U.G.
1554

1999

Q10
I556

Հրատարակութիւն Կովկասեան Գրավաճառանոցի—Ջ. Գ. Թիդոբեանց եղ.

Մ. ՍԻՄԻՕՆԵԱՆՑ

ԹՈՒՄԲԱՆՈՒԹԵԱՆ

ԴԱՍԱԳԻՐՔ

ՀԱՑ ՈՒՍՈՒՄՆԱՐԱՆՆԵՐՒ ՀԱՄԱՐ

ԵՐԿՐՈՐԴ ՏՊԱԳՐՈՒԹԻՒՆ

Ընդունուած է իբրև ձեռնարկ հայոց դպրոցներում։

ՏՓԽԻՍ
ՏՊԱՐԱՆ Լ. Գ. ԿՐԱՄԱՐԵՆԿՈՑ
1884

Дозволено Цензурою 4 Октября 1883 года

Типогр. Л. Г. Крамаренко. Пом. на Мух. ул. въ д. Демурова.

2ф-1564

1534-81

ՅԱՌԱՋԱԲԱՆ

Երկու գլխաւոր ուղղութիւն տիրում են թուաբանութեան դասատուութեան ոճի մէջ: Առաջին խիստ գիտնական ոճը իւր բոլոր տեսական կանոններով և որոշումներով պատկանում է հին ուղղութեանը: Դա իւր խիստ լոգիքական տեսականութեամբը անմօտենալի դառնալով մանուկի մատաղ մտքին, տանում է նորան դէպի մեքենայականութիւն և մթութիւն: Այնպէս որ նա որոշ և պարզ գաղափար չէ կարողանում կազմել թուերի զանազան յարաբերութեանց մասին: Ուստի և թուաբանութեան դասատուութիւնը չէ հասնում իւր զարգացուցիչ նպատակին, թէպէտ գիտութիւնը ինքն ըստ ինքեան բաւականութիւն է ստանում, որ իւր կանոնները և դոցա որոշումները աւարտում են շատ նրբութեամբ և ճշտութեամբ:

Երկրորդ ուղղութիւնը, որ մեծ զարկ ստացաւ վերջին ժամանակները, էր մեթոդիքական ուղղութիւնը, որ բազմազան գործնական օրինակներից դուրս է բերում կանոն և թուերի զանազան յարաբերութիւնները ըմբռնելի է անում մանուկ մտքին շրջապատի առարկաների յարաբերութիւններից: Այս վերջին եղանակը աւելի համապատասխանելով մանուկի հասկացողութեանը և ըմբռնողական ոյժին՝ բոլորովին պարզ գաղափար է տալի թուերի զանազան յարաբերութեանց մասին և թուաբանութեան դասատուութիւնը դառնում է զարգացուցիչ նիւթ մանուկի համար:

Անպայման հետևելով այդ ուղղութիւններից մէկին կամ միւսին թուաբանութեան դասատուութեան սկզբից մինչև նորա վախճանը, չէ կարելի հասնել այն նպատակին, որ պէտք է ունենայ թուաբանութեան դասատուութիւնը: Ինչպէս ասացինք խիստ լոգիքական տեսական ուղղութիւնը իւր նուրբ որոշումներով և վերացական կանոններով թուաբանութեան դասատուութեան սկզբում բոլորովին անմատչելի

դառնալով մանուկի ըմբռնողական ոյժին՝ տանում է նորան դէպի մթութիւն և մեքենայականութիւն։

Մի-ս կողմից մեթոդիքական ուղղութիւնը, որ շատ զարգացուցիչ նիւթ է տալի մանուկի մտքին և պարզ ըմբռնելի դառնում նորա համար թուաբանութեան տարրական ընթացքում, չէ կարողանում բաւարար լինել մանուկի հասակի և զարգացման հետևեալ աստիճաններումը, երբ մանուկի ամրապնդած միտքը ինքը կարօտում է սիստեմատիքական ուղղութեանը, որ առանձին ցան ու ցրիւ իրողութիւններից դուրս բերած կանոնը ընդհանրանայ և ենթարկվի գիտնական սիստեմային։

Ի նկատի ունենալով այդ հանգամանքները, մենք թուաբանութեան դասագիրքը կազմելիս հետևեցինք այն ձեռնարկներին, որոնք բնական ճանապարհը նախապատուում են արհեստական և խիստ գիտնական ճանապարհից։ Մենք դասատուութեան նիւթը և գործողութեանց կանոնները աշխատեցինք այնպէս աւանդել, որ ուսանողները ըմբռնեն նոցա էութիւնը և ոչ թէ միայն արտաքին մեքենայական ձևը։ Ուստի փոքրահաս մանուկներին մեթոդիքապէս թուաբանական տարրական ճշմարտութեանցը ծանօթացնելուց յետոյ, նոցա զարգացողութեան հետևեալ աստիճաններումը համարձակ կարելի է առաջարկել մեր դասագիրքը։

Ի վերջոյ պէտք է նկատել, որ դասագիրքը չ'պէտք է աշակերտին բան ուսուցանի, այլ նորա պաշտօնն է վարժապետի կենդանի խօսքերով և բազմազան օրինակներով ուսուցածը աշակերտի գիտակցութեան մէջ վերանորոգած պահել։

Մեր դասագրքի մնացեալ մանրամասնութեանցը ցանկացողք կարող են ծանօթանալ նոյն իսկ գրքիցը։

Ց Ա Ն Կ

	Եր֊.
Յառաջաբան	I
ԹՈՒԱԲԱՆՈՒԹԻՒՆ	1
Համրանք	2
Թուերի ձևակերպումն	6
Թուերի կարդալը	10
ԳՈՐԾՈՂՈՒԹԻՒՆՔ ԱՄԲՈՂՋ ԹՈՒԵՐՈՎ	11
Գումարումն	12
Միանշան թուերի գումարումն	13
Բազմանշան թուերի գումարումն	14
Հանումն	20
Փակագծերի գործածութիւնը գումարման և հանման ժամանակ	29
Բազմապատկումն	33
Միանշան թուերի բազմապատկումն	35
Բազմանշան թուերի բազմապատկումն միանշան թուերի վերայ	36
Բազմապատկումն 10,100,1000-ի վերայ և առհասարակ երբ ունենք 1 զերօներով	37
Բազմանշան թուերի բազմապատկումն	38
Բաժանումն	44
Բազմանշան թուերի բաժանումն միանշան թուերի վերայ	45
Բազմանշան թուերի բաժանումն	50
Զորս գործողութեանց ստուգելը	55
Փակագծերի գործածութիւնը բազմապատկման և բաժանման ժամանակ	57
ԲԱՐԴ ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԸ	59
Չափերի աղիւսակը՝ ռուսական չափերը	61
Ֆրանսիական չափերը	71

Անգլիական չափերը 74
Պրուսական չափերը 75
Պարզ և բարդ անուանական թուերը . . . 76
Վերածումն 76
Անդրադարձումն 78
Բարդ անուանական թուերի գումարումն . . 89
Բարդ անուանական թուերի հանումն . . . 85
Բարդ անուանական թուերի բազմապատկումն . 89
Բարդ անուանական թուերի բաժանումն . . 92
ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԺԱՆԱԿԱՆՈՒԹԻՒՆԸ 97
Անմնացորդ բաժանման նշանացոյցները . . 99
Բարդ թուերի լուծելը պարզ բազմապատկիչների . 104
Ամենափոքր բազմապատիկ թիւը 107
Երկու թուի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը . 111
ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐ—
Կոտորակների ծագումը 116
Կոտորակների բաժանմունքը 117
Խառը թուերի անկանոն կոտորակ դարձնելը . . 118
Անկանոն կոտորակից ամբողջ հանելը . . . 119
Կոտորակի շատացնելը և փոքրացնելը . . . 119
Գտնել որևիցե թուի մի քանի մասները . . 123
Գտնել բոլոր թիւը, երբ յայտնի են նորա մի քանի մասները 124
Կոտորակների կրճատումն 125
Կոտորակների մի յայտարարի բերելը . . . 128
Կոտորակների գումարումն 133
Կոտորակների հանումն 134
Կոտորակների բազմապատկումն 135
Կոտորակների բաժանումն 140
ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐ 144
Տասնորդական կոտորակի կարդալը 146
Տասնորդական կոտորակների մեծացնելը ու փոքրացնելը 10,100,1000 և այլն անգամ . . . 148
Տասնորդական կոտորակի մի յայտարարի բերելը . 150

Տասնորդական կոտորակների գումարումն և հանումն 152
Տասնորդական կոտորակների բազմապատկումն . 154
Տասնորդական կոտորակների բաժանումն . . 155
Հասարակ կոտորակների տասնորդական դարձնելը . 160
Վերջաւորուած կամ ճիշտ և անվերջ կամ պարբերական կոտորակները 161
Պարզ և խառը պարբերական կոտորակները . . 164
Տասնորդական կոտորակների դարձնելը հասարակ կոտորակ 168
ԱՆԸՆԴՄԻՋՎՈՂ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ 172
Անընդմիջվող կոտորակների դարձնելը հասարակ կոտորակ 172
Հասարակ կոտորակների դարձնելը անընդմիջվող կոտորակ 173
Մօտաւորական կոտորակները և մօտաւորութեան աստիճանը 174
ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ 178
Տարբերական համեմատութիւն 179
Քանորդական համեմատութիւն 181
ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ 184
Տարբերական յարաբերութիւնը և նորա գլխաւոր յատկութիւնը 185
Տարբերական յարաբերութեան անյայտ անդամի գտնելը 187
Անընդմիջվող տարբերական յարաբերութիւնը և մի քանի թուերի միջին թիւը 188
Քանորդական յարաբերութիւնը և նորա գլխաւոր յատկութիւնը 189
Յարաբերութեան անդամների տեղափոխութիւնները . 190
Յարաբերութեան անդամների կրճատումն . . 191
Բարդ յարաբերութիւնները 192
Քանորդական յարաբերութեանց պատկերափոխութիւնը 197
Քանորդական յարաբերութեանց անյայտ անդամի գտնելը 200
Անընդմիջվող քանորդական յարաբերութիւնը . . 200

ԵՐՐՈՐԴԱԿԱՆ ԿԱՆՈՆՆԵՐԸ

Պարզ երրորդական կանոն 202
Բարդ երրորդական կանոն 207
Տոկոսների կանոնը 212
Պարզ տոկոսները 213
Բարդ տոկոսիքը 215
Մուրհակների զեղչման կանոնը 217
Օղակապ կանոն 220
Ընկերութեան կանոն 222
Խարնուրդի կանոն 227

ԹՈՒԱԲԱՆՈՒԹԻՒՆ

1. Եթէ կամենանք իմանալ թէ դասատանը քանի նըստարան կայ, դորա համար պէտք է համարենք թէ դասատանը քանի հատ առանձին նստարան կայ։ Որովհետև նըստարանների քանակութիւնը մենք որոշում ենք մի նստարանով, ուստի և մի նստարանը կոչվում է միաւոր։ Ուրեմն դասատան նստարանների քանակութիւնը որոշելու համար, պէտք է որոշենք նստարանների միաւորների թիւը։ Եթէ որ դասատանը լինէին նստարաններ և աթոռներ, այն ժամանակը մենք պէտք է նստարանները առանձին համարէինք և աթոռները առանձին։ Նշանակում է կարելի է միասին համարել միայն նոյնապէսակ միաւորները։ Եթէ հօտի մէջը կայ ոչխար և այծ, պէտք է ոչխարները առանձին համարել, իսկ այծերը առանձին։ Եթէ կամենում ենք իմանալ թէ ուսումնարանի հեռաւորութիւնը որքան է եկեղեցուց, դորա համար մենք վերցնում ենք մի որոշեալ երկարութիւն՝ օրինակ արշին, դարսում ենք այդ հեռաւորութեան մէջ և իմանում ենք թէ քանի անգամ մտաւ նորանում։ Այդտեղ արշինը միաւոր է։ Ուրեմն կարող ենք ասել՝ միաւորն չէ՞ մի այն որոշեալ փոփոխութիւնը, որի հետ համեմատում ենք նոյնապէսակ փոփոխութիւնները։ Նոյնատեսակ քանակութիւնները համարելով՝ ստանում ենք միաւոր։ Օրինակ՝ եթէ մենք համարենք 8 հատ խնձոր, այն ժամանակը 8

խնձորը կ'լինի թիւ։ Ուրեմն կարելի է ասել՝ թ չանի նոյնանուսակ միաւորները միաւորելը լուծում է նրա։

Համարել նշանակում է, միաւորեանը աւելացնում ենք նոյնատեսակ միաւորին և ստանում ենք թիւ, այդ թուին կրկին աւելացնում ենք նոյնատեսակ միաւորին և ստանում ենք նոր թիւ, այդ նոր թուին դարձեալ աւելացնում ենք նոյնատեսակ միաւորին և ստանում ենք դարձեալ նոր թիւ և այլն։ Ուրեմն համարել նշանակում է միաւորը հնարաւոր առաջացնել նոյնանուսակ միաւորներ։

Ինչո՞ւ են ունենում է միաւորները, նոյն անունը ունենում է և այն թիւը, որ ստացվում է այդ միաւորների համարելուց։ Այսպէս օրինակ՝ համարելով գրվանքաները՝ ստանում ենք գրվանքաների թիւը. համարելով արշինները՝ ստանում ենք արշինների թիւը և այլն։ Այն թուերը, որոնք ունեն առանձին անուններ, կոչվում են անուանի նրա նրանք։ Օրինակ՝ 7 գրվանքայ, 5 արշին, 8 օր և այլն։ Երբ միաւորինը անուն չունի, այդպիսի միաւորինից ստացած թիւն էս անուն չունի, այդ տեսակ թուերը կոչվում են վերացական նրանք. օրինակ՝ 7, 5, 8 և այլն։ Կարելի է համարել կամ ամբողջ առարկաներ, ամբողջ միաւորինները, օրինակ 4 խնձոր, 7 տանձ կամ կարելի է համարել ամբողջի հաւասար կտորները. օրինակ երեք-քառորդ, չորս-հինգերորդական և այլն։ Ամբողջ նրա կոչվում է մի քանի ամբողջ միաւորինների գումարը, իսկ կոտորակ նրա կոչվում է մի, կամ մի քանի հաւասար կտորների գումարը։

ՀԱՄԱՐԱՆԿ

**Ջ. Թուերը՞ համարում են հետևեալ կերպով՝ առաջ համարում են 1-ից մինչև 10-ը հետևաբար աւելացնելով ստած թուի վերայ մի միաւորին։ Յետոյ 10-ը կամ 1-տասնէկը ընդունում են իբրև բարձր կարգի միաւորին, այն է երկրորդ կարգի միաւորին և շարունակում են միաւորինները աւելացնելով՝ համարել տասնեակը և միաւորինների թիւը. այսպէս օրինակ՝ տասնումէկ, տասներկու, տասներեք, տասնուչորս և այլն մինչև որ միաւորինների թիւը դառնայ տասնեակ, այն ժամանակը ստանում են 2 տասնեակ կամ հարիւր։ Դորանից յետոյ կրկին համարում են քսանը և միաւորինները։ Քսան և իննից յետոյ դորա վերայ աւելացնելով մի միաւորին, ստանում են 3 տասնեակ կամ երեսուն։ Յետոյ համարում են երեսունը և միաւորինները և երբ միաւորինները կազմում են մի տասնեակ, ստանում են 4 տասնեակ կամ հարիւր և այլն։ Այդպէս շարունակելով հետևաբար ստանում են հիսուն։ Իննսունի վերայ հետևաբար աւելացնելով 9 միաւորին, ստանում են իննսուն ինը. դորա վերայ էլ աւելացնելով մի միաւորին, ստանում են 10 տասնեակ, որին ընդունում են կրկին տասնեակիցը աւելի բարձր կարգի միաւորին. այն է՝ երրորդ կարգի միաւորինը կոչվում է հարիւր։ Հետևեալ համրանքը շարունակվում է նոյն կարգով ինչպէս և առաջ, միայն այժմ հարկաւոր է լինում համարել երրորդ, երկրորդ և առաջին կարգերի միաւորինները, որոնք կոչվում են հարիւրներ, տասներներ և միաւորներ։ Այսպէս օրինակ՝ հարիւրին աւելացնելով մի միաւորին, ստանում են հարիւր-մէկ. հետևաբար աւելացնելով 9 միաւորին, ստանում են հարիւրինը, որի վերայ աւելացնելով դարձեալ մի միաւորին՝ ստանում են հարիւր-տասը, ապա՝ հարիւր-տասնումէկ, հարիւր-տասն-երկու, հարիւր-տասն-երեք, հարիւր-տասնուչորս և այլն։ Այդ տեղ ուրեմն բացի հարիւրը, համարում են տասնաւորները և միաւորները բոլորովին այնպէս, ինչպէս և մինչև 100-ը համարելը։ Այդպիսով մենք կարող ենք հասնել հարիւր-իննսուն-ինին, որի վերայ աւելացնելով մի միաւորին, կ'ստանանք հարիւր և էլի 10 տասնեակ կամ ընդ-

