յերկու հանդիպակաց կողմերի միջնակետերը միացնող գծի շուրջը: Պտտման մարմնի ծավալն ու մակերևույթն արտահայտել 1) ներքեծած շրջանի r շառավիղով, 2) արտագծած շրջանի R շառավիղով և 3) բազմանկյան a կողմով:

21 (22). Կենտ թվով (n) կողմ ունեցող կանոնավոր բազմանկյունը պտտվում է կողմերից մեկի միջնակետը հակադիր գագաթի հետ միացնող ուղիղի շուրջը: Այդ պտտումից առաջացած մարմնի մակերևույթն ու ծավալն արտահայտել 1) ներքեծած շրջանի r շառավիղով, 2) արտագծած շրջանի R շառավիղով և 3) բազմանկյան a կողմով:

Պսսման մարմիններ,
վորոնք իրենց մեջ
պարունակում են
գնդի մասեր

22 (23). R շառավիղն ունեցող շրջանային սեգմենտը պտտվում է այդ սեգմենտի α աղեղի ծայրից անցնող տրամագծի շուրջը: Վորոշեցեք այդ պտտումից առաջացած մարմնի ծավալը՝ V և լրիվ մակերևույթը՝ S :

23 (24). Վորոշել այն մարմնի ծավալը, վոր առաջանում է α կենտրոնական անկյուն ունեցող սեկտորը $2r$ շառավիղ ունեցող շրջանի շուրջը պտտումից, յեթե տրամագիծը սեկտորի կենտրոնական անկյունը կիսող շառավիղի հետ կազմում է β անկյունը:

24 (26). α անկյուն պարունակող շրջանային սեկտորը պտտում է տրամագծի շուրջը: Տրամագիծն այդ սեկտորի կենտրոնական անկյունը կիսող շառավիղին ուղղահայաց է: Սեկտորի մակերեսը հավասար է Q -ի: Վորոշել պտտման մարմնի մակերևույթը ($\alpha=70^\circ 36'$; $Q=211,8$):

25 (28). Գնդի տրամագծի ծայրից տարված է լար այնպես, վոր այդ լարը տրամագծի շուրջը պտտելուց առաջացած մակերևույթը կիսում է գնդի ծավալը: Վորոշել լարի և տրամագծի միջև կազմված α անկյունը:

26* α աղեղը և a լարը պարունակող շրջանային սեգմենտը պտտվում է լարին զուգահեռ տրամագծի շուրջը: Վորոշել պտտումից առաջացած մարմնի մակերևույթն ու ծավալը:

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓԱԿԱՆ ՀԱՆԿՅԱԼՆԵՐԻ ԱՂԵՌՈՒՍԱԿ

0	sin	tg	ctg	cos	0
0	0,000	0,000		1,000	90
1	0,017	0,017	57,290	1,000	89
2	0,035	0,035	28,636	0,999	88
3	0,052	0,052	19,081	0,999	87
4	0,070	0,070	14,301	0,998	86
5	0,087	0,087	11,430	0,996	85
6	0,105	0,105	9,514	0,995	84
7	0,122	0,123	8,144	0,993	83
8	0,139	0,141	7,115	0,990	82
9	0,156	0,158	6,314	0,988	81
10	0,174	0,176	5,671	0,985	80
11	0,191	0,194	5,145	0,982	79
12	0,208	0,216	4,705	0,978	78
13	0,225	0,231	4,331	0,974	77
14	0,242	0,249	4,011	0,970	76
15	0,259	0,268	3,732	0,966	75
16	0,276	0,287	3,487	0,961	74
17	0,292	0,306	3,271	0,956	73
18	0,309	0,325	3,078	0,951	72
19	0,326	0,344	2,904	0,946	71
20	0,342	0,364	2,747	0,940	70
21	0,358	0,384	2,605	0,934	69
22	0,375	0,404	2,405	0,927	68
23	0,391	0,424	2,356	0,921	67
24	0,407	0,445	2,246	0,914	66
25	0,423	0,466	2,145	0,906	65
26	0,438	0,488	2,050	0,899	64
27	0,454	0,510	1,963	0,891	63
28	0,469	0,532	1,881	0,883	62
29	0,485	0,554	1,804	0,875	61
30	0,500	0,577	1,732	0,866	60
31	0,515	0,601	1,664	0,857	59
32	0,530	0,625	1,600	0,848	58
33	0,545	0,649	1,540	0,839	57
34	0,559	0,675	1,483	0,829	56
35	0,574	0,700	1,428	0,819	55
36	0,588	0,727	1,376	0,809	54
37	0,602	0,754	1,327	0,799	53
38	0,616	0,781	1,290	0,788	52
39	0,629	0,810	1,235	0,777	51
40	0,643	0,839	1,192	0,766	50
41	0,656	0,869	1,150	0,755	49
42	0,669	0,900	1,111	0,743	48
43	0,682	0,933	1,072	0,731	47
44	0,695	0,966	1,036	0,719	46
45	0,707	1,000	1,000	0,707	45
0	cos	ctg	tg	sin	0

Պ Ա Տ Ա Ս Խ Ա Ն Ն Ե Ր

§ 1.

1. -120° ; -1440° . 2. 1080° ; 10800° . 3. 5° ; 150° ; 720° ; 1500° .

5. 360° . 6. 1) $120^\circ + 360^\circ$; 2) $-60^\circ + 360^\circ$, 4π $360^\circ + 360^\circ$;

1) 120° , 480° , 840° , ...

7. 1) $1,57$ π ; 2) $\frac{\pi R a}{180}$. 8. 1) a) $\frac{\pi}{6}$; b) $\frac{\pi}{4}$; c) $\frac{\pi}{3}$; d) $\frac{3}{4}\pi$; e) $\frac{\pi}{12}$;

f) $\frac{\pi}{8}$; g) $\frac{\pi}{5}$; h) $\frac{5}{12}\pi$; i) $\frac{3}{5}\pi$; k) $\frac{5}{6}\pi$; l) $\frac{7}{8}\pi$; m) $0,9\pi$.

2) a) $0,8901$; b) $0,4712$; c) $1,3352$; d) $0,2182$; e) $0,5009$; f) $1,2802$;

g) $2,0420$; h) $3,7737$. 3) $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{3}{5}\pi$; $\frac{2}{3}\pi$; $\frac{\pi(n-2)}{n}$.

9. 1) $85^\circ 57'$; $114^\circ 35'$; $42^\circ 58'$; 30° ; 120° ; 270° ; $22^\circ 30'$; 135° ; 216° ;

2) 40° ; 75° ; $13^\circ 30'$; $57^\circ 42'$; 218° ; $27^\circ 30'$; $74^\circ 29'$; $45^\circ 50'$.

10. 1) $10\pi \approx 31,4$; 2) $6,28$ π ; 3) $37,7$ π . 11. ≈ 200 .

§ 2.

1. $U_{\text{աղյուսակ}}; \pi; 4. 0$ -ից d ինչև 2. 5. U ինչև 1-ինը, 6. U ինչև 7. 0.

8. c . 9. $a-b+c$. 10. $(a-b)^2$. 11. a^2-b^2 . 12. 0 . 13. $\pm \infty$.

14. 1) $0,6$; 2) $-0,5$; 3) $-0,7$; 4) $0,9$; 5) $1,7$; 6) $-2,7$.

15. 1, 3, 7—բացասական են; 2, 4, 5, 6, 8—դրական են.

6. 1) $\cos 20^\circ$; 2) $\sin 50^\circ$; 3) $\text{ctg } 40^\circ$; 4) $\text{tg } 50^\circ$.

21. 1) 15° ; 135° ; 255° ; 2) 300° ; 3) 50° ; 110° ; 170° ; 230° ; 290° ; 350° ;

4) 120° ; 5) $\frac{\pi}{6}$; $\frac{5}{6}\pi$; $1\frac{1}{6}\pi$; $1\frac{5}{6}\pi$; 6) $\frac{\pi}{12}$; $1\frac{5}{12}\pi$; 7) 45° ; 135° ;

8) $\frac{\pi}{3}$; $\frac{2}{3}\pi$.

22. 1) $69^\circ + 180^\circ n$; 2) $-39^\circ + 180^\circ n$; 3) $\pm 26^\circ + 360^\circ n$; 4) $\pm 132^\circ + 360^\circ n$;

5) $15^\circ + 360^\circ n$ և $165^\circ + 360^\circ n$, համ $(-1)^n$, $15^\circ + 180^\circ n$.

6) $-45^\circ + 360^\circ n$ և $-135^\circ + 360^\circ n$, համ $(-1)^{n+1}$, $45^\circ + 180^\circ n$.

23. $\sin x = -1$. 24. $\cos x = \frac{1}{2}(\sqrt{5}-1)$. 25. $\sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

26. $\sin x = 0$. 27. $\operatorname{tg} x = 0$; 2. 28. $\sec x = 2$.

29. $\operatorname{ctg} x = 0$. 30. $\operatorname{tg} x = \pm \infty$. 31. Հարավորը z_k :

32. 1) $\operatorname{arc} \operatorname{tg} m + 180^\circ n$; m -ը հավասար է վերևի թվի;

2) $\pm \operatorname{arc} \cos m + 360^\circ n$; $-1 \leq m \leq 1$; 3) $(-1)^n \operatorname{arc} \sin m + 180^\circ n$
 $-1 \leq m \leq 1$.

33. 1) $\frac{\pi}{6} = \operatorname{arc} \sin \frac{1}{2}$; 2) $-45^\circ = \operatorname{arc} \sin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;

3) $\frac{\pi}{4} = \operatorname{arc} \cos \frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $90^\circ = \operatorname{arc} \cos 0$; 5) $-\frac{\pi}{4} = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(-1)$;

6) $0^\circ = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0$; 7) $30^\circ = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \sqrt{3}$; 8) $0^\circ = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \infty$; 9) $x = \operatorname{arc} \sin 0,23$; 10) $x = \operatorname{arc} \cos 0,5762$; 11) $\operatorname{arc} \operatorname{tg} 0,468$;
 12) $x = \operatorname{arccotg} 1,237$.

34. 1) 47° համ $0,8203$; 2) $66^\circ 30'$, համ $1,1606$; 3) $74^\circ 47'$,
 համ $1,3052$; 4) $62^\circ 54'$, համ $1,0978$.

35. 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\sqrt{3}$; 4) $3 \sin a$; 5) $a \cos \frac{b}{c}$; 6) $\frac{1}{\operatorname{tg} a}$.

§ 3.

Խնդիր №-ը	1	2	3	4
$\sin \alpha$	$(\sin \alpha)$	$\pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$	$\pm \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\cos \alpha$	$\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$	$(\cos \alpha)$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$	$(\operatorname{tg} \alpha)$	$\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$	$\pm \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$	$(\operatorname{ctg} \alpha)$
$\sec \alpha$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\cos \alpha}$	$\pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$	$\pm \frac{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\frac{1}{\sin \alpha}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\operatorname{tg} \alpha}$	$\pm \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$
Խնդիր №-ը	5	6	7	8
$\sin \alpha$	$(0,8)$	$(-0,3)$	$\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$	$\pm \frac{4}{5}$
$\cos \alpha$	$\pm 0,6$	$\pm \frac{\sqrt{91}}{10}$	$\left(\frac{2}{3}\right)$	$\left(-\frac{3}{5}\right)$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \frac{4}{3}$	$\mp \frac{3}{\sqrt{91}}$	$\pm \frac{\sqrt{5}}{2}$	$\mp \frac{4}{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm 0,75$	$\mp \frac{\sqrt{91}}{3}$	$\pm \frac{2}{\sqrt{5}}$	$\mp \frac{3}{4}$
$\sec \alpha$	$\pm \frac{5}{3}$	$\pm \frac{10}{\sqrt{91}}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{3}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$1,25$	$-\frac{10}{3}$	$\pm \frac{3}{\sqrt{5}}$	$\pm \frac{5}{4}$

Խնդրի №-ը	9	10	11	12
$\sin \alpha$	$\pm \sqrt{\frac{5}{6}}$	$\mp \frac{9}{41}$	$\pm \frac{15}{17}$	$\mp \sqrt{0,1}$
$\cos \alpha$	$\pm \sqrt{\frac{1}{6}}$	$\pm \frac{40}{41}$	$\pm \frac{8}{17}$	$\mp \sqrt{0,9}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$(\sqrt{5})$	$(-\frac{9}{40})$	$\frac{15}{8}$	$-\frac{1}{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$-\frac{40}{9}$	$(\frac{8}{15})$	(-3)
$\sec \alpha$	$\pm \sqrt{6}$	$\pm \frac{41}{40}$	$\pm \frac{17}{8}$	$\mp \frac{\sqrt{10}}{3}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\pm \sqrt{\frac{6}{5}}$	$\mp \frac{41}{9}$	$\pm \frac{17}{15}$	$\pm \sqrt{10}$
Խնդրի №-ը	13	14	15	16
$\sin \alpha$	$\pm \frac{\sqrt{8}}{3}$	$\pm \frac{21}{29}$	$\frac{5}{13}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\cos \alpha$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{20}{29}$	$\pm \frac{12}{13}$	$\pm \sqrt{\frac{2}{3}}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \sqrt{8}$	$\mp \frac{21}{20}$	$\pm \frac{5}{12}$	$\mp \sqrt{\frac{1}{2}}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \frac{1}{\sqrt{8}}$	$\mp \frac{20}{21}$	$\pm 2,4$	$\mp \sqrt{2}$
$\sec \alpha$	(3)	$(-\frac{9}{20})$	$\pm \frac{13}{12}$	$\pm \sqrt{\frac{3}{2}}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\pm \frac{3}{\sqrt{8}}$	$\pm \frac{29}{21}$	$(2,6)$	$(-\sqrt{3})$

Խնդրի №-ը	17	18	19	20
$\sin \alpha$	$(\frac{a-b}{a+b})$	$\pm \frac{b}{a}$	$\frac{\pm a}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\frac{99}{101}$
$\cos \alpha$	$\pm \frac{2\sqrt{ab}}{a+b}$	$(\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a})$	$\pm \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$	$\frac{20}{101}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\pm \frac{a-b}{2\sqrt{ab}}$	$\pm \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$	$(\frac{a}{b})$	$(\frac{19}{4 \cdot 20})$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\pm \frac{2\sqrt{ab}}{a-b}$	$\pm \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{b}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{20}{99}$
$\sec \alpha$	$\pm \frac{a+b}{2\sqrt{ab}}$	$\frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}}$	$\pm \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b}$	$\frac{101}{20}$
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\frac{a+b}{a-b}$	$\pm \frac{a}{b}$	$\pm \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$	$\frac{101}{99}$
Խնդրի №-ը	21	22	23	
$\sin \alpha$	0,96	$(-\frac{12}{13})$	$\frac{20}{-29}$	
$\cos \alpha$	$(-0,28)$	$-\frac{5}{13}$	$-\frac{21}{29}$	
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{24}{7}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{20}{-21}$	
$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\frac{7}{24}$	$\frac{5}{12}$	$(-1,05)$	
$\sec \alpha$	$-\frac{25}{7}$	$-\frac{13}{5}$	$\frac{29}{21}$	
$\operatorname{cosec} \alpha$	$\frac{25}{24}$	$-\frac{13}{12}$	$-1,45$	

24. $\cos^2 \alpha$. 25. $\sin^2 \alpha$. 26. $1 - \cos \alpha$.
 27. $-(1 + \sin \alpha)$. 28. $\sec^2 \alpha$. 29. $\cos^2 \alpha$.
 30. a) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$; b) $\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$. 31. a) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$; b) $\operatorname{tg}^2 \alpha$.
 32. $\cos \alpha$. 33. $\sin \alpha$. 34. $\sec \alpha$. 35. $\operatorname{tg} \alpha$. 36. $\operatorname{ctg} \alpha$.
 37. $\operatorname{cosec} \alpha$. 38. $\cos \alpha$. 39. $\operatorname{tg}^2 \alpha$.
 40. $2 \sin^2 \alpha$. 41. $2 \cos^2 \alpha$. 42. 1. 43. 1.
 44. $\operatorname{tg}^2 \alpha$. 45. $\sec^2 \alpha$. 46. $\sec^2 \alpha$. 47. $\operatorname{cosec}^2 \beta$.
 48. $\operatorname{cosec}^2 \alpha$. 49. $\sin \alpha \cos \alpha$. 50. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$. 51. 4.
 52. $\operatorname{ctg}^6 \alpha$. 53. a) $2 \sin^2 \alpha - 1$; b) $1 - 2 \cos^2 \alpha$. 54. $\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$.
 55. $\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$. 56. $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$. 57. a) $\frac{\operatorname{tg} \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha + 1}$; b) $\frac{1 - \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha}$.
 58. a) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$; b) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$. 59. $\sec \alpha = -\frac{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}{\operatorname{ctg} \alpha}$.
 60. 9. 61. $\frac{m^2 - 1}{2}$. 62. $m^2 - 2$ և $m^3 - 3m$.
 93. $\pm 90^\circ + 360^\circ n$. 94. $\pm 60^\circ + 360^\circ n$. 95. $\pm 52^\circ + 360^\circ n$.
 96. $360^\circ n$. 97. $\pm 128^\circ + 360^\circ n$. 98. $\pm 52^\circ + 360^\circ n$.
 99. $180^\circ n$. 100. $63^\circ + 180^\circ n$ և $-27^\circ + 180^\circ n$.
 101. $(-1)^n \cdot 24^\circ + 180^\circ n$. 102. $\pm 90^\circ + 360^\circ n$ և $\pm 60^\circ + 360^\circ n$.
 103. $\pm 120^\circ + 360^\circ n$. 104. $27^\circ + 180^\circ n$.
 105. $\pm (-1)^n \cdot 45^\circ + 180^\circ n$. 106. $\pm 30^\circ = 180^\circ n$ և $\pm 150^\circ + 360^\circ n$.
 107. $\pm (-1)^n \cdot 60^\circ + 180^\circ n$. 108. $360^\circ n$ և $90^\circ + 360^\circ n$.
 109. $45^\circ + 180^\circ n$. 110. $60^\circ + 180^\circ n$.
 111. $\pm 30^\circ + 180^\circ n$. 112. $45^\circ + 180^\circ n$ և $-72^\circ + 180^\circ n$.
 113. $70^\circ + 180^\circ n$ և $-36^\circ + 180^\circ n$.

