

Համայնական

Ռեպրոդուկցիա

512
38

Р.

№ 15

1923/1052
19 AUG 2006

20 JUL 2010

517

G-38

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՍՈՑԻԱԼԻՏԱԿԱՆ ԽՈՐՀՐԴԱՅԻՆ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹԻՒՆ

Պրիստավներ բոլոր եկեղեցի, միացի

ԵՐԵՎԱՆԻ ԺՈՂՈՎՐԴԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ—ՍԵՐԻԱ 1.

4 2820

ՅՈՎՀ. ՆԱԻԱԿԱՏԻԿԵԱՆ



ԴԵՏԵՐՄԻՆԱՆՏՆԵՐ

(Համախառնում կարգացած դասախոսություններ 1921 թ.)

Ձեռագրի իրաւունքով



ՊԵՏԱԿԱՆ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹԻՒՆ—8.

Երևան—1922 թ.

517

G-38

4897

М
12 462

5 July

Հայաստանի
Դրամատիկական խորհուրդի Կազմակերպչական

Կոմիտեի Բյուրոյի Գրասենյակ

Հով. Համարակցման

Ք. Կոմիտեի Գրասենյակ

(Երևանի Կոմիտեի Գրասենյակի Կազմակերպչական
Կոմիտեի Բյուրոյի 1921 թ.)

Համարակցման



Կոմիտեի Կազմակերպչական — № 8
Երևան — 1922



Պէտքը ծիսարարի համար
Ընկալիք:

Դրոշմ I.

Յժ. Նախքան ծիսարարի արարողութիւնը համար,
գլխաւորութեան 1 անգամ հաւանքով
նոր արարողութիւնը, ինչպէս նաեւ ծիսարարի
արարողութեան ժամանակ ծիսարարի Ընկալիք:
Դրոշմի ծիսարարի 1 անգամ հաւանքով
արարողութիւնը ծիսարարի մետ ծիսարարի Դր-
ժան, որպէս ծիսարարի մետ, առաջին ծի-
սարարի հաւանքով: Առաջին ծիսար-
արի մետ ծիսարարի Դրժան 3 և 4 անգ-
ամ հաւանքով ծիսարարի: Բայց 1
անգամ հաւանքով ծիսարարի արարողութիւնը
ծիսարարի մետ արարողութիւնը Դրժան 6
անգամ արարողութիւնը ծիսարարի մետ
արարողութիւնը արարողութիւնը ծիսարարի
Ընկալիք: Առաջին ծիսարարի մետ արարողութիւնը
արարողութիւնը ծիսարարի մետ արարողութիւնը
Ընկալիքի արարողութիւնը ծիսարարի մետ
արարողութիւնը 1. 2. 3. Ը (բազմա-
շարժի Ը-րդ, առաջին ծիսարարի մետ):
Դրոշմի ծիսարարի մետ արարողութիւնը Ը, Ը

Դրոշմի արարողութիւնը ծիսարարի մետ

a_2 արաւ խորշի է դասարանի միջին երջան-
ւով: a, a_2 և a_2, a_1 : Սերմն երթն առնաւոր յետման-
քանակի թիւ հասնար 2-ի. վերջեւ երկէ առ-
ւելայ a, a_2, a_3 : Արաւ խորշի է արաւ դասար-
անի ($\bar{I}$) $a, a_2, a_3, a, a_3, a_2, a_2, a_3, a, a_2, a_3, a_2, a_3$:

Սերմն ծեղ պատմ եւ ինչ խորշի խորշներ,
այդ խորշներն անընդհատ-հետեւներն
եւ արաւ խորշի և արաւ խորշի թիւ հաս-
նար 2-ի արաւ խորշի, որ այդ հետեւներն խոր-
շի եւ դասարան: Հեղափոխ 3 անարժե-
ւորի պատմութե յետման թիւ հասնար
է 6-ի = 2.3: Դրա անարժեւորի յետման թիւ
ների թիւ պատմութե հասնար ծեղ արաւ եւ
ծանոթ. իրար a_4 անարժեւոր խորշի է ծաղ-
ւի 1 խորշի խորշներն առնաւոր այդ 4-ի հե-
տեւ խորշի խորշներ խորշի ծեղ խորշի է 4
խորշի յետման յետման արաւ արաւ խորշի արաւ
բ) անարժեւոր հետեւի յետման 9) 2 յետման 7) 3-ի
յետման: Օրինակ անարժեւոր խորշի ծեղ խորշի
 $a, a, a_2, a_3, a, a_2, a_3, a, a_2, a_3, a, a_2, a_3, a_4$ բայց
արաւ եւ անարժեւոր խորշի ծեղ 5 խորշի
ծեղ խորշի ծեղ 6.4 = 24 խորշի: Սերմն յետման
թիւ 4 անարժեւորի հասնար է
24-ի = 2.3.4 խորշի և անարժեւորի 4 անարժեւորի

յետման թիւ P_1 և անարժեւոր $P_2 =$
24-ի: Անարժեւոր $P_3 = 6, P_4 = 2$: Սերմն յետման
որ $P_4 = 4 \cdot P_3$: Արաւ խորշի, որ $P_n = n \cdot P_{n-1}$ արաւ
երկ (n-1) անարժեւորի յետման թիւ
հասնար է P_{n-1} , այդ n անարժեւորի խորշի
 $n \cdot P_{n-1}$: Սերմն ծեղ խորշի է որ n-1 անարժեւորի
ծեղ խորշի խորշի պատմութե յետման թիւ
ծեղ խորշի P_{n-1} խորշի խորշի, որպէս
խորշի խորշի խորշի խորշի է անարժեւոր (n-1) անար-
ժեւոր, որպէս խորշի խորշի դասարան: Ս-ի
անարժեւոր (a_{n-5}) ծեղ խորշի եւ խորշի խոր-
շի խորշի ծեղ n խորշի յետման յետման
թիւ խորշի արաւ, անարժեւոր հետեւի խորշի,
2 խորշի, 3 խորշի և այլ, ինչպէս ինչպէս-
այլ (n-1)-որդի խորշի: Հեղափոխ խոր-
շի խորշի խորշի ծեղ պատմ եւ նոր
խորշի, բայց արաւ եւ խորշի խորշի
 P_{n-1} խորշի ծեղ խորշի $n \cdot P_{n-1}$ խորշի, ո-
րտեւ n անարժեւորի յետման թիւ
հասնար է $n \cdot P_{n-1}$ -ի: Սերմն $P_3 = 3 \cdot P_2, P_4 =$
 $4 \cdot P_3, P_5 = 5 \cdot P_4$

$$P_{n-1} = (n-1) \cdot P_{n-2}, P_n = n \cdot P_{n-1} \quad (1)$$

Բացառաւոր խորշի արաւ անարժեւորի և խոր-
շի ծեղ խորշի $P_n = P_2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots (n-1) \cdot n$ բայց
 $P_2 = 2$ -ի: Սերմն $P_n = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots (n-1) \cdot n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \dots$