դամենը 2 հարիւր: Հետեւաբար աւելացնելով այդ թուին իննսունինը միւռիւն, բացի երկու-հարիւրից կ՚ստանանք տասնաւորների և միաւորների թուերը նոյն կարգով, ինչ կարգով ստանում էինք 100-ից պակաս թուերի համար: Իսկ երբ երկու հարիւր իննսունինի վերայ աւելացնենք էլի մի միւռիւն, կ՚ստանանք երեք հարիւր կամ 3 հարիւր: Դորանից յետոյ համարում են երեք հարիւրը և տասնաւորները ու միաւորները նոյն կարգով. այնպէս որ երեք հարիւր իննսուն ինի վերայ աւելացնելով էլի մի միւռիւն, ստանում ենք չորսհարիւր, որի վերայ մի-մի աւելացնելով հարիւր միւռիւն, ստանում ենք հինգհարիւր և այլն: Այս նոյն կարգով ստանում ենք վեցհարիւր, եօթնհարիւր և ինըհարիւր: Դորա վերայ մի-մի աւելացնելով դարձեալ իննսունինը միւռիւն, կ՚ստանանք ինը հարիւր իննսուն ինը, որի վերայ աւելացնելով դարձեալ մի միւռիւն, կստանանք 10 հարիւր, որին ընդունում ենք հարիւրաւորից աւելի քարձր կարգի միւռիւն. այսինքն՝ չորրորդ նորգի մեծ-նի: Այդ չորրորդ կարգի միւռիւնը կոչվում է հազար: Այդպէս շարունակելով համրանքը բացի հազարից, համարում են նոյնպէս ստորին կարգի միւռիւնները. այսինքն՝ հարիւրաւորները, տասնաւորները և միաւորները նոյն կարգով, ինչ կարգով որ համարում էինք մինչեւի հազարը: Այսպէս օրինակ՝ հազար ինը հարիւր իննսուն ինի վերայ աւելացնելով դարձեալ մի միւռիւն, կ՚ստանանք երկու հազար և բացի այդ երկու հազարից, հարիւրաւորների, տասնաւորների և միաւորների համրանքը լինում է այն կարգով, ինչ կարգով լինում էր հազարից պակաս թուերի համար: Այդպէս ստանալով 2 հազար ինը հարիւր իննսուն ինը և դորա վերայ աւելացնելով մի միւռիւն, կ՚ստանանք 3 հազար և այլն: Դորանից յետոյ նոյն կարգով կ՚ստանանք չորս հազար, հինգ հազար, վեց հազար, եօթը հազար, ութ հազար, ինը հազար և վերջապէս 10 հազար, որին ընդունում են իբրև հինգերորդ նորգի մեծ-

նի: Դորանից յետոյ բացի տասը հազարաւորը, հետևեալ համրանքը ընթանում է նոյն կարգով ինչպէս և առաջ: Համարելով դարձեալ տասը հազար միւռիւն, կ՚ստանանք քսան հազար կամ երկու անգամ տասը հազար: Դարձեալ համարելով տասը հազար միւռիւն, կ՚ստանանք երեսուն հազար կամ երեք տասը հազար և այլն: Այդպէս շարունակելով՝ կ՚ստանանք յոթսուն հազար, յոթսուն հազար, վեցսուն հազար, հինգսուն հազար, չորսսուն հազար, երեսուն հազար, քսան հազար և վերջապէս հարիւր հազար, որին ընդունում են վերջերորդ նորգի մեծ-նի: Այդ հարիւր հազարի վերայ համարելով դարձեալ հարիւր հազար միւռիւն, կ՚ստանանք երկու հարիւր հազար, ապա երեք հարիւր-հազար, չորս հարիւր-հազար, հինգհարիւր-հազար, վեց հարիւր-հազար, եօթը հարիւր-հազար, ութ հարիւր-հազար, ինը հարիւր-հազար: Դարձեալ համարելով հարիւր հազար, կ՚ստանանք 10 հարիւր հազար, որին ընդունում են իբրև եօթերորդ նորգի մեծ-նի կամ միլիոն: Դորանից յետոյ համրանքը շարունակում են առաջին կարգով, այսպէս օրինակ, բացի միլիոնը համարում են միաւորները, տասնաւորները, հարիւրաւորները, հազարաւորները, տասը հազարաւորները, հարիւր հազարաւորները, եթէ միայն դոքա կան և երբ այդ համարած միւռիւնները կազմում են դարձեալ միլիոն միւռիւն, այն ժամանակը ստանում ենք երկու միլիոն, ապա երեք միլիոն և այլն: Դոցանից հետևեալ միւռիւնները են՝ տասը միլիոն, հարիւր միլիոն, հազար միլիոն, տասը հազար միլիոն, հարիւր հազար միլիոն, բիլիոն, տասը բիլիոն, հարիւր բիլիոն և այլն:

Իւրաքանչիւր կարգի միւռիւնը շատ է իւր նախորդ կարգի միւռիւնից 10 անգամ և փոքր է իւր յաջորդ կարգի միւռիւնից 10 անգամ: Այսպէս օրինակ՝ հարիւրաւորը շատ է տասնաւորից 10 անգամ: Այդ պատճառով էլ մեր թուաբերութիւնը կոչվում է տասնորդական նումերացիա:

ԹՈՒԵՐԻ ՉԵՒԱԿԵՐՊՈՒՄՆ

3. Թուերը գրաւոր կերպով ձեւակերպելու համար խօսքերի փոխանակ գործ են դնում Նշանները, որոնք թուով տասն են, 0 (զերօ), 1 (մէկ), 2 (երկու), 3 (երեք), 4 (չորս), 5 (հինգ), 6 (վեց), 7 (եօթը), 8 (ութ), 9 (ինը)։ Այդ տասը թուանշանների օգնութեամբ կարելի է ձեւակերպել ամենայն թիւ։ Այդ կարելի է լինում այն պատճառով, որ իւրաքանչիւր թուանշան բացի որոշեալ միութիւնների քանակութիւնը ցոյց տալուց, ստանում է զանազան նշանակութիւն և իւր գրված տեղին համեմատ։ Թուանշանների տեղը սկսվում է աջ ձեռքից դէպի ձախ։ Իւրաքանչիւր կարգի միութիւնը որոշեալ տեղ է բռնում թուի մէջ։ Այսպէս օրինակ՝

միաւորը	գրվում է առաջին	տեղումը
տասնաւորը	,, երկրորդ	,,
հարիւրաւորը	,, երրորդ	,,
հազարաւորը	,, չորրորդ	,,
տասը հազարաւորը	,, հինգերորդ	,,
հարիւր հազարաւորը	,, վեցերորդ	,,
միլիոնաւորը	,, եօթերորդ	,,
տասը միլիոնաւորը	,, ութերորդ	,,
հարիւր միլիոնաւորը	,, իններորդ	,, և այլն։

Եթէ օրինակ 5-ը գրած է երրորդ տեղումը, նա նշանակում է 5 հարիւր, իսկ եթէ գրած է եօթերորդ տեղումը, այն ժամանակը նշանակում է 5 միլիոն և այլն։

Դիցուք թէ պէտք է գրել հինգ հարիւր ութսուն եօթը։ Այդ թիւը պարունակում է իւր մէջ երեք կարգի միութիւններ, այն է՝ 5 հարիւրաւոր, 8 տասնաւոր և 7 միաւոր, ուստի այդ թիւը պէտք է երեք տեղ ունենայ թուանշանների համար։ Աւելի ակներև լինելու համար՝ այդ երեք տեղերը նշանակենք վանդակներով։

3. տ 2. տ 1. տ

Առաջին տեղումը պէտք է գրել 7 միաւոր, երկրորդ տեղումը 8 տասնաւոր, երրորդ տեղումը 5 հարիւրաւոր, այդպէս անելուց յետոյ՝ կստանանք

5	8	7

Ասենք թէ պէտք է գրել վեց հազար երկու հարիւր երեսուն ինը։ Որովհետև այդ թուումը կան հազարաւորներ, այդ պատճառով դա պէտք է ունենայ 4 տեղ։ Չորրորդ տեղումը պէտք է լինի 6 հազարաւոր, երրորդ տեղումը 2 հարիւրաւոր, երկրորդ տեղումը 3 տասնաւոր և առաջին տեղումը 9 միաւոր.

4. տ 3. տ 2. տ. 1 տ.

6	2	3	9

որ առանց վանդակի կ'լինի 6239։

Գրել երեսուն եօթը հազար քառասուն հինգ։

Այդ թուումը կայ 3 տասը հազարաւոր, որ պէտք է լինի հինգերորդ տեղումը, 7 հազարաւոր, որ պէտք է լինի չորրորդ տեղումը, 4 տասնաւոր, որ պէտք է լինի երկրորդ տեղումը և 5 միաւոր, որ պէտք է լինի առաջին տեղումը։ Գրելով վանդակների մէջ կ'ստանանք՝

3	7		4	5

որպէս զի դատարկ տեղ չմնայ, որ շատ անյարմար է առանց վանդակի գրելիս, այդ պատճառով այն կարգի միու-

թեան տեղը, որ չ'կայ թուի մէջ, գրում են զերօ։ Այդպէս օրինակ՝ վերոյիշեալ թիւը պէտք է գրել այսպէս՝

3	7	0	4	5

որ առանց վանդակի կ'լինի 37045։

Գրել քառասուն հազար եօթը հարիւր երկու։

Հետևելով ընդհանուր կանոնին՝ այդ թիւը կ'գրվի այսպէս՝

4	0	7	0	2

կամ առանց վանդակի՝ 40702։

Գրել երեսուն միլիոն քսան եօթը հազար ութ։

Այդ թիւը կլինի՝

3	0	0	2	7	0	0	8

իսկ առանց վանդակի 30027008։

Ով որ սովորել է գրել վանդակով, նա կարող է հեշտութեամբ գրել և առանց վանդակի, դորա համար արժէ միայն հաստատ իմանալ կարգով զանազան կարգի միութեանց յաջորդութիւնը։ Գրելիս միշտ պէտք է սկսել տուած թուի ամենաբարձր կարգի միութիւնից։ Աւելի հեշտ է գործը բաժանել. այն է՝ առաջ գրել օրինակ հազար միլիոնների թիւը, յետոյ հասարակ միլիոնների թիւը, յետոյ հասարակ հազարների թիւը և վերջապէս միաւորների թիւը, այսինքն ամեն-մի անգամում, բացի առաջին անգամից, գրել երեք կարգի միութիւնները, այն է՝ կամ հազար միլիոններին, կամ հասարակ միլիոնների, կամ հասարակ հազարների կամ հասարակ միաւորների՝ հարիւրները, տասնեակները և միաւորը։ Հասկանալի է որ եթէ թուի մէջ չ'կայ տուած, օրինակ, հարիւր հազարաւոր, այն ժամանակը առաջի անգամում պէտք է գրել միայն տասը հազարաւորը, և միաւոր հազարաւորը, իսկ առաջին անգամից յետոյ միշտ պէտք է գրել երեք կարգի միութիւնները։

Դիցուք պէտք է գրել երեսուն ութ միլիոն, վեց հարիւր եօթը հազար, ինը հարիւր երկու։ Դորա համար առաջ կը գրենք միլիոնների թիւը, որ է 38, յետոյ հազարների թիւը, որ է 607, յետոյ պէտք է գրել միաւորների թիւը, որ է 902. այնպէս որ վերոյիշեալ թիւը կ'գրվի այսպէս՝ 38,607,902.

Գրել՝ չորս հազար եօթանասուն վեց միլիոն, յիսուն երեք հազար, երկու հարիւր երեսուն։ Դորա համար առաջ կ'գրենք հազար միլիոնաւորը, որ է 4, յետոյ պէտք է գրել հարիւրաւոր, տասնաւոր և միաւոր միլիոնները, բայց տուած թուի մէջ կայ միայն 76 միլիոն, նշանակում է հարիւրաւոր միլիոն չ'կայ, այդ պատճառով 4 հազար միլիոնաւորից յետոյ հետևեալ 3 թուանշանները կ'լինեն 076 միլիոն։ Դորանից յետոյ պէտք է գրել հազարաւորների թիւը, որ տուած թուումն է 53, բայց որովհետև պէտք է գրել 3 թուանշան, ուստի և միլիոններիցը յետոյ պէտք է գրել 053։ Յետոյ պէտք է գրել միաւորների թիւը, որ է 230։ Ուրեմն բոլոր թիւը կ'լինի 4076053230։

Գրել վաթսուն երեք միլիոն եօթը հարիւր չորս։ Դորա համար առաջ կ'գրենք 63 միլիոն, յետոյ պէտք է գրել 3 կարգի միութիւններ, այսինքն հարիւր հազարաւոր, տասը հազարաւոր և միաւոր հազարաւոր, բայց որովհետև տուած թուի մէջ դոքա չ'կան, ուստի և պէտք է գրել երեք զերօ 000, յետոյ պէտք է գրել միաւորների թիւը, որ է 704։ Ուրեմն բոլոր թիւը կ'լինի 63000704։

Գրել 8 միլիոն, 607 հազար, 9 միաւոր. կ'լինի՝ 8,607,009։

Գրել՝ 360 միլիոն, 48 հազար, 60 միաւոր. կ'լինի 360,048,060։

Գրել՝ 25 միլիոն, 430 հազար. կ'լինի 25430000։

Այն թուերը, որոնք ունեն մի թուանշան, կոչվում են մեկնշան, որոնք ունեն երկու թուանշան, կոչվում են երկնշան. յետոյ եռանշան, չորսնշան, հնգանշան և այլն: Օրինակ 76043-ը հնգանշան է:

ԹՈՒԵՐԻ ԿԱՐԴԱԼԸ

4. Գրած թիւը կարդալու համար հարկաւոր է միայն հասկանալ թուի իւրաքանչիւր թուանշանի նշանակութիւնը և սկսել կարդալ ամենաբարձր կարգի միութիւններից: Այսպէս օրինակ՝ 65 նշանակում է 6 տասնաւոր և 5 միաւոր կամ վաթսուն և հինգ: 783-ը նշանակում է 7 հարիւրաւոր, 8 տասնաւոր և 3 միաւոր կամ եօթը հարիւր ութսուն երեք: 560-ը նշանակում է հինգ հարիւրաւոր կամ հինգ հարիւր վաթսուն: 3036-ը նշանակում է 3 հազարաւոր, 8 տասնաւոր և 6 միաւոր կամ երեք հազար ութսուն վեց.

Մեծ թուերը կարդալու համար աւելի յարմար է կարդալ դաս-դաս՝ առաջ միլիոնները, յետոյ հազարները, ապա միաւորները և այլն, այսինքն ամեն անդամում կարդալ երեք կարգի միութիւնները, բացի առաջինից, որի մէջ կը պատահի կարդալու 1 կամ 2 կարգի միութիւն: Օրինակ՝ դեցուք պէտք է կարդալ 8215049-ը: Դորանում կայ 8 միլիոն, 215 հազար, 49 միաւոր:

Կարդալ՝ 318034058060. դորանում կայ 318034 միլիոն, բացի դորանից 58 հազար և 60 միաւոր:

Կարդացէք հետևեալ թուերը՝ 360070; 60080465; 9410050; 7000000 և այլն:

Հ Ա Ր Յ Ե Ր

Քանի տասնաւոր կայ հազարումը, տասը հազարումը, հարիւր հազարումը, միլիոնումը:

Քանի հարիւր կայ հազարումը, տասը հազարումը, հարիւր հազարումը, միլիոնումը:

Քանի տասնեակ պէտք է լինի, որ կազմի հազար, տասը հազար, հարիւր հազար, միլիոն:

Քանի հարիւր պէտք է լինի, որ կազմի հազար, տասը հազար, հարիւր հազար, միլիոն:

Քանի տասնեակ կայ 2370-ի մէջ: Քանի հարիւր կայ հազարում:

Քանի տասը, քանի հարիւր, քանի հազար, քանի տասը հազար կայ 17083-ումը:

Քանի տասը եւ քանի հարիւր կայ 324-ումը:

Քանի հարիւր, քանի հազար կայ 324 տասնումը.