§ 4.

1. 1) $\cos 17^\circ$; 2) $\sin 9^\circ 20'$;
 3) $\operatorname{ctg} 20^\circ 34' 20''$; 4) $\operatorname{tg} 30^\circ 1'$.
 2. 1) $\sin 67^\circ 40'$; 2) $-\cos 80^\circ 34' 25''$;
 3) $-\operatorname{tg} 71^\circ 11' 24''$; 4) $-\operatorname{ctg} 39^\circ 20'$.

3. 1) $\cos 31^\circ 40'$; 2) $\sin 16^\circ 25'$;
 3) $-\cos 21^\circ 48'$; 4) $-\sin 8^\circ 21'$;
 5) $-\operatorname{tg} 19^\circ 32' 28''$; 6) $-\operatorname{ctg} 16^\circ 32'$;
 7) $-\operatorname{tg} 30^\circ 28' 40''$; 8) $-\operatorname{ctg} 39^\circ 18'$.
 4. -1 . 5. $\cos \alpha$. 6. $-\cos \alpha$. 7. $-\sec \alpha$. 8. 0. 9. 0. 10. 1.
 11. $-\sin^2 \alpha$. 12. 0. 13. $2 \cos \alpha$. 14. 1.

§ 5.

1. 1) 0,2588; 2. 1) 0,3640; 3. 1) 0,4226; 4. 1) 2,747;
 2) 0,7071; 2) 1; 2) 0,7071; 2) 1;
 3) 0,8660; 3) 11,43; 3) 0,8660; 3) 1,3032;
 4) 0,9563; 4) 3,172; 4) 0,2924; 4) 0,3365;
 5) 0,6225; 5) 0,3191; 5) 0,7826; 5) 0,3796;
 6) 0,9361; 6) 1,3375; 6) 0,9373; 6) 2,805;
 7) 0,2051; 7) 0,3799; 7) 0,4823; 7) 0,305;
 8) 0,9988. 8) 8,284; 8) 0,1948; 8) 11,43;
 9) 12,61; 9) 0,9987; 9) 23,37;
 10) 38,19; 10) 0,9997. 10) 0;
 11) 286,5; 11) 30,41.
 12) 3438
 5. 1) 20° ; 2) $36^\circ 30'$; 3) $57^\circ 21'$; 4) $68^\circ 20'$;
 5) հարադիր է; 6) $23^\circ 9'$.
 6. 1) 24° ; 2) 85° ; 3) $69^\circ 30'$; 4) $28^\circ 36'$;
 5) $79^\circ 48'$; 6) $26^\circ 34'$; 7) $22^\circ 47'$; 8) $85^\circ 34'$; 9) $81^\circ 25'$.
 7. 1) 27° ; 2) $24^\circ 30'$; 3) $50^\circ 30'$; 4) հարադիր է;
 5) $35^\circ 2'$; 6) $63^\circ 21'$.
 8. 1) 20° ; 2) $67^\circ 30'$; 3) $29^\circ 29'$; 4) $33^\circ 47'$;
 5) $55^\circ 13'$; 6) $30^\circ 33'$; 7) 8° ; 8) $5^\circ 35'$; 9) $2^\circ 52'$;
 9. 0,9659; 0,1368; 0,6395; 0,9036. 10. $-0,4695$; $-0,9171$; $-0,1513$; $-0,9825$.
 11. $-1,6643$; $-0,3561$; $-4,836$; $-0,6334$.
 12. $-11,43$; $-0,6873$; $-6,472$; $-0,3876$.

§ 6

1. 1) $\sin \alpha = 0,96$; $\operatorname{tg} \alpha = 3 \frac{3}{7} \approx 3,429$; 2) $\operatorname{tg} \alpha = 0,75$; $\cos \alpha = 0,8$;

3) $\operatorname{tg} \beta \approx 6,462$; $\cos \beta \approx 0,1529$.

2. $\sin \beta = \frac{77}{85}$; $\cos \beta = \frac{36}{85}$; $\operatorname{tg} \beta = 2 \frac{5}{36}$; $\operatorname{ctg} \beta = \frac{36}{77}$. 3. 1) 20,4 սմ;

2) 68 սմ.

4. 1) 10,08 մ; 2) 3,5 դմ. 5. 1) 2,56 կմ; 2) 2,39 կմ. 6. 947 մ.

7. 12°43'. 8. 3646,5 մ $\approx$ 3647 մ. 9. 20 մ. 10. 35,5 մ. 11. 27,25 մ.

12. 1°54'.

13. 4°55'. 14. 2°57'; 727 մ. 15. $b \sin \alpha - a = 10,5$ մ.

16. 3,9 մ. 18. 33°41'. 19. 40 մ.

20. 1) 63°26'; 2) 26°34'; 3) 21°48'. 21. $\operatorname{arctg} \frac{n}{n-1} = 47°52'$.

22. 30°58'. 23. $\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{b}{a}$. 24. 33°41'.

25. 21 սմ. 26. 1278 մ. 27. $r = 1,58$ մ; $x = 1,97$ մ.

28. $\frac{a}{2 \cos \beta}$. 29. 6°51'; 105,2 մմ. 30. $h = 10(D-d)$; 2°52'.

31. 38°40'. 32. 63 մ. 33. 2,6 մ.

34. 36°39'. 35. 73°58'. 36. 2,698.

37. 47°16'; 32,8 մ. 38. 97°10'.

39. $\frac{c}{2\pi} \cdot \cos \frac{180^\circ m}{m+n} \approx 11,2$.

40. $\frac{a}{2 \sin \alpha}$. Յուգուս, Իբրև անկյան մի կողմ ընդունել տրամագիծը.

41. 52°15'; 7,141 կմ. 42. $b(1 + \sec \alpha)$. 43. $\operatorname{arc} \sin \frac{h}{b}$.

44. 48°47''. 45. 78°42'.

46. 69°15' դեպի հյուսիս զնացող ուղղության հետ.

α	5 դմ	15 դմ
40°	3,2 դմ	9,6 դմ
60°	4,3 »	13,0 »
90°	5 »	15 »

47.

48. 26,6 կմ դեպի արևելք և 21,7 կմ դեպի հյուսիս.

49. 40°13' և 49°47'. 50. 57°28'. 51. 67°49' և 22°11'.

52. 120°30' և 59°30'.

53. 1) $OB \approx 0,35$ մ; $AB \approx 0,2$ մ; $\beta = 5°44'$; $BP \approx 1,99$.

3) 0; 1°59'; 3°55'; 5°44'; 7°23'; 8°49'; 9°59'; 10°50'; 11°22'; 11°32';

5) 11°19'; 6) 0; 5 մմ; 22 մմ; 48 մմ; 83 մմ; 125 մմ; 173 մմ;

224 մմ; 277 մմ; 330 մմ.

54. 47°30'.

55. $\alpha = 40°42'$; $\beta = 19°15'$.

56. 1) 82°27'; 2) 8°43'.

57. 53°8'.

58. $R = \frac{a}{2 \cos \frac{\beta}{2}}$; $r = a \sin \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\beta}{4} \right)$.

59. $\alpha = \operatorname{arc} \sin \frac{h}{b}$; $a = \frac{h}{\cos \alpha}$; $c = \frac{b}{\cos \alpha}$.

60. 11°26'.

61. 28°; 37°; 19°; 53°; 86°; 113°.

62. 21 750 կմ.

63. 4°52'.

64. 1°11'.

65. 51°05'.

§ 7.

1. 1) $b = 61$; $c = 102$; 2) $a = 39$; $b = 25$. 2. 78,7 մ. 3. 21,1 մ.

4. $\frac{b \sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$. 5. $\frac{l \sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha}$. 6. $\frac{d \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$ և $\frac{d \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$.

7. $l_b = \frac{a \sin \gamma}{\sin \left(\frac{\beta}{2} + \gamma \right)}$; $l_c = \frac{a \sin \beta}{\sin \left(\beta + \frac{\gamma}{2} \right)}$; $l_a = \frac{\alpha \sin \beta \sin \gamma}{\sin(\beta + \gamma) \cos \frac{\beta - \gamma}{2}}$.

8. $\frac{c \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \approx 146,4$ մ.

9. $a = \frac{ha \sin \alpha}{\sin \gamma \sin(\alpha + \gamma)}$; $b = \frac{ha}{\sin \gamma}$; $c = \frac{ha}{\sin(\alpha + \gamma)}$.

10. 7880 մ².

11. $\frac{1}{2} b^2 \sin \alpha \approx 48$ մ².

12. Յեթե $\gamma = 90^\circ$.

15. $a^2 \sin \alpha \approx 21$ մմ².

16. $\frac{d^2 \sin \varphi}{2}$; մաքուր մոմը հավասար է $\frac{d^2}{2}$ -ի յեթե $\varphi = 90^\circ$.

17. $\frac{a+b}{2} \cdot c \sin \alpha$. 18. $50^{\circ}33' \angle 129^{\circ}27'$. 19. $46^{\circ}57' \angle 133^{\circ}3'$.
 20. $362,2 \text{ մ}^2$. 21. $AE = \sqrt{\frac{2Q \sin(a+\gamma)}{\sin \alpha \sin \gamma}}$; $AD = \sqrt{\frac{2Q \sin \gamma}{\sin \alpha \sin(a+\gamma)}}$.
 22. $\frac{h_a h_b}{2 \sin \gamma}$. 23. $\frac{h_b^2 \sin \beta}{2 \sin \alpha \sin(a+\beta)}$. 24. $\alpha = 8,5$.
 25. 1) $c=22$; $\alpha=22^{\circ}12'$; $\beta=34^{\circ}31'$; 2) $b=0,4$; $\alpha=10^{\circ}49'$; $\gamma=145^{\circ}43'$;
 3) $b=63$; $\alpha=153^{\circ}16'$; $\gamma=10^{\circ}16'$.
 26. 77 մ . 27. $117^{\circ}17'$. 28. $8,2 \text{ մ} \angle 4,0 \text{ մ}$.
 29. 275 կգ ; $16^{\circ}17' \angle 33^{\circ}43'$. 30. 1633 մ .

§ 8.

1. $\cos 162^{\circ}30' = -\cos 17^{\circ}30'$. 2. $\sin 340^{\circ} = -\cos 70^{\circ}$.
 3. $\sin 75^{\circ} = \cos 15^{\circ}$; $\sin 150^{\circ} = \sin 30^{\circ}$.
 4. a) $-\sin 20^{\circ}$; b) $\cos 10^{\circ}$; c) $\sin 30^{\circ}$; d) $\cos 20^{\circ}$.
 5. e) $\operatorname{ctg} 30^{\circ}$; f) $-\operatorname{tg} 40^{\circ}$; g) $\operatorname{ctg} 45^{\circ}$; h) $\operatorname{tg} 30^{\circ}$.
 6. i) $-\operatorname{cosec} 10^{\circ}$; k) $\sec 10^{\circ}$; l) $\operatorname{cosec} 40^{\circ}$; m) $-\sec 10^{\circ}$.
 7. a) $\cos 0,2\pi$; b) $\cos \frac{2}{9}\pi$; c) $-\operatorname{tg} \frac{2}{11}\pi$; d) $-\sec 0,1\pi$.
 8. a) 1; b) 1; c) 0; d) 0. 9. a) $-\frac{1}{2}$; b) 0; c) $\sqrt{3}$; d) -1 .
 10. $\cos 50^{\circ} = -\cos 130^{\circ}$. 11. $-2 \operatorname{ctg} \alpha$. 12. $2 \cos \alpha$. 13. 1.
 14. -1 . 15. $a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha$. 16. $-\operatorname{tg}^3 \alpha$.
 17. $\operatorname{ctg} \alpha$. 18. $\frac{\cos 2\alpha}{\sin \alpha}$. 19. 0. 20. $\operatorname{ctg}^2 42^{\circ}$.
 21. $-\operatorname{ctg}^2 40^{\circ}$.
 22. $\sin(\alpha - 90^{\circ}) = -\cos \alpha$; $\cos(\alpha - 180^{\circ}) = -\cos \alpha$; $\operatorname{tg}(\alpha - 360^{\circ}) = \operatorname{tg} \alpha$.
 23. $\cos x = -\frac{2}{3}$. 24. $\sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$. 25. $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. 26. $360^{\circ} \cdot n$.
 27. $135^{\circ} + 180^{\circ} \cdot n$. 28. $\frac{\pi}{4} + \pi n$. 29. $\pi \cdot n \pm \frac{\pi}{4}$. 30. $90^{\circ}(2k+1)$.

§ 9

1. -1 . 2. a) $\sin \alpha$; b) $-\sin \alpha$. 3. $0,4 \sqrt{3} + 0,3$.
 4. $\sqrt{0,2} - \sqrt{0,15}$. 5. $0,2 + \sqrt{0,63} - \sqrt{0,21} - \sqrt{0,12}$.
 6. $\frac{1}{12}(\sqrt{35} - 6)$; $\frac{1}{12}(3\sqrt{5} - 2\sqrt{7})$. 7. ± 1 ; $\pm 0,28$. 8. $\frac{1}{2}$.
 9. a) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$; $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$; b) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$; $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$.
 12. a) $\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} \angle \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$; b) $\frac{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha} \angle \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta - 1}$.
 13. $\sin \alpha \cos \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \alpha \cos \beta \sin \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$;
 $\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \sin \alpha \cos \beta \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma$.
 14. $\frac{56}{65} \angle \frac{57}{1625}$. 15. $\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$. 16. $-(2 + \sqrt{3})$. 17. $-\frac{1}{2}$.
 18. $-1 \angle \frac{1}{7}$. 19. $\frac{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta \pm 1}$. 20. a) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta \pm 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha}$; b) $\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}$.
 21. $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma}$. 22. $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$.
 23. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$. 24. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$. 25. $\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta$.
 26. $\operatorname{tg} \alpha$. 41. $-45^{\circ} + 180^{\circ} n$. 42. $(-1)^n \cdot 60^{\circ} + 180^{\circ} n$.
 43. $x = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma) + 180^{\circ} n$. 44. $\pm 30^{\circ} + 180^{\circ} n$; $\frac{\pi}{2}(2k+1)$.
 45. $x = 30^{\circ} + 360^{\circ} \cdot n$; $150^{\circ} + 360^{\circ} \cdot n$. 46. $x = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{a - b \cdot \operatorname{tg} \alpha}{a \cdot \operatorname{tg} \alpha - b} + \pi n$.
 47. $x = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\pm \sqrt{\frac{m + \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + m \operatorname{tg}^2 \alpha}} \right) + \pi n$. 48. $x = 180^{\circ} \cdot n$, եւս $x = \pi n$.
 49. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \cdot n$. 50. $x = 90^{\circ} \cdot n$; $60^{\circ} \cdot n$. 51. $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$.
 52. $14^{\circ}38' + 180^{\circ} n$. 53. $45^{\circ} + 180^{\circ} n$. 54. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$.