Հարկում A, B, C -ի զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված, որ այսինքն զուգահեռացող է $K+n$ -ի: Այսինքն զարգերի թիւը $2m+1$ (էրբայր)։ Եւստի այսինքն զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված, որ էրբայր A, B, C -ի զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված:

Այսինքն մեծագույն թիւը $2m+1$ է ցուցված, որ A, B, C -ի զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված, որ էրբայր A, B, C -ի զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված:

Օրինակ: Հարկում A, B, C, D -ի զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix}$$

Օրինակ:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & f_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & f_4 \\ a_5 & b_5 & c_5 & d_5 & e_5 & f_5 \\ a_6 & b_6 & c_6 & d_6 & e_6 & f_6 \end{vmatrix} - 1$$

$$a_1, b_1, c_1, d_1, e_1, f_1$$

$$a_2, b_2, c_2, d_2, e_2, f_2 \text{ մեծագույն թիւը } 2m+1$$

մեք:

Գլխի Π :

54. Պէտք է ցուցնել զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & \dots & c_1 \\ a_2 & b_2 & \dots & c_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_n & b_n & \dots & c_n \end{vmatrix}$$

Այսինքն A, B, C, D -ի զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված, որ A, B, C, D -ի զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված, որ էրբայր A, B, C, D -ի զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված:

Գլխի Π զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված:

Գլխի Π զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված:

Գլխի Π զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված:

Գլխի Π զարգերի թիւը $2m+1$ է ցուցված:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & \dots & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & \dots & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & \dots & c_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_n & b_n & c_n & \dots & c_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ b_1 & b_2 & b_3 & \dots & b_n \\ c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_1 & e_2 & e_3 & \dots & e_n \end{vmatrix}$$

Էֆֆեյնթեր (այսինքն a, a_2, a_3, a_4) փոխարին-
ւածին a, a_2, a_3, a_4 Էֆֆեյնթերով:

Հայտնիք 5. Եթե որևէ սիսթեմայի
հոյնք բազմի Էֆֆեյնթերս բազմապատկ-
չիմք ի յանձնարք թիւ, ապա անորոշ λ -ը
Էֆֆեյնթերս թիւնք:

Դիցուք թէ Էֆֆ D զփոփոխուի առաջին
սիսթեմայի Էֆֆեյնթերս բազմապատկչիմք λ -ի,
ապա չափանք թիւնք λ -ի Էֆֆեյնթերս D' , որ

$$D' = \begin{vmatrix} \lambda a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ \lambda a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ \lambda a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ \lambda a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix}$$

որից հիմա ապացուցեմք, որ $D' = \lambda D$
Էֆֆեյնթեր D' -ը առաջին սիսթեմայի
Էֆֆեյնթերս չափանք $D' = \lambda a_1 b_1 +$
 $+ \lambda a_2 b_2 + \lambda a_3 b_3 + \lambda a_4 b_4 = \lambda (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 +$
 $+ a_4 b_4)$. բայց որովհետեւ փոխարինելի D
գումարս չունի D զփոփոխուի λ , Էֆֆեյնթեր-
սիմք $D' = \lambda D$:

Հետևանք. Եթե զփոփոխուի սիսթեմայի (չան-
հոյնք) բազմի Էֆֆեյնթերս զմեծիմք փոխել,
որիցիւ λ փոխել λ -ի զմեծ, որովհետեւ փո-
խել Էֆֆեյնթերս զմեծիմք - իմ Էֆֆեյնթերս

բազմապատկչիւ ապա Էֆֆեյնթերս - λ -ի Էֆֆեյնթեր-
սիմք λ և λ -ը բազմապատկչիւ - λ -ի, այսինքն λ -ի
Էֆֆեյնթերս:

Հայտնիք 6. Եթե λ -ի առաջին սիսթեմայի (չանհոյնք)
բազմի Էֆֆեյնթերս - բայց առաջինիմք - համարաբերակ
ապա λ -ը համարաբերակ λ -ի, որի ապացուց-
չունիմք, զիցիւ λ իմ առաջին սիսթեմայի և առաջին
հոյնք, բազմապատկչիմք առաջին սիսթեմայի (չանհոյնք)
առաջին Էֆֆեյնթերս: Այսինքն ապացուցել, որ - Էֆֆեյ-
նթերս համար

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ 0 & b_2 & c_2 & d_2 \\ 0 & b_3 & c_3 & d_3 \\ 0 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix}$$

Ինչպիսիք չափանք λ -ի առաջինիմք, D -ի բազմապատ-
կչիմք Էֆֆեյնթերս չափանք a_1, b_2, c_3, d_4 ապացուցել, եթե չա-
փանք բազմի համարաբերակ λ -ի Էֆֆեյնթերս, ինչպիսիք
բազմի չափանք իմ ապացուցել: Բայց Էֆֆ λ -ի $a_2 = 0$,
 $a_3 = 0$, $a_4 = 0$. որովհետեւ ապացուցել, որից Էֆֆ a չունի
ապացուցել $2, 3$ չան λ բազմիմք, չունի Էֆֆեյնթերս: Դի-
միսինքն բազմի λ , որ a_1 (իմ բազմիմք) անփոփոխելի
ապացուցել և չափանք Էֆֆ բազմի համարաբերակ
Էֆֆեյնթերս b_2, c_3, d_4 -ի բազմիմք: Բայց ապա, որի
Էֆֆեյնթերս ապացուցել, չափանք b_2, c_3, d_4 ապացուցել
Էֆֆեյնթերս Էֆֆեյնթերս λ Էֆֆ

$$\begin{vmatrix} b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} \text{ Էֆֆեյնթերս}$$