ԳՈՐԾՈՂՈՒԹԻՒՆՔ ԱՄԲՈՂՋ ԹՈՒԵՐՈՎ

5. Աշակերտը 15 թերթ թուղթ տուեց ընկերին, իւր մօտ էլի մնաց 24 թերթ: Նա ընդ ամենը քանի՞ թերթ թուղթ ունէր: Այդ հարցը լուծելու համար, պէտք է տուած երկու թուերից, այն է 15 թերթիցը, որ տուեց ընկերին և 24 թերթիցը, որ մնաց իւր մօտ, կազմել մի նոր թիւ, որ ցոյց տայ թէ ընդամենը քանի՞ թերթ թուղթ ունէր:

Վարժապետը 19 մատիտ բերեց դասատուն, որից 12 հատ տուեց աշակերտներին, քանի՞ մատիտ մնաց իւր մօտ: Այդ հարցին պատասխանելու համար հարկաւոր է նոյնպէս 19 մատիտից, որ բերեց դասատուն, և 12 մատիտից, որ տուեց աշակերտներին, կազմել մի նոր թիւ, որ ցոյց տայ թէ քանի մատիտ մնաց իւր մօտ:

Ա.ռհասարակ զանազան հարցեր վճռելու համար հարկաւոր է լինում մի քանի յայտնի թուերից կազմել նոր թիւ: Այդ նպատակին հասնելու համար, պէտք է զանազան գործողութիւններ կատարել թուերի վերայ: Այդ գործողութիւններից չորսը կոչվում են գլխաւոր կամ հիմնական գործողութիւնք, որոնք են՝ գումարում, հանում, քազմապատկում և բաժանում:

ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ

6. Աշակերտը 12 թերթ թղթից տետրակ կարեց, 7 թերթ ընկերին տուեց և իր մօտ մնաց էլի 5 թերթ: Նա ընդամենը քանի՞ թերթ թուղթ ունէր: Այդ հարցը վճռելու համար հարկաւոր է 12 թերթի վերայ, որից տետրակ կարեց, աւելացնել 7 թերթը, որ իր ընկերին տուեց, այդպիսով մենք կիմանանք տետրակ կարած և ընկերին տուած թերթերի թիւը, յետոյ այդ ստացած թուերի վերայ էլի աւելացնելով այն 5 թերթը, որ իր մօտ մնաց, կ'իմանանք հարցի պատասխանը:

Առաջին դասատանը կար 27 աշակերտ, երկրորդում 23 աշակերտ, երրորդում 21 աշակերտ և չորրորդում 18 աշակերտ: Քանի՞ աշակերտ կար բոլոր չորս դասատանը միասին: Այդ հարցը վճռելու համար հարկաւոր է առաջին դասատան 27 աշակերտի թուի վերայ աւելացնել երկրորդ դասատան 23 աշակերտի թիւը, այդպիսով կ'իմանանք երկու դասատան աշակերտների թիւը: Յետոյ ստացած թուի վերայ կ'աւելացնենք երրորդ դասատան 21 աշակերտի թիւը, կ'ստանանք երեք դասատան աշակերտների թիւը միասին: Յետոյ այդ ստացած թուի վերայ էլի կ'աւելացնենք չորրորդ դասատան 18 աշակերտի թիւը և կ'ստանանք միասին բոլոր չորս դասատան աշակերտների թիւը:

Այն գործողութիւնը, որով մի քանի թուեր իրարու հետ, իրենց գումարելուց, կոչվում է գումարում: Այն թուերը, որ տուած են միացնելու կամ գումարելու համար, կոչվում են գումարելի, իսկ այն թիւը, որ ստանում ենք միքանի թուեր գումարելուցը, կոչվում է գումար: Եթէ կամենում ենք ցոյց տալ թէ տուած թուերը պէտք է գումարել, այն ժամանակը փոխանակ խօսքերով ասելու կամ գրելու այդ բանը, կարճութեան համար գումարելիների մէջերում գրում ենք յաւելման նշան կամ խաչանիշ (+), եթէ գումարելիները

գրած են կարգով, իսկ եթէ գրած են միմեանց տակը, այն ժամանակը նշանը գրվում է նոցա առաջև:

Գումարելի Գումար

Օրինակ 4+2+9=15

կամ
4
+ 2 Գումարելի
9
15 Գումար

Երկու զուգահեռական գծերը կոչվում են հաւասարութեան նշան: Երբ գումարելիները գրած են լինում միմեանց տակ, այն ժամանակը վերջի գումարելու և գումարի մէջ քաշում են գիծ, որ գումարելիքը ու գումարը միմեանց չ'խառնվին:

ՄԻԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ

7. Դիցուք տուած է գումարելու 5 խնձոր, 6 խնձոր և 9 խնձոր: Դորա համար մենք 5 խնձորի վերայ կ'աւելացնենք 6 խնձոր կամ 6 անգամ 1 խնձոր և կստանանք 11 խնձոր, յետոյ 11 խնձորի վերայ կ'աւելացնենք 9 խնձոր կամ 9 անգամ 1 խնձոր և կ'ստանանք գումարը 20 խնձոր: Եթէ մենք առաջ վերցնենք 6 խնձոր և վերան աւելացնենք 5 խնձոր, կ'ստանանք 11 խնձոր և դորա վերայ աւելացնենք 9 խնձոր, գարձեալ գումարը կ'ստանանք 20 խնձոր: Կամ եթէ մենք առաջ վերցնենք 9 խնձոր, վերան աւելացնենք 5 խնձոր, կ'ստանանք 14 խնձոր, և դորա վերայ աւելացնելով 6 խնձոր, գարձեալ գումարը կ'ստանանք 20 խնձոր և այլն: Որովհետև գումարելիս մենք վերցնում ենք բոլոր միութիւնները, որ կան բոլոր գումարելիների մէջ, ուստի դորանից երևում է որ, թէ սկզբից սկսենք գումա-

րել, թէ մէկէյը, գումարը միևնոյնը կ'ստանանք։ Ուրեմն գումարելիները կարգը փոխելէ գումարը չի փոխեր։

Մեր բերած օրինակներէյ երևում է, որ գումարը հաւասար է բոլոր գումարելիներէն ջոկ ջոկ վերցրած. դորանից հետևում է հակառակ եղրակացութիւնը, որ գումարելիներէյ մէկը հաւասար է գումարին ասանց ջոկ գումարելիներէն։ Օրինակ՝ 8+3+7 գրէյը հաւասար է 18 գրէյին, ուրեմն 8 գրէյը հաւասար է 18 գրէյին առանց 3 և 7 գրէյի կամ առանց 10 գրէյի, որովհետև 18 գրէյը հաւասար է 10 և 8 գրէյին միասին, ուրեմն եթէ 18 գրէյից դուրս գանք 10 գրէյ, կ'մնայ 8 գրէյ։

Որովհետև թիւը ստացվում է նոյնատեսակ միութիւնների հետևաբար աւելացնելուց, այդ պատճառով էլ աւելացնել կամ գումարել կարելի է միայն նոյնատեսակ թուերը, օրինակ՝ մատիտների թիւը մատիտների թուի հետ, գրվանքաների թիւը գրվանքաների թուի հետ և այլն։

Եթէ 5 մատիտ վերայ աւելացնենք 7 գրէյ, ո՞րքան կ'ստանանք։ Հովիւը ուներ 7 ոչխար և 9 այծ. նա քանի՞ ոչխար ուներ և քանի՞ այծ։

ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ

8. Դիցուք թէ տուած է գումարելու՝ 8945+370+2408+7256։ Որովհետև գումարել միասին կարող ենք միայն միևնոյն կարգի միութիւնները, այդ պատճառով տուած թուերը գումարելու համար, մենք պէտք է առաջ գումարենք առաջին կարգի միութիւնները, յետոյ երկրորդ կարգի միութիւնները, յետոյ երրորդ կարգի և յետոյ չորրորդ կարգի կամ ընդհակառակը առաջ պէտք է գումարենք 4-դ կարգի միութիւնները, յետոյ 3-դ կարգի, յետոյ 2-դ կարգի և յետոյ 1-դ կարգի։

Յարմարութեան համար գումարելու ժամանակ պէտք է տուած գումարելիների միաւորները գրել միաւորների տակ, տասնաւորները տասնաւորների տակ, հարիւրաւորները հարիւրաւորների տակ և այլն։ Առհասարակ պէտք է գրել այնպէս, որ միևնոյն կարգի միութիւնները լինեն միմեանց տակը։ Յետոյ վերջին գումարելու տակը գիծ կ'քաշենք, և գումարը կ'գրենք այդ գծի տակը, որ չ'խառնենք գումարելիների հետ։ Եւ կ'սկսենք գումարել աջ կողմից, այսինքն միաւորներից՝ կասենք՝

8945
370
+2408
7256
18979

5 և 8 կլինի 13 և 6 կլինի 19 միաւոր. դորանում կայ 9 միաւոր, որ կ'գրենք գծի տակ և 1 տասնաւոր. այդ 1 տասնաւորը կ'գումարենք տասնաւորների հետ միասին, ուրեմն կ'ասենք 1 տասնաւոր և 4 կ'լինի 5 և 7 կ'լինի 12 և 5 կ'լինի 17 տասնաւոր. դորանում կայ 7 տասնաւոր, որ կը գրենք գծի տակ իւր երկրորդ տեղումը և 1 հարիւրաւոր, որ կ'գումարենք հարիւրաւորների հետ։ Կասենք 1 հարիւրաւոր և 9 կլինի 10 և 3 կլինի 13 և 4 կլինի 17 և 2 կ'լինի 19 հարիւրաւոր, դորանում կայ 9 հարիւրաւոր, որ կ'գրենք հարիւրաւորի՝ երրորդ՝ տեղում և 1 հազարաւոր, որ կ'գումարենք հազարաւորների հետ։ Կասենք 1 հազարաւոր և 8 կ'լինի 9 և 2 կ'լինի 11 և 7 կ'լինի 18 հազարաւոր, դորանում կայ 8 հազարաւոր, որ կ'գրենք հազարաւորի տեղ, այսինքն չորրորդ տեղումը և 1 տասը հազարաւոր, որ կ'գրենք իւր հինգերորդ տեղում և գումարը կ'լինի 18979։

Մենք տուած թուերը գումարեցինք աջ կողմից, այժմ նոյն թուերը գումարենք ձախ կողմից։ Ուրեմն կասենք՝

8945
370
2408
7256
17'8'6'
18 979

8 հազարաւոր և 2 հ'լինի 10 և 7 հ'լինի 17 հազարաւոր. դորան հ'գրենք իւր տեղում գծի տակը։ Յետոյ հ'գումարենք հարիւրաւորները՝ կասենք 9 հարիւրաւոր և 3 հ'լինի 12 և 4 հ'լինի 16 և 2 հ'լինի 18 հարիւրաւոր. դորանում կայ 1 հազարաւոր և 8 հարիւրաւոր. այդ մի հազարաւորը պէտք է աւելացնենք առաջվայ 17 հազարի վերայ, ուրեմն 17 պէտք է չնչենք և տեղը գրենք 18. հարիւրաւորը գրենք իւր տեղումը։ Յետոյ հ'գումարենք տասնաւորները, կասենք՝ 4 տասնաւոր և 7 տասնաւոր հ'լինի 11 և 5 հ'լինի 16 տասնաւոր. այդ 16 տասնաւորում կայ 1 հարիւրաւոր, որ պէտք է աւելացնել առաջվայ գրած 8 հարիւրաւորի վերայ, ուրեմն 8 պէտք է չնչենք տեղը գրենք 9, իսկ 6 տասնաւորը գրենք իւր տեղում։ Յետոյ հ'գումարենք միաւորները ասելով՝ 5 միաւոր և 8 հ'լինի 13 և 6 հ'լինի 19. դորանում կայ 1 տասնաւոր և 9 միաւոր. այդ 1 տասնաւորը պէտք է աւելացնենք առաջվայ գրած 6 տասնաւորի վերայ, ուրեմն 6 պէտք է չնչենք տեղը գրենք 7, իսկ 9 միաւորը գրենք իւր տեղում գծի տակը։

Այս օրինակիցը պարզ երևում է, որ աջ կողմից գումարելը շատ յարմար է, իսկ ձախ կողմից գումարելը ներկայացնում է դժուարութիւններ, այդ է պատճառը, որ միշտ պէտք է սկսել գումարել աջ կողմից—միաւորներից։

Գումարել՝ 8056+2790+264+9085

8056
+ 2790
264
9085
20195

Կասենք 6 և 4 հ'լինի 10 և 5 հ'լինի 15 միաւոր. դորանում կայ 5 միաւոր, որ հ'գրենք գծի տակ և 1 տասնաւոր, որ հ'գումարենք տասնաւորների հետ։ Կասենք՝ 1 տասնաւոր և 5 հ'լինի 6 և 9 հ'լինի 15 և 6 հ'լինի 21 և 8 հ'լինի 29 տասնաւոր. դորանում կայ 9 տասնաւոր, որ հ'գրենք գծի տակ և 2 հարիւրաւոր, որ հ'գումարենք հարիւրաւորների հետ։ Կասենք՝ 2 հարիւրաւոր և 7 հ'լինի 9 և 2 հ'լինի 11 հարիւրաւոր. դորանում կայ 1 հարիւրաւոր, որ հ'գրենք գծի տակ և 1 հազարաւոր, որ հ'գումարենք հազարաւորների հետ։ Յետոյ կասենք՝ 1 հազարաւոր և 8 հ'լինի 9 և 2 հ'լինի 11 և 9 հ'լինի 20 հազարաւոր. դորանում կայ ուղիղ 2 տասը հազարաւոր, իսկ հասարակ հազարաւոր չ'կայ, ուրեմն հազարաւորի չորրորդ տեղը գծի տակ հ'գրենք 0, իսկ 2 տասը հազարաւորը հ'գրենք իւր հինգերորդ տեղումը և հ'ստանանք բոլոր գումարը՝ 20195։

Ուրեմն ինչպէս նուէնը գումարելու համար հարկաւոր է նախ տուած գումարելիքը գրել մէնեակ պոչ, այնպէս որ միաւորները լինին միաւորների պոչ, տասնաւորները տասնաւորների պոչ և այլն. յետոյ վերջին գումարելու պոչ գնծ չափել և սկսել գումարել միաւորներից, եթէ միաւորների գումարը փոքր լինի 9-ից, այն ժամանակը հ'գրենք միաւորների պոչ, իսկ եթէ շատ լինի 9-ից, այն ժամանակը միայն միաւորի նուէնշանը հ'գրենք միաւորների պոչ, իսկ տասնաւորներից հ'գումարենք տասնաւորների հետ. այդպէս հ'վարվենք և տասնաւորների, հարիւրաւորների հետ և այլն։

ՊԵՏԱԿԱՆ ԳՐԱԴԱՐԱՆ
Гос. Библиотека
ՀԱՍՀ-Арм. ССР
1534-81

Եթէ կամենանք գումարումը կատարել մատուր կերպով, այն ժամանակը աւելի յարմար է գումարելը սկսել ամենամեծ կարգի միւռթիւնից։

Իսկ եթէ տուած է գումարել բաւական շատ թուեր, այն ժամանակը աւելի յարմար է առաջ մի քանի թուերը գումարել միմեանց հետ, միւս մի քանիսը միմեանց հետ, մնացածներն էլ միմեանց հետ. յետոյ այդ ստացած գումարները դարձեալ գումարել միմեանց հետ։

Դիցուք տուած է գումարել՝ 705+113+28+2369+415+910+3200+9130+89+24+5+1007+9+72+1987+39+18+11։

Մենք առաջի 6 թիւը օրինակ կ'գումարենք կ'ստանանք՝

	4540
երկրորդ 6-ը կ'գումարենք կ'ստանանք՝	13455
մնացած 6-ը կ'գումարենք կ'ստանանք՝	2136
յետոյ այդ երեքը միասին կ'գումարենք՝	20131

կ'ստանանք ընդհանուր գումարը։

Այժմ տեսնենք ի՛նչ՞ փոփոխութիւն կ'ստանայ գումարը, եթէ փոփոխենք գումարելիքը։

Դիցուք իմ մէկ գրպանումը կայ 12 կոպէկ, իսկ միւսումը 6 կոպէկ. ընդամենը ես քանի՞ կոպէկ ունեմ։ Պաապաաի՝ 18 կոպէկ։ Եթէ որ իմ մի գրպանումը լիներ ոչ 12 կոպէկ, այլ 3 կոպէկ պակաս, այն ժամանակը ընդամենը քանի՞ կոպէկ կ'ունենայի ես։ Պաա. առաջվանից 3 կոպէկ պակաս. այսինքն՝ 15 կոպէկ։ Իսկ եթէ մի գրպանումս լիներ ոչ 12 կոպէկ, այլ 4 կոպէկ աւելի. այն ժամանակը ընդամենը քանի՞ կոպէկ կ'ունենայի։ Պաա. առաջվանից 4 կոպէկ աւելի. այսինքն՝ 22 կոպէկ։

Սակայն եթէ գումարելիներից մինը աւելացնենք օրինակ 8-ով, այն ժամանակը գումարն էլ կ'աւելանայ 8-ով։ Որովհետև գումարը պարունակում է իւր մէջ այնքան միւռթիւն, որքան պարունակում են իւրեանց մէջ բոլոր գումարելիքը միասին և որովհետև գումարելիներիցը մինը աւելանում է 8-ով, նշանակում է գումարն էլ աւելանում է 8-ով։ Ծորան հակառակ, եթէ գումարելներից մինը պակասացնենք օրինակ 5-ով, այն ժամանակը գումարը ևս կ'պակասի 5-ով. որովհետև նա 5 միւռթիւն պակաս կ'պարունակի իւր մէջ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ գումարը, եթէ որ գումարելիներից մինը շատացնենք 8-ով, իսկ միւսը 3-ով։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ գումարը, եթէ որ գումարելիներից մինը շատացնենք 7-ով, իսկ միւսը պակասացնենք 7-ով։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ գումարը, եթէ որ գումարելիներից մինը շատացնենք 17-ով, իսկ միւսը փոքրացընենք 8-ով և այլն։

Գումարումը գործ է դրվում այնպիսի խնդիրներ վճռելու ժամանակ, երբ պահանջվում է գտնել այնպիսի թիւ, որ հաւասար լինի բոլոր տուած թուերին միասին. կամ երբ պահանջվում է մի թուի վերայ աւելացնել մի քանի միւռթիւններ։ Օրինակ՝

Ուսումնարանի առաջին դասատանը կայ 38 աշակերտ, երկրորդումը 49, իսկ երրորդումը 23։ Ընդամենը քանի՞ աշակերտ կայ այդ երեք դասատանը։ Այդ հարցը վճռելու համար հարկաւոր է մի այնպիսի թիւ գտնել, որ հաւասար լինի բոլոր տուած թուերին միասին. ուրեմն պէտք է գումարել՝

38
+49
23
110

Նշանակում է երեք դասատանը միասին կայ՝ 110։

Միւս օրինակ՝ Վաճառականը գնեց թէյ 724 մանէթի և ցանկանում է այնպէս վաճառել, որ բոլորի մէջ աշխատի 38 մանէթ։ Նա ուրքանով պէտք է վաճառի գնած թէյը։ Նա պէտք է թէյը այնքան մանէթով աւելի վաճառի, որքան որ կամենում է աշխատել։ Նշանակում է, նա պէտք է 724-ը աւելացնի 38-ով. այսինքն՝ պէտք է գումարի 724-ը և 38-ը։ Ուրեմն ապրանքը պէտք է վաճառի 724+38=762 մանէթով։

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ է գումարումն. ինչպէս են կոչվում այն թուերը, որոնք տուած են գումարելու. ինչպէս է կոչվում այն թիւը, որ ստացվում է գումարելուց. ինչպէս է կոչվում գումարման նշանը. նա ինչպէս է գրվում և արտեղ։