§ 10

1. a) $\pm 0,96$; $-0,28$; b) $\frac{3}{4}$, 2. $\frac{120}{169}$; $-\frac{119}{169}$.
 4. $-0,96$; $-0,28$. 5. $-\frac{2}{3}\sqrt{2}$; $-\frac{1}{3}$. 6. $-\frac{3}{4}$.

7. a) $\pm 2 \sin \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$; $1 - 2 \sin^2 \alpha$;

b) $\pm 2 \cos \alpha \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$; $2 \cos^2 \alpha - 1$.

8. a) $\frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$; b) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}$ 9. $\frac{\sec^2 \alpha}{2 - \sec^2 \alpha}$.

10. a) $2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$; $\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}$; b) $\frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$.

11. $\frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$; $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$. Ցուցում. նախ դիտում ենք՝

$$\sin \alpha = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \text{ և } \cos \alpha = \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

12. Քանի վոր $\sin \alpha$ և $\cos \alpha$ -ով անկյան մնացած ֆունկցիաներն արտահայտվում են ուղիղանի կերպով, ապա բավական է դիտարկել $\sin \alpha$ -ն և $\cos \alpha$ -ն. այդ ֆունկցիաների մասին տես 11-րդ խնդրի լուծման մեջ:

13. $\frac{12}{13}$; $\frac{5}{13}$; 2,4. 14. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; 1.

15. $3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$; $4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$; $\frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha}$.

16. $4 \sin \alpha + \cos^3 \alpha - 4 \cos \alpha \cdot \sin^3 \alpha$; $\cos^4 \alpha - 6 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha$.

17. $\sqrt{0,9}$; $-\sqrt{0,1}$; -3 .

18. $\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{3}}$; $\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$; $2-\sqrt{3}$; $2+\sqrt{3}$.

19. $\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$; $\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$; $\sqrt{2}-1$; $\sqrt{2}+1$.

20. $\frac{3}{5}$ և $\frac{4}{5}$. 21. $\frac{4}{5}$. 22. $\sqrt{5}-2$.

25. Ունենք՝ $\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1$ և $2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = \sin \alpha$; այս-

տեղից կդնենք՝ $\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{1 + \sin \alpha}$ և

$\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{1 - \sin \alpha}$.

Այս հավասարությունների ողնությամբ ստանում ենք

$\sin \frac{\alpha}{2}$ -ի և $\cos \frac{\alpha}{2}$ -ի համար չորսական արժեք. բայց յեթե վերևի նոր պայման ավելացնելով թե մեկ և թե մյուս արմատի նշանների մեջ ընտրություն կատարենք, ապա խնդրը միայն մեկ լուծում կունենա:

26. $-1 + \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\operatorname{tg} \alpha}$; $\operatorname{ctg} \alpha \pm \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1}$. 27. -2 .

52. $x = 15^\circ + 180^\circ \cdot n$; $75^\circ + 180^\circ \cdot n$, կամ $x = \frac{\pi}{2} \cdot n + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{12}$.

53. $x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$. 54. $x = 22^\circ 30' + 90^\circ \cdot n$, կամ $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \cdot n$.

55. $x = \pi n$; $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$.

56. $x_1 = \pm 2 \arccos 0 + 4\pi n$; $x_2 = 2 \cdot (-1)^n \arcsin \frac{b}{2a} + 2\pi n$.

57. $x = \pm 45^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 135^\circ + 360^\circ \cdot n$, կամ $45^\circ + 90^\circ \cdot m$.

58. $x_1 = 360^\circ \cdot n$; $x_2 = \pm 120^\circ = 360^\circ \cdot n$, կամ $x = 360^\circ \cdot n$; $120^\circ \cdot m$.

59. $x = \pm 30^\circ + 180^\circ \cdot n$. $x = \pi n$. 61. $x = \pi n$; $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$.

62. $x_1 = \pm 2 \arccos 0 + 4\pi n$; $x_2 = \pm 2 \arccos \frac{b}{2a} + 4\pi n$.

$$63. x = 360^\circ \cdot n; 60^\circ + 720^\circ \cdot n; 300^\circ + 720^\circ \cdot n.$$

$$64. x_1 = \pm 2 \arccos 0 + 4\pi n; x_2 = 2 \arctg \frac{a}{b} + 2\pi n.$$

$$65. x = 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n. 66. x = \pm \arccos \frac{m-2 \pm \sqrt{m(m-8)}}{2(m+1)} + 2\pi n.$$

$$67. x_1 = x_2 = \pi(2n+1); x_3 = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n.$$

$$68. x = 180^\circ \cdot n; \pm 30^\circ + 180^\circ \cdot n. 69. x = \frac{\pi}{2} + \pi n; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n.$$

$$70. x = \pm 45^\circ + 360^\circ \cdot n; \pm 135^\circ + 360^\circ \cdot n; \pm 30^\circ + 360^\circ \cdot n; \\ \pm 150^\circ + 360^\circ \cdot n, \text{ և } x = 45^\circ + 90^\circ \cdot m; \pm 30^\circ + 180^\circ \cdot m.$$

$$71. x_1 = x_2 = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} \cdot n. 72. 72^\circ 52' + 360^\circ n \text{ և } 17^\circ 8' + 360^\circ n.$$

$$73. 119^\circ 34' + 360^\circ n \text{ և } -13^\circ 18' + 360^\circ n. 74. 90^\circ + 360^\circ n \text{ և } 30^\circ + 360^\circ n.$$

§ 11

$$1. a) \sqrt{1.5}; b) \sin 18^\circ; c) 0; d) -\sin 18^\circ.$$

$$2. a) 2 \sin 12^\circ 30' \cdot \cos 7^\circ 30'; b) -2 \sin 1^\circ \cdot \cos 4^\circ; \\ c) 2 \cos 10^\circ 7' 30'' \cdot \cos 6^\circ 52' 30''; d) 2 \sin 15^\circ \cdot \sin 10^\circ.$$

$$3. a) \cos \alpha; b) 2 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}. 4. a) \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\operatorname{tg} 5^\circ};$$

$$b) \operatorname{ctg} \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\beta-\alpha}{2}.$$

$$5. a) 2 \sin 35^\circ \cdot \cos 15^\circ; b) \sqrt{2} \cdot \sin 25^\circ;$$

$$c) 2 \sin \left(\frac{\alpha+\beta}{2} - 45^\circ \right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha-\beta}{2} + 45^\circ \right).$$

$$6. \sqrt{2} \cdot \cos(\alpha+45^\circ); \sqrt{2} \sin(\alpha-45^\circ), \text{ և } \sin \alpha \pm \cos \alpha = \\ = \sqrt{2} \cdot \sin(\alpha \pm 45^\circ).$$

$$7. a) \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}; b) \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}; c) \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \sin \beta}; d) \frac{\cos(\alpha \mp \beta)}{\sin \alpha \cdot \cos \beta}.$$

$$8. a) 2 \operatorname{cosec} 2\alpha; b) -2 \operatorname{ctg} 2\alpha.$$

$$9. a) \sin(\alpha+\beta) \cdot \sin(\alpha-\beta); d) \sin(\beta+\alpha) \cdot \sin(\beta-\alpha).$$

$$10. a) \frac{\sin(\alpha+\beta) \cdot \sin(\alpha-\beta)}{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta}; b) \frac{\sin(\beta+\alpha) \cdot \sin(\beta-\alpha)}{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta};$$

$$c) -\frac{\cos(\alpha+\beta) \cdot \cos(\alpha-\beta)}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \beta}; d) -4 \operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \operatorname{cosec} 2\alpha.$$

$$11. a) 2 \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right); b) -2 \sin^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right); c) \cos 2\alpha;$$

$$d) -\cos 2\alpha.$$

$$12. 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha. 13. \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ \right). 14. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$15. a) \frac{\sin(45^\circ + \alpha)}{\cos 45^\circ \cdot \cos \alpha}; b) \frac{\sin(\alpha + 45^\circ)}{\sin 45^\circ \cdot \sin \alpha}.$$

$$\text{Ցուցում. } 1 = \operatorname{tg} 45^\circ = \operatorname{ctg} 45^\circ.$$

$$16. \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\cos \alpha \cdot \sin \beta}. 17. a) 2 \sin \left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} \right); b) 2 \sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right).$$

$$18. 2 \sin \left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \sqrt{\operatorname{tg} \alpha}.$$

$$19. a) \sin(\alpha+\beta) \cdot \cos(\alpha-\beta); b) \cos(\alpha+\beta) \cdot \sin(\alpha-\beta).$$

$$20. a) \sqrt{8} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cos \left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ \right); b) \sqrt{8} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ \right).$$

$$\text{Ցուցում. Նախ փոխարինում ենք } 1 + \cos \alpha \text{ և } 1 - \cos \alpha:$$

$$21. -4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \alpha. 22. a) \frac{\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}; b) \frac{\sqrt{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}.$$

$$23. a) \frac{\sqrt{8} \cdot \sin(45^\circ + \alpha)}{\cos \alpha} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}; b) \frac{\sqrt{8} \cdot \sin(45^\circ - \alpha)}{\cos \alpha} \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$24. a) \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}; b) \frac{\sin(\alpha - 45^\circ)}{\cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}.$$

$$25. a) 4 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}; b) 4 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2}.$$

ծուլցում. $\sin(\alpha+\beta)$ -ն արտահայտում ենք $\frac{\alpha+\beta}{2}$ անկյան ֆունկցիայով:

$$26. 4 \cos^2 \alpha + \sin \frac{3\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}.$$

39. Նախ ձախ մասում արտաքրում ենք γ անկյունը, քառալանգ արտահայտությունը ձևափոխում ենք ունորից մուծում γ անկյունը:

40. Լուծման յեղանակը նույնն է, ինչ և 39-րդ խնդրում:

41. $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = -\operatorname{tg} \gamma$ հավասարության մեջ բաց ենք անում փակագծերը և ազատվում հայտարարից:

42. Գիրառելով 39-րդ խնդրի լուծման ձևը, հավասարության ձախ մասը նախ ձևափոխում ենք այսպես. $\frac{\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})}{\sin \alpha \sin \beta} - \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$; այ-

նուհետև վերոջ ձևափոխության շնորհից հետո ստանում ենք՝

$$\frac{\cos \alpha \cos \beta (\sin \alpha \cdot \sin \beta - \cos \alpha \cdot \cos \beta) + 1}{\sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin(\alpha-\beta)} \text{ և այլն:}$$

43. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right) = 1 : \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2}$ հավասարության մեջ բաց ենք անում փակագծերը և ազատվում հայտարարներից:

44. Լուծման յեղանակը նույնն է, ինչ և 43-րդ խնդրում:

45. $\operatorname{ctg}(\alpha+\beta) = -\operatorname{ctg} \gamma$ հավասարության մեջ բաց ենք անում փակագծերը և ազատվում հայտարարից:

46. Լուծման յեղանակը նույնն է, ինչ և 39-րդ խնդրում: Նախ կստանանք $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2(\alpha+\beta)$, այնուհետև բաց ենք անում փակագծերն ու փոխարինում $\sin^2 \alpha$ -ն ու $\sin^2 \beta$ -ն $1 - \cos^2 \alpha$ -ով և $1 - \cos^2 \beta$ -ով և այլն:

47. Լուծման յեղանակը նույնն է, ինչ և նախորդ խնդրում: Նախ ստանում ենք $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2(\alpha+\beta)$, այնուհետև բաց ենք անում փակագծերը և $\sin^2 \alpha$ -ն ու $\sin^2 \beta$ -ն փոխարինում ենք $1 - \cos^2 \alpha$ -ով և $1 - \cos^2 \beta$ -ով և այլն:

48. Լուծման յեղանակը նույնն է, ինչ և 39-րդ խնդրում: Նախ ստանում ենք՝

$$2 \sin(\alpha+\beta) \cos(\alpha-\beta) - 2 \sin(\alpha+\beta) \cos(\alpha+\beta) \text{ և այլն:}$$

49. Լուծվում է նախորդ խնդրի ձևով:

$$50. 4 \sin\left(15^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos\left(15^\circ - \frac{\alpha}{2}\right).$$

$$51. 4 \sin\left(\frac{\alpha}{2} + 30^\circ\right) \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2} - 30^\circ\right).$$

$$52. 4 \cos\left(30^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(30^\circ - \frac{\alpha}{2}\right).$$

$$53. a) 4 \cos\left(22^\circ 30' + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos\left(22^\circ 30' - \frac{\alpha}{2}\right);$$

$$d) \sqrt{8} \cos\left(\frac{\alpha}{2} + 22^\circ 00'\right) \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2} - 22^\circ 30'\right).$$

$$54. 3 - 4 \sin^2 \alpha = 4 (\sin^2 60^\circ - \sin^2 \alpha) = 4 \sin(60^\circ + \alpha) \cdot \sin(60^\circ - \alpha).$$

$$55. 4 \sin(\alpha + 30^\circ) \cdot \sin(\alpha - 30^\circ). \quad 56. \frac{4 \sin(30^\circ + \alpha) \cdot \sin(30^\circ - \alpha)}{\cos^2 \alpha}.$$

$$57. \frac{4 \sin(\alpha + 30^\circ) \cdot \sin(\alpha - 30^\circ)}{\sin^2 \alpha}.$$

$$58. 4 \cos^2 \alpha \cdot \cos\left(30^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos\left(30^\circ - \frac{\alpha}{2}\right).$$

$$59. a) 4 \sin 2\alpha \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2} + 30^\circ\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2} - 30^\circ\right).$$

$$b) 4 \cos 2\alpha \cdot \sin\left(30^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \sin\left(30^\circ - \frac{\alpha}{2}\right).$$

$$60. 1) \left| \frac{\alpha}{\cos \varphi} \right| \text{ յերբ } \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\beta}{\alpha}; 2) p \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2} = \sqrt{q} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}, \\ \text{յերբ } \sin \varphi = \frac{2\sqrt{q}}{p}.$$

$$61. a\text{-ն փակագծերից դուրս բերելով և ընդգծելով } \frac{b}{a} = \cos \varphi, \\ \text{կստանանք՝}$$

$$1) \operatorname{ctg}^2 \frac{\varphi}{2}; 2) 2 \sqrt{a} \cdot \sin\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right); 3) 2 \operatorname{cosec} \varphi.$$

$$62. x = \sqrt{(a+b)^2 - 2ab(1+\cos \gamma)} = \dots = (a+b) \cdot \cos \varphi, \text{ ընդգծելով} \\ \sin \varphi = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b} \cdot \cos \frac{\gamma}{2}.$$

63. $x=90^\circ \cdot n$; $90^\circ+180^\circ \cdot n$ 64. $x=36^\circ+72^\circ \cdot n$; $60^\circ+120^\circ \cdot n$.

65. $x=\frac{\pi}{2} \cdot n$; $\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3} \cdot n$ 66. $x=120^\circ \cdot n$; $360^\circ \cdot n$.

67. $x=-\frac{\pi}{4}+\pi n$; $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{2} \cdot n$.

68. $\sqrt{2} \cdot \sin(x+45^\circ)=1$; $x=360^\circ \cdot n$; $90^\circ+360^\circ \cdot n$.