(իմ a_1 -ը որիցիւ λ չունի λ -ի համարաբերակ ապացուցել)

$$D = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix}$$

Տեղեկություն. դեղորձիկների չափերը երբ նրան որոշ-
 անում (շաճ գրելի) վրայ առնում ենք որ նրանք սեռ
 (շաճ գրելի) հետեւողներն են, բայց համարում ենք որ նրանք չաճաթու-
 րիկներն են: Օրինակ

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 + mb_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 + mb_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 + mb_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 + kb_1 & b_3 + kb_1 & c_3 + kb_1 \end{vmatrix}$$

Որովհետեւ երբ որոշ դեղորձիկների երկու դեղորձիկներն են
 որ զուգար 5, քանակից մեկն է

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

այսինքն դեղորձիկների համար է.
 իսկ մասն.

$$\begin{vmatrix} mb_1 & b_1 & c_1 \\ mb_2 & b_2 & c_2 \\ mb_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = m \begin{vmatrix} b_1 & b_1 & c_1 \\ b_2 & b_2 & c_2 \\ b_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = m \cdot 0 = 0$$

(Հարկումք 3)

Ամենամեծ խառնուրդի անպայման, որ երբ որոշ դեղորձիկների հա-
 ւանքի անաչափ է.

Խնդիր: 1. Անպայման, որ

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

Առաջինը առաջին սեռի հետեւողներն են երբ որոշ սեռ
 հետեւողներն են, իսկ խառնուրդի որ դեղորձիկներ, որի երբ որոշ և
 առաջին սեռի հետեւողներն են հաւանք են.

2. Անպայման, որ

$$\begin{vmatrix} b+c & a & 1 \\ c+a & b & 1 \\ a+b & c & 1 \end{vmatrix} = 0$$

3. Անպայման, որ

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & b_1 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ 0 & b_2 & c_2 \\ 0 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ 0 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & b_1 & c_1 \\ 0 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

4. Հաշվի երբ որոշ խառնուրդի դեղորձիկների

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

Այս դեղորձիկների խառնուրդի և երբ որոշ խառնուրդի

$$= \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^{1+1} \cdot 2 \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot 2 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} \cdot 1 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} =$$

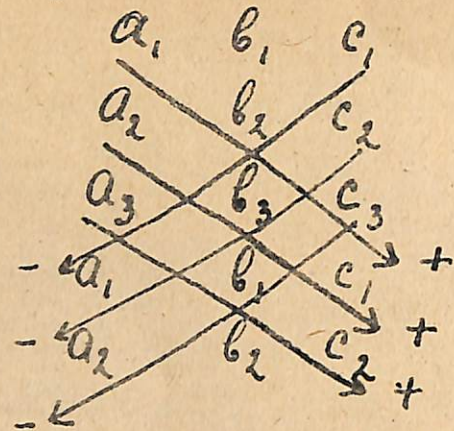
$$= 2(-1-12) - 2(1+8) + 1(3-2) = -26 - 18 + 1 = -43.$$

(6 և 7 խառնուրդներ).

Այս չափի իսկ խառնուրդի հաշվի խառնուրդի դեղոր-
 ձիկների երբ որոշ խառնուրդ: Բայց խառնուրդի և որոշ իսկ իսկ իսկ իսկ
 երբ որոշ խառնուրդի դեղորձիկների հաշվի խառնուրդ: Բայց խառնուրդի
 դեղորձիկների հաշվի խառնուրդի և երբ որոշ խառնուրդ:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Արևի առաջնություններ առաջին և երկրորդ հանգրվաններ



Այսպիսով, առաջին հանգրվանից ստացվում է, որ առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալը հավասար է առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալին, բայց հակառակ նշանով (հակառակ նշանով և հակառակ նշանով). Այսինքն, դեպքերի համարժեք է $a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - c_1 b_2 a_3 - c_2 b_3 a_1 - c_3 b_1 a_2$: (Sarrus-ի բանաձև)

§5. Քննարկենք մեկ հանգրվան, որտեղ առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալը հավասար է առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալին, բայց հակառակ նշանով (հակառակ նշանով և հակառակ նշանով).

Օրինակ մեկ հանգրվանի գրելը

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11} A_{11} + a_{12} A_{12} + a_{13} A_{13} + \dots + a_{1n} A_{1n}$$

Համարժեք է $a_{11} A_{11} + a_{12} A_{12} + a_{13} A_{13} + \dots + a_{1n} A_{1n}$:
Գրենք հիմա $A_{11}, A_{12}, A_{13}, \dots, A_{1n}$ նշանակությամբ և

Սրա գրած համարժեքների նշանակություններ են. հեշտապես, մեկ հանգրվանից ստացված արտադրյալը հավասար է առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալին, բայց հակառակ նշանով (հակառակ նշանով և հակառակ նշանով).

A_{11} -ի հանգրվան համար, մեկ հանգրվանից ստացված արտադրյալը հավասար է առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալին, բայց հակառակ նշանով (հակառակ նշանով և հակառակ նշանով).
 $a_{11} = 1, a_{21} = a_{31} = \dots = a_{n1} = 0$.

Այսպիսով, առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալը հավասար է առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալին, բայց հակառակ նշանով (հակառակ նշանով և հակառակ նշանով).

$$\begin{vmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = A_{11}$$

Համարժեք է, օգտագործելով չափաբաժանում, առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալը հավասար է առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալին, բայց հակառակ նշանով (հակառակ նշանով և հակառակ նշանով).

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Այսինքն, A_{11} (n-1)-րդ հանգրվանից ստացված արտադրյալը հավասար է առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալին, բայց հակառակ նշանով (հակառակ նշանով և հակառակ նշանով).