Ի՞նչպէս են գումարվում միանշան թուերը և ինչպէս բազմանշան թուերը։

Ի՞նչի համար ենք գումարելիները գրում միմեանց տակ այնպէս, որ միևնոյն կարգի միաւիւնները լինին միմեանց տակ։

Ի՞նչի համար ենք գումարելը սկսում աջ ծեռքից։

Ի՞նչպէս պէտք է գումարել այն դիպուածներումը, երբ գումարելիները բաւական շատ են։

Կարելի է արդեօք գումարել թուերը առանց միմեանց տակը գրելու։

ՀԱՆՈՒՄՆ

9. Երեխան ունէը 19 խնձոր, որից իւր ընկերին տուեց 7 հատ։ Նորա մօտ քանի՞ խնձոր մնաց։ Պատասխան. մնաց 12 խնձոր։

Այն գործողութիւնը, որով մէկ թիւ գրվում ենք գալի միւսից, կոչվում է հանում։ Այն թիւը՝ որից գրվում ենք գալի, օրինակ 19-ը, կոչվում է նուազելի։ Այն թիւը, որ գրվում ենք գալի, օրինակ 7-ը, կոչվում է հանելի, իսկ այն

թիւը, որ գրվում է գալուցը յետոյ մնում է, օրինակ 12, կոչվում է տարբերութիւն կամ տարբերութիւն։ Հանման նշանն է (—), որ գրվում է հանելի թուի առաջ։ Հանման գործողութիւնը գրասւորվում է այսպէս՝

19 խնձոր նուազելի
— 7 խնձոր հանելի
—
12 խնձոր մնացորդ կամ տարբերութիւն։

Վերը բերած օրինակից երևում է, որ 19 խնձորից գրվում գալով 7 խնձոր, էլի մնում է 12 խնձոր. ուրեմն եթէ գրվում եկած 7 խնձորը կրկին աւելացնենք մնացած 12 խնձորի վերայ, գարձեալ կ՚ստանանք 19 խնձոր։ Նշանակում է՝ եթէ մնացորդի վերայ աւելացնենք հանելին, կ՚ստանանք նուազելին։ Ուրեմն՝ նուազելին հաւասար է հանելուն գումարած մնացորդը։

Բացի դորանից, որովհետև 12 խնձորը + 7 խնձորի հետ = 19 խնձորին, դորանից հետևում է, որ եթէ 19 խնձորից գրվում գանք 12 խնձոր, կ՚մնայ 7 խնձոր. այսինքն՝ եթէ նուազելուցը գրվում գանք մնացորդը, կ՚ստանանք հանելին։ Ուրեմն՝ հանելին հաւասար է նուազելուն մինուս մնացորդը։

Որովհետև 19 խնձորը = 12 խնձորին + 7 խնձոր. դորանից հետևում է, որ 7 խնձորի վերայ պէտք է աւելացնել 12 խնձոր, որ ստանանք 19 խնձոր։ Նշանակում է 19 խնձորը շատ է 7 խնձորից 12 խնձորով, իսկ 7 խնձորը փոքր է 19 խնձորից 12 խնձորով։ Դորանից երևում է, որ հաւսարը կամ տարբերութիւնը ցոյց է տալի թէ որքանով մի թիւ շատ է կամ փոքր է միւսից։

Հանման մէջ նուազելին հաւասար է հանելուն գումարած մնացորդի հետ. նշանակում է նուազելին հանելու և մնացորդի գումարն է։ Ուրեմն հանման մէջ տուած թուերը, այսինքն նուազելին, կարելի է ընդունել իբրև գումար, իսկ հանելին իբրև գումարելի. հանման ժամանակ մենք պէտք է գտնենք տարբերութիւնը. այսինքն՝ տուած

գումարի միւս գումարելին: Ուրեմն կարելի է ասել նոյնպէս՝ հանուած այնպիսի գործողութիւնն է, ուր տուած գումարով և գումարելի մի թուերից մէկով պէտք է գտնել մեւս գումարելի թիւը:

Վարժապետը իւր ձեռքին ունէր 12 մատիտ: Նորա մօտ քանի՞ մատիտ կ'մնայ, եթէ որ նա աշակերտներին տայ 8 մատիտ: Այդ օրինակիցը պարզ երևում է, որ վարժապետը չէ կարող մատիտներից գրիչ տալ աշակերտներին: Ուրեմն՝ հետեւեալ խնդրի մէջ մենք պէտք է գտնենք ոչ թէ նոյնանուն միաւորները:

Վաճառականը գնեց 4365 արշին մահուտ և այդ մահուտից վաճառեց 2798 արշին: Ո՞րքան մահուտ մնաց նորա մօտ: Այս խնդրի մէջ մենք պէտք է գտնենք այն մնացորդը, որ կ'մնայ 2798-ը 4365-ից դուրս գալուց յետոյ. իսկ դորա համար պէտք է 2798-ը դուրս գանք 4365-ից:

Որովհետև միմեանցից կարող ենք հանել միայն նոյնանեսակ միութիւնները, ուստի աւելի յարմար է տուած թուերը գրել միմեանց տակ այնպէս, որ միաւորները լինին միաւորների տակ, տասնաւորները տասնաւորների տակ և այլն:

4'3'6'5
— 2 7 9 8
———————
1 5 6 7

Այստեղ 8 արշինը պէտք է դուրս գալ 5 արշինից, բայց այդ անկարելի է. ուստի մենք 1 տասնաւոր կ'մանրացնենք, կը շինենք միաւորներ. 1 տասնաւորը ունի 10 միաւոր, 5 միաւոր էլ ուրիշ ունենք, ուրեմն ընդամենը կ'լինի 15 միաւոր, որից եթէ դուրս գանք 8 միաւոր, կ'մնայ 7 միաւոր, որ կը գրենք գծից ներքև միաւորների տակ: Ուրեմն առաջվայ 6 տասնաւորներից կ'մնայ 5 տասնաւոր: Ոչ տալու համար որ 1 տասնաւոր վերցրած է, 6-ի գլխին գնում ենք մի կէտ: Յետոյ 9 տասնաւորը պէտք է դուրս գանք 6՝ կամ

5 տասնաւորից, բայց որովհետև այդ անկարելի է, ուստի 1 հարիւրաւոր կը մանրացնենք կ'շինենք տասնաւորներ. 1 հարիւրաւորը ունի 10 տասնաւոր, 5 տասնաւոր էլ ուրիշ ունէինք, ուրեմն ընդամենը կ'լինի 15 տասնաւոր, որից եթէ դուրս գանք 9 տասնաւորը, կ'մնայ 6 տասնաւոր, որ գրում ենք տասնաւորների երկրորդ տեղում: Նոյնպէս նշան ենք դնում հարիւրաւորների գլխին ցոյց տալու համար, որ 1 հարիւրաւոր վերցրել ենք: Յետոյ պէտք է 7 հարիւրաւորը դուրս գանք 3՝ կամ 2 հարիւրաւորից, բայց որովհետև այդ էս անկարելի է, ուստի 1 հազարաւոր մանրացնում ենք և դարձնում հարիւրաւորներ, նշան դնելով հազարաւորի վերայ: 1 հազարաւորը ունի 10 հարիւրաւոր, 2 հարիւրաւոր էլ ուրիշ ունէինք, ուրեմն ընդամենը կ'լինի 12 հարիւրաւոր, որից դուրս գալով 7 հարիւրաւոր՝ կ'մնայ 5 հարիւրաւոր, որ գրում ենք իւր երրորդ տեղում: Պորանից յետոյ երկու հազարաւորը դուրս ենք գալի 3 հազարաւորից, որովհետև կարելի է, և մնում է 1 հազարաւոր, որ գրում ենք իւր չորրորդ տեղում և բոլոր մնացորդը լինում է 1567 արշին:

Մ'իս օրինակ՝ ձանապարհորդը պէտք է գնար 702 վերստ. նա արդէն գնացել էր դորանից 438 վերստ: Քանի՞ վերստ էր մնում նորան գնալու:

7'0'2
— 4 3 8
———————
2 6 4

Առաջ պէտք է 8 միաւորը դուրս գանք 2 միաւորից, բայց որովհետև այդ անկարելի է, ուստի պէտք է մի տասնաւոր մանրացնենք շինենք միաւորներ: Տուած օրինակումը տասնաւորներ չկան, ուստի մենք առաջ 1 հարիւրաւոր կ'մանրացնենք կ'շինենք տասնաւորներ, որ կ'լինի 10 տասնաւոր: Այդ 10 տասնաւորից 1 տասնաւոր կ'մանրացնենք

կ'շինենք մխաւորները, ուրեմն կ'մնայ 7՝ կամ 6 հարիւր, 9 տասնաւոր և 10 միաւոր, 2 միաւոր էլ ուրիշ ունենք, մխասին կ'լինի 12 միաւոր, որից դուրս գալով 8 միաւոր, կ'մնայ մնացորդ 4 միաւոր, որ կ'գրենք գծի տակ միաւորների տեղը: Յետոյ 3 տասնաւորը դուրս կ'գանք 0՝ կամ 9 տասնաւորից, կ'մնայ 6 տասնաւոր, որ կ'գրենք իւր երկրորդ տեղումը: Ասպա դուրս կ'գանք 4 հարիւրաւորը մնացած 7՝ կամ 6 հարիւրաւորից և կ'մնայ 2 հարիւրաւոր, որ կ'գրենք իւր տեղումը և մնացորդ կ'ստանանք ընդամենը 264 վերստ:

Ուրեմն՝ մի ինչ տեսակ դուրս գալու համար պէտք է հանելին գրել նուազելու տակ, այնպէս որ միևնոյն կարգի միավինները գտնվին միմեանց տակ: Յետոյ պէտք է սկսել դուրս գալ յոյն յետոյից, այսպէս միաւորներից. վերջին հանելու նշանները փոքր են նուազելու համապատասխան նշաններից, պէտք է դուրս գալ և ճշտորէն գրել գծի տակ. նոյ ելնէ նուազելու որևիցէ նշանը փոքր լինի համապատասխան հանելու նշանից, այն ժամանակը պէտք է նուազելու հետևեալ նշանից մինը պակասնել 1-ով և դրա փոխանակ 10 աւելցնել այն նշանի վերայ, որից պէտք էր դուրս գալ: Իսկ եթէ հետևեալ նշանը լինի զրօ, այն ժամանակ պէտք է պակասնել նորա հետևեալ նշանից 1-ը և 10 աւելցնել այն նշանին, որից պէտք էր դուրս գալ, նոյ զրօն համարել 9: Այդպէս էլ պէտք է վարվել եթէ լինին միանի զրօներ:

Օրինակներ՝ 24008-ից դուրս գալ 729
3620-ից դուրս գալ 2350
1000-ից դուրս գալ 97

Ինքն ըստ ինքեան պարզ երևում է, որ ձախ ձեռքից հանելը ներկայացնում է դժուարութիւններ. միայն մտաւոր կերպով հանման գործողութիւնը կատարելիս, աւելի յարմար է դուրս գալ առաջ ամենամեծ կարգի միութիւնները: Օրինակ՝ դիցուք 1740-ից պէտք է դուրս գալ 968: Դորա համար 1740-ից դուրս կ'գանք 900-ը կ'մնայ 840. յետոյ դուրս կ'գանք 60-ը, կ'մնայ 780, յետոյ դուրս կ'գանք 8-ը, կ'մնայ 772:

Երեխան ունէր 18 խնձոր. դորանից մի եղբօրը տուեց 5 խնձոր, միւսին 4 խնձոր և քրոջը 2 խնձոր: Քանի՞ խնձոր մնայ իւր մօտ:

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է իւր ունեցած 18 խնձորից առաջ դուրս գանք 5 խնձորը, որ տուեց մի եղբօրը, ուրեմն կ'մնար 13 խնձոր. յետոյ պէտք է դուրս գանք 4 խնձորը, որ տուեց միւս եղբօրը. դորանից յետոյ կ'մնար 9 խնձոր և ապա պէտք է դուրս գանք 2 խնձորը, որ տուեց քրոջը, ուրեմն դորանից յետոյ իւր մօտ կ'մնար ընդամենը 7 խնձոր: Որովհետև 18 խնձորից մենք դուրս եկանք 5+4+2=11 խնձոր, ուստի աւելի յարմար է փոխանակ առանձին առանձին դուրս գալու, միասին գումարել հանելի թուերը, որոնց գումարելին կ'լինի 11 խնձոր և միանգամից դուրս գալ 18 խնձորից, և կ'մնայ իւր մօտ 7 խնձոր: Բացի դորանից, փոխանակ առաջվայ պէս առաջ 5 դուրս գալու, յետոյ 4 և ապա 2, մենք կարող ենք առաջ 4 դուրս գալ, յետոյ 5, յետոյ 2, կամ առաջ 2 դուրս գալ, յետոյ 5, յետոյ 4 և այլն, որովհետև այդ բոլոր դէպքերում երեխայի մօտ պէտք է 11 խնձորով պակաս մնայ իւր առաջվայ ունեցածից:

Դորանից հետևում է որ ինչ կարգով էլ հանենք հանելի թուերը նուազելուց, տարբերութիւնը միևնոյնը կ'լինի:

Տեսնենք ինչ փոփոխութիւն կ'ստանայ մնացորդը, եթէ փոխենք նուազելին կամ հանելին:

Աշակերտը ունէր 26 թերթ թուղթ. նա այդ թղթից իւր ընկերներին տուեց 12 թերթ, նորա մօտ քանի՞ թերթ թուղթ մնաց: Պաս. 14 թ:

Նորա մօտ քանի՞ թերթ պակաս կ՚մնար առաջվանից, եթէ որ նա ունենար ո՛չ 26 թերթ, այլ 4 թերթով պակաս։

Նորա մօտ քանի՞ թերթ աւելի կ՚մնար առաջվանից, եթէ որ նա 5 թերթ աւելի ունենար. եթէ որ նա ունենար 20 թերթ, բայց իւր ընկերին տար ո՛չ 12 թերթ, այլ 3 թերթ պակաս։

Քանի՞ թերթ առաջվանից պակաս կ՚մնար աշակերտի մօտ, եթէ որ նա ընկերին տար ո՛չ 12 թերթ, այլ 4 թերթ աւելի։

Քանի՞ թերթ թուղթ կ՚մնար աշակերտի մօտ, եթէ որ նա ունենար 4 թերթ աւելի և իւր ընկերին տար 4 թերթ աւելի կամ եթէ նա ունենար 5 թերթ պակաս և իւր ընկերին տար 5 թերթ պակաս։

Նորա մօտ ո՞րքան աւելի կ՚մնար, եթէ որ նա ունենար 7 թերթ աւելի և տար իւր ընկերին 2 թերթ աւելի. եթէ որ նա ունենար 6 թերթ աւելի և իւր ընկերին տար 3 թերթ պակաս։

Նորա մօտ ո՞րքան պակաս կ՚մնար, եթէ որ նա ունենար 2 թերթ պակաս և իւր ընկերին տար 4 թերթ աւելի և այլն։

Օրինակ՝ 56՚3 նուազելի
— 248 հանելի
315 մնացորդ։

Եթէ նուազելին շատացնենք 40-ով, այն ժամանակը մնացորդը կ՚շատանայ նոյնպէս 40-ով, որովհետև եթէ մի թիւ առաջվանից 40-ով աւելի է, բայց մենք դուրս ենք գալի նորանից միևնոյն թիւը, այն ժամանակը մնացածը կ՚լինի նոյնպէս 40-ով աւելի։

Եթէ նուազելին փոքրացնենք 20-ով, այն ժանանակը մնացորդը ևս կ՚փոքրանայ 20-ով, որովհետև միևնոյն թիւը դուրս ենք գալի մի թուից, որ առաջվանից 20-ով պակաս է. ուրեմն մնացածն էլ պակաս կ՚լինի առաջվայ մնացածից 20-ով։

Եթէ հանելին շատացնենք 10-ով, այն ժամանակը մնացորդը ևս կ՚փոքրանայ 10-ով, որովհետև միևնոյն նուազելի թուից 10-ով աւելի ենք դուրս գալի քան թէ առաջ, ուրեմն մնացորդը 10-ով պակաս կ՚լինի առաջվայ մնացորդից։

Եթէ հանելին փոքրացնենք 24-ով, այն ժամանակը մնացորդը կ՚աւելանայ 24-ով, որովհետև միևնոյն նուազելի թուից դուրս ենք գալի 24-ով պակաս առաջվանից, ուրեմն մնացորդը 24-ով աւելի կ՚լինի առաջվանից։

Եթէ նուազելին և հանելին միասին շատացնենք միևնոյն թուով, օրինակ 15-ով, այն ժամանակը մնացորդը չի փոխվիլ, որովհետև երբ 15-ով շատացնում ենք նուազելին, մնացորդն էլ շատանում է 15-ով, իսկ երբ 15-ով շատացընում ենք հանելին, մնացորդը փոքրանում է 15-ով։ Ուրեմն եթէ նուազելին և հանելին շատացնում ենք 15-ով, նշանակում է մնացորդը առաջ շատանում է 15-ով, և յետոյ դարձեալ փոքրանում է 15-ով, ուրեմն մնում է անփոփոխ։