Վարժուիթյուն. Տված հավասարումը լուծել նրա յերկու մասն
 ել քառակուսի բարձրացնելով և ստացված արմատները
 ($x=90^\circ \cdot n$) մեջ գտնել կողմնակի արմատները:

69. $x=-\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3}+2\pi n$ 70. $x=9^\circ+180^\circ \cdot n$; $81^\circ+180^\circ \cdot n$.

71. $x=33^\circ 45'+90^\circ \cdot n$.

72. $x=7^\circ 30'+90^\circ \cdot n$; $37^\circ 30'+90^\circ \cdot n$, համ $x=\frac{\pi}{4} \cdot n+(-1)^n \frac{\pi}{24}$.

73. $x_1=x_2=22^\circ 30'+90^\circ \cdot n$ 74. $x=45^\circ+90^\circ \cdot n$; $\pm 60^\circ+360^\circ \cdot n$.

75. $x=\frac{\pi}{2} \cdot n$; $\pm \frac{\pi}{3}+2\pi n$.

§ 12

1. a) 1,5663; b) 1,9525; c) 1,5580; d) 1,8655; e) 1,9024;
 f) 2,3344; 2. a) 1,9278; b) 1,8047; c) 1,8503; d) 1,6602;
 e) 1,9340; f) 3,8378. 3. a) 1,7199; b) 1,4608; c) 0,4561;
 d) 1,3969; e) 2,1814; f) 1,8396. 4. a) 1,2054; b) 0,4285;
 c) 1,3511; d) 1,9999; e) 2,5447; f) 2,3415; 5. a) $14^\circ 33'$;
 b) $46^\circ 54'$; c) $28^\circ 13'$; d) $59^\circ 14'$; e) 48° ; f) $25^\circ 16''$.
 6. a) $43^\circ 22' 20''$; b) $85^\circ 7'$; c) $27^\circ 3'$; d) $45^\circ 1'$; e) $50^\circ 40'$;
 f) $89^\circ 20' 40''$. 7. c) $16^\circ 7'$; d) $50^\circ 3'$; e) $45^\circ 1'$; f) $7^\circ 53''$.
 8. c) $25^\circ 55'$; d) $77^\circ 41' 40''$; e) $45^\circ 36''$; f) $89^\circ 25' 37''$.
 9. a) 0,342; b) 0,6743; c) 3,891; d) 229,14; e) 1,304; f) 1,251.
 10. a) -0,7661; b) 0,9397; c) -2,773; d) -0,181; e) -5,76;
 f) 1,564. 11. a) $34^\circ 56'$; b) $67^\circ 5'$; c) $75^\circ 58'$; d) $5^\circ 43'$; e) $48^\circ 11'$;
 f) $22^\circ 10'$; g) $9^\circ 51'$; h) $20^\circ 19'$.

12. $27^\circ 2'$; $152^\circ 58'$. 13. 223° ; 317° . 14. $40^\circ 21'$; $319^\circ 39'$.
 15. $124^\circ 40'$; $235^\circ 20'$. 16. $26^\circ 30'$; $206^\circ 30'$. 17. $111^\circ 58'$; $291^\circ 58'$.
 18. $11^\circ 19'$; $191^\circ 19'$. 19. $126^\circ 10'$; $306^\circ 10'$. 20. $86^\circ 11'$; $273^\circ 49'$.
 21. $11^\circ 35'$; $246^\circ 25'$. 22. $5^\circ 44'$; $174^\circ 16'$. 23. $231^\circ 3'$; $308^\circ 57'$.
 24. $74^\circ 25'$. 25. $35^\circ 38'$. 26. $56^\circ 1'$. 27. $-23^\circ 15'$. 28. $164^\circ 17'$.
 29. $-15^\circ 25'$. 30. $28^\circ 21'$. 31. $-51^\circ 7'$. 32. 10336. 33. -0,48.
 34. 0,00109. 35. 4,887. 36. 0,2307. 37. 342,6. 38. -1,208.
 39. 0,617. 40. 32,24. 41. 0,09326.

	a	b	c	A	B	S
42.	8,49	3,916	9,35	$65^\circ 14'$	$24^\circ 46'$	16,63
43.	249,5	575	627	$23^\circ 30'$	$66^\circ 30'$	71730
44.	0,7323	0,317	0,7979	$66^\circ 36'$	$23^\circ 24'$	0,116
45.	2,792	2,34	3,644	$50^\circ 2'$	$39^\circ 58'$	3,267
46.	6,37	79,45	79,7	$4^\circ 35'$	$85^\circ 25'$	253
47.	18,003	16,79	24,64	47°	43°	151,2
48.	0,1247	0,1738	0,2146	$35^\circ 55'$	$54^\circ 5'$	0,01084
49.	0,6162	0,2954	0,6832	$64^\circ 23'$	$25^\circ 37'$	0,0910
50.	16	63	65	$14^\circ 15'$	$75^\circ 45''$	504
51.	112	15	113	$82^\circ 22' 20''$	$7^\circ 37' 40''$	840
52.	528	455,8	697	$49^\circ 15'$	$40^\circ 45'$	120300
53.	1500	823	1710,2	$61^\circ 15'$	$28^\circ 45'$	617250
54.	261	380	461	$34^\circ 29'$	$55^\circ 31'$	49590
55.	156	133	205	$49^\circ 33'$	$40^\circ 27'$	10374
56.	0,09783	0,1003	0,1401	$44^\circ 17'$	$45^\circ 43'$	0,004906
57.	12,06	6,919	13,9	$60^\circ 9'$	$29^\circ 51'$	41,73

58. $B=46^\circ 48'$; $b=633,8$; $S=232100$.
 59. $A=23^\circ 30'$; $b=1150$; $S=143800$.
 60. $B=60^\circ 30'$; $a=15,53$; $S=105$.
 61. $A=64^\circ 39'$; $a=6,398$; $S=15,95$.
 62. $A=37^\circ 12'$; $B=105^\circ 36'$; $S=36,93$.
 63. $A=57^\circ 19'$; $B=65^\circ 22''$; $a=856,7$; $S=333700$.

64. $B=48^{\circ}40'$; $b=22,41$; $a=27,25$; $S=278,2$.

65. $A=24^{\circ}36'$; $B=130^{\circ}48'$; $a=71,86$.

66. $A=53^{\circ}3'$; $a=9,68$; $b=11,64$.

67. $B=34^{\circ}28'$; $a=15,68$; $b=9,29$; $S=69,58$.

68. $A=73^{\circ}24'$; $B=32^{\circ}12'$; $a=30,20$; $b=17,27$.

69. $B_1=34^{\circ}51'$; $B_2=145^{\circ}9'$; $A=72^{\circ}34'30''$;
 $A_2=17^{\circ}25'30''$; $b_1=8,39$; $b_2=26,72$.

ծուցում. B անկյան համար ունենք $\sin B = \dots$ և $0 < B < 180^{\circ}$,
իսկ այս սահմաններում սինուսը տալիս է յերկու անկյուն:
Լուծման յերկա կիսությունը բացատրել նաև յերկրա չափորին:

§ 13.

	a	b	c	A	B	C	S
1.	(370)	541	421	$43^{\circ}1'$	$(86^{\circ}3')$	$(50^{\circ}56')$	77710
2.	(450)	85	445	$(87^{\circ}55')$	$(10^{\circ}53')$	$81^{\circ}12'$	18900
3.	(951)	1196	353	$39^{\circ}36'$	$(126^{\circ}43')$	$(13^{\circ}41')$	134550
4.	(97)	83,65	36,02	$(102^{\circ}48')$	$56^{\circ}61'$	$(21^{\circ}6')$	1442
5.	3,863	(13,02)	10,7	$(11^{\circ}48')$	$133^{\circ}42'$	$34^{\circ}30'$	14,91
6.	13,3	5,334	(15,94)	$(51^{\circ}38')$	$(18^{\circ}19')$	$110^{\circ}3'$	33,33
7.	(510)	(317)	534,5	68°	$35^{\circ}41'$	$(76^{\circ}19')$	77700
8.	(225)	(800)	634,1	$12^{\circ}15'$	$131^{\circ}1'$	$(36^{\circ}44')$	53830
9.	(2,29)	1,17	(1,69)	$104^{\circ}33'$	$(29^{\circ}52')$	$45^{\circ}35'$	0,964
10.	62,17	(28)	(42)	(124°)	$21^{\circ}56'$	$34^{\circ}4'$	487,5
11.	(30,99)	74,6	(69,01)	$24^{\circ}32'$	$(87^{\circ}48')$	$67^{\circ}40'$	1069
12.	43,92	(40,33)	(32,11)	$73^{\circ}40'$	$61^{\circ}46'$	$44^{\circ}34'$	621,4
13.	(87)	(65)	76	$(75^{\circ}45')$	$46^{\circ}24'$	$57^{\circ}57'$	2394
14.	(34)	(93)	65	$(14^{\circ}15')$	$\{137^{\circ}41'$	$\{28^{\circ}4'$	$\{744$
15.	(24)	(83)	115,3	$(26^{\circ}45')$	$\{42^{\circ}19'$	$\{123^{\circ}26,$	$\{1320$
16.	55,42 615,7	(360)	(309)	$\{3^{\circ}44'$ $\{135^{\circ}48'$	$\{155^{\circ}2'$ $\{24^{\circ}58'$	$21^{\circ}14'$	$\{3613$ $\{40150$
17.	(13,9)	7,102	(8,43)	$(126^{\circ}43')$	$24^{\circ}11'$	$29^{\circ}6'$	24
18.	(0,437)	(1,299)	1,745	$3^{\circ}52'$	$(11^{\circ}3')$	$165^{\circ}5'$	0,07309
19.	(13,81)	20,72 6,004	(8,14)	$\{25^{\circ}19'$ $\{154^{\circ}41'$	$\{140^{\circ},5'$ $\{10^{\circ}43'$	$(14^{\circ}36')$	$\{36,27$ $\{10,45$
20.	240,8	(263)	(215)	$59^{\circ}29'$	$(70^{\circ}15')$	$50^{\circ}16'$	24350

	a	b	c	A	B	C	S
21.	(19,06)	(28,19)	$\{36,31$ $\{11,88$	$31^{\circ}17'$	$\{50^{\circ}10'$ $\{129^{\circ}50'$	$\{98^{\circ}33'$ $\{18^{\circ}53'$	$\{265,8$ $\{86,95$
22.	(457,1)	(169,9)	$\{427,4$ $\{421,4$	$\{89^{\circ}$ $\{91^{\circ}$	$(21^{\circ}49')$	$\{69^{\circ}11'$ $\{67^{\circ}11'$	$\{36300$ $\{35790$
23.	(2579)	257,2	(10)	$(130^{\circ}22')$	$49^{\circ}28'$	$0^{\circ}10'$	9800
24.	(19)	(34)	(49)	$16^{\circ}26'$	$30^{\circ}24'$	$133^{\circ}10'$	235,6
25.	(89)	(321)	(395)	$7^{\circ}58'$	$29^{\circ}58'$	$142^{\circ}4'$	
26.	(44)	(483)	(485)	$5^{\circ}12'$	$84^{\circ}48'$	90°	
27.	(0,099)	(0,101)	(0,158)	$37^{\circ}22'$	$38^{\circ}16'$	$104^{\circ}22'$	
28.	(172,5)	(1135)	(1205)	$7^{\circ}42'$	$62^{\circ}12'$	110°	
29.	(421,6)	(409,8)	(335,9)	$68^{\circ}30'$	65°	$46^{\circ}30'$	
30.	(1,235)	(2,346)	(3,456)	$10^{\circ}52'$	$20^{\circ}58'$	$148^{\circ}10'$	

31. $C=18^{\circ}27'$; $a=2R \sin A=14,22$; $b=2R \sin B=11,55$;
 $c=2R \sin C=5,012$; $S=2R^2 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C=27,21$.

32. $C=119^{\circ}32'$; $a=\sqrt{\frac{25 \sin A}{\sin B \sin C}}=20,3$; $b=55,9$; $c=66,16$.

33. $A=59^{\circ}42'$; $a=\frac{h_a \sin A}{\sin B \sin C}=57,25$; $b=\frac{h_a}{\sin C}=60,01$;

$$c=\frac{h_a}{\sin B}=5,933$$
; $S=\frac{h_a^2}{2} \cdot \frac{\sin A}{\sin B \sin C}=153,7$.

34. $A=77^{\circ}4'$; $a=\frac{l_a \sin A}{\sin B \sin C} \cdot \cos \frac{B-C}{2}=7,406$.

$$b=\frac{l_a}{\sin C} \cdot \cos \frac{B-C}{2}=7,204$$
, $c=\frac{l_a}{\sin B} \cdot \cos \frac{B-C}{2}=0,585$;

$$S=\frac{l_a^2}{2} \cdot \frac{\sin A}{\sin B \cdot \sin C} \cdot \cos^2 \frac{B-C}{2}=1,296$$
.

35. $a=\frac{m}{2} \cdot \sin A \cdot \sec \frac{C}{2} \cdot \sec \frac{A-B}{2}$; $b=\frac{m}{2} \cdot \sin B \cdot \sec \frac{C}{2} \cdot$

$$\sec \frac{A-B}{2}$$
; $c=m \cdot \sin \frac{C}{2} \cdot \sec \frac{A-B}{2}$; $S=\frac{m^2}{4} \cdot \sin A \cdot \sin B$.

$$\cdot \operatorname{tg} \frac{C}{2} \cdot \sec^2 \frac{A-B}{2}; \quad C=69^\circ 20'; \quad a=290,2; \quad b=199,1; \quad c=288,1; \\ S=27020.$$

Ցուցում. Ունենք $m=2R(\sin A + \sin B) = \dots$, վորտեղից վորոշում ենք $2R$ -ը, իսկ այնուհետև $2R$ -ի ոգնությամբ կազմում ենք կողմերի արտահայտությունները:

$$36. \quad C=54^\circ; \quad a=\frac{n}{2} \cdot \sin A \cdot \operatorname{cosec} \frac{A-B}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{C}{2}=34,07;$$

$$b=\frac{n}{2} \cdot \sin B \cdot \operatorname{cosec} \frac{A-B}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{C}{2}=11,07; \quad c=n.$$

$$\cdot \cos \frac{C}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{A-B}{2}=28,981; \quad S=\frac{n^2}{4} \cdot \sin A \cdot \sin B.$$

$$\cdot \operatorname{ctg} \frac{C}{2} \cdot \operatorname{cosec}^2 \frac{A-B}{2}=155,56.$$

$$37. \quad C=19^\circ 11'; \quad C=\frac{m}{2} \sec \frac{C}{2} \sec \frac{A-B}{2}=0,7557; \quad b=1,958;$$

$$a=2,247; \quad S=0,72235. \quad \text{Ցուցում. } m=c(\sin A + \sin B).$$

$$38. \quad A=53^\circ 8'; \quad a=n:2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C-B}{2}=232; \quad b=210; \quad c=286; \\ S=24020.$$

$$39. \quad C=102^\circ 52'; \quad a=p \cdot \sin \frac{A}{2} \sec \frac{B}{2} \sec \frac{C}{2}=80,22;$$

$$b=p \cdot \sin \frac{B}{2} \sec \frac{A}{2} \sec \frac{C}{2}=152,7; \quad c=p \cdot \sin \frac{C}{2} \sec \frac{A}{2} \sec \frac{B}{2}=$$

$$=187,6; \quad S=p^2 \cdot \operatorname{tg} \frac{A}{2} \operatorname{tg} \frac{B}{2} \operatorname{tg} \frac{C}{2}=5974.$$

Ցուցում. 1-ին յեղանակ, ունենք $2p=2R(\sin A + \sin B +$

$$+\sin C)=8R \cdot \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}; \quad \text{այտադրելից } 2R=\frac{\frac{p}{2}}{\cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}};$$

վորից և ոգտվում ենք հաշվումների ժամանակ և վորի ոգնությամբ կազմում ենք կողմերի և ապա մակերեսի արտահայտությունները:

2-րդ յեղանակ. AC կողմի շարունակությունների վրա վերցնում ենք $CE=CB$ և $AD=AB$ և միացնում ենք D և E կետերը B կետի հետ: DBE յեռանկյան մեջ $DE=2p$, $\angle D=$

$$=\frac{A}{2} \quad \text{և} \quad \angle E=\frac{C}{2}; \quad BCE \quad \text{հավասարաթույն յեռանկյունից}$$