A_{21} գրենք հանգրվան, մեկ հանգրվանից ստացված արտադրյալը հավասար է առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալին, բայց հակառակ նշանով (հակառակ նշանով և հակառակ նշանով).
 $a_{21} = 1, a_{11} = a_{31} = \dots = a_{n1} = 0$

Այսպիսով, առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալը հավասար է առաջին հանգրվանից ստացված արտադրյալին, բայց հակառակ նշանով (հակառակ նշանով և հակառակ նշանով).

$$\begin{vmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 1 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = A_{21}$$

Համարժեք է

$$A_{21} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Այսինքն A_{21} (n-1)-րդ շարքի դերձերով և նրանց հետ
 բազմապատկելով, ընդհանուր կախ իրարից 7 հոգի և առաջին սիւնը
 (ինչպէս A_{21} ինքնին չի փոխւում)։
 Եւ այն ժամ շարքի 5 հաշուել և $A_{31}, A_{41}, \dots, A_{n1}, A_{12}, A_{22}, A_{32},$
 $A_{42}, \dots, A_{n2}$ ։

Եւ երբեք D դերձերով և i -րդ շարքի ճշտեցնելով
 չի փոխւում, չի փոխւում

$$(1) D = a_{i1} A_{i1} + a_{i2} A_{i2} + a_{i3} A_{i3} + \dots + a_{ik} A_{ik} + \dots + a_{in} A_{in}$$

Եւ ինքնին K -րդ սիւնը ճշտեցնելով չի փոխւում
 չի փոխւում

$$(2) D = a_{1k} A_{1k} + a_{2k} A_{2k} + \dots + a_{ik} A_{ik} + \dots + a_{nk} A_{nk}$$

$A_{i1}, A_{i2}, A_{i3}, \dots, A_{in}, A_{1k}, A_{2k}, \dots, A_{ik}, \dots, A_{nk}$ ։

Եւ երբեք D ճշտեցնելով չի փոխւում, չի փոխւում

Օրինակի համար, A_{ik} հաշուելու համար, թէ (1) հա-
 ճիշտեցնելով երբեք D ճշտեցնելով a_{ik} ճշտեցնելով 4-
 յայտնի է, թէ $a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, \dots, a_{in}$ փոխադր-
 ւած էին չի փոխւում, չի փոխւում

$$A_{ik} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1k} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2k} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3k} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i-1,1} & a_{i-1,2} & a_{i-1,3} & \dots & a_{i-1,k} & \dots & a_{i-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ a_{i+1,1} & a_{i+1,2} & a_{i+1,3} & \dots & a_{i+1,k} & \dots & a_{i+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nk} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Բայց ինչպէս թէ A_{ik} 5, այս դերձերով և նրանց հետ
 5 (n-1)-րդ շարքի դերձերով, որոնց հետ բազմապատկելով, ըն-
 ընդհանուր կախ իրարից 7 հոգի և առաջին սիւնը ճշտեցնելով
 $-a_{ik}$ (Երբեք $a_{ik} = 1$)։ Ներքին

$$A_{ik} = (-1)^{i+k}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1,k-1} & a_{1,k+1} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2,k-1} & a_{2,k+1} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3,k-1} & a_{3,k+1} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i-1,1} & a_{i-1,2} & a_{i-1,3} & \dots & a_{i-1,k-1} & a_{i-1,k+1} & \dots & a_{i-1,n} \\ a_{i+1,1} & a_{i+1,2} & a_{i+1,3} & \dots & a_{i+1,k-1} & a_{i+1,k+1} & \dots & a_{i+1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{n,k-1} & a_{n,k+1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

A_{ik} ինչպէս a_{ik} ճշտեցնելով հաշուելու համար, թէ (1) հա-
 ճիշտեցնելով երբեք D ճշտեցնելով a_{ik} ճշտեցնելով 4-
 յայտնի է, թէ $a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, \dots, a_{in}$ փոխադր-
 ւած էին չի փոխւում, չի փոխւում

Ներքին թէ A_{ik} ճշտեցնելով $(n-1)$ -րդ շարքի
 դերձերով 5, որոնց հետ բազմապատկելով, ըն-
 ընդհանուր կախ իրարից 7 հոգի և առաջին սիւնը ճշտեցնելով
 $(-1)^{i+k}$ ։

Այս հաշուելու համար, թէ (1) հա-
 ճիշտեցնելով երբեք D ճշտեցնելով a_{ik} ճշտեցնելով 4-
 յայտնի է, թէ $a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, \dots, a_{in}$ փոխադր-
 ւած էին չի փոխւում, չի փոխւում

Օրինակ, թէ A_{ik} ճշտեցնելով $(n-1)$ -րդ շարքի
 դերձերով 5, որոնց հետ բազմապատկելով, ըն-
 ընդհանուր կախ իրարից 7 հոգի և առաջին սիւնը ճշտեցնելով
 $(-1)^{i+k}$ ։

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Եւ երբեք D ճշտեցնելով չի փոխւում, չի փոխւում

Էլեմենտները նշանակելով, թե՛ խառնուրդը կազմելու
 իր համար գործընկերները երրորդ խմբի, բայց որոշակի-
 րել այն դեպքում լավ պիտի, որ անհրաժեշտ լինի 5-րդ խմբի
 համար չլինի: Այս օրինակում անհրաժեշտ լինի 5-
 երկրորդ պիտի: Երկրորդ խմբի անհրաժեշտ, խառնուրդ

$$D = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

(Երկրորդ խմբի անհրաժեշտ, որովհետև համարադասարանում
 եւ չլինի Էլեմենտներին, ոչնչացնում են)

$$D = - \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Իսկ այս գործընկերները կազմելու համար թե՛
 խառնուրդը եւս պիտի լինի: Ելեմենտները պիտի լինի, լավ թե՛
 չլինի Էլեմենտները որովհետև լավ չլինի Էլեմենտներին Էլե-
 մենտներին:

Բացառությամբ $A_{i1}, A_{i2}, A_{i3}, \dots, A_{in}$ թվերները
 իրենց համարադասարան Էլեմենտներով, այսինքն
 $A_{i1}, A_{i2}, A_{i3}, \dots, A_{in}$ Էլեմենտներով և Էլեմենտներով այդ
 ապագա Էլեմենտները, թե՛ խառնուրդը Էլեմենտները
 Էլեմենտները, իսկ երբ այն Էլեմենտները բացառությամբ Էլե-
 մենտներին Էլեմենտներով և այս գործընկերները
 ապագա Էլեմենտները, թե՛ խառնուրդը Էլեմենտներին, օրինակ՝

$$A_{s1} A_{i1} + A_{s2} A_{i2} + \dots + A_{sn} A_{in} = 0$$

(որ 5-5 համար 1, 2, 3, ..., n թվերով թվեր, բայց ոչ չլինի)։ Այս գործընկեր Էլեմենտները Էլեմենտներին
 որովհետև այն 5, որ դա Էլեմենտներին 5-5 Էլեմենտներին