Դժուար չէ համոզվելու, որ եթէ նուազելին և հանելին փոքրացնենք միևնոյն թուով, օրինակ 10-ով, այն ժամանակը մնացորդը կ՚մնայ նոյնպէս անփոփոխ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ մնացորդը, եթէ որ նուազելին շատացնենք 8-ով, իսկ հանելին փոքրացնենք 8-ով։ Եթէ նուազելին շատացնենք 9-ով, իսկ հանելին շատացնենք 6-ով։ Եթէ նուազելին փոքրացնենք 12-ով, իսկ հանելին շատացնենք 5-ով։ Եթէ նուազելին փոքրացնենք 10-ով, իսկ հանելին շատացնենք 10-ով։

Խնդիրներ վճռելու ժամանակ հանումն գործ է դրվում երեք դիպուածում։

1. Երբ հարկաւոր է լինում գտնել երկու թուի տարբերութիւնը կամ իմանալ թէ մի թիւ քանիսով աւելի կամ փոքր է միւսից։

2. Երբ հարկաւոր է լինում մի թիւ փոքրացնել մի քանիսով։

3. Երբ յայտնի է լինում երկու թուի գումարը և գումարելիներից մինը և հարկաւոր է լինում գտնել միւս գումարելին։

Օրինակ առաջին դիպուածի վերայ։

Վաճառականը խանութում ունէր 438 մանէթ, իսկ տանը ունէր 789 մանէթ։ Նա տանը քանի՞ մանէթ աւելի ունէր քան թէ խանութումը։ Այս հարցը վճռելու համար պէտք է իմանալ թէ 789 մանէթը քանիսով է աւելի 438 մանէթից։ Նշանակում է պէտք է 438 մանէթը դուրս գալ 789 մանէթից։ Տարբերութիւնը կ՚լինի 351 մանէթ։ Ուրեմն վաճառականը տանը 351 մանէթ աւելի ունէր քան թէ խանութումը։

Օրինակ երկրորդ դիպուածի վերայ։

Վաճառականը իւր ապրանքը ծախեց 4572 մանէթով և մէջը աշխատեց 528 մանէթ։ Նա ինքը որքան էր տուել այդ ապրանքին։ Այս խնդիրը վճռելու համար պէտք է գտնել մի այնպիսի թիւ, որ 528 մանէթով պակաս լինի 4572 մանէթից, այսինքն 4572 մանէթից պէտք է դուրս գալ 528 մանէթ. կ՚ստանանք 4044 մանէթ։ Նշանակում է, ինքը վաճառականը ապրանքին տուել էր 4044 մանէթ։

Օրինակ երրորդ դիպուածի վերայ։

Հովիւը ունէր 364 ոչխար, որից մի քանիսը ծախեց և իւր մօտ մնաց էլի 197 ոչխար։ Նա քանի՞ ոչխար ծախեց։

Այդ հարցը վճռելու համար հարկաւոր է յայտնի գումարով և գումարելիներից մէկով գտնել միւս գումարելին. ուրեմն՝ պէտք է 364-ից դուրս գալ 197. այդ անելով՝ կը ստանանք 364—197=167 ոչխար։

Հ Ա Ր Ց Ե Ր

Ի՞նչ է հանումն։ Ի՞նչպէս են կոչվում այն թուերը, որ տուած են հանման համար և այն թիւը, որ ստանում ենք հանման ժամանակ։ Հանման նշանը ինչպէս է գրվում և որտեղ։

Ի՞նչպէս է կատարվում հանման գործողութիւնը։

Ի՞նչի համար է հանումն սկսվում աջ ձեռքից։ Կարելի է արդեօք հանումն սկսել ձախ ձեռքից։

Հանելի թուից և մնացորդից ինչպէս պէտք է կազմել նուազելի թիւը։

Երկու թուի գումարն է 18, իսկ գումարելիներից մէկը 6, գտէք միւս գումարելին։

Ի՞նչ թուից պէտք է դուրս գալ 8, որ էլի մնայ 12։

Եթէ մի որևիցէ թուից հանենք 20, ինչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ այդ թիւը։

Ես մի թիւ եմ բռնել մտքումս, որից եթէ դուրս գամ 13, դարձեալ կ՚մնայ 17։ Ի՞նչ թիւ եմ բռնել մտքումս։

Երկու թուի տարբերութիւնն է 12, իսկ մեծ թիւն է 27. գտէք փոքր թիւը։

Ո՞րքան պէտք է հանել 38-ից, որ դարձեալ մնայ 21։

Ի՞նչ թիւ է փոքր 28-ից 13-ով։

Երկու թուի տարբերութիւնն է 18, իսկ փոքր թիւն է 9. որքա՞ն է մեծ թիւը։

Եթէ մեզ յայտնի է նուազելին և տարբերութիւնը, ինչպէս պէտք է գտնենք հանելին։

Եթէ մեզ յայտնի է հանելին և տարբերութիւնը, ինչպէս պէտք է գտնենք նուազելին։

ՓԱԿԱԳԾԵՐԻ ԳՈՐԾԱԾՈՒԹԻՒՆԸ ԳՈՒՄԱՐՄԱՆ ԵՒ ՀԱՆՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

Վերցնենք մի խնդիր։ 245, 126 և 29-ը թուերի գումարը հանել 1438 ու 964 թուերի տարբերութիւնից և ստացած տարբերութիւնը հանել 75-ից։

Այս խնդիրը վճռելու համար՝ հարկաւոր է 245-ը, 126-ը և 29-ը գումարել, որ և կստանանք 400. յետոյ 964-ը կ՚հանենք 1438-ից և կ՚ստանանք տարբերութիւն 474. այդ տարբերութիւնից կ՚հանենք մեր ստացած 400 գումարը և կ՚ստանանք նոր տարբերութիւն՝ 74. վերջապէս վերջին 74 տարբերութիւնը հանելով 75-ից, կստանանք տարբերութիւն՝ 1։

Այսպէս ուրեմն այս խնդրի մէջ յաջորդաբար նորանոր գործողութիւններ ենք կատարում։ Այս բոլոր յաջորդաբար կատարված գործողութիւնները կարելի է միանգամից ձեւակերպել. դորա համար նախ և առաջ գործողութիւնները կ՚կատարենք միայն ձեւականապէս. այսինքն՝ նշաններով կ՚գրենք 245+126+29 և 1438—964։ Որովհետև հարկաւոր է առաջին երեք թուերի գումարը հանել վերջին երկու թուերի տարբերութիւնից, ուստի մենք այդ երկու արտայայտութիւնները կ՚դնենք փակագծերի մէջ և երկուսի մէջ կ՚գրենք հանման նշանը՝

(1438—964)—(245+126+29)

Եթէ մենք երկրորդ արտայայտութիւնը փակագծերի մէջ չ՚դնէինք, այլ միայն առաջինը թողնէինք փակագծերի մէջ, այն ժամանակ պէտք է գրէինք այսպէս՝

(1438—964)—245+126+29

Այս կ՚նշանակէր՝ առաջին երկու թուերի տարբերութիւնից հանել միայն և եթէ 245-ը և ոչ թէ բոլոր գումարը. այսպէս վարվելով՝ մենք սխալ արած կ՚լինէինք, որովհետև մեզ տուած է երեք թուերի գումարը հանել։

Ինչ վերաբերում է 1438—964-ի արտայայտութեանը՝ մենք կարող ենք ասել, որ կարելի էր նորան և առանց փակագծերի թողնել. այսինքն կարելի էր գրել այսպէս՝

1438—964—(245+126+29)

Գործողութեան հետևանքը այս դէպքումը կ՚լինէր նոյնը, ինչպէս մենք առաջ ստացանք, այսինքն՝ 74։ Բայց

որովհետև այդ գրուած արտայայտութիւնը պէտք էր կարդալ այսպէս՝ 1438 թուից հանել առաջ 964 և յետոյ հանել 245-ի, 126-ի և 29 գումարը, ուստի և խնդրի պայմանը ճիշտ արտայայտելու համար՝ այսինքն՝ երեք թուերի գումարը 1438-ի և 964-ի տարբերութիւնից հանելու համար մենք առաջին արտայայտութիւնն էլ, այն է 1438—964 նոյնպէս փակագծերի մէջ ենք դնում։ Որովհետև խնդրի մէջ տուած է գտնել մի նոր տարբերութիւն, որ պիտի ստանանք 245+126+29 գումարի և 1438—964-ի տարբերութիւնից դարձեալ հանած 75-ը. այդ բանը կ՚գրենք՝

(1438—964)—(245+126+29) դնելով նոր փակագծերի մէջ և 75-ից յետոյ հանման նշան՝ դնելով՝ կստանանք՝

75—{(1438—964)—(245+126+49)}։

Մենք տեսանք, որ բոլոր գործողութիւնները կատարելով՝ հետևանքը ստացանք 1։ Ուրեմն՝

75—{(1438—964)—(245+126+29)}=1

Վերցնենք մի այլ խնդիր. 597. և 349 թուերի տարբերութիւնից, շատացրած 245 և 168 թուերի տարբերութեամբ, հանել 1000-ի և 325, 150, 200 թուերի գումարի տարբերութիւնը։

Սկսենք գործողութիւնները յաջորդաբար. նախ և առաջ գրենք թուերի տարբերութիւնները՝ 597—349 և 245—168. սոցանից իւրաքանչիւրը դնենք փակագծերի մէջ և նոցա մէջ նշանակենք գումարման նշանը. այսինքն կը գրենք՝

(597—349)+(245—168)։ Որովհետև խնդրի պայմանի համաձայն այդ գործողութիւնները վերջացնելուց յետոյ պէտք է հանենք այն մնացորդը, որ պիտի ստացուի 325+150+200 գումարը հանած 1000-ից, որ և կ՚գրենք՝

1000—(325+150+200) և այս նոր արտայայտութիւնը նոր փակագծերի մէջ դնելով և հանման նշան գրե-

լով կ'որոշենք նախորդ արտայայտութիւնից, նոյնպէս փակագծերի մէջ դնելով՝

[(597—349)+(245—168)]—[(1000—(325+150+200)]

Բոլոր գործողութիւնները կատարելով՝ հետևանքը կստանանք զերօ։ Ուրեմն՝

[(597—349)+(245—168)]—[1000—(325+150+200)]=0

Ուրեմն՝ տուած թուերի գումարումից կամ հանումից ստացած մի որևէ հետևանքի հետ եթէ հարկաւոր լինի նորից գումարումներ կամ հանումներ աւելացնել, այդ դէպքում հարկաւոր է դոցա դնել փակագծերի մէջ և միացնել + կամ — նշաններով։

Եթէ ընդհակառակն՝ այսպիսի արտայայտութիւններ լինէին՝ ինչպէս—

[35—(148—123)]—[(45+8+6)—53]

պէտք է կարգանք՝ 148-ի և 123-ի տարբերութիւնը հանած 35-ից և այդ մնացորդից հանել 45,8,6 թուերի գումարի և 53-ի տարբերութիւնը. *ուստի նախ և առաջ* 123-ը կը հանենք 148-ից և մնացորդն էլ կ'հանենք 35-ից, *այնպէս որ դորա հետևանքը կ'լինի* 10-ը։ *Յետոյ* 45-ի 8-ի և 6-ի գումարից կ'հանենք 53-ը. *կստանանք դորա հետևանքը* 6 և վերջապէս 6-ը հանելով 10-ից *կստանանք՝*

[35—(148—123)]—[(45+8+6)—53]=4

Վերցնենք հետևեալ արտայայտութիւնը՝

{[25—(40—22)]+[(62—15)—3]}—50

Այդ կ'նշանակի՝ 40-ի և 22-ի մնացորդը հանել 25-ից և գումարել 62-ի և 15-ի տարբերութիւնից հանած 3-ը և այդ բոլորի հետևանքից հանել 50.

Որովհետև 40—22=18, *ուրեմն* 25—(40—22)=25—18=7.

62—15=47; *ուրեմն* (62—15)—3=47—3=44; *ապա ուրեմն՝* {[25—(40—22)]+[(62—15)—3]}—50={7+44}—50=51—50=1։

Հ Ա Ր Յ Ե Ր

Փակագծերը երբ են դործածվում

Կազմեցէք մի այնպիսի խնդիր, որի լուծելու համար հարկաւոր լինի 20 36 և 44 դրվանքաների գումարը հանել 58 եւ 73 դրվանքաների գումարից.

Կազմեցէք մի այնպիսի խնդիր, որ արտայայտէր հետևեալը՝ 64 եւ 25 կոպէկի տարբերութիւնը հանել 68-ի եւ 19-ի կոպէկների տարբերութիւնից։

Կազմեցէք մի այնպիսի խնդիր, որի վճռելու համար հարկաւոր լինէր՝ 23 եւ 15 դրվանքաների գումարը հանել 48 եւ 6 դրվանքաների տարբերութիւնից։

ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ

10. *Մի մատիտը արժէ* 5 կ. *որքան կ'արժենայ* 4 *մատիտը։*

Որովհետև մի մատիտը արժէ 5 կոպէկ, ուրեմն 4 մատիտը կ'արժենայ 4 անգամ 5 կոպէկ. *այսինքն՝* 5+5+5+5=20 կոպէկ։

Մի արշին մահուտը արժէ 4 *մանէթ. որքան կ'արժենայ* 3 *արշինը։ Եթէ որ մի արշին մահուտը արժէ* 4 *մանէթ, ուրեմն* 3 *արշինը կ'արժենայ* 3 *անգամ* 4 *մանէթ. այսինքն՝* 4+4+4=12 *մանէթ։*

Այս գործողութիւնը, որով մի նիւթեղէնի գումարել այնքան անգամ, որքան մեծ թիւ նորա, կոչւում է բազմապատկութիւն։ Այն թիւը, որ բազմապատկւում է կամ կրկնւում է իբրև գումարելի մի քանի անգամ, կոչւում է բազմապատկելի։ Այն թիւը, որի վերայ բազմապատկւում է կամ որը ցոյց

է տալի թէ քանի՛ անգամ բազմապատկելի թիւը պէտք է կրկնել իբրև գումարելի, կոչվում է քաղմապաղիչ։ Իսկ այն թիւը, որ ստանում ենք բազմապատկելուց, կոչվում է արտադրեալ։ Երբեմն բազմապատկելին և բազմապատկիչը միասին կոչվում են արտադրիչներ։ Բազմապատկութեան նշանն է ×, որ գրվում է կամ բազմապատկվող թուերի մէջ, երբ նոքա գրված են կարգով կամ բազմապատկչի առաջ, երբ նոքա գրված են լինում միմեանց տակ։

բ-նդի բ-իչ ար.	բ-նդի բ-իչ ար.

Օրինակ 5×3=15 կամ 5. 3=15 կամ
5 բաղմապաղելի
×3 բաղմապաղիչ
15 արտադրեալ։

Պարզ երևում է որ բազմապատկումը ոչ այլ ինչ է, եթէ ոչ մի քանի միմեանց հաւասար թուերի գումարումն։

Որովհետև բազմապատկիչը ցոյց է տալի թէ քանի՛ անգամ պէտք է կրկնել բազմապատկելին իբրև գումարելի, այդ պատճառով նա պէտք է լինի միշտ վերացական թիւ, որովհետև անուանական թիւը չէ կարող ցոյց տալ մի քանի անգամ։ Օրինակ՝ չի կարելի ասել 8 գրվանքան կրկնել 3 գրվանքայ անգամ։

Բազմապատկումը որոշում են և հետևեալ կերպով. այսինքն՝ բաղմապատկե՞ն այնպիսի գործողութի՞ւն է, որով բաղմապատկիչը խաղմած է 1-ից։

Այդ նոր որոշումով բազմապատկենք օրինակ 8-ը 3-ի վերայ։ Այդ նշանակում է՝ 8-ից պէտք է կազմենք մի թիւ ուղիղ այնպէս, ինչպէս 3-ը կազմվել է 1-ից։ Մենք գիտենք որ 3-ը կազմվել է 1-ից այսպէս՝ վերցրել ենք 1-ը աւելացրել ենք վերան էլի 1 և կրկին աւելացրել ենք 1 և ստացել ենք 3. այսինքն 1+1+1=3։ Այդպէս 8 էլ 8-ից պէտք է մի թիւ շինենք. այսինքն վերցնենք 8+8+8=24։

Դորանից երևում է որ բազմապատկութեան այս վերջի որոշումն նոյն է, ինչ որ առաջի որոշումն, այսինքն բազմապատկումն մի այնպիսի գործողութի՞ւն է, որով մի թիւ կրկնվում է իբրև գումարելի այնքան անգամ, որքան միւս թուումը միաւորի՞ւն կայ։

ՄԻԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ

11. Դիցուք տուած է 5-ը բազմապատկել 3-ի վերայ։ Այդ գործողութիւնը կատարելու համար պէտք է 5-ը կրկնենք իբրև գումարելի 3 անգամ և 5+5+5=15 կ'լինի արտադրեալը։ Ուրեմն 5×3 կամ 5. 3=15։ Որպէս զի բազմապատկութեան ժամանակ մենք ամեն անգամ չ'կրկնենք բազմապատկելին իբրև գումարելի, որ երկար ժամանակ կ'խլէ, այդ պատճառով պէտք է անգիր իմանալ բոլոր միանշան թուերի արտադրեալները։ Այդ արտադրեալները գետեղված են մի աղիւսակի մէջ, որ կոչվում է բազմապատկութեան աղիւսակ և դա հետևեալն է՝

2×2= 4	3×3= 9	4×4=16	5×5=25
2×3= 6	3×4=12	4×5=20	5×6=30
2×4= 8	3×5=15	4×6=24	5×7=35
2×5=10	3×6=18	4×7=28	5×8=40
2×6=12	3×7=21	4×8=32	5×9=45
2×7=14	3×8=24	4×9=36	
2×8=16	3×9=27		
2×9=18			