գտնում ենք՝ $a=\frac{BE}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}$; BE -ն վորոշելու համար DBE յեռանկյունից ունենք՝

$$BE:2p=\sin \frac{A}{2}:\sin \left(\frac{A}{2}+\frac{C}{2}\right)=\sin \frac{A}{2}:\cos \frac{B}{2}.$$

Այսպիսով վորոշվում է a -ն: b -ի և c -ի արտահայտությունները կկազմենք ըստ անալոգիայի:

$$40. \quad C=118^\circ 5'; \quad c=r \cos \frac{C}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{B}{2};$$

$$b=r \cdot \cos \frac{B}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{C}{2};$$

$$a=r \cdot \cos \frac{A}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{B}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{C}{2};$$

$$S=r^2 \cdot \operatorname{ctg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{B}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{C}{2}.$$

Հաշվումների համար ավելի հարմար է ոգտվել կողմերի այն հատվածներով (x, y, z), վորոնք հաշված են զազաթնեից (A, B, C) մինչև շոշափման կետերը, այդ ժամանակ կոտանանք՝ $x=25$, $y=14$ և $z=3$, վորից հետո գտնում ենք՝ $a=z+y=17$; $b=z+x=28$; $c=x+y=39$ և $S=(x+y+z)r=42 \cdot 5=210$.

$$41. \quad A=33^\circ 53'; \quad C=98^\circ 7'; \quad a=0,6927; \quad b=0,9236; \quad S=0,3167.$$

$$42. \quad C=47^\circ 26'; \quad B=37^\circ 3' 35''; \quad b=38,47; \quad c=47; \quad S=897.$$

$$43. \quad A_1=75^\circ 44'; \quad C_1=87^\circ 12'; \quad a_1=220,2; \quad b_1=66,66; \quad S_1=7330.$$

$$A_2=104^\circ 15'; \quad C_2=58^\circ 41';$$

$$a_2=257; \quad b_2=77,94; \quad S_2=8569.$$

$$44. \quad B=35^\circ 53'; \quad C=97^\circ 47'; \quad b=12,95; \quad c=21,905; \quad S=102,6.$$

45. $B=10^{\circ}2'$; $C=101^{\circ}15'$; $a=155,2$; $c=163,4$; $S=2207$.
 46. $A=12^{\circ}8'$; $C=43^{\circ}14'$; $b=166,5$; $c=133,6$.
 47. $A=100^{\circ}25'$; $B=50^{\circ}12'$; $C=29^{\circ}23'$; $c=15,96$; $S=196,2$.
 48. $A=38^{\circ}49'$; $B=19^{\circ}17'52''$;
 $C=121^{\circ}53'$; $a=23,84$; $b=12,66$; $c=32,324$; $S=127,5$.
 49. $A=126^{\circ}43'$; $B=39^{\circ}36'$; $a=1196$; $b=951$; $S=134\,550$.

$$\begin{aligned} \text{Ցուցում. } \frac{a+b}{c} &= \frac{\cos \frac{1}{2}(A-B)}{\sin \frac{1}{2}C}; \text{ այստեղից } \cos \frac{A-B}{2} = \\ &= \frac{m}{c} \cdot \sin \frac{C}{2}, \text{ վորի ոգնությամբ վորոշում ենք } \frac{A-B}{2} \text{-ը, իսկ} \\ &\text{գիտենալով } \frac{A+B}{2} \text{-ը և } \frac{A-B}{2} \text{-ը, գտնում ենք } A \text{-ն և } B \text{-ն:} \end{aligned}$$

50. $A=80^{\circ}38'$; $B=45^{\circ}42'$; $a=22,41$; $b=15,96$; $S=146,8$.
 51. $B=41^{\circ}5'$; $C=36^{\circ}17'$; $a=8,556$; $b=5,7616$; $S=14,58$.

Ցուցում. 1-ին յեղանակ. Մոլվեյդի առաջին բանաձևով ունենք.

$$\frac{m}{c} = \frac{\cos \frac{1}{2}(A-B)}{\cos \frac{1}{2}(A+B)}; \text{ այստեղից}$$

$$\frac{m+c}{m-c} = \frac{2 \cos \frac{1}{2}A \cdot \cos \frac{1}{2}B}{2 \sin \frac{1}{2}A \cdot \sin \frac{1}{2}B} = \operatorname{ctg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{B}{2},$$

վորը հնարավորութուն է տալիս վորոշել B անկյունը:

2-րդ յեղանակ. Բազմապատկելով հետևյալ բանաձևերը.

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}} \text{ և } \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}}, \text{ իրար}$$

առնանք՝

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{p-c}{p}, \text{ բայց } \frac{p-c}{p} = \frac{2(p-c)}{2p} = \frac{a+b-c}{a+b+c} = \frac{m-c}{m+c}.$$

52. $B=37^{\circ}44'$; $C=63^{\circ}36'$; $a=16,58$; $b=10,35$; $S=76,83$.

Ցուցում. 1-ին յեղանակ. Մոլվեյդի յերկրորդ բանաձևով ունենք՝

$$\frac{n}{c} = \frac{\sin \frac{1}{2}(A-B)}{\sin \frac{1}{2}(A+B)}; \text{ այստեղից}$$

$$\frac{c+n}{c-n} = \frac{2 \sin \frac{1}{2}A \cdot \cos \frac{1}{2}B}{2 \cos \frac{1}{2}A \cdot \sin \frac{1}{2}B} = \operatorname{tg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{B}{2},$$

վորը հնարավորութուն է տալիս վորոշել B անկյունը:

2-րդ յեղանակ. Բաժանելով $\operatorname{tg} \frac{A}{2}$ -ը $\operatorname{tg} \frac{B}{2}$ -ի վրա, կըս-

$$\begin{aligned} \text{տանանք } \operatorname{tg} \frac{A}{2} : \operatorname{tg} \frac{B}{2} &= \frac{p-b}{p-a}, \text{ բայց } \frac{p-b}{p-a} = \frac{2(p-b)}{2(p-a)} = \\ &= \frac{c+a-b}{c+b-a} = \frac{c+n}{c-n}. \end{aligned}$$

53. $A=115^{\circ}39'$; $B=25^{\circ}40'$; $C=38^{\circ}41'$; $a=9,99$; $b=4,80$;
 $c=6,931$.

54. $A=26^{\circ}34'$; $B=30^{\circ}4'$; $C=123^{\circ}22'$; $a=hc : \sin B=71,84$;
 $c=hb : \sin A=134,16$; $b=c \cdot 0,6=80,496$; $S=0,5 \cdot c \cdot hc=2414,9$.

Ցուցում. $\operatorname{tg} A=0,5$; $b:c=hc:hb=3:5$.

55. $A=27^{\circ}16'$; $B_1=63^{\circ}42'$; $C_1=89^{\circ}2'$; $c_1=50,19$; $S_1=517,4$;
 $B_2=116^{\circ}18'$; $C_2=36^{\circ}25'43''$; $c_2=29,807$; $S_2=307,3$.

56. $B=11^{\circ}25'$; $A_1=55^{\circ}2'$; $C_1=113^{\circ}33'$; $c_1=134,2$;
 $S_1=0,5 \cdot c_1 \cdot hc=1595$; $A_2=124^{\circ}59'$; $C_2=43^{\circ}36'$; $c_2=101$;
 $S_2=1200$.

57. $C_1=30^{\circ}$; $B_1=103^{\circ}4'$; $A_1=46^{\circ}56'$; $c_1=4,1063$; $C_2=150^{\circ}$;

$B_2=17^\circ 12'$; $A_2=12^\circ 48'$; $c_2=13,53$. (Լուծման յերկակի լուծվողունը բացատրել գծագրով):

58. $A=30^\circ 24'$; $B=99^\circ 45'$; $C=49^\circ 51'$; $a=50,32$; $S=1884$.

59. $A=83^\circ 25'$; $B=36^\circ 35'$; $C=60^\circ$; $c=17,434$; $S=103,9$.

Ցուցում. Նախ շարունակում ենք CD միջնագիծը $DE=CD$ հեռավորություն վրա և միացնելով B և E կետերը, CBE յեռանկյունից վորոշում ենք CBE անկյունը:

60. $A=127^\circ 10'$; $B=32^\circ 5'$; $C=20^\circ 45'$; $a=h_b : \sin C=33,88$;

$b=h_a : \sin C=22,59$; $c=h_a : \sin B=15,06$; $S=135,5$.

Ցուցում. Ունենք $a:b:c = \frac{2S}{8} : \frac{2S}{12} : \frac{2S}{18} = 9:6:4$, վորը

հնարավորություն է տալիս վորոշել անկյունները:

61. $A=135^\circ 11'$; $B=27^\circ 7'$; $C=17^\circ 42'$; $a=64,93$; $S=414,45$.

Ցուցում. Բաղդատելով յեռանկյունների մակերեսները,

կունենանք՝ $\frac{b_c}{2} \cdot \sin A = \frac{bl_a}{2} \cdot \sin \frac{A}{2} + \frac{cl_a}{2} \cdot \sin \frac{A}{2}$; այստե-

ղից գտնում ենք՝ $\cos \frac{A}{2} = \frac{(b+c)l_a}{2bc}$.

§ 14.

1. a) $x=30^\circ + 360^\circ \cdot n$; $150^\circ + 360^\circ \cdot n$, կամ $x=\pi n + (-1)^n \frac{\pi}{6}$;

b) $x=30^\circ$; 150° ; կամ $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$.

2. a) $x=\pm 51^\circ 50' + 360^\circ \cdot n$; b) $x=51^\circ 50'$; $308^\circ 10' 23''$.

3. a) $x=\pm 72^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 144^\circ + 360^\circ \cdot n$, կամ $x=\pm \frac{2\pi}{5} + 2\pi n$;

$\pm \frac{4\pi}{5} + 2\pi n$; b) $x=72^\circ, 144^\circ, 216^\circ, 288^\circ$, կամ $x=\frac{2\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}$.

$\frac{6\pi}{5}, \frac{8\pi}{5}$.

4. a) $x=-45^\circ + 180^\circ \cdot n$, կամ $x=-\frac{\pi}{4} + \pi n$; b) $x=135^\circ$,

315° կամ $x=\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$.

5. a) $x=\pm 60^\circ + 180^\circ \cdot n$, կամ $x=\pm \frac{\pi}{3} + \pi n$; b) $x=60^\circ, 120^\circ$,

$240^\circ, 300^\circ$, կամ $x=\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$.

6. a) $x=180^\circ \cdot n$; $\pm 60^\circ + 360^\circ \cdot n$, կամ $x=\pi n$; $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$;

b) $x=0, 60^\circ, 180^\circ, 300^\circ, 360^\circ$, կամ $x=0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$.

7. a) $x=90^\circ + 180^\circ \cdot n$; $19^\circ 28' + 360^\circ \cdot n$; $160^\circ 32' + 360^\circ \cdot n$;

b) $x=19^\circ 28', 90^\circ, 160^\circ 32', 270^\circ$.

8. a) $x=\pm 45^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 135^\circ + 360^\circ \cdot n = 45^\circ + 90^\circ \cdot m$, կամ

$x=\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n$; $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot m$, b) $x=45^\circ, 135^\circ, 225^\circ$,

315° , կամ $x=\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$.

9. a) $x=10^\circ + 120^\circ \cdot n$; $50^\circ + 120^\circ \cdot n$, կամ

$x=\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3} \cdot n$; $\frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi}{3} \cdot n$;

b) $x=10^\circ, 50^\circ, 130^\circ, 170^\circ, 250^\circ, 290^\circ$, կամ $x=\frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{18}$,

$\frac{13\pi}{18}, \frac{17\pi}{18}, \frac{25\pi}{18}, \frac{29\pi}{18}$.

10. a) $x=112^\circ 30' + 450^\circ \cdot n$, կամ $x=\frac{5\pi}{8} + \frac{5\pi}{2} \cdot n$, b) $x=112^\circ 30'$,

կամ $x=\frac{5\pi}{8}$.

11. a) $x=90^\circ (6n \pm 1)$, կամ $x=\frac{\pi}{2} (6n \pm 1)$, b) 0° , կամ $\frac{\pi}{2}$.

12. a) $x=4\pi (3n \pm 1)$; b) չկա:

13. 1) $\alpha - \beta = 180^\circ \cdot 2n$; $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot (2n + 1)$, 2) $\alpha + \beta = 360^\circ \cdot n$,

3) $\alpha - \beta = 180^\circ \cdot n$, 4) $\alpha - \beta = 180^\circ \cdot n$; 5) $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot 2n$;

- $\alpha - \beta = 180^\circ \cdot (2n+1)$, 6) $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot (2n+1)$, 7) $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot n$, 8) $\alpha + \beta = 180^\circ \cdot n$, 9) $\alpha + \beta = 90^\circ + 360^\circ \cdot n$, 10) $\alpha + \beta = 270^\circ + 60^\circ \cdot 3n$, 11) $\alpha + \beta = 90^\circ + 180^\circ \cdot n$, 12) $\alpha - \beta = 90^\circ + 180^\circ \cdot n$.

ծուցում. Հավասարության բոլոր անդամները հավաքելով մի կողմ՝ առաջին մասը փոխարինում ենք արտադրյալով կամ կոտորակով:

14. $9^\circ (2k+1)$. 15. $180^\circ k$. 16. $60^\circ (2k+1)$.
 17. $\sin 2x = \frac{a}{b-a}$; Հավասարումն ունի արմատներ, յեթե $a \leq \frac{b}{2}$.
 18. $\frac{k}{p+q} \cdot 180^\circ$. 19. $45^\circ (4k-1)$ և $22^\circ 30' (4k+3)$.
 20. $36^\circ k$ և $45^\circ k$. 21. $x = \arctg \left(-\frac{b}{a} \right) + 180^\circ n$.
 22. $(2k+1) \cdot 90^\circ$ և $180^\circ k + 45^\circ$. 23. $(-1)^n \arcsin \frac{-2 + \sqrt{54}}{10} + 180^\circ n$.
 24. $\pm 2 \arccos \frac{\sqrt{17}-1}{4} + 720^\circ n$. 25. $180^\circ k + (-1)^k 30^\circ - \frac{m}{2}$.
 26. $90^\circ k$ և $\pm 120^\circ + 360^\circ k$. 27. $180^\circ k$. 28. $\operatorname{tg} x_1 = \operatorname{tg} x_2 = \frac{a}{b}$.
 29. $x = \arctg \frac{a}{2} \pm \arccos \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} + 2n\pi$. Ընդվորում $c^2 \leq a^2 + b^2$.
 30. $x_1 = 126^\circ 52' 12'' + 360^\circ \cdot n$; $x_2 = -151^\circ 56' + 360^\circ \cdot n$.
 31. $x = 360^\circ \cdot n$; $-126^\circ 52' 12'' + 360^\circ \cdot n$.
 32. $x = 31^\circ 59' + 16^\circ 20' + 360^\circ n$.
 33. $x = 15^\circ + 360^\circ \cdot n$, $105^\circ + 360^\circ \cdot n$.
ծուցում. Տված հավասարման յերկու մասն էլ բաժանելով 2-ի վրա, կստանանք՝ $\cos (x - 60^\circ) = \cos 45^\circ$.
 34. $x_1 = x_2 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n$. 35. $x = 180^\circ \cdot n$; $45^\circ + 180^\circ \cdot n$.
 36. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$.
 37. $x = \pm 60^\circ + 360^\circ \cdot n$.