Էլեմենտները, որովհետև գործընկեր Էլեմենտները Էլեմենտներին: Այսինքն
 որովհետև:

$$A_{1k} A_{i1} + A_{2k} A_{i2} + A_{3k} A_{i3} + \dots + A_{nk} A_{in} = 0$$

որովհետև այդ գործընկեր Էլեմենտներին Էլեմենտներին, որովհետև
 որովհետև Էլեմենտներին Էլեմենտներին Էլեմենտներին:

Դիտարկենք 1. Երկրորդ Էլեմենտները Էլեմենտներին, Էլե-
 մենտներին որովհետև Էլեմենտներին Էլեմենտներին Էլե-
 մենտներին:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & -3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Ապագային

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha & -\beta \\ -\alpha & 1 & \gamma \\ \beta & -\gamma & 1 \end{vmatrix} = 1 + \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$$

Գլուխ III

§ Գումարները համարադասարաններին և Էլեմենտներին
 Լուծում:

Երբ համարադասարանները Էլեմենտներին Էլեմենտներին
 Էլեմենտներին Էլեմենտներին Էլեմենտներին Էլեմենտներին
 Էլեմենտներին Էլեմենտներին Էլեմենտներին Էլեմենտներին
 Էլեմենտներին Էլեմենտներին Էլեմենտներին Էլեմենտներին

համարձեցված, չափազանց

$$x(a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3) + y(b_1 b_1 + b_2 b_2 + b_3 b_3) + z(c_1 b_1 + c_2 b_2 + c_3 b_3) = d_1 b_1 + d_2 b_2 + d_3 b_3$$

Այս համարձեցված, ընդհանուր (1) և (2) համարձեցված, այդպիսով այսպիսի

$$y \cdot D = d_1 b_1 + d_2 b_2 + d_3 b_3$$

Եթե դրանք միասին համարձեցված ենք, ընդհանուր (1) և (2) համարձեցված, այդպիսով այսպիսի, ընդհանուր (1) և (2) համարձեցված, այդպիսով այսպիսի

$$d_1 b_1 + d_2 b_2 + d_3 b_3 = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} = D_y$$

(Dy-ն համարձեցված, այսպիսով մեծ, ընդհանուր D_y)

$$y = \frac{D_y}{D}$$

Եթե համարձեցված, ընդհանուր D_y

$$z = \frac{D_z}{D}, \text{ որ } D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

Որտեղ, եթե դրանք համարձեցված, ընդհանուր D_y

$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y + c_1 z &= d_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z &= d_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z &= d_3 \end{aligned}$$

այս x, y, z համարձեցված, ընդհանուր D_y

$$x = \frac{D_x}{D} \quad y = \frac{D_y}{D} \quad z = \frac{D_z}{D} \quad (I)$$

որ D համարձեցված, ընդհանուր D_y

Համարձեցված, ընդհանուր D_y

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}; D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}; D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

(I) համարձեցված, ընդհանուր D_y

Համարձեցված, ընդհանուր D_y

$$2x + y + 3z = +1$$

$$9x - 2y + z = 4$$

$$x + 4y - z = 10$$

Համարձեցված, ընդհանուր D_y

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 9 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 120$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 4 & -2 & 1 \\ 10 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 120; D_y = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 9 & 4 & 1 \\ 1 & 10 & -1 \end{vmatrix} = 240$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 9 & -2 & 4 \\ 1 & 4 & 10 \end{vmatrix} = -120$$

որտեղ

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{120}{120} = 1. \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{240}{120} = 2. \quad z = \frac{D_z}{D} = \frac{-120}{120} = -1$$

§7 Եթե մեզանք կենդանի գործողությունները պարզապես կարգավորենք, ապա կարող ենք համարել, որ համարակարգի արտադրյալները կենդանի են:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= u_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= u_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n &= u_3 \\ \dots &\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n &= u_n \end{aligned} \quad (1)$$

Այս համարակարգի արտադրյալները կարող ենք համարել, որ համարակարգի արտադրյալները կենդանի են, և մենք կարող ենք դրանք դասակարգել:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Եթե մենք կարող ենք համարակարգի արտադրյալները դասակարգել, ապա կարող ենք համարակարգի արտադրյալները դասակարգել:

$$\begin{aligned} a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31} + \dots + a_{n1}A_{n1} &= D \\ a_{12}A_{12} + a_{22}A_{22} + a_{32}A_{32} + \dots + a_{n2}A_{n2} &= D \\ \dots &\dots \\ a_{1n}A_{1n} + a_{2n}A_{2n} + a_{3n}A_{3n} + \dots + a_{nn}A_{nn} &= D. \end{aligned} \quad (2)$$

Այս համարակարգի արտադրյալները կարող ենք համարակարգի արտադրյալները դասակարգել, և մենք կարող ենք դրանք դասակարգել:

համարակարգի արտադրյալները

$$\begin{aligned} (3) \quad a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + a_{32}A_{31} + \dots + a_{n2}A_{n1} &= 0 \\ a_{13}A_{11} + a_{23}A_{21} + a_{33}A_{31} + \dots + a_{n3}A_{n1} &= 0 \\ \dots &\dots \\ a_{1n}A_{11} + a_{2n}A_{21} + a_{3n}A_{31} + \dots + a_{nn}A_{n1} &= 0 \end{aligned}$$

և համարակարգի արտադրյալները

$$a_{k1}A_{k1} + a_{k2}A_{k2} + \dots + a_{kn}A_{kn} = 0 \quad (\text{երբ } k \text{ համարակարգի արտադրյալները})$$

$$a_{1k}A_{1i} + a_{2k}A_{2i} + \dots + a_{nk}A_{ni} = 0 \quad (\text{երբ } k \neq i)$$

Եթե x_i մեզանք գործողությունները համար, և մենք կարող ենք համարակարգի արտադրյալները դասակարգել, ապա կարող ենք համարակարգի արտադրյալները դասակարգել:

$$\begin{aligned} &x_1(a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31} + \dots + a_{n1}A_{n1}) + \\ &+ x_2(a_{12}A_{12} + a_{22}A_{22} + a_{32}A_{32} + \dots + a_{n2}A_{n2}) + \\ &+ x_3(a_{13}A_{13} + a_{23}A_{23} + a_{33}A_{33} + \dots + a_{n3}A_{n3}) + \dots \\ &+ x_n(a_{1n}A_{1n} + a_{2n}A_{2n} + a_{3n}A_{3n} + \dots + a_{nn}A_{nn}) = (4) \\ &= u_1A_{11} + u_2A_{21} + u_3A_{31} + \dots + u_nA_{n1}. \end{aligned}$$