6×6=36	7×7=49	8×8=64
6×7=42	7×8=56	8×9=72
6×8=48	7×9=63	9×9=81
6×9=54		

ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ԹՈՒԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ ՄԻԱՆՇԱՆ ԹՈՒԻ ՎԵՐԱՑ

12. Ասենք թէ պէտք է 468-ը բազմապատկել 7-ի վերայ։ Այդ նշանակում է պէտք է 468-ը վերցնել իբրև գումարելի 7 անգամ։ Դորա համար մենք կարող ենք առաջ միաւորը վերցնել 7 անգամ, յետոյ տասնաւորը և ապա հարիւրաւորը։ Բազմապատկումն կատարելու համար մենք առաջ կ'գրենք 468-ը, նորա տակը 7-ը և տակը դիծ կ'քաշենք։ Յետոյ կասենք՝ 8 միաւորը կրկնած 7 անգամ՝ կ'լինի 56 միաւոր. դորանում կայ 6 միաւոր, որ կ'գրենք միաւորների տեղ դծի տակը և 5 տասնաւոր, որ առժամանակ մտքերումս կ'պահենք, որ տասնաւորները կրկնելուց յետոյ նոցա վերայ աւելացնենք։ Յետոյ կասենք 7 անգամ 6 տասնաւոր՝ կ'լինի 42 տասնաւոր, 5 տասնաւոր էլ ունէինք մտքերումս պահած, միասին կ'լինի 47 տասնաւոր. դորանում կայ 7 տասնաւոր, որ կ'գրենք դծի տակ տասնաւորի տեղը, և 4 հարիւրաւոր, որ կ'պահենք մտքերումս, որ հարիւրաւորը կրկնելուց յետոյ նորա վերայ աւելացնենք։ Կասենք՝ 7 անգամ 4 հարիւրաւոր՝ կ'լինի 28 հարիւրաւոր և էլի մտքերումս ունէինք 4 հարիւրաւոր, միասին կ'լինի 32 հարիւրաւոր. դորանում կայ 2 հարիւրաւոր, որ կ'գրենք դծի տակ հարիւրաւորի տեղը, և 3 հազարաւոր, որ կ'գրենք հազարաւորի տեղը. այսինքն՝ չորրորդ տեղը և արտադրեալ կ'լինի 3276։

$$\begin{array}{r} 468 \\ \times 7 \\ \hline 3276 \end{array}$$

Բազմապատկումն ալ ձեռքից սկսելն ունի այն յարմարութիւնը, որ մենք ստորին կարգի միութիւնները կրկնելով՝ ստանում ենք բարձր կարգի միութիւն, որ յետոյ աւելացնում ենք բարձր կարգի միութիւնների վրայ։

Ուրեմն՝ բազմանշան թիւը մանշան թուով բազմապատկելու համար, հարկաւոր է բազմապատկելու բոլոր թուանշանները հերթապատկել բազմապատկիչի վերայ։ Եթէ բազմապատկելու արտադրեալ նշանի մէջ բազմապատկիչի արտադրեալը 9-ից մեծ չէ, պէտք է բոլոր ստացած արտադրեալը գրել այնպէս, ինչպէս կայ, իսկ եթէ ստացած արտադրեալը 9-ից մեծ լինի, այն ժամանակը պէտք է գրել միայն տարբերութիւնը, իսկ տասնաւորները աւելացնել բազմապատկելու հերթական թուանշանի հետ բազմապատկիչի արտադրեալի վերայ։

ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ 10, 100, 1000-Ի ՎԵՐԱՑ ԵՒ ԱՌՀԱՍԱՐԱԿ ԵՐԲ ՈՒՆԵՆՔ 1՝ ԶՐՈՆԵՐՈՎ

13. Տուած է բազմապատկելու 2678-ը 10-ի վերայ։ Այդ նշանակում է պէտք է 2678-ը կրկնել իբրև գումարելի 10 անգամ, կամ որ միևնոյն է շատացնել 10 անգամ։ Դորա համար հարկաւոր է աջ կողմից աւելացնել մի 0 և արտադրեալը կ'ստացվի 26780։ Այդ ժամանակը առաջվայ իբրաքանչիւր թուանշանի նշանակութիւնը 10 անգամ կը շատանայ. այդպէս օրինակ՝ 8 միաւորը կ'դառնայ 8 տասնաւոր. 7 տասնաւորը կ'դառնայ 7 հարիւրաւոր. 6 հարիւրաւորը կ'դառնայ 6 հազարաւոր և այլն։ Նշանակում է բոլոր թիւը կ'շատանայ 10 անգամ։

Ասենք թէ տուած է 736 բազմապատկել 100-ի վերայ։ Այդ նշանակում է պէտք է 736-ը կրկնել իբրև գումարելի 100 անգամ, որ միևնոյն է նշանակում է նորան շատացնել 100 անգամ։ Դորա համար հարկաւոր է 0 0 աւելացնել աջ կողմից, կ'ստացվի 73600, որ 100 անգամ շատ կ'լինի 736-ից, որովհետև իբրաքանչիւր թուանշանի նշանակութիւնը կ'շատանայ 100 անգամ։ Ըստ որում 6 միաւորը կ'դառնայ 6 հարիւրաւոր. 3 տասնաւորը կ'դառնայ 3 հազարաւոր և այլն։ Նշանակում է և բոլոր թիւը կ'շատանայ 100 անգամ։

Վերոյիշեալ դատողութեանց հիման վերայ դուրս կ'գայ որ՝ $4892\times1000=4892000$

$1784\times10000=17840000$ և այլն։

ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ

14. Դիցուք տուած է բազմապատկել 837-ը 24-ի վերայ։ Դորա համար պէտք է 837-ը վերցնենք իբրև գումարելի 24 անգամ կամ կրկնենք 24 անգամ։ Մենք առաջ կ'րկնենք 837-ը 4 անգամ, յետոյ 20 անգամ, կամ առաջ կ'րկնենք 20 անգամ յետոյ 4 անգամ և ստացած թուերը կ'գումարենք։ Աւելի յարմար է տուած թիւը կրկնել միաւորով. այսինքն 4 անգամ, յետոյ 20 անգամ։

$$\begin{array}{r} 837 \\ \times 24 \\ \hline 3348 \\ \times 1674 \\ \hline 20088 \end{array}$$

Տուած 837-ը բազմապատկելով միանշան թուի, այսինքն 4-ի վերայ՝ կ'ստանանք 3348, որ կ'գրենք գծի տակ։ Յետոյ պէտք է 837-ը կրկնենք 20 անգամ։ Դորա համար կասենք, 7 միաւորը կրկնելով 2 տասն անգամ՝ կ'ստանանք 14 տասնաւոր, որի մէջ կայ 4 տասնաւոր, կ'գրենք տասնաւորների տակ երկրորդ տեղում և 1 հարիւրաւոր, որ մտքերումս կ'պահենք։ Յետոյ 3 տասնաւորը կրկնելով 2 տասն անգամ կ'ստանանք 6 հարիւրաւոր, մտքերումս պահած 1 հարիւրաւորն էլ աւելացնելով՝ կ'ստանանք 7 հարիւրաւոր, որ կ'գրենք հարիւրաւորների տակ։ Յետոյ 8 հարիւրաւորը կրկնելով 2 տասն անգամ, կ'ստանանք 16 հազարաւոր, որի մէջ կայ 6 հազարաւոր և 1 տասը հազարաւոր, որ կ'գրենք իւրեանց տեղերում, յետոյ գումարելով ստացած թուերը, կ'ստանանք արտադրեալը 20088։

Բազմապատկելու արտադրեալը բազմապատկչի իւրաքանչիւր կարգի միութեան վերայ կոչվում է *համեմատ* ըստ-պրնալ, օրինակ 3348-ը և 1674-ը։

Եթէ բազմապատկչի թուանշաններում զերօները լինեն, այն ժամանակը բազմապատկելիս նոցա թողնում են և բազմապատկում են միայն նշանակութիւն ունեցող թուանշանները։ Միայն պէտք է ուշադրութիւն դարձնել, որ ստացած մասնաւոր արտադրեալների իւրաքանչիւր թուանշանը գրվի իւր պատկանեալ տեղումը։ Օրինակ դիցուք տուած է՝

$$\begin{array}{r} 3042 \\ \times 205 \\ \hline 15210 \\ +6084 \\ \hline 623610 \end{array}$$

Այստեղ երկրորդ մասնաւոր արտադրեալի առաջին թուանշանը 4-ը գրած է առաջին մասնաւոր արտադրեալի երրորդ թուանշանի տակ, որովհետև 2 հարիւր անգամ 2-ը կ'լինի 4 հարիւրաւոր, որ գրել ենք 2 հարիւրաւորի տակ։

Այդպէս կարող ենք բազմապատկել հետևեալ օրինակները՝ 4035×203; 1063×307; 9036×507; 7210×3006; 7200×107; և այլն։

Կանոն՝ *Բազմանշան ևնթ բազմանշան ևնթ վերայ բազմապատկելու համար, հարկաւոր է առաջ բազմապատկչէն գրել բազմապատկելու պակ և պակը մի գիծ տակել։*

Յետոյ պէտք է բազմապատկչէն բազմապատկչի բազմապատկելի վերայ, սկսած համեմատ ստորագրեալներէ գրել գծի պակ այնպէս, որ համեմատ ստորագրեալի առաջին ևնթանշանը գտնվի բազմապատկչի այն ևնթանշանի պակ, որի վերայ բազմապատկել ևնթ։ Ապա վերջին համեմատ ստորագրեալի պակը պէտք է գիծ տակել և բո-

ըստ նահապետը պրպտելնելը գումարելն պատճառ լինելու պատճառ լուծելի ընդհանուր պրպտելուը։

Դիցուք տուած է բազմապատկելու երկու թիւ, որոնցից մէկը կամ երկուսը միասին վերջանում են զերօներով։ Օրինակ՝ բազմապատկել 570×400։ Այստեղ բազմապատկելին բաղկացած է 57 տասնաւորից, որ պէտք է բազմապատկել 4 հարիւրի վերայ։ Տասնաւորը բազմապատկելով հարիւրաւորների վերայ, կ՚ստանանք հազարաւորներ։ Ուրեմն՝ 57 տասնաւորը բազմապատկելով 4 հարիւրաւորի վերայ, կ՚ստանանք 228 հազարաւոր, որ միաւորներ դարձնելով կ՚լինի 228000։ Սորանից երևում է, որ եթէ արտադրիչները վերջանում են զրօներով, այն ժամանակը պէտք է վերջի զրօները թողնել, բազմապատկել մնացած թուանշանները և ստացած արտադրեալի վերջում այնքան զերօ աւելացնել, որքան որ կար բազմապատկելու և բազմապատկչի վերջերում։ Այդպիսով բազմապատկումն բաւականին կրճատվում է. օրինակ՝ 387×3000։ Դորա համար մենք 387 կ՚բազմապատկենք միայն 3-ի վերայ և կ՚ստանանք 1161, յետոյ վերջումը կ՚աւելացնենք 3 զերօ և կ՚ստանանք արտադրեալը 1161000։ Նոյնպէս դիցուք պէտք է բազմապատկել 3260×18000. դորա համար կ՚բազմապատկենք միայն 326×18 կ՚ստանանք՝ 5868 և աջ կողմից կ՚աւելացնենք 4 զերօ և կ՚ստանանք արտադրեալը 58680000։

Վերացական թուերի բազմապատկութեան ժամանակ, եթէ բազմապատկելին չինենք բազմապատկիչ, իսկ բազմապատկիչը բազմապատկելի, միևնոյնը կ՚ստացվի։ Օրինակ՝ դիցուք տուած է 4-ը բազմապատկել 3-ի վերայ. այդ միևնոյն է թէ մենք 3-ը բազմապատկենք 4-ի վերայ։ Բացատրենք այդ յատկութիւնը։ Բազմապատկել 4-ը 3-ի վերայ

նշանակում է 4 միութիւնը կրկնել 3 անգամ, այսինքն՝

$$\left.\begin{matrix}1+1+1+1\\1+1+1+1\\1+1+1+1\end{matrix}\right\}$$ որ կ՚լինի 12, եթէ որ մենք առաջ համարենք առաջին հորիզոնական տողի միութիւնները, յետոյ երկրորդ և ապա երրորդ տողի։ Միևնոյն 12-ը կ՚ստանանք և այն ժամանակը, երբ մենք առաջ համարենք առաջին ուղղահայեաց տողի միութիւնները, յետոյ երկրորդ ուղղահայեաց տողի, ապա երրորդ ուղղահայեաց տողի և յետոյ չորրորդ ուղղահայեաց տողի միութիւնները։ Այդ ժամանակը առաջին ուղղահայեաց տողից մենք կ՚ստանանք 3 միութիւն, երկրորդից նոյնպէս 3, երրորդից նոյնպէս 3 և չորրորդից նոյնպէս 3։ Այնպէս որ ընդամենը կ՚լինի 3+3+3+3 կամ 3×4, որ կ՚լինի նոյնպէս 12, ինչպէս և առաջ 4×3 էր տալի։ Ուրեմն պրպտելնելի պեղերը փոխելով պրպտելը ճիշտ է անփոփոխ։

Նոյնը տեղի ունի և այն ժամանակ, երբ հետևաբար պէտք է բազմապատկել միմեանց վերայ մի քանի արտադրիչները. օրինակ՝ 2. 3. 4=3. 2. 4=4. 2. 3=4. 3. 2 և այլն 24։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ արտադրեալը, եթէ բազմապատկելին և բազմապատկիչը շատացնենք կամ փոքրացնենք մի քանի անգամ։

Դասատանը կար 12 աշակերտ, վարժապետը ամեն-մէկին տուեց 6 գրիչ։ Քանի գրիչ ստացան 12 աշակերտը։ Պարզ. 6×12=72 գրիչ։

Քանի գրիչ պակաս կ՚ստանային բոլոր աշակերտները, եթէ որ ամեն-մինը ստանար ոչ 6 գրիչ, այլ 2 անգամ պակաս։

Եթէ որ ամեն-մի աշակերտը ստանար ոչ 6 գրիչ, այլ 2 անգամ պակաս, այսինքն 3 գրիչ, այն ժամանակը բոլոր աշակերտները կ՚ստանային 3×12 գրիչ։ Բայց առաջ նոքա ստացան 6×12 կամ 2×3×12 գրիչ։

Այդտեղից երևում է, որ առաջվայ արտադրեալը, այսինքն 3×12-ը, 2 անգամ պակաս է երկրորդ արտադրեալից, այսինքն 2×3×12-ից, որովհետև առաջին արտադրեալից երկրորդ արտադրեալը ստանալու համար, պէտք է նորան շատացնել 2 անգամ։

Քանի՛ անգամ առաջվանից աւելի գրիչ կ՚ստանային բոլոր աշակերտները, եթէ որ ամեն-մինը ստանար ոչ 6 գրիչ, այլ 3 անգամ աւելի։

Եթէ ամեն մի աշակերտը ստանար 3 անգամ աւելի գրիչ, այն ժամանակը ամեն-մինը կ՚ունենար 3×6 գրիչ, իսկ բոլորը կ՚ունենային 3×6×12 գրիչ։ Բայց առաջ նոքա ունէին 6×12 գրիչ։ Պարզ երևում է որ առաջին արտադրեալը 3 անգամ շատ է երկրորդ արտադրեալից։ Ուրեմն՝ բոլորը միասին 3 անգամ աւելի գրիչ կ՚ստանային։

Քանի՛ անգամ բոլորը պակաս գրիչ կ՚ստանային, եթէ որ աշակերտները լինէին ոչ 12։ այլ 4 անգամ պակաս։

Եթէ որ աշակերտները լինէին ոչ 12, այլ չորս անգամ պակաս, այսինքն 3, այն ժամանակը բոլորը կ՚ստանային 6×3, իսկ առաջ նոքա ստացել էին 6×12 կամ 6×3×4 այսինքն 4 անգամ շատ։ Նշանակում է այժմ աշակերտները կ՚ստանան 4 անգամ պակաս գրիչ։

Քանի՛ անգամ աւելի գրիչ կ՚ստանային բոլոր աշակերտները, եթէ որ նոքա լինէին ոչ 12, այլ 4 անգամ աւելի։

Այդ ժամանակը աշակերտները կ՚ստանային 6×12×4 գրիչ, իսկ առաջ նոքա ստացել էին 6×12, այսինքն 4 անգամ աւելի գրիչ կ՚ստանային։

Առհասարակ եթէ տուած է 15×8-ի վերայ, բայց մենք բազմապատկելին շատացնենք 2 անգամ, այն ժամանակը արտադրեալը ևս կ՚շատանայ 2 անգամ, որովհետև առաջվայ արտադրեալը կ՚լինէր 15×8, իսկ երկրորդը կ՚լինի 2×15×8 այսինքն 2 անգամ աւելի։

Եթէ բազմապատկիչը շատացնենք 3 անգամ, այն ժամանակը արտադրեալը ևս կ՚շատանայ 3 անգամ. որովհետև նոր արտադրեալը կ՚լինի 15×8×3, որ 3 անգամ շատ է առաջվայ արտադրեալից, այսինքն 15×8-ից։

Եթէ բազմապատկելին փոքրացնենք 5 անգամ, այն ժամանակը արտադրեալը ևս կ՚փոքրանայ 5 անգամ. որովհետև բազմապատկելին, այսինքն 15-ը, փոքրացնելով 5 անգամ, կ՚ստանանք 3, ուր 3×5=15 և նոր արտադրեալը կ՚լինի 3×8=24։