ծուցում. Հավասարման բոլոր անդամները հավաքելով մի կողմը և միացնելով մի կոտորակի մեջ՝ կրճատում ենք այն $1 + \sin x$ -ով:

38. $x = 10^\circ 10' + 180^\circ \cdot n$; $79^\circ 50' + 180^\circ \cdot n$.
 39. $\frac{\pi}{4} + x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$. 40. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$; $\frac{\pi}{6} + \pi n$; $\frac{\pi}{3} + \pi n$.
 41. $x = \pm 60^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 120^\circ + 360^\circ \cdot n$, կամ $\pm 60^\circ + 180^\circ \cdot m$.
 42. $x = 75^\circ + 180^\circ \cdot n$; $15^\circ + 180^\circ \cdot n$. 43. $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b \cdot \operatorname{tg} c$.
 44. $x = 180^\circ \cdot n$; $\pm 60^\circ + 180^\circ \cdot n$, կամ $60^\circ \cdot m$.
 45. $x = -15^\circ + 180^\circ \cdot n$; $-75^\circ + 180^\circ \cdot n$.
 46. $x = 60^\circ \cdot n$; $15^\circ + 30^\circ \cdot n$.
 47. $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$; $-\frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$. 48. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n$.
 49. $x_1 = x_2 = 90^\circ + 180^\circ \cdot n$; $x_3 = 45^\circ + 90^\circ \cdot n$.
 50. $x = \pm 18^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 162^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 54^\circ + 360^\circ \cdot n$; $\pm 126^\circ + 360^\circ \cdot n$, կամ $180^\circ \cdot m \pm 18^\circ$; $180^\circ \cdot m \pm 54^\circ$.
 51. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $\pm \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3} \cdot n$.
ծուցում. $\cos 4x + \cos 2x$ -ը փոխարինել արտադրյալով:
 52. $x = 120^\circ \cdot n$; $-90^\circ + 360^\circ \cdot n$; $45^\circ + 180^\circ \cdot n$.
ծուցում. $\cos x - \cos 2x$ -ը փոխարինել արտադրյալով, իսկ $\sin 3x$ -ը վերլուծել վորպես $\sin 2\left(\frac{3x}{2}\right)$.
 53. $\cos \frac{3x}{2} = 0$; $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{b}{a}$.
 54. $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$; $\pi n + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6}$.
Ը ուցում. Փոխարինելով $\sin x + \sin 3x$ -ը $1 + \cos 2x$ -ն արտադրյալներով և մի քանի ձևափոխություններ էլ կատարելուց հետո ստանում ենք՝ $\cos x (1 + 2 \cos x) (1 - 2 \sin x) = 0$ հավասարումը:
 55. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n$.

ծուցում. Տված հավասարումը վերածվում է՝ $\frac{\cos 2x}{\sin 3x \cdot \cos x} = 0$

հավասարման:

$$56. \cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{17}-1}{4}; x = \pm 77^\circ 20' + 720^\circ \cdot n.$$

$$57. x = 2\pi n; x = \pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi n. \quad 58. x = \frac{\pi}{2} \cdot n = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{12}.$$

ծուցում. Առաջին մասը փոխարինում ենք՝ $\left(\frac{4}{\sin^2 x}\right)$ կոտորակով:

$$59. \cos x_1 = \cos x_2 = \frac{1}{3}; x_1 = x_2 = \pm 70^\circ 32' + 360^\circ \cdot n.$$

$$60. x_1 = -\frac{\pi}{4} + \pi n; x_2 = x_3 = \pi n.$$

ծուցում. $1 + \sin 2x = (\cos x + \sin x)^2$.

$$61. x_1 = x_2 = 90^\circ \cdot n; x_3 = \pm 30 + 180^\circ \cdot n, \text{ կամ } x = 90^\circ \cdot n; 180^\circ \cdot n; 30^\circ + 60^\circ \cdot n.$$

ծուցում. $\sin^2 3x - \sin^2 x$ -ը փոխարինում ենք արտադրյալով:

$$62. x = 60^\circ \cdot n; \pm 35^\circ 16' + 180^\circ \cdot n.$$

ծուցում. Տված հավասարումը պատկերացնելով $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = -\operatorname{tg} 3x$ ձևով, $\operatorname{tg} 3x$ -ը վերլուծում ենք իբրև $\operatorname{tg}(x+2x)$, այդ դեպքում նոր հավասարումը վերածվում է հետևյալ չեղձ կու հավասարումների. 1) $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = 0$ և 2) $1 = -1 : (1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 2x)$; (1) հավասարումից ստանում ենք $\sin 3x = 0$, իսկ (2) հավասարումից՝ $\operatorname{tg} x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$.

$$63. x = \frac{\pi}{8} \cdot n; \frac{\pi}{4} \cdot n.$$

ծուցում. Յերկու մասն էլ 2-ով բազմապատկելով՝ կիրառում ենք $2\cos \alpha \cdot \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$ հավասարումը:

$$64. x = 45^\circ + 180^\circ \cdot n; 90^\circ + 180^\circ \cdot n.$$

$$65. x = -\frac{\pi}{4} + \pi n. \quad 66. x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi n.$$

$$67. x = \pm 60^\circ + 180^\circ \cdot n; 90^\circ + 180^\circ \cdot n. \quad 68. x = \frac{\pi}{2} + \pi n; \pm \frac{\pi}{6} + \pi n.$$

$$69. x_1 = 90^\circ + 180^\circ \cdot n; x_2 = x_3 = 90^\circ + 360^\circ \cdot n. \quad 70. x_1 = \pi n; x_2 = x_3 = 2\pi n.$$

$$71. \operatorname{tg} x = \pm (\sqrt{2} + 1); \pm (\sqrt{2} - 1); x = \pm \frac{3}{8}\pi + \pi n; \pm \frac{\pi}{8} + \pi n,$$

$$\text{կամ } \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} \pi.$$

$$72. x = 60^\circ \cdot n; 180^\circ \cdot n.$$

ծուցում. $\operatorname{tg} 2x$ -ը փոխարինում ենք $\frac{2 \sin x \cos x}{\cos 2x}$ ու՛:

$$73. x = \pi n; \quad 74. 1) \sin x = 0,8; \sin y = -0,6; 2) \sin x = -0,6; \sin y = 0,8.$$

ծուցում. $\sin y = 0,2 - \sin x$ և $\cos y = -0,2 - \cos x$ հավասարումները բարձրացնում ենք քառակուսի և գումարում:

$$75. 1) \cos x = \frac{1}{2}; \cos x = \frac{1}{3}; 2) \cos x = -\frac{1}{2}; \cos y = -\frac{1}{3};$$

$$3) \cos x = \frac{1}{3}; \cos y = \frac{1}{2}; 4) \cos x = -\frac{1}{3}; \cos y = -\frac{1}{2}.$$

ծուցում. վերցնելով տված հավասարումների գումարն ու տարբերությունը՝ նոր հավասարումներից արտահայտում ենք $\cos y$ -ն ու $\sin y$ -ը և նրանց քառակուսիները գումարում ենք:

$$76. 1) \operatorname{tg} x = 5 + \sqrt{34}; \operatorname{tg} y = 5 - \sqrt{34}; 2) \operatorname{tg} x = 5 - \sqrt{34};$$

$$\operatorname{tg} y = 5 + \sqrt{34}. \quad 77. x^2 = \frac{a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos \varphi}{\sin^2 \varphi}.$$

ծուցում. վերցնելով $\cos(\alpha + \beta) = \cos \varphi$, բաց ենք անում փակագծերը, ապա արտահայտում ենք $\cos \alpha$ -ն և $\cos \beta$ -ն համապատասխանաբար $\sin \alpha$ -ով և $\sin \beta$ -ով, իսկ $\sin \alpha$ -ն և $\sin \beta$ -ն՝ $\frac{a}{x}$ և $\frac{b}{x}$ -ով:

78. 1) $x=45^{\circ}+180^{\circ}(m+n)$; $y=15^{\circ}+180^{\circ}(m-n)$; 2) $x=105^{\circ}+180^{\circ}(m+n)$, $y=-45^{\circ}+180^{\circ}(m-n)$; 3) $x=-15^{\circ}+180^{\circ}(m+n)$; $y=-45^{\circ}+180^{\circ}(m-n)$; 4) $x=45^{\circ}+180^{\circ}(m+n)$, $y=-105^{\circ}+180^{\circ}(m-n)$.

79. 1) $x=21^{\circ}21'15''$, $y=8^{\circ}38'45''$; 2) $x=81^{\circ}21'15''$, $y=-68^{\circ}38'45''$.

80. 1) $x=81^{\circ}21'15''$, $y=21^{\circ}21'15''$; 2) $x=21^{\circ}21'15''$, $y=-81^{\circ}21'15''$.

81. x -ը և y -ը վորոշվում են իրենց կիսադամարով և կիսա-տարբերությամբ.

1) առաջին հավասարումից ունենք $\frac{x+y}{2} = \frac{a}{2}$; 2) յերկրորդ

հավասարումը փոխարինելով $2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = a$, նրա

ոգնություն կարելի չի վորոշել $\frac{x-y}{2}$ -ը:

82. $x=15^{\circ}20'$; $y=61^{\circ}40'$.

83. x -ը և y -ը վորոշվում են դրանց գումարով և տարբերությամբ, 1) $x+y$ -ը տված է: 2) $x-y$ -ը գտնում ենք յերկրորդ հավասարությունից, յեթե նրա յերկու մասն ել բազմապատկենք 2-ով և $2 \sin x + \sin y$ -ը փոխարինենք $\cos(x-y) - \cos(x+y)$ -ով:

84. $x=60^{\circ}$; $y=11^{\circ}40'$.

85. Առաջին հավասարումից ունենք $\frac{1}{2}(x+y) = \frac{1}{2}a$, իսկ

յերկրորդ հավասարումից գտնում ենք $\frac{\sin x + \sin y}{\sin x - \sin y} = \frac{m+n}{m-n}$

կամ $\frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(x+y)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(x-y)} = \frac{m+n}{m-n}$, վերահղից վորոշում ենք

$\frac{1}{2}(x-y)$ -ը:

86. $x=35^{\circ}46'$; $y=60^{\circ}52'$.

87. Յերկրորդ հավասարումը կարելի չի փոխարինել $\frac{\sin(x+y)}{\cos x \cdot \cos y} = -a$ հավասարումով, վորահղից՝ $\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{a} \cdot \sin(x+y)$

կամ $\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{a} \sin \alpha$: Այժմ յերկու մասն ել

բազմապատկենք 2-ով և $2 \cos x \cdot \cos y$ -ը փոխարինենք $\cos(x+y) + \cos(x-y)$ -ով:

Այն ժամանակ կարելի կլինի վորոշել $x-y$ -ը:

88. $x=44^{\circ}20'$; $y=13^{\circ}20'$.

89. Յերկրորդ հավասարումը կարելի չի փոխարինել

$\frac{\sin x \cdot \sin y}{\cos x \cdot \cos y} = \frac{a}{1}$ հավասարումով, վորից գտնում ենք՝

$\frac{\cos x + \cos y + \sin x \sin y}{\cos x + \cos y - \sin x \sin y} = \frac{1+a}{1-a}$, կամ $\frac{\cos(x-y)}{\cos(x+y)} = \frac{1+a}{1-a}$ և այս հա-

վասարման ոգնությամբ վորոշում ենք $x-y$ -ը:

90. $x=45^{\circ}$; $y=40^{\circ}$.

91. Յերկրորդ հավասարումից գտնում ենք $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y} = \frac{m+n}{m-n}$, կամ

$\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} = \frac{m+n}{m-n}$, վորի ոգնությամբ վորոշում ենք $x-y$ -ը:

92. 1) $x=22^{\circ}25'$; $y=18^{\circ}39'$; 2) $x=71^{\circ}21'$; $y=67^{\circ}35'$.

93. $x=45^{\circ}$; $y=135^{\circ}$.

94. $\operatorname{tg} x=1$; $\operatorname{tg} y=2$; $\operatorname{tg} z=3$; $x=45^{\circ}$; $y=63^{\circ}26'$; $z=71^{\circ}34'$.

Ցուցում. $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y + \operatorname{tg} z = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y \cdot \operatorname{tg} z$.

95. $x=30^{\circ}58'$; $y=78^{\circ}41'$; $z=70^{\circ}21'$ (տես 94-րդ խնդիրը):

§ 15.

1. 1) $-\frac{\pi}{6}$; 2) $\frac{\pi}{3}$; 3) $\frac{3}{4}\pi$.

2. 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) 0; 3) $\sqrt{3}$.

3. 1) -1; 2) 1; 3) 0.

4. 1) x ; 2) $\pm \frac{3}{5}$; 3) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$.

5. 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\sqrt{3}$. 6. 1) $-\frac{\pi}{5}$; 2) $x+\pi n$; 3) $\frac{5\pi}{14}$.
 7. 1) 0.6; 2) $\frac{15}{17}$; 3) $\frac{3}{4}$. 8. 1) 1; 2) $\frac{1}{2}$. 9. 1) ∞ ; 2) ∞ .
 10. $\sqrt{3}$. 11. $\frac{77}{85}$. 12. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 13. $\frac{41}{49}$.
 14. $2m\sqrt{1-m^2}$. 15. $\frac{47}{52}$. 16. $\frac{2m}{1+m^2}$. 32. $\pm\sqrt{2}$.
 33. 0; $\frac{1}{2}$. 34. $\pm\sqrt{3}$. 35. $\sqrt{2}$. 36. 0; $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$.
 37. $\frac{\pi}{4} + \pi n$. 38. $\pm\frac{\pi}{6}$. 39. $\sqrt{\frac{2(5-2\sqrt{2})}{17}}$. 40. $\frac{1}{2}$.
 41. 0; $\frac{1}{2}$. 42. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. 43. $\pm\sqrt{\frac{2}{a}}$. 44. $\pm\frac{1}{3}$.

§ 15 a.

1. $a \sec \frac{180^\circ}{n}$. 2. 18,02 սմ, 22,47 սմ. 3. $2a \cos \frac{180^\circ}{n}$.
 4. 1) $2R = a \operatorname{cosec} \frac{180^\circ}{n}$; 2) $\frac{a}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{90^\circ}{n}$. 5. 26,97 մ և 20,84 մ.
 6. $4r^2 \operatorname{cosec} \alpha = 167$. 7. $\sqrt{Q \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}} = 24,66$. 8. $\beta = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{b^2}{4Q} = 130^\circ 47'$. 9. $\frac{1}{4} na^2 \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}$; 1) 14,53; 2) 4,829; 3) 1120.
 10. $\frac{1}{2} nR^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$; 1) 147; 2) 116,5. 11. $nR^2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$.
 12. 183,8. 13. $\approx 41 a$. 14. $a^2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{a^2}{2} \sin 2\alpha$.
 15*. 71 սմ. 16*. $S_9 : S_{10} = 10 \operatorname{ctg} 20^\circ : 9 \operatorname{ctg} 18^\circ = 0,992$.
 17. 21,75 սմ². 18. $\pi r^2 \frac{a}{360^\circ} - \frac{r^2}{2} \sin \alpha$; 1) 0,98; 2) 1,63.

19. $\frac{\pi R^2 a}{360^\circ} - \frac{R^2 \sin \alpha}{2}$; $\alpha = 2 \operatorname{arc} \sin \frac{a}{2R}$; 0,59 սմ².
 20. $R^2 \left[\frac{\pi(180^\circ - \alpha)}{180^\circ} + \sin \alpha \right]$. 21. 3,215 սմ և 7,785 սմ;
 22. $S = \frac{4ab}{\sin \alpha}$; $d_1 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha} \cdot \frac{2}{\sin \alpha}$; $d_2 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \alpha} \cdot \frac{2}{\sin \alpha}$. 23. $6 - \pi \cdot \frac{90^\circ + \alpha}{72^\circ} = 0,4643$;
α-ն շոշափման կետերի միջև յեղած աղեղն է մեծ շրջանագծի վրա:
 24. 30°.

§ 16.