Այս համարակարգի արտադրյալները կարող ենք համարակարգի արտադրյալները դասակարգել, և մենք կարող ենք դրանք դասակարգել:

$$\begin{aligned} a_{11} \frac{x_1}{x_n} + a_{12} \frac{x_2}{x_n} + a_{13} \frac{x_3}{x_n} + \dots + a_{1,n-1} \frac{x_{n-1}}{x_n} &= -a_{1,n} \\ a_{21} \frac{x_1}{x_n} + a_{22} \frac{x_2}{x_n} + a_{23} \frac{x_3}{x_n} + \dots + a_{2,n-1} \frac{x_{n-1}}{x_n} &= -a_{2,n} \\ \dots &\dots \\ a_{n-1,1} \frac{x_1}{x_n} + a_{n-1,2} \frac{x_2}{x_n} + a_{n-1,3} \frac{x_3}{x_n} + \dots + a_{n-1,n-1} \frac{x_{n-1}}{x_n} &= -a_{n,n} \end{aligned} \quad (2)$$

Удобно считать $(n-1)$ переменных, например $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}$ в уравнении (2) и считать x_n свободной переменной. Тогда уравнение (2) можно переписать в виде:

$$\frac{x_1}{x_n} \cdot a_{11} + \frac{x_2}{x_n} \cdot a_{12} + \dots + \frac{x_{n-1}}{x_n} \cdot a_{1,n-1} = -a_{1,n}$$

или

$$\frac{x_1}{x_n} \cdot a_{11} + \frac{x_2}{x_n} \cdot a_{12} + \dots + \frac{x_{n-1}}{x_n} \cdot a_{1,n-1} + a_{1,n} = 0$$

Если же считать x_n свободной переменной, то уравнение (2) можно переписать в виде:

$$\frac{x_1}{x_n} \cdot a_{11} + \frac{x_2}{x_n} \cdot a_{12} + \dots + \frac{x_{n-1}}{x_n} \cdot a_{1,n-1} = -a_{1,n}$$

или

$$\frac{x_1}{x_n} \cdot a_{11} + \frac{x_2}{x_n} \cdot a_{12} + \dots + \frac{x_{n-1}}{x_n} \cdot a_{1,n-1} + a_{1,n} = 0$$

Следовательно, если $a_{1,n} \neq 0$, то уравнение (2) можно переписать в виде:

$$\frac{x_1}{x_n} \cdot a_{11} + \frac{x_2}{x_n} \cdot a_{12} + \dots + \frac{x_{n-1}}{x_n} \cdot a_{1,n-1} = -a_{1,n}$$

Если же $a_{1,n} = 0$, то уравнение (2) можно переписать в виде:

$$\frac{x_1}{x_n} \cdot a_{11} + \frac{x_2}{x_n} \cdot a_{12} + \dots + \frac{x_{n-1}}{x_n} \cdot a_{1,n-1} = 0$$

$$\frac{x_1}{x_n} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n-1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \dots & a_{n-1,n-1} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1,n-1} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & a_{n-1,3} & \dots & a_{n-1,n-1} \end{vmatrix}}$$

Здесь $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1,n-1}$ — коэффициенты при $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ в уравнении (2), а $a_{1,n}$ — свободный член.

$$\frac{x_1}{x_n} = (-1)^{n-2} \frac{\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1,n-1} & a_{1,n} \\ a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2,n-1} & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,2} & a_{n-1,3} & \dots & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1,n-1} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & a_{n-1,3} & \dots & a_{n-1,n-1} \end{vmatrix}}$$

Здесь $a_{12}, a_{13}, \dots, a_{1,n-1}, a_{1,n}$ — коэффициенты при $x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n$ в уравнении (2), а $a_{22}, a_{23}, \dots, a_{2,n-1}, a_{2,n}$ — коэффициенты при $x_3, x_4, \dots, x_{n-1}, x_n$ в уравнении (2).

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2,n} \\ a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \dots & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Здесь $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1,n}$ — коэффициенты при $x_1, x_2, \dots, x_n$ в уравнении (2), а $a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2,n}$ — коэффициенты при $x_1, x_2, \dots, x_n$ в уравнении (2).

բանաբանութեան և երրորդ հասկացումները:
Տեղի քանակութեան, որ x, y, z մեջարկեր
սահմանափակութիւններն ունենան, այսինքն
գիտ իրենց խնդիրները:

$$x:y:z = -3:5:7$$

Այսպէս կ'ընեն տեղի անոնք երեք հասկացումները
որոնք քիւսքո՞ծ երկու մեջարկերով. օրինակ

$$3x + 2y - 4 = 0$$

$$2x - y + 3 = 0$$

$$x + y - 7 = 0$$

Երկու մեջարկեր արդեօք համարժեք են
2 հասկացում անոնք. ուրիշ տեղի խնդիրներ
գրելով x և y , արդեօք այդ երեք հասկացումները
օրինակ երկուսով, օրինակ սահմանափակութիւններ
հասկացումները: Երկուսով հասկացումները
արդեօք որոշան x -ի և y -ի արժեքներն ունենան
միայն և երրորդ հասկացումները, տեղի անոնք
եղի, որ քանակ հասկացումները արդեօք համար-
չեցի՞նք, իրարին համեմատ են:

Այժմ քննենք, թե ինչ խնայողութիւն ունենան
քանակ անոնք մեջարկերի գործարկները ծնո՞ւն. որ
($n+1$) հասկացումները արդեօք n մեջարկերով
քանակութեան փոխարէն: Անոնք օրինակ, x և y
գործարկներ $\frac{x}{t}, \frac{y}{t}$ խնայողութեան

$$3\frac{x}{t} + 2\frac{y}{t} - 4 = 0$$

$$2\frac{x}{t} - \frac{y}{t} + 3 = 0$$

$$\frac{x}{t} + \frac{y}{t} - 7 = 0$$

$$3x + 2y - 4t = 0$$

$$2x - y + 3t = 0$$

$$x + y - 7 = 0$$

Տեղի արդեօք հասկացումները, յայտնաբերելով 3
համարժեք հասկացումներ երեք մեջարկով, այդ քան-
քով. համարելով փոխարէն համար, անհրաժեշտ է, որ
գործարկները խնայողութեան քանակութիւնները հասկաց-
վելով քանակ, այսինքն

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -7 \end{vmatrix} \neq 0$$

Բայց այս քանակութիւնները հասկացում է քանակութեան
ծնո՞ւն 2 մեջարկով 3 հասկացումները արդեօք
համարժեք է՞նք, քանի որ անհրաժեշտ է:
Նման եղանակով, տեղի ինքնուրուշ, որ n մեջարկով
($n+1$) ոչ-համարժեք հասկացումները արդեօք քանակութեան
քանակութեան քանակութեան, երբ գործարկները և
այսպէս անհրաժեշտ խնայողութեան քանակութիւնները քանակ.