Եթէ բազմապատկիչը փոքրացնենք 4 անգամ, այն ժամանակը արտադրեալը ևս կ՚փոքրանայ 4 անգամ, որովհետև 8-ը փոքրացնելով 4 անգամ, կ՚ստանանք 2×4=8 և նոր արտադրեալը կ՚լինի 15×2, որ փոքր կ՚լինի առաջվայ արտադրեալից, այսինքն 15×2×4-ից, չորս անգամ։

Առհասարակ եթէ բազմապատկելին կամ բազմապատկիչը շատացնենք մի քանի անգամ, այնքան անգամ էլ կ՚շատանայ արտադրեալը, իսկ եթէ բազմապատկելին կամ բազմապատկիչը փոքրացնենք մի քանի անգամ, այնքան անգամ էլ կ՚փոքրանայ արտադրեալը։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ արտադրեալը, եթէ որ բազմապատկելին շատացնենք 4 անգամ, իսկ բազմապատկիչը 5 անգամ։ Եթէ բազմապատկելին շատացնենք 2 անգամ, իսկ բազմապատկիչը փոքրացնենք 2 անգամ։ Եթէ բազմապատկելին շատացնենք 10 անգամ, իսկ բազմապատկիչը փոքրացնենք 5 անգամ։ Եթէ բազմապատկելին շատացնենք 7 անգամ, իսկ բազմապատկիչը շատացնենք նոյնպէս 7 անգամ և այլն։

Խնդիրները վճռելու ժամանակ ամբողջ թուերի բազմապատկումն գործ է դրվում այն ժամանակ, երբ պէտք է որևիցէ թիւ շատացնել մի քանի անգամ կամ կրկնել իբրև գումարելի մի քանի անգամ։

Հ Ա Ր Ց Ե Ր

Ի՞նչ է նշանակում մի թիւ բազմապատկել մյուսի վերայ։

Ի՞նչպէս են կոչվում այն թուերը, որ առած են բազմապատկելու համար եւ այն թիւը, որ ստանում ենք բազմապատկելուց. ինչպէս է դրվում բազմապատկութեան նշանը եւ ինչ տեղ։

Ի՞նչպէս պէտք է բազմանշան թիւը բազմապատկել միանշան թուի վերայ։

Ի՞նչպէս պէտք է որեւիցէ թիւ բազմապատկել 10-ի, 100-ի, 1000-ի եւ այլ այդպիսի թուերի վերայ։

Ի՞նչպէս պէտք է բազմանշան թիւ բազմապատկել բազմանշան թուի վերայ։

Ի՞նչի համար ենք բազմապատկում սկսում աջ ձեռքից։

Ի՞նչպէս պէտք է վարվել բազմապատկութեան ժամանակ, երբ բազմապատկի նշանակոր թուանշանների մէջ կան զերօներ։

Ի՞նչպէս պէտք է բազմապատկել այն թուերը, որոնց վերջումը զերօներ կան։

Եթէ արտադրիչների կարգը փոխենք, ինչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ արտադրեալը։

Ի՞նչպիսի թիւ կարող է լինել բազմապատկիչը, եւ արտադրիչներից որի՞ն կ՚լինի արտադրեալը։

Ի՞նչպէս պէտք է որեւիցէ թիւ շատացնենք մի քանի անգամ։

ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

13. Երեք երեխայ միասին առան 17 խնձոր։ Ամեն-մեկին քանի՞ խնձոր կ՚ընկնէր։ Այդ հարցը վճռելու համար հարկաւոր է 17 խնձորը հաւասար բաժանել 3-ի վերայ։ Այդ անելով՝ կ՚իմանանք, որ ամեն-մեկին կ՚ընկնէր 5 խնձոր եւ 2 խնձոր կ՚մնար։

Այն գործողութիւնը, որով մի թիւ մի քանի հաւասար բաժին ենք անում, որ իմանանք թէ ամեն-մի բաժինը որքան է, կոչվում է բաժանում։ Այն թիւը, որ տուած է բաժանելու, կոչվում է բաժանելի։ Այն թիւը, որի վերայ

բաժանում ենք տուած թիւը, կոչվում է բաժանարար։ Այն թիւը, որ ցոյց է տալի թէ ամեն-մի բաժինը որքան է, կոչվում է չանորդ։ Իսկ այն թիւը, որ բաժանելուց յետոյ աւելորդ մնում է, կոչվում է մնացորդ։ Բաժանման նշանն է մի հորիզոնական գիծ(—), որի գլխին գրվում է բաժանելին, իսկ տակը բաժանարարը կամ երկու կէտ (:), որ գրվում է բաժանելու և բաժանարարի մէջ։ Օրինակ 17-ը բաժանած 3-ի վերայ կ՚գրվի այսպէս՝

$\frac{17}{3}$ կամ 17 : 3։

ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ ՄԻԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ՎԵՐԱՅ

16. Զորս վաճառական միասին առան 6756 արշին մահուտ։ Այդ մահուտից ամեն-մեկին քանի՞ արշին կ՚ընկնէր։

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է 6756 արշին մահուտը հաւասար բաժանենք 4 մարդի վերայ։ Այդ մենք կարող ենք անել հետևեալ կերպով՝ կ՚վերցնենք մի-մի արշին կ՚տանք ամեն-մեկին այնքան անգամ, որ էլ մահուտ չը մնայ և կ՚իմանանք թէ ամեն-մեկին քանի արշի՞ն կաւ։

Եթէ մենք այդպէս վարվէինք, պէտքէ ամե՛ն-մի անգամ վերցնէինք 4 արշին և դորանից մի-մի արշի՛ն տայինք 4 մարդին և յետոյ համարէինք թէ՝ քանի՞ անգա՛մ ենք 4 արշին վերցրել։ Դորանից երևում է, որ բաժանում՝ ա՛չ այլ ինչ է, եթէ ա՛չ միևնոյն նուա՛ի հնդհաքեալ հանում։

Աւելի յարմար է բաժանումն սկսել բարձր կարգի միութիւններից և գործողութիւնը դասաւորել հետևեալ կերպով։ Առաջ կ՚գրենք բաժանելին, դորա աջ կողմում կ՚քաշենք մի գիծ վերևից ներքև և այդ գծից դէպի աջ կը

գրենք բաժանարարը, իսկ բաժանարարի տակ կ'քաշենք մի հորիզոնական գիծ, որի տակը կ'գրենք քանորդը։

Գործողութիւնը կ'դասաւորվի հետևեալ կերպով՝

բաժանելի	4 բաժանարար
6,7,5,6	1689 քանորդ
—4	
27	
—24	
35	
32	
36	
36	
0 մնացորդ	

Կասենք՝ եթէ 6 հազարը հաւասար բաժանենք 4 մարդի վերայ, ամեն-մէկին կ'ընկնի 1 հազար, որ կ'գրենք քանորդում, իսկ 4 մարդին կ'ընկնի 1 հազարը կրկնած 4 անգամ կամ 4 հազար։ Որ իմանանք թէ էլի քանի հազար է մնում, պէտք է 4 հազարը դուրս գանք 6 հազարից, կը մնայ 2 հազար։ Այդ 2 հազարը կ'շինենք հարիւրներ, դուրս կ'գայ 20 հարիւր, 7-ը հարիւր էլ ուրիշ ունենք՝ միասին կ'լինի 27 հարիւր, որ հաւասար բաժանելով 4 մարդի վերայ, ամեն-մէկին կ'ընկնի 6 հարիւր, իսկ 4-ին կ'ընկնի 4 անգամ 6 կամ 24 հարիւր։ Այդ 6 հարիւրը կ'գրենք քանորդում առաջվայ տացած 1 հազարի մօտ։ Իմանալու համար թէ էլի քանի հարիւր է մնում, պէտք է 24 հարիւրը դուրս գանք 27 արիւրից, կ'մնայ 3 հարիւր։ Այդ 3 հարիւրը կ'դարձնենք տասներ. դուրս կ'գայ 30 տասը, 5 տասն էլ ուրիշ ունեն, միասին կ'լինի 35 տասը։ Այդ 35 տասը հաւասար բաժանելով 4 մարդի վերայ, ամեն-մէկին կ'ընկնի 8 տասը, որ գրենք հարիւրաւորի մօտ, իսկ 4-ին կ'ընկնի 4 անգամ 8 տասը կամ 32 տասը։ Որ իմանանք թէ էլի

քանի տասն է մնում, այդ 32 տասը դուրս կ'գանք 35 տասից, էլի կ'մնայ 3 տասը։ Այդ 3 տասը կ'դարձնենք միւռիւններ, կ'լինի 30 միւռիւն, 6 միւռիւն էլ ուրիշ ունենք, միասին կ'լինի 36 միւռիւն, որ բաժանելով 4 մարդի վերայ, ամեն-մէկին կ'ընկնի 9 միւռիւն, որ կ'գրենք տասնաւորի մօտ, իսկ 4-ին կ'ընկնի 4 անգամ 9 կամ 36։ Իմանալու համար թէ էլի քանի միւռիւն է մնում, պէտք է 36 միւռիւնը դուրս գանք 36 միւռիւնից. այդ անելով տեսնում ենք, որ ոչինչ չէ մնում։ Ուրեմն՝ ամեն-մի վաճառականին ընկաւ 1 հազար, 6 հարիւր, 8 տասը և 9 միւռիւն կամ 1689 արշին։

Պէտք է նկատել՝ որ իւրաքանչիւր բաժանումնքից յետոյ մնացած մնացորդը միշտ պէտք է պակաս լինի բաժանարարից։ Եթէ օրինակ 27 հարիւրաւորը 4-ի վերայ բաժանելուց յետոյ, մնացորդը 4-ից աւելի լինէր, այն ժամանակ այդ մնացորդից ևս կարող էր ամեն-մէկին հասնել ամբողջ հարիւրներ։ Նշանակում է մեր առաջվայ գտած հարիւրաւոր արշինը, որ պէտք է ընկնէր ամեն-մէկին, ուղիղ չէ։ Օրինակի համար՝ դիցուք թէ 27 հարիւրաւորը բաժանելով 4-ի վերայ ամեն-մէկին կ'ընկնէր 5 հարիւրաւոր, ուրեմն 4-ին կ'ընկնէր 4 անգամ 5 կամ 20։ Այդ 20-ը դուրս գալով 27-ից, էլի կ'մնար 7 հարիւրաւոր, որ 4-ից աւելի է, ուրեմն 7 հարիւրաւորը դարձեալ կարելի էր բաժանել 4-ի վերայ, այնպես որ ամեն-մէկին կ'ընկնէր էլի 1 հարիւրաւոր։ Ուրեմն ընդամենը կ'ընկնէր ամեն-մէկին 6 հարիւրաւոր։ Մենք չենք կարող նոյնպես 5 հարիւրաւորը գրելուց յետոյ վերջի ստացած 1 հարիւրաւորը ևս նորա կողքումը գրել, այն ժամանակը կ'ստանայինք 51 հարիւրաւոր, որ սխալ կ'լինէր։ Ուրեմն երբ մնացորդը շատ է բաժանարարից, այդ նշանակում է, որ բաժանելիս մեծ քանորդը պակաս են վերցրել իսկականից, որին պէտք է աւելացնել։

Դորա հակառակ, եթէ որ մենք օրինակ 27 հարիւրա-

ւորը 4-ի վերայ բաժանելիս ասենք ամեն-մէկին կ'ընկնի ոչ 6, այլ դէյուք 7-ը, այն ժամանակը, 4-ին կ'ընկնի 4 անգամ 7-ը կամ 28, որ շատ է 27-ից: Նշանակում է մենք սխալվել ենք, քանորդը շատ ենք վերցրել: Ուրեմն՝ նրանից պակաս քանորդը բաժանարարի վերայ բազմապատկելիս պակաս արտադրեալը շատ է լինում այն թուից, որից պէտք է հանուի, նշանակում է, որ քանորդը սխալ է վերցրել, որից պէտք է պակասեցնել:

Ուրեմն՝ բաժանման գործողութիւնը կատարելու համար պէտք է սորվել գրել բաժանելին, յետոյ մի գիծ քաշել դրա ոլ կողմում վերևից ներքև և դրանից ոլ գրել բաժանարարը: Բաժանարարի տակ էլ պէտք է մի հորիզոնական գիծ քաշել և դրա տակը գրել քանորդը:

Յետոյ պէտք է բաժանելի ևռւից սպորդիգով սրոշել այնտեղ ևռանշան, որ կարողանայ բաժանել բաժանարարի վերայ: Սպա սպորդիգով սրոշած ևռանշանները բաժանելով բաժանարարի վերայ՝ ինձանից են ևկ ամեն-մի բաժինը որքան կ'լինի. այդ սպոյած ևռանշանը գրում են քանորդ: Բաժանարարը բազմապատկելով քանորդի գրած ևռանշանի վերայ, արտադրեալը գրում են բաժանելու սպորդիգով սրոշած ևռանշանների տակ և դուրս են գալի նոյանից: Յետ են բերում և ճոյտրի ոլ կողմում գրում են բաժանելու հետևեալ ևռանշանը, որ սրոշում են նոյնպես սպորդիգով և սպոյած ևկուց բաժանելով բաժանարարի վերայ, ինձանից են ևկ ամեն-մի բաժինը որքան կ'լինի, այդպիսով գտնում են քանորդի երկրորդ ևռանշանը, որ գրում են քանորդում սովորական ևռանշանի ոլ կողմում: Դարձ հետ վարվում են բազմապատկին պես, ինչպես վարվեցին քանորդի սովորական ևռանշանի հետ: Այդպես շարունակում են գործողութիւնը մինչև որ հետևաբար սպոյած ևռանշանները և քանորդի հետևաբար սպոյած ևռանշանները կ'գտնեն միևնոյ կողմում: Այդպիսի սպոյած ևռանշանների կոչը էլինի քանորդը:

Կարելի՛ը բաժանել առանց միաւորները, յետոյ տասնաւորները ևալլն, բայց դա կ'ներկայացնէր շատ անյարմարութիւններ

Վերը բերած օրինակում մենք տեսանք, որ ամեն-մի վաճառականին ընկաւ 1689 արշին: Եթէ ամեն-մէկին ընկաւ 1689 արշին, նշանակում է 4-ին կ'ընկնէր 4 անգամ 1689 կամ 1689×4. այսինքն 6756 արշին: Դորանից երեւում է որ բաժանելին քանորդի և բաժանարարի արտադրեալն է: Բաժանման ժամանակ մեզ տուած էին 6756-ը և 4-ը, այսինքն՝ արտադրեալը և արտադրիչներից մինը, իսկ մենք գտանք միւս արտադրիչը, որ է 1689:

Ուրեմն կարող ենք ասել՝ բաժանումը այնպիսի գործողութիւն է, որով գտնում են արտադրիչներից մէկը, երբ մեզ յայտնի է շնում արտադրեալը և մի արտադրիչը:

Մենք տեսնում ենք, որ բաժանումն բազմապատկութեանը հակառակ գործողութիւն է: Դորանից հետևում է, որ եթէ մեզ տուած է օրինակ 1689×4=6756, այն ժամանակը արտադրեալը, որ է 6756, բաժանելով 4-ի վերայ, կստանանք 1689-ը, իսկ բաժանելով 1689-ի վերայ, կ'ստանանք 4:

Ուրեմն կարող ենք ասել՝ բազմապատկելին հաւասար է արտադրեալին բաժանած բազմապատկիչի վերայ, իսկ բազմապատկիչը հաւասար է արտադրեալին բաժանած բազմապատկելու վերայ:

Մենք տեսանք որ 6756 արշինը հաւասար բաժանելով 4 մասդի վերայ, ամեն-մէկին ընկնում է 1689 արշին. այդ միևնոյն է թէ 6756 արշինը 4 բաժին անենք և ամեն-մի բաժնումը լինի 1689 արշին. այսինքն բաժանելի թուի չորրորդ մասը է 1689 արշին: Ուրեմն բաժանումով պէտք է իմանալ են բաժանելի թուի մասը:

Բաժանելով 6756-ը 4 հաւասար մասը, մենք բաժանելին փոքրացրինք 4 անգամ: Ուրեմն՝ բաժանումով պէտք է ինչը փոքրացնում են մի քանի անգամ:

Մենք տեսանք որ բաժանումն այնպիսի գործողութիւն է, որով գտնում ենք արտադրիչներից մէկը, երբ յայտնի է լինում արտադրեալը և միւս արտադրիչը: Դորանից հետևում է որ 6756-ը=1689×4, այսինքն 4-ը պէտք է շատացնենք 1689 անգամ, որ ստացվի 6756: Այդ նշանակում է որ 6756-ը 1689 անգամ շատ է 4-ից կամ թէ 4-ը 1689 անգամ փոքր է 6756-ից: Ուրեմն բաժանարար ենք նոյնպէս կ՚ասենք մի մեծ թիւ քանի անգամ շատ է կամ փոքր է միւսից:

Որովհետև 4-ը կրկնելով իրեն գումարելի 1689 անգամ ստացվում է 6756, դորանից հետևում է, որ 4-ը պարունակվում է 6756-ի մէջ 1689 անգամ: Ուրեմն բաժանարար կարող ենք նոյնպէս իմանալ թէ միւս թիւն քանի անգամ է պարունակվում:

ԲԱԶՄԱՆՇԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

17. Ինչուք 7234 մանէթը պէտք է բաժանել 24 մարդի վերայ: Մենք կ՚բաժանենք կարգով. առաջ հազարները, յետոյ հարիւրները, տասները և միաւորները:

```
72,3,4 | 24
—72    | 301
 34
—24
 10
```