1. 3,299. 2. $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{r}{p} = 60^\circ 26'$. 3. $\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2d}{a} = 53^\circ 8'$.
 4. $35^\circ 16'$. 5. 5,2 մ; $28^\circ 33'$. 6. $51^\circ 3'$. 7. 2,6 մ. $67^\circ 23'$.
 8. $70^\circ 32'$. 9. $\cos \alpha \cos \beta = \cos \varphi$; $\varphi = 45^\circ$. 10. $\cos \varphi = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = 6^\circ 15'$. 11. $x=y=z = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{4hs}{abc}$; $75^\circ 52'$.
 12. 322,5 մ: $\frac{\alpha \sin \beta \operatorname{tg} \varphi}{\sin(\beta + \gamma)}$. 13. $\frac{a^3}{\sqrt{3}} \sqrt{4 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$. 14. $\operatorname{arc} \sin \frac{n+m}{a}$;
 $13^\circ 21'$; 15. $\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$.
Ցուցում. Ձուգահեռ բեքերի և նրանց հատողի հեռքերը գտնվում են միևնույն ուղիղ գծի վրա:
 16. $\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}$. 17. $\operatorname{arc} \sin \frac{c \sin \alpha}{a}$; 45° .
 18. 1) $\sqrt{b^2 - a^2} \cdot \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$; ուղղահայացների հատման կետը գտնվում է այն հարթության մի կողմում, վրն անցնում է տված հատվածով և ուղղահայաց է տված հարթությանը:
 2) $\sqrt{b^2 - a^2} \cdot \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$; Ուղղահայացների հատման կետը գտնվում է այն հարթության տարբեր կողմերում, վրն անց-

նում ե տված հատվածով և ուղղահայաց ե տված հարթությանը:

Ցուցում. a հատվածն ու նրան կանգնեցրած ուղղահայացները պրոյեկտում ենք տված հարթության վրա. ահա հետև կազմում ենք ուղղանկյուն յուսակյուն՝ b ներքնաձիգով և a -ի պրոյեկցիային զուգահեռ եջով:

19. $41^{\circ}25'$ և $82^{\circ}50'$.

§ 17.

1. $\operatorname{atg} \alpha = 5,441$. 2. 1) $\varphi = \arcsin \sqrt{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta}$; 2) $\varphi = 22^{\circ}37'$.
 3. $x = 18^{\circ}4'$; $\sin x = \sin 20^{\circ} \cos 25^{\circ}$ 4. 22. 5. $\sin \varphi = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$.
 6. $\frac{180^{\circ}}{n}$. 7. a) 26,7 մ; b) $\alpha = 18^{\circ}33'$; $\beta = 46^{\circ}31'$; c) $17^{\circ}14'$; 40° .
 8. $39^{\circ}48'$. 9. $\frac{a}{2} \sin 2\alpha \cdot \sin \varphi$. 10. $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \alpha$; $\operatorname{tg} y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$. 11. $x = \arcsin \left(\frac{\sin \varphi}{\sin \alpha} \right)$. 12. $73^{\circ}24'$. 13. 30° .
 14. $\varphi = \arcsin 0,6 = 36^{\circ}52'$. 15. 1) $70^{\circ}32'$; 2) $109^{\circ}28'$; 3) $138^{\circ}12'$.
 Ցուցում. Խնդիրը վերածվում է հավասար կողեր ունեցող կանոնավոր 5-անկյուն բուրգի կողմնային նիստերի միջև կազմված անկյունը վորոշելուն:
 4) $116^{\circ}34'$.
 Ցուցում. Խնդիրը վերածվում է կանոնավոր յուսակյուն բուրգի կողմնային նիստերի միջև կազմված անկյունը վորոշելուն. բուրգի գագաթի հարթ անկյունը հավասար է 108° -ի:

§ 18.

1. 43,3 մմ². 2. $Q\sqrt{2}$. 3. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4\cos \alpha}$. 4. 42,2 մմ. 5. 1953 մմ².
 6. 33,35 մմ². 7. $36^{\circ}52'$; 3 մ. 8. միատեսակ. 9. $Q \sin \alpha$; փոքր; ավելի լուսավոր. 10. 106,4 մմ².

§ 19.

1. $67^{\circ}56'$. 3. $\frac{7a^2}{8\cos \alpha}$. 4. 1) $\frac{3a}{4}\sqrt{a^2+2b^2}$; 2) $\arcsin \frac{b\sqrt{2}}{a}$.
 5. Հատող հարթությունը զուգահեռ է հիմքի մեծ անկյունն ազդիւն և հիմքի հարթության հետ կազմում է φ անկյունը.
 Ընդլորում $\cos \varphi = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.
 6. $d^2 \sqrt{2} \cdot \sin 2\beta \cdot \sin(45^{\circ} + \alpha) \approx 391,1 \text{ մ}^2$. 7. $d^2 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4} \approx 1963 \text{ մ}^2$. 8. $5a^2 \operatorname{ctg} 36^{\circ} \cos^2 27^{\circ} \approx 3092 \text{ մ}^2$.
 9. $4a^2 \operatorname{cosec} \frac{\beta}{2} \cdot \cos^2 \left(45^{\circ} - \frac{\alpha}{4} \right) \cdot \sqrt{\sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}} \approx 34700 \text{ մմ}^2$. 10. $\frac{1}{3} a^2 \sqrt{3} \sec \alpha - (1 + \sqrt{1+3\sin^2 \alpha})$.
 11. $x = \arcsin \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) = 16^{\circ}6'$; $y = \arcsin \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) = 26^{\circ}34'$.
 12. $x = \arcsin \left(\operatorname{ctg} \frac{180^{\circ}}{n} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) = 54^{\circ}44'$. 13. $\frac{a \sin \alpha}{2 \sin (\alpha + 45^{\circ})}$.
 14. $\frac{1}{4} a^2 \sec \alpha \sqrt{\sin (\alpha + 30^{\circ}) \sin (\alpha - 30^{\circ})}$. 15. $x = \frac{1}{2} \arcsin \frac{P\sqrt{2}}{c^2} = 29^{\circ}2'$; կամ $x = 60^{\circ}58'$; $y = 2c \cdot \cos x = 8,743$; կամ $y = 48,53$.
 16. $g \left(45^{\circ} - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{m\sqrt{2}}{n}$; $\varphi = 90^{\circ} - 2 \arcsin \frac{m\sqrt{2}}{n} = 30^{\circ}$.
 17. $\frac{a^2}{9\sqrt{3}} \sqrt{4 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = 1,962$. 18. $a^2 \cdot \frac{\sin^2 \alpha \cos \beta}{\sin^2 (\alpha + \beta)}$. 20. 48 մմ².
 21. 1) $2a^2$; 2) $\frac{a^2}{2}$; $3a^2$. 22. 168 մմ². 23. 14,61 մմ². 24. $32^{\circ}51'$.
 25. $a^2 \sec \alpha$. 26. $4h^2 \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$. 27. $2a^2 \sin \alpha - \cos^2 \frac{\varphi}{2} \cdot \sec \varphi$. 28. $2nk^2 \cos \alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{180^{\circ}}{n} = 6239$.

$$29. (a+b) \sqrt{ab} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \sec \alpha \quad 30. l^2 \sin 2\alpha \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2} \cdot \sec \varphi.$$

$$31. a^2 \sqrt{2} \cdot \sin \left(45^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}.$$

$$32. \frac{na^2}{4 \sin \frac{180^\circ}{n} \cdot \cos \alpha} \sqrt{1 - \sin^2 \frac{180^\circ}{n} - \cos^2 \alpha}, \text{ կամ}$$

$$\frac{na^2}{4} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\cos^2 \frac{180^\circ}{n}}}.$$

$$33. a^2 \sec^2 \alpha \cdot \sin \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) \cdot \cos \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right).$$

$$34. a^2 \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right); a^2 \sqrt{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{cosec} \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right).$$

$$35. \frac{2h^2}{\sin \alpha \sin \beta} \cdot \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \cos \left(45^\circ - \frac{\beta}{2} \right).$$

$$36. a^2 \sin \alpha \operatorname{ctg} \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right). \quad 37. \sqrt{c^2 - \frac{(a-b)^2}{4} \operatorname{cosec}^2 \frac{180^\circ}{n}}.$$

$$38. \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{m-n}{m+n} \sqrt{2}; \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{m-n}{m+n} \sqrt{2} \right).$$

$$39. \frac{n(a+b)}{2} \sqrt{\frac{(a-b)^2}{4} \operatorname{ctg}^2 \frac{180^\circ}{n} + h^2 + n \frac{a^2+b^2}{4} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}}.$$

$$40. \frac{n(a^2-b^2)}{4 \sin \frac{180^\circ}{n}} \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \cos^2 \frac{180^\circ}{n} + \frac{n(a^2+b^2)}{4} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}}.$$

$$41. nk^2 \frac{m+1}{m-1} \sin \alpha \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}. \quad 42. 2h^2 \operatorname{ctg} \beta \cdot \sqrt{2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = 2928.$$

§ 20.

$$1. \operatorname{tg} \varphi = \sin 15^\circ; \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(\sin 15^\circ) = 14^\circ 31'.$$

$$2. R \operatorname{cosec} \alpha \sqrt{-\cos 2\alpha}. \quad 3. \sqrt{R^2 \sin^2 \alpha + d^2 \cos^2 \alpha}.$$

Ցուցում. Դիցուք O -ն հիմքի կենտրոնն է, A շաղկապան կետն է, B -ն շաղկապող ուղիղի հատման կետն է հիմքի հարթության հետ, C -ն A կետով անցնող ծնիչի ներքևի ծայրն է, և OD -ն O կետից AB -ի վրա իջեցրած ուղղահայացն է: Այդ ժամանակ $\angle ABC = \alpha$, $OA = d$ և $OC = R$: Միացնելով նաև C և D կետերը, OCD յեռանկյան մեջ ստանում ենք ուղիղ անկյուն՝ C գագաթի մոտ.

$$4. \frac{b \sin 2\alpha}{2\sqrt{2} \sin(45^\circ + \alpha)}.$$

$$5. \left(\frac{R}{\cos \alpha \cdot \cos \varphi} \right)^2 \sin \alpha \sqrt{\cos(2 + \varphi) \cos(\alpha - \varphi)}.$$

$$6. \frac{a}{4} \cdot \frac{\sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta}{\sin(\beta + \alpha) \cdot \sin(\beta - \alpha)}.$$

Ցուցում. Վերոնկի հատվածը վերջում ենք մասերով:

$$7. \frac{l \sin \alpha \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \operatorname{tg} \alpha} = l \sin \alpha \sin^2 \varphi, \text{ վերոնկ } \varphi\text{-ն վերջվում է}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{2}} = \operatorname{ctg}^2 \varphi \text{ հավասարությունից:}$$

$$8. \frac{R \sin \alpha \cdot \sin 60^\circ}{\sin(\alpha + 60^\circ)}. \quad 9. 2\pi a^2 \cos \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2}. \quad 10. 70^\circ 32'.$$

$$11. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{4}; \alpha = 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 76^\circ 17'. \quad 12. \pi Q \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$13. \sin \alpha \sqrt{S \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}} = 19,42 \text{ սմ}. \quad 14. 22,52 \text{ մ}^2; 4,442 \text{ մ}^2.$$

$$15. 1) b = nh = 80 \text{ մ}; 2) r = mh = 6 \text{ մ}; 3) \alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{n} = 2^\circ 52';$$

$$4) \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2}{3} = 33^\circ 41'; 5) \gamma = \operatorname{arc} \cos \frac{m}{n} = 85^\circ 41' 56'';$$

$$6) 537,9 \text{ մ}^2; 7) 646,5 \text{ մ}^2.$$

$$16. \sin \frac{x}{2} = \frac{S}{\pi a^2}; x = 2 \operatorname{arc} \sin \frac{S}{\pi a^2} = 30^\circ.$$

17. 1) $H \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = H \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) Դազաթին մոտ գտնվող մասը հարաբերում է հիմքին մոտ գտնվող մասին այնպես, ինչպես $\cos^2 \frac{\alpha}{2} : \sin^2 \frac{\alpha}{2}$: Հավասարակողմ կոնի համար կստանանք՝ 1) $x = \delta \text{նիչի } \frac{3}{4} \text{ մասին}$; 2) $3:1$:

Ցուցում. Նման կոների կողմնային մակերևույթները հաբերում են այնպես, ինչպես այդ կոների բարձրությունների քառակուսիները:

18. $360^\circ \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$; 1) 180° ; 2) $207^\circ 31'$. 19. $\frac{\pi(R^2 - r^2)}{\cos \alpha}$.

20. $\frac{\pi m^2}{\sqrt{1+3\sin^2 \alpha}}$. 21. $\frac{\pi(m^2 - n^2)}{4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}}$. 22. $\frac{(R^2 - r^2) \sin \delta}{2 \cos \beta}$.

23. $\pi h^2 \sec \alpha$. 24. $\cos \varphi = \frac{m-n}{p}$. 25. $S_{\text{կողմ}} = \pi l^2 \sin \alpha = 426$;

$S_{\text{տիմ}} = 2\pi l^2 \sin \left(\frac{\alpha}{2} + 15^\circ \right) \cos \left(\frac{\alpha}{2} - 15^\circ \right) = 652$. 26. $\frac{Q-q}{\cos \alpha}$.

§ 21.

1. $\frac{1}{2} l^3 \sin \beta \cdot \sin \varphi \cos^2 \varphi$. 2. $\frac{1}{2} d^3 \sin \alpha \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \beta = 58,1$.

3. $2ab \sin \alpha \sqrt{ab \cos \alpha}$. 4. $\frac{1}{4} a^3 \sin \left[\alpha + \arcsin \left(\frac{\sin \alpha}{4} \right) \right] \operatorname{tg} \varphi = 1000 \text{ դմ}^3$; 30° .

5. $V = abc \sqrt{-\cos 2\alpha}$; $x = 45^\circ$. 6. $\frac{a^3}{\sin \alpha} \sqrt{\cos 2\alpha}$.

7. $\frac{a^3 \sqrt{2 \cos \alpha}}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} = 271,8 \text{ մմ}^3$.

8. $\frac{3a^3}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\sin \left(60^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \sin \left(60^\circ - \alpha \right)}$. 9. 516 մ^3 .

10. $V = \frac{a^3 b^3 \sin^3 \gamma}{2(a+b) \cos \varphi} = 17850 \text{ դմ}^3$.
Ցուցում. $a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma = (a+b)^2 \cos^2 \varphi$. Վերադառնալով $\sin \varphi = \frac{2\sqrt{ab} \cos \frac{\gamma}{2}}{a+b}$ (տես § 11, № 62).

$4r^2 h \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) = 3,627 \text{ մ}^3$.

11. $\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha}$.
12. Ցուցում. Նախ հաշվել FCD յեռանկյան մակերեսը և ապա FAB յեռանկյան մակերեսը; $\frac{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \varphi}{\sin(\alpha+\varphi) \cdot \sin(\alpha-\varphi)} \left[\left(h^2 \operatorname{ctg}^2 \varphi + \frac{b^2}{4} \right) \operatorname{ctg} \alpha + hb \right]$.

13. Ցուցում. Ծավալն արտահայտել ուղղահայաց հատույթի ուղիղությամբ. $\frac{a^2 b}{4} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$.

14. $\frac{1}{6} nb^3 \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin \beta \cdot \sin \frac{360^\circ}{n} = 1,535 \text{ մ}^3$.

15. $\frac{4}{3} b^3 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sqrt{\cos \alpha}$.

16. $\frac{2}{3} h^3 \operatorname{ctg}^2 \varphi \sin \alpha \sin \beta \sin(\alpha+\beta)$. 17. $\frac{b^3}{6} \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\cos \alpha}$.

18. $\frac{2}{3} a^3 \cos^3 \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \varphi$. 19. $\frac{1}{24} (a+b)^3 \sqrt{a(a-2b)} \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$.