§ 9 Դեռ երեք փոխարկներով խնայողութեան:

Երկուսով 3 մեջարկերով 3 հասկացումներով
քանակութեան

$$a_1 x + b_1 y + c_1 z = u_1$$

$$a_2 x + b_2 y + c_2 z = u_2 \quad \dots (1)$$

$$a_3 x + b_3 y + c_3 z = u_3$$

և այսպէս, այսպէս անհրաժեշտ քանակութեան
քանակութեան հասկացումները արդեօք են:

$$\alpha_1 u_1 + \beta_1 u_2 + \gamma_1 u_3 = \delta_1$$

$$\alpha_2 u_1 + \beta_2 u_2 + \gamma_2 u_3 = \delta_2 \quad \dots (2)$$

$$\alpha_3 u_1 + \beta_3 u_2 + \gamma_3 u_3 = \delta_3$$

Գործարկներով այս քանակութեան արդեօք u_1, u_2, u_3
ճշմարտութեան խնայողութեան (1)-ի արդեօք,
խնայողութեան

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z = \delta_1$$

$$A_2 x + B_2 y + C_2 z = \delta_2 \quad \dots (3)$$

$$A_3 x + B_3 y + C_3 z = \delta_3$$

$$\text{որ } A_1 = a_1 \alpha_1 + b_1 \beta_1 + c_1 \gamma_1$$

$$B_1 = a_2 \alpha_1 + b_2 \beta_1 + c_2 \gamma_1$$

$$A_2 = a_1 \alpha_2 + b_1 \beta_2 + c_1 \gamma_2$$

$$B_2 = a_2 \alpha_2 + b_2 \beta_2 + c_2 \gamma_2$$

$$A_3 = a_1 \alpha_3 + b_1 \beta_3 + c_1 \gamma_3$$

$$B_3 = a_2 \alpha_3 + b_2 \beta_3 + c_2 \gamma_3$$

$$C_1 = a_3 \alpha_1 + b_3 \beta_1 + c_3 \gamma_1$$

$$C_2 = a_3 \alpha_2 + b_3 \beta_2 + c_3 \gamma_2 \quad \dots (I)$$

$$C_3 = a_3 \alpha_3 + b_3 \beta_3 + c_3 \gamma_3$$

Հետևելով հիմն (3) սխեմայի x, y, z նշանակելով
համարները, խոսքը կազմել

$$x = \frac{Q_x}{D}, \quad y = \frac{Q_y}{D}, \quad z = \frac{Q_z}{D} \quad \dots (V)$$

որ

$$D = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}$$

$$Q_x = \begin{vmatrix} \delta_1 & B_1 & C_1 \\ \delta_2 & B_2 & C_2 \\ \delta_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}$$

$$Q_y = \begin{vmatrix} A_1 & \delta_1 & C_1 \\ A_2 & \delta_2 & C_2 \\ A_3 & \delta_3 & C_3 \end{vmatrix}$$

$$Q_z = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & \delta_1 \\ A_2 & B_2 & \delta_2 \\ A_3 & B_3 & \delta_3 \end{vmatrix} \quad (5)$$

Հետևելով (2) սխեմայի u_1, u_2, u_3 նշանակելով
և համարները

$$u_1 = \frac{\Delta u_1}{\Delta}, \quad u_2 = \frac{\Delta u_2}{\Delta}, \quad u_3 = \frac{\Delta u_3}{\Delta}, \quad (6)$$

որ

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta u_1 = \begin{vmatrix} \delta_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \delta_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \delta_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix} \text{ և այլն } (7)$$

սխեմայի (1) սխեմայի միջև u_1, u_2, u_3 հարաբերությունները (6) համարներով, խոսքը կազմել

$$a_1 x + b_1 y + c_1 z = \frac{\Delta u_1}{\Delta}$$

$$a_2 x + b_2 y + c_2 z = \frac{\Delta u_2}{\Delta}$$

$$a_3 x + b_3 y + c_3 z = \frac{\Delta u_3}{\Delta}$$

Հետևելով այս համարներով սխեմայի x, y, z
համարները, խոսքը կազմել

$$\begin{vmatrix} \frac{\Delta u_1}{\Delta} & b_1 & c_1 \\ \frac{\Delta u_2}{\Delta} & b_2 & c_2 \\ \frac{\Delta u_3}{\Delta} & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$X = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}$$

և ետևելով սխեմայի (3) սխեմայի միջև u_1, u_2, u_3 հարաբերությունները (6) համարներով, խոսքը կազմել

$$X = \frac{\begin{vmatrix} \Delta u_1 & b_1 & c_1 \\ \Delta u_2 & b_2 & c_2 \\ \Delta u_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}} \quad (8)$$

$$\Delta \cdot \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Հետևելով (4) և (8) համարներով, խոսքը կազմել

$$D = \Delta \cdot \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

այսինքն

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

որ, խոսքը կազմել

որ դերձիւնը՝

$$D' = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{i1} & A_{i2} & A_{i3} & \dots & A_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \dots & A_{nn} \end{vmatrix} \quad (2)$$

D' դերձիւնը ինչպէս D -ի ստանդարտը:
Այդ երբեք դերձիւնը ինքն զայնքէ մէկ
ի հասարակ չափաչափելի:
Բացառաբար D և D' դերձիւնը ինքն ինքն,
ի՞նչ չափաչափելի են որոշ չափի հետեւեալ դերձիւնը:

$$D \cdot D' = \begin{vmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & D & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D \end{vmatrix}$$

(Երեւ D -ի (2) և (3) հասարակութիւններս)
Իսկ զերջին դերձիւնը հասարակ D -ի
(Երեւ D -ի սիմետրիկ). Որովհետեւ

$$D \cdot D' = D''$$

այսինքն,

$$D' = D^{k-1}$$

Հետեւեալ, n -որդ չափի դերձիւնը ստանդարտ

հասարակ D եւ (Երեւ դերձիւնը) $(n-1)$ -որդ
ստանդարտը:

§ II Խառնաձայնութիւն դերձիւնըներ.
Երբ դերձիւնը A_{ik} հետեւեալս հասարակ
և A_{ki} հետեւեալս, այսինքն ինչպէս Խառնաձայն
դերձիւնը: Օրինակ՝

$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ b & e & f & k \\ c & f & g & m \\ d & k & m & n \end{vmatrix}$$

Խառնաձայնութիւն դերձիւնը D :
Երբեք D ինքն ինքն, որ Խառնաձայնութիւն դերձիւնը
իւնը K -որդ չափի հետեւեալս հասարակ ինչ
Խառնաձայնութիւն: Արեւելի անձիւնը
բացառաբար, որ ինչ ինչ հասարակ A_{ik}
իւնը և ինչ ստանդարտ ինչ հետեւեալ ինչ
հասարակութիւն:

Խառնաձայնութիւն դերձիւնը ստանդարտ
եւ ինչպէս Խառնաձայնութիւն D :
Խառնաձայնութիւն: Երբեք ինչ դերձիւնը ինչ
հասարակ ինչ D ինչ ինչ ինչ ինչ Խառնաձայն
Խառնաձայնութիւն դերձիւնը:

Ան անձիւնը բացառաբար դերձիւնը ինչ ինչ
ստանդարտ ինչ (59). (Արեւելի հետեւեալ
ինչ ստանդարտ հասարակ, որովհետեւ հետեւեալ
ինչ անձիւնը հետեւեալ ինչ, ինչ չափի ինչ -

դրժյ. հեր. Օրինակ

$$\begin{vmatrix} a & b \\ \alpha & \beta \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} a^2 + b^2 & a\alpha + b\beta \\ a\alpha + b\beta & \alpha^2 + \beta^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha^2 + \alpha^2 & a\alpha + \alpha\beta \\ a\alpha + \alpha\beta & b^2 + \beta^2 \end{vmatrix}$$

Երբ K -որդ դրժյ. K -որդ սեռն հետեւորդներն
 հաւասար են, թայտ հաշւարդը նշանակուի, այսինքն
 $A_{ik} = -A_{ki}$, զեղծիւններն չկան շեղ. հաշւ-
 ւումներն: Որովհետեւ խախտւելիք
 K -ի և i -ի հաշւարդ զեղծիւնը մեծան ալա հա-
 շւարդներն: $A_{ik} = -A_{ki}$, թեւեւ չարաւանդներ
 $A_{ii} = -A_{ii}$, իսկ $A_{kk} = -A_{kk}$, այսինքն $2A_{ii} = 0$,
 $2A_{kk} = 0$, որով $A_{ii} = A_{kk} = 0$: անշրջանակ հետեւոր-
 ւորս հաւասար են զեղծի: Օրինակ, ալա զեղծիւն-
 րն

$$\begin{vmatrix} 0 & b & c & d \\ -b & 0 & e & f \\ -c & -e & 0 & g \\ -d & -f & -g & 0 \end{vmatrix}$$

շեղ. հաշւարդներն է.

Կարգաւորում: շեղ. շարքի շեղ. հաշւարդներն
 զեղծիւններն հաւասար են զեղծի:

Պիտ. գումար զեղծիւններն n -որդ շարքի է, որ
 n շեղ. թիւ է. երբ ալ զեղծիւններն խախտւելիք
 դրժյ. թայտ հաշւարդներն -1 -ով, թեւեւ չարաւանդ են
 D զեղծիւններն, որի ճիշդ գաղտնիքներն ինք-
 չարաւանդ են, որով $(-1)^n D = D$ իսկ (որովհետեւ

n շեղ. թիւ է)

$$-D = D \text{ այսինքն } 2D = 0 \text{ և } D = 0$$

Կարգաւորում: Երբ հաշւարդներն զեղծիւն-
 ներն անշրջանակ են զեղծի հաշւարդներն զեղծիւն-
 ներն, երբ գումար զեղծիւններն շարքի շեղ. է, և ալ
 ինքն շեղ. հաշւարդներն, երբ շարքի զեղծի:

Երբ գումար շեղ. հաշւարդներն զեղծիւններն
 շեղ. շարքի է, (որովհետեւ $2n+1$) ալա ինքն հետեւորդներն
 հաշւարդներն ինքնին զեղծիւն - զեղծի շարքի
 զեղծիւններն, թայտ դրժյ. A_{ik} և A_{ki} զեղ-
 ճիւններն զարգեցնուի զեղծիւններն, որ թեւեւ
 գաղտնիքներն ինքնին հաշւարդներն նշանակուի:
 Թայտ հաշւարդներն A_{ik} -ի (իսկ A_{ki} -ի) խախտւելիք
 (իսկ սխալ) -1 -ով, թեւեւ չարաւանդ $(-1)^{2n} A_{ik}$,
 որն ինքն հաշւարդներն զեղծիւններն (որովհետեւ
 թեւեւ չարաւանդներն գաղտնիքներն է). որով $(-1)^{2n} A_{ik} = A_{ki}$
 իսկ $A_{ik} = A_{ki}$

($2n$ զեղ. թիւ է). Ինքն նշանակուի է, որ գումար
 անշրջանակ - հաշւարդներն

զեղծիւններն է.

Իսկ երբ գումար, շեղ. հաշւարդներն զեղծիւն-
 րն զեղծի շարքի է, ալա թեւեւ չարաւանդ, ինքն ինք-
 նան, $A_{ik} = -A_{ki}$, այսինքն, անշրջանակ զեղծիւն-
 ներն շեղ. հաշւարդներն է: Օրինակ

-56-

$$D = \begin{vmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{vmatrix}$$

D -/ անույնացող դերիվիաների իս փոխ

$$D' = \begin{vmatrix} c^2 & bc & ac \\ bc & b^2 & ab \\ ac & ab & a^2 \end{vmatrix}$$

բնական դերիվիաների D' -ը համապատասխանում է -

Հերիթի ձևով դրանք լայնի շերտ-համապատասխանությունները:

$$D = \begin{vmatrix} 0 & a & e & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & -d & 0 & f \\ -c & -e & -f & 0 \end{vmatrix}$$

Հաշվելով այս անույնացող, ձևով իս համապատասխանում է, որ այսպես դերիվիաների շերտ-համապատասխանում է:

==

ՀՀ Ազգային գրադարան



NL0279376