20. $\frac{1}{6} P \sqrt{P \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varphi}$. Ցուցում. Ցենթագրենք, վոր բուրդի բարձրությունը հիմքին հանդիպում է E կետում: Այդ դեպքում BED գիծն ուղիղ է և ուղղահայաց է BC-ին և AD-ին:

21. $V_A = \frac{V \sin \beta}{2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}} = 138,05$. Ցուցում. $V_A : V_B = \sin B : \sin A$. 22. $45^\circ 17' 22''$ և $25^\circ 14' 22''$.

$$23. V = \frac{a^3 - b^3}{6} \operatorname{tg} \alpha = \frac{a^3}{6} \cos^2 \varphi \operatorname{tg} \alpha, \text{ Վերահղ} \sin^2 \varphi = \frac{b^3}{a^3};$$

$$V = 227,1 \text{ մ}^3,$$

$$24. V = \frac{a^3 - b^3}{6 \cos \alpha} \sqrt{-\cos 2\alpha} = \frac{a^3 \cos^2 \varphi}{6 \cos \alpha} \sqrt{-\cos 2\alpha}, \text{ Վերահղ} \sin \varphi =$$

$$= \sqrt{\frac{b^3}{a^3}}; V = 4302,3.$$

$$25. \frac{n(a^3 - b^3) \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}}{24 \sin \frac{180^\circ}{n}} \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad 26. \frac{d^3 \cos \alpha \cdot \sin 2\alpha}{8\pi} \cdot \quad 27. \frac{\pi a^2 h}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} =$$

$$= 7895,5 \text{ դմ}^3.$$

$$28. \frac{\pi a^2}{4 \sin^3 \frac{180^\circ}{n}} \cdot \quad 29. V = \frac{D^2}{8} \cdot \frac{\pi \alpha}{180} \cdot \frac{\sin(45^\circ - \varphi)}{\cos 45^\circ \cdot \cos \varphi} \cdot l,$$

$$\text{Վերահղ} \operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \alpha \cdot 180}{\pi \alpha}; \quad V \approx 2,1 \text{ մ}^3. \quad 30. \frac{\pi b^2 H}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

$$31. V = \frac{\pi Q}{\cos \frac{\alpha}{2} \sin^3 \frac{180^\circ}{n}} \sqrt{Q \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \sin \left(\frac{180^\circ}{n} + \frac{\alpha}{2} \right) \sin \left(\frac{180^\circ}{n} - \frac{\alpha}{2} \right)}.$$

$$32. \frac{c^3 d \operatorname{tg} \varphi}{24 \pi^2} \approx 5,4. \quad 33. \frac{\pi}{3} l^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha. \quad 34. \frac{\pi h^3}{3} \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

$$35. S = \frac{2\pi R^2}{\cos \alpha} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}; \quad V = \frac{\pi R^3}{3} \operatorname{tg} \alpha.$$

$$36. \frac{\pi R^3}{3} \sin^3 \alpha \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3} \pi R^3 \sin^2 \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$37. \frac{\pi a^3 \operatorname{ctg} \beta}{24 \sin^3 \frac{\alpha}{2}}. \quad 38. \frac{\pi d^3 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2}} = 299 \text{ մ}^3.$$

$$39. \frac{\pi R^3 \sin(\alpha - \beta)}{3 \cos \alpha \cos \beta} = 302 \text{ դմ}^3. \quad 40. \frac{\pi}{3} (R^3 - r^3) \operatorname{tg} \alpha.$$

$$41. \frac{7}{6} \pi l^3 \sin 2\varphi \cos \varphi.$$

$$42. r = \sqrt[3]{\frac{\frac{3}{\pi} V + r_1^3 \operatorname{tg} \alpha + r_2^3 \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}} = 3,45 \text{ մ}.$$

$$h_1 = (r - r_1) \operatorname{tg} \alpha = 19 \text{ մ}. \quad h_2 = (r - r_2) \operatorname{tg} \beta = 4 \text{ մ}.$$

$$43. \frac{7}{6} \pi a^3 \sin \alpha \sin \frac{\alpha}{2} = 28030 \text{ դմ}^3.$$

$$44. \frac{\pi}{12} l^3 \sin \alpha (2 - \cos 2\alpha) = 1182.$$

§ 22

$$1. 3562 \text{ կմ}. \quad 2. 36710 \text{ կմ}. \quad 15930 \text{ կմ}. \quad 3. \frac{2r \sin^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}{\sin \alpha}.$$

$$4. \frac{V}{2} \sin^2 \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 10,52 \text{ դմ}^3. \quad 5. \frac{\sin^2 2\alpha \cdot \cos^2 \alpha}{2} = 0,2896.$$

$$6. \frac{a}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}. \quad 7. \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n} \sin 2\alpha} = 5,145 \text{ մ}.$$

$$8. \frac{a}{2} \sin \alpha \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}. \quad 9. 2C \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$10. x = 2R \cdot \operatorname{cosec} 60^\circ \cdot \sqrt{\sin \left(60^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \sin \left(60^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}.$$

Ցուցում. Լաբերի ընդհանուր կետից տանինք տրամագիծ
և լարը նշանակելով x , արտահայտենք նրա ծայրի հեռավոր-
ությունը տրամագծից: Այդ հեռավորությունը հավասար
լինի $x \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{cosec} 60^\circ$: Անցկացնելով մեծ շրջանի մի
կիսաշրջանաձև, ժորը պարունակի վերցրած տրամագիծն ու
լարը, և միացնելով լարի ծայրը տրամագծի մյուս ծայրի
հետ, կազմենք հետևյալ հավասարումը.

$$x \cdot \sqrt{4R^2 - x^2} = 2R \cdot x \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{cosec} 60^\circ.$$

11. $70^{\circ}32'$.

12. $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{2m}}}$; $\alpha_1 = 78^{\circ}28'$; $\alpha_2 = 60^{\circ}$; $m=2$ (փոքրագույնը):

13. $\sin \alpha = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$; $\alpha = 52^{\circ}32'$. 14. $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\alpha = 70^{\circ}32'$.

15. $\sin \alpha = \sqrt{\frac{n}{m}}$; ($\alpha = 45^{\circ}$). 16. $\frac{\sqrt{R^2 + r^2 + 2Rr \cos 2\alpha}}{\sin 2\alpha}$.

17. 1) $4\pi r_1 r_2$; 2) $\cos z = \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2}$, ևս $\operatorname{tg} \frac{z}{2} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$.

18. $\sin \frac{ABC}{2} = \frac{m-n}{m+n}$.

19. $\frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \frac{\operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^6 \frac{\alpha}{2}}$ ևս $\frac{2}{3} \pi R^3 \operatorname{tg} 2\varphi$, ևս $\operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg} \varphi$.

20. $\frac{4}{3} \pi R^3 d \cos^4 \frac{\varphi}{4} \left(3 - 2 \cos^2 \frac{\varphi}{4} \right)$. 21. 3652 մ^3 .

22. $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{2} - 1$; $\alpha = 48^{\circ}54'$. 23. $\frac{\pi \alpha^2}{4} \sec^2 \frac{\alpha}{4}$.

24. $4\pi R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{4} = 574,9 \text{ սմ}^2$. 25. $\frac{\pi b^3 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}}{12 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = 4280 \text{ սմ}^3$.

26. $V \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{4}$. 27. $\frac{\pi R^2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos^2 \varphi}$, ևս $\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}}$.

28. $\sin \alpha = \frac{n-m}{n+m}$; ($\alpha = 30^{\circ}$).

29. $\sin \left(x + \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{m}{n} \operatorname{cosec} \frac{\alpha}{2}$; ($x = 15^{\circ}$).

30. $\frac{\pi R^3 \sin^3 \frac{\alpha}{2}}{6 \cos^6 \left(45^{\circ} - \frac{\alpha}{4} \right)}$; $\frac{\pi R^2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos^4 \left(45^{\circ} - \frac{\alpha}{4} \right)}$.
§ 23.

1. $S = \pi a^2 \cdot \frac{\sin B \cdot \sin C \cdot \cos \frac{1}{2}(B-C)}{\sin(B+C) \cdot \cos \frac{1}{2}(B+C)}$; $V = \frac{\pi a^3}{3} \cdot \frac{\sin^2 B \cdot \sin^2 C}{\sin^2(B+C)}$.

2. $4Q \operatorname{ctg} \left(45^{\circ} - \frac{\beta}{4} \right) = 1736$.

3. $\frac{2}{3} \pi a b^2 \operatorname{tg}^2 \alpha = 300 \text{ սմ}^3$. 4. $2\pi a^2 \sqrt{3} \cdot \sin(30^{\circ} + \alpha)$.

5. $\frac{1}{3} \pi b^3 \sin^2 \alpha$; $4\pi b^2 \sin \alpha \sin \left(15^{\circ} + \frac{\alpha}{4} \right) \cos \left(15^{\circ} - \frac{\alpha}{4} \right)$;
ևս $\alpha = 120^{\circ}$; $V = \frac{\pi b^3}{4}$; $S = \frac{1}{2} \pi b^2 \sqrt{3} (\sqrt{3} + 1)$.

6. $8\pi a^3 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$; $2\pi a^3 \sin \alpha \cos^2 \frac{\pi}{2}$.

7. $\pi a^2 n^2 \sin \frac{\alpha}{2}$. 8. $\frac{\pi}{3} \cdot bc(b+c) \sin \alpha \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$.

9. $\frac{\pi}{6} \cdot \frac{a^3 \operatorname{tg} 2\alpha}{\cos 2\alpha}$. 10. $\frac{2}{3} \pi R^3 \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}$.

11. $V_a : V_b : V_c = \operatorname{cosec} A : \operatorname{cosec} B : \operatorname{cosec} C$.

12. $V = \frac{\pi b^3 \sin \left(30^{\circ} + \frac{\alpha}{2} \right)}{4 \sin 30^{\circ} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = 47090 \text{ սմ}^3$;

$$S = \frac{4\pi b^2}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sin \left(15^{\circ} + \frac{\alpha}{4} \right) \cos \left(15^{\circ} - \frac{\alpha}{4} \right) = 8460 \text{ սմ}^2$$
.

$$13. \frac{4}{3} \pi (1 + \cos^2 \alpha) \sqrt{\frac{S^3}{\sin 2\alpha}}$$

$$14. \frac{1}{2} \pi d^3 \sin 2\alpha = 57380 d^3; 4\pi d^2 \cdot \sin 45^\circ \cos (45^\circ - \alpha) = 10110 d^2.$$

$$15. \frac{10-3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} \pi a^3. \quad 16. \frac{\pi p^3 \sqrt{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos^2 \alpha}{3 \cos^3 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)} = 378,47 d^3;$$

$$17. \frac{8\pi r^2}{\sin^2 \alpha} \cos^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right). \quad 18. \frac{2\pi h^3}{\sin(\alpha + \beta)} \cdot \left(\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}\right)^3.$$

$$19. 1) S = 4\pi r^2 \cdot \sec \frac{180^\circ}{n}; \quad V = \frac{4}{3} \pi r^3 \sec \frac{180^\circ}{n};$$

$$2) S = 4\pi R^2 \cdot \cos \frac{180^\circ}{n}; \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3 \cos^2 \frac{180^\circ}{n};$$

$$3) S = \pi a^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{180^\circ}{n} \cdot \sec \frac{180^\circ}{n}; \quad V = \frac{\pi}{6} a^3 \operatorname{ctg}^3 \frac{180^\circ}{n} \sec \frac{180^\circ}{n}.$$

$$20. 1) S = 2\pi r^2 \left(2 + \operatorname{tg}^2 \frac{180^\circ}{n}\right); \quad V = \frac{2}{3} \pi r^3 \left(2 + \operatorname{tg}^2 \frac{180^\circ}{n}\right);$$

$$2) S = 2\pi R^2 \left(1 + \cos^2 \frac{180^\circ}{n}\right); \quad V = \frac{2}{3} \pi R^3 \cos \frac{180^\circ}{n} \left(1 + \cos^2 \frac{180^\circ}{n}\right);$$

$$3) S = \pi a^2 \left(\operatorname{ctg}^2 \frac{180^\circ}{n} + 0,5\right); \quad V = \frac{\pi a^3}{6} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} \left(\operatorname{ctg}^2 \frac{180^\circ}{n} + 0,5\right).$$

$$21. 1) S = 4\pi r^2 \cdot \cos^4 \frac{90^\circ}{n} \sec^2 \frac{180^\circ}{n}; \quad V = \frac{4}{3} \pi r^3 \cos^4 \frac{90^\circ}{n} \cdot \sec^2 \frac{180^\circ}{n};$$

$$2) S = 4\pi R^2 \cdot \cos^4 \frac{90^\circ}{n}; \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \cos^4 \frac{90^\circ}{n} \cos \frac{180^\circ}{n};$$

$$3) S = \frac{\pi a^2}{4} \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{90^\circ}{n}; \quad V = \frac{\pi a^3}{24} \cdot \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{90^\circ}{n}.$$

$$22. V = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \sin^4 \frac{\alpha}{2}; \quad S = 8\pi R^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{4}.$$

$$23. \frac{4}{3} \pi r^3 \sin \beta \cdot \sin \frac{\alpha}{2}.$$

$$24. 2Q \cdot \frac{360^\circ}{\alpha} \left(2 \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}\right) = 2Q \cdot \frac{360^\circ}{\alpha} \cdot \sin \left(\frac{\alpha}{2} + \varphi\right) \cdot \operatorname{cosec} \varphi =$$

$$= 4259 \quad \left(\text{ընդ որում } \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{2}\right).$$

$$25. \cos \alpha = \sqrt[4]{\frac{1}{2}}; \quad \alpha = 32^\circ 47'. \quad 26. \pi a^3 \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}; \quad \frac{\pi a^6}{6}.$$

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Ա.Ռ.Ա.ԶԻՆ ՄԱՍ

ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅՈՒՆ

§ 1.	Ազեղների և անկյունների շափումը	3
§ 2.	Յեռանկյունաչափական ֆունկցիաների փոփոխությունները	5
§ 3.	Միևուս անկյան յեռանկյունաչափական ֆունկցիաների առնչությունները	8
§ 4.	Լրացուցիչ և հավելիչ անկյունների ֆունկցիաները	12
§ 5.	Յեռանկյունաչափական ֆունկցիաների բնական մեծությունների աղյուսակներ	13
§ 6.	Ուղղանկյուն յեռանկյունների լուծումը	14
§ 7.	Շեղանկյուն յեռանկյունների լուծումը	25
§ 8.	Վերածման ընթացիկներ	29
§ 9.	Դուրսագրման թեորեմը	31
§ 10.	Արդումենտի բազմապատկումն ու բաժանումը	34
§ 11.	Յեռանկյունաչափական ֆունկցիաների հանրահաշվական գումարի ձևափոխումն արտադրյալի ռիմանդալ անկյուն	38
§ 12.	Լոգարիթմական աղյուսակների կիրառումը յեռանկյունաչափական արտահայտություններ հաշվելու և անկյուններ գտնելու	42
§ 13.	Շեղանկյան յեռանկյունների լուծումը լոգարիթմների ոգտադործումով	45
§ 14.	Յեռանկյունաչափական հավասարումներ	48
§ 15.	Հակադարձ շրջանային ֆունկցիաներ	51

ՅԵՐԱՐՈՐԴ ՄԱՍ

ՅԵՐԿՐԱԶԱՓԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐ, ՎՈՐՈՆՔ ՊԱՀԱՆՋՈՒՄ ԵՆ ՅԵՌԱՆԿՅՈՒՆԱԶԱՓՈՒԹՅԱՆ ԿԻՐԱՌՈՒՄ

§ 15a.	Հարթաչափություն	55
§ 16.	Ուղիղներ և հարթություններ	57

§ 17.	Յերկնիստ և բաղմանիստ անկյուններ	61
§ 18.	Պատկերների պրոյեկցիաների (հարթության վրա) մակերեսները	65
§ 19.	Զուգահեռանիստների, պրեզմաներ, բուրգեր և նրանց մակերևույթները	66
§ 20.	Դրան, կոն, հատած կոն և դրանց մակերևույթները	73
§ 21.	Մալաների հաշվումը	77
§ 22.	Դուրսը և նրա մասերը	83
§ 23.	Պտտման մարմիններ	87
ՊԱՏԱՍԽԱՆՆԵՐ		93

Պատմագրեր՝ Մ. Ալեքսանյան
Տեխ. խմբագիր՝ Ի. Վարդանյան
Սրբազրիչներ՝ Վ. Ավագյան, Հ. Մանուկյան
Կոնսերվ. սրբազրիչ՝ Յե Տ.-Մինասյան

Դրավիտի լիպոն՝ Ե—1200. Հրատ. №4033

Պատվեր 568, Տիրաժ 13 000

Քուլթ 64X92. Ճաշագր. 9 մամ.

Մեկ մամ. 4380 նշան.

Հանձնված է արտադրության 4 հունիսի 1939 թ.

Ստորագրված է տպագրության համար 15 դեկտեմբերի 1939 թ.

<< Ազգային գրադարան



NL0255846

1950 1 н. 40 4.
40202 50 4.

Н. РЫБКИН
Оборник задач по тригонометрии
для средней школы
Гиз Арм. ССР, Ереван 1950 г.