Մենք տեսնում ենք, որ 7 հազարը չի կարելի այնպէս բաժանել 24 մարդի վերայ, որ ամեն-մէկին ընկնի հազարներ: Ուստի 7 հազարը մենք կ՚դարձնենք հարիւրներ. 1 հազարը ունի 10 հարիւր, 7 հազարը կ՚ունենայ 70 հարիւր, 2 հարիւր էլ ուրիշ ունենք, միասին կ՚լինի 72 հարիւր: Եթէ 72 հարիւրը բաժանենք 24 մարդի վերայ, ամեն

մէկին կ՚ընկնի 3 հարիւր, 24-ին կ՚ընկնի 24 անգամ աւելի. այսինքն 72 հարիւր: Այդ 72 հարիւրը դուրս գալով ունեցած 72 հարիւրից, էլ հարիւրաւոր չի մնայ: Այժմ բաժանենք 3 տասը, բայց 3 տասը 24-ից փոքր է, ուրեմն ամեն մի մարդին ամբողջ տասը չի ընկնիլ, ուստի քանորդում հարիւրաւորներից յետոյ տասնաւորների տեղը կ՚գրենք զերօ: Յետոյ մենք այդ 3 տասը կ՚դարձնենք միաւորներ. որովհետև 1 տասը ունի 10 միաւորիւն, ուստի 3 տասը կ՚ունենայ 30 միաւորիւն, 4 միաւորիւն էլ ուրիշ ունենք, ընդամենը կ՚լինի 34 միաւորիւն: Դորան բաժանելով 24 մարդի վերայ ամեն-մէկին կ՚ընկնի 1 միաւորիւն, իսկ 24-ին կ՚ընկնի 24 միաւորիւն. 24 միաւորիւնը դուրս գալով 34 միաւորիւնից, գարձեալ մնում է 10 միաւորիւն: Ուրեմն 24 մարդից ամեն-մէկին ընկաւ 301 մանէթ և 10 մանէթ էլ աւելցաւ:

Այդ օրինակից տեսանք, որ երբ բաժանելու հնարելու գաղափարը յայտնի լինի, այն ժամանակը պէտք է տանորդումը գրել 0, յետոյ սկսել բաժանելու հնարելու գաղափարը և բաժանումն շարունակել ինչպէս առաջ:

Ինչուք թէ մենք չէինք իմանում թէ որքան փող էր բաժանած: Այդ իմանալու համար մենք կ՚ասենք՝ ամեն-մի մարդը ստացել է 301 մանէթ, ուրեմն 24 մարդը ստացել են 301×24 մանէթ և որովհետև 10 մանէթ էլ մնացել է, ուրեմն բոլոր փողը եղել է 301×24+10 կամ 7234 մանէթ:

Դորանից երևում է որ, բաժանելու հարցում է բաղմապատիկ բաժանարարի վերայ և տանորդը բազմապատիկ հնարելը հարցրածը, նոյն որ չայ:

Եթէ որ բաժանման մէջ բոլոր թուերը յայտնի լինին բացի բաժանարարը, նորան կարելի է գտնել հետևեալ կեր-

պով։ Բոլոր մարդիկը ստացել են ոչ 7234 մանէթ, այլ 10 մանէթ պակաս. այն է 7224 մանէթ։ Որովհետև ամեն-մինը ստացել է 301 մանէթ և բոլոր ստացածը եղել է 7224 մանէթ, նշանակում է այնքան մարդ են եղել, քանի անգամ որ 301-ը կ'պարունակվի 7224 մէջ, ուրեմն 7224-ը պէտք է բաժանենք 301-ի վերայ, որ իմանանք մարդկերանց թիւը։ Ուրեմն կարող ենք ասել՝ բաժանարարը հատասար է բաժանելոյն, ետևից դուրս եկած հայտարը և պայման կէտը բաժանած չանորդի վերայ։

Տեսնենք ինչ փոփոխութիւն կ'ստանայ քանորդը, երբ մենք փոխենք բաժանելին կամ բաժանարարը։

Եթէ 24 գրվանքայ խնձորը բաժանենք 4 մարդի վերայ, ամեն-մէկին որքան կ'ընկնի։ Պաս. 6 գրվանքայ։

Եթէ տուած լիներ բաժանելու ոչ 24 գրվանքայ խընձոր, այլ 3 անգամ աւելի գրվանքայ, այն ժամանակը ամեն-մինը կ'ստանար 3 անգամ առաջվանից աւելի. որովհետև առաջ 24 գրվանքան բաժանելով 4-ի վերայ ամեն-մէկին ընկնում էր 6 գրվանքայ, իսկ այժմ բաժանելով 3 անգամ 24 գրվանքան կամ 24×3 գրվանքան, ամեն-մէկին կ'ընկնի 3×6 գրվանքայ։ Առհասարակ եթէ բաժանելին շատացնենք օրինակ 6 անգամ, այն ժամանակը քանորդը ևս կը շատանայ 6 անգամ, որովհետև այժմ 6 անգամ առաջվանից աւելի թիւ ենք բաժանում միևնոյն առաջվայ թուի վերայ. նշանակում է ամեն-մի բաժինն էլ 6 անգամ աւելի դուրս կ'գայ։ Ուրեմն՝ եղել բաժանելին շատացնենք մի չանի անգամ, ուրեմն այնչան անգամ էլ կ'շատանայ չանորդը։

Եթէ տուած լիներ բաժանելու ոչ 24 գրվանքայ խընձոր, այլ 2 անգամ պակաս գրվանքայ, այն ժամանակը ամեն-մի մարդին էլ 2 անգամ պակաս գրվանքայ կ'ընկներ, որովհետև առաջվանից 2 անգամ պակաս գրվանքաները բաժանում ենք միևնոյն մարդկերանց վերայ. նշանակում է ամեն-մէկի բաժինն էլ 2 անգամ պակաս կ'լինի։ Ուրեմն եղել բաժանելին փոքրացնենք մի չանի անգամ, ուրեմն այնչափ անգամ էլ չանորդը կ'փոքրանայ։

Եթէ տուած լիներ բաժանելու 24 գրվանքան ոչ 4 մարդի վերայ, այլ 2 անգամ աւելի մարդի վերայ, այն ժամանակը ամեն-մէկին կ'ընկներ 2 անգամ պակաս գրվանքայ, որովհետև առաջվայ մի մարդի բաժինը այժմ 2 մարդի է հասնելու։ Առհասարակ եթէ բաժանարարը շատացնենք օրինակ 3 անգամ, այն ժամանակը քանորդը կ'փոքրանայ 3 անգամ, որովհետև առաջվայ միևնոյն թիւը պէտք է 3 անգամ աւելի բաժին անել. նշանակում է ամեն-մի բաժինը պէտք է առաջվանից 3 անգամ պակաս լինի։ Ուրեմն՝ եղել բաժանարարը շատացնենք մի չանի անգամ, ուրեմն այնչափ անգամ էլ չանորդը կ'փոքրանայ։

Եթէ տուած լիներ 24 գրվանքան բաժանելու ոչ 4 մարդի վերայ, այլ 2 անգամ պակաս մարդի վերայ, այն ժամանակը ամեն-մէկին 2 անգամ աւելի գրվանքայ կ'ընկնէր, որովհետև առաջվայ երկու մարդի բաժին, այժմ մի մարդի կ'ընկներ. նշանակում է ամեն-մէկի բաժինը կ'կրկնապատկվեր։ Առհասարակ եթէ բաժանարարը փոքրացնենք օրինակ 5 անգամ, այն ժամանակը քանորդը կ'շատանայ 5 անգամ. որովհետև առաջվայ միևնոյն թիւը 5 անգամ պակաս բաժին ենք անում. նշանակում է ամեն-մի բաժինը առաջվայ բաժնից 5 անգամ աւելի դուրս կ'գայ։ Ուրեմն՝ եղել բաժանարարը փոքրացնենք մի չանի անգամ, ուրեմն այնչափ անգամ էլ չանորդը կ'շատանայ։

Ինչ փոփոխութիւն կ'ստանայ քանորդը, եթէ որ բաժանելին և բաժանարարը շատացնենք 2 անգամ։ Երբ մենք բաժանելին շատացնենք 2 անգամ, այն ժամանակը քանորդն էլ կ'շատանայ 2 անգամ, իսկ երբ մենք բաժանարարը շատացնենք 2 անգամ, այն ժամանակը քանորդը կ'փոքրա-

նալ 2 անգամ. ուրեմն քանորդը առաջ չատացաւ 2 անգամ, յետոյ կրկին փոքրացաւ 2 անգամ, ուրեմն մնաց անփոփոխ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ քանորդը, եթէ որ բաժանելին և բաժանարարը փոքրացնենք օրինակ 5 անգամ։ Եթէ բաժանելին փոքրացնենք 5 անգամ, այն ժամանակը քանորդն էլ կ՚փոքրանայ 5 անգամ, իսկ եթէ բաժանարարը փոքրացնենք 6 անգամ, այն ժամանակը քանորդը կ՚չատանայ 5 անգամ։ Ուրեմն առաջվայ քանորդը առաջ 5 անգամ փոքրացաւ, յետոյ 5 անգամ չատացաւ, նշանակում է անփոփոխ մնաց։ Ուրեմն՝ երբ բաժանելին և բաժանարարը հաւասար անգամ փոխրացնես կամ չատացնես, այն ժամանակը քանորդը կ՚մնայ անփոփոխ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ քանորդը, եթէ որ բաժանելին չատացնենք օրինակ 4 անգամ, իսկ բաժանարարը 2 անգամ։ Քանորդը առաջ կ՚չատանայ 4 անգամ, յետոյ կ՚փոքրանայ 2 անգամ։ Նշանակում է քանորդը կ՚չատանայ 2 անգամ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ քանորդը, եթէ որ բաժանելին չատացնենք 3 անգամ և բաժանարարը չատացնենք նոյնպէս 3 անգամ։ Եթէ բաժանելին փոքրացնենք 4 անգամ, իսկ բաժանարարը չատացնենք 8 անգամ։ Եթէ բաժանելին չատացնենք 2 անգամ, իսկ, բաժանարարը փոքրացնենք 2 անգամ և այլն։

Հիմնվելով այն յատկութեան վերայ, որ քանորդը չի փոխվիլ, երբ բաժանելին և բաժանարարը փոքրացնենք միևնոյն անգամ, կարող ենք կրճատ կերպով կատարել այն թուերի բաժանումն, որոնք վերջանում են զերօներով։ Օրինակ՝ եթէ տուած է 6300-ը բաժանել 700-ի վերայ, մենք կարող ենք բաժանելին էլ, բաժանարարն էլ բաժանել 100-ի վերայ.

այն ժամանակը քանորդը չի փոխվիլ և կ՚ստանանք բաժանելին 63 և բաժանարարը 7-ը, յետոյ 63 բաժանելով 7-ի վերայ, կ՚ստանանք քանորդը 9, որ միևնոյնը կ՚լինի ինչ որ կ՚լինէր, եթէ որ 6300-ը բաժանէինք 700-ի վերայ։

Միւս օրինակ, դիցուք տուած է 81800-ը բաժանել 300-ի վերայ։ Դորայ համար մենք բաժանելին էլ բաժանարարն էլ կ՚բաժանենք 100-ի վերայ, կ՚ստանանք բաժանելու տեղը 818, իսկ բաժանարարի տեղը 3. և փոխանակ 81800-ը բաժանելու 300-ի վերայ, կարող ենք 818-ը բաժանել 3-ի վերայ, քանորդը կ՚լինի 272 և մնացորդ կ՚մնայ 2. բայց այդ 2-ը հարիւրաւոր է, ուրեմն պէտք է դորա աջ կողմումը գրել 2 0, որ լինի մնացորդը 200։ Որեմն կարող ենք ասել. երբ բաժանելին և բաժանարարը վերջանում են զերօներով, ջնջէ հարող են հաւասար քանի զերօներ ջնջել բնչպես բաժանելու, նոյնպէս և բաժանարարի վերջից և յետոյ մնացեալ վերջ բաժանել, այդ ժամանակը քանորդը չի փոխվիլ, յետոյ ստացորդի աջ կողմում պէտք է գրել այնքան զերօներ, որքան ջնջել էին բաժանելուց և բաժանարարից։

ՉՈՐՍ ԳՈՐԾՈՂՈՒԹԵԱՆՑ ՍՏՈՒԳԵԼԸ

18. Կարող է պատահել, որ գումարման, հանման, բազմապատկման և բաժանման գործողութիւնները կատարելիս մենք սխալ անենք։ Այդ սխալմունքները իմանալու համար կան զանազան միջոցներ, որոնցից մենք կ՚բերենք հետևեալները։

Գումարումն ստուգելու համար պէտք է գումարելիներից մինը թողնել, իսկ միւսները գումարել և այդ գումարը հանել ընդհանուր գումարից։ Եթէ գործողութիւնը

ուղիղ է կատարած, այն ժամանակ մնացորդը պէտք է հաւասար լինի թողած գումարելուն, որովհետև ինչպէս մենք տեսանք գումարելիներից մինը հաւասար է գումարին, նորանից դուրս եկած միւս գումարելիները։

Հանումն ստուգելու համար պէտք է մնացորդը գումարել հանելի թուի հետ. եթէ ստանանք նուազելի թիւը, նշանակում է գործողութիւնը անսխալ է կատարած։ Որովհետև մենք գիտենք, որ նուազելին հաւասար է մնացորդին գումարած հանելու հետ։

Բազմապատկումն ստուգելու համար պէտք է արտադրեալը բաժանել արտադրիչներից մէկի վերայ. եթէ քանորդը ստանանք միւս արտադրիչը, նշանակում է գործողութիւնը ուղիղ է կատարած։ Որովհետև մենք գիտենք, որ արտադրիչներից մինը հաւասար է արտադրեալին բաժանած միւս արտադրիչի վերայ։

Բաժանումն ստուգելու համար պէտք է քանորդը բազմապատկել բաժանարարի վերայ, ստացած թուի հետ գումարել մնացորդը. եթէ ստանանք բաժանելին, նշանակում է գործողութիւնը ուղիղ է կատարած։ Որովհետև մենք գիտենք, որ բաժանելին հաւասար է քանորդին բազմապատկած բաժանարարի վերայ և հետը գումարած մնացորդը։

ՓԱԿԱԳԾԵՐԻ ԳՈՐԾԱԾՈՒԹԻՒՆԸ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՄԱՆ ԵՒ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ։

Դիցուք թէ հարկաւոր է՝ 140-ը, 235-ը և 65-ը եօթն անգամ մեծացնել և ապա գումարել 4282-ի և 2362-ի տարբերութեան հետ 3 անգամ փոքրացրած և ապա այդ բոլորից յետոյ ստացած գումարը բաժանել 744-ի վերայ։ Այդ գործողութիւնը կատարելու համար մենք կ՚վարուենք այնպէս, ինչպէս որ վարվում էինք գումարման. և հանման գործողութիւնները կատարելու ժամանակ. այսինքն՝ մենք նախ և առաջ կ՚գրենք 140+235+65 գումարը և յետոյ որպէս զի երևայ թէ հարկաւոր է այդ գումարը շատացնել 7 անգամ կամ բազմապատկել 7-ով, մենք այդ թուերի գումարը կ՚դնենք փակագծերի մէջ և ապա կ՚գրենք բազմապատկման նշանը և յետոյ 7-ը. այսինքն՝ կ՚ձևակերպենք այսպէս՝ (140+235+65)×7։ Այժմ որպէս զի 4282-ի և 2362-ի տարբերութիւնը փոքրացնենք 3 անգամ կամ բաժանենք 3-ի վերայ, մենք նախ և առաջ կ՚գրենք տարբերութիւնը փակագծերի մէջ հետևեալ կերպով՝ (4282—2362) և կ՚բաժանենք 3-ի վերայ. այսինքն՝ (4282—2362):3։ Խնդիրը տակաւին չէ վերջացել. պէտք է պայմանի համաձայն վերոյիշեալ երկու գումարը բաժանել 744-ի վերայ. այդ անելու համար մենք այդ երկու արտայայտութիւնը կմիացնենք գումարման (+) նշանով և կ՚դնենք մի նոր փակագծի մէջ և ապա կ՚դնենք բաժանման նշանը և 744ը իբրև բաժանարար. այսինքն կ՚գրենք՝

{(140+235+65)×7+(4282—2362):3}:744

կանոնի համաձայն գործողութիւնները կատարելով՝ կ՚ստանանք որ դա հաւասար է (=) 5-ին։

Մի այլ խնդիր վերցնենք։ Դիցուք հարկաւոր է 92700-ի և 1236 քանորդի ու 215-ի ու 165-ի գումարը բաժա-

նաճ 10 վերայ և աւելացրած 463-ի և 315-ի տարբերութիւնը բաժանած 4-ով. դոցա մնացորդը բազմապատկել 8-ով։

Նախ և առաջ ձևակերպենք 215-ի և 165-ի գումարը բաժանած 10-ով, (215+165):10 և յետոյ ձևակերպենք 463-ի և 315-ի մնացորդը բաժանած 4-ով՝ (463−315):4 և ապա այդ երկու ձևակերպուածները միացնենք գումարման նշանով (+) և դնենք մի նոր փակագծի մէջ ու հանենք 92700-ի և 1236 քանորդից կամ 92700:1236, որ և կը գրենք՝

92700:1236—{(215+165):10+(463—315):4}

Որպէս զի ցոյց տանք որ այս բոլոր մնացորդը հարկաւոր է բազմապատկել 8-ով՝ մենք այդ բոլոր ձևակերպութիւնը կ'դնենք նոր փակագծերի մէջ և կ'բազմապատկենք 8-ով, հետևեալ կերպով՝

[92700:1236—{(215+165):10+(463—315):4}]×8

Մեզ յայտնի գործողութիւնները կատարելուց յետոյ հետևանքը կ'ստանանք 0։

Դիցուք հարկաւոր է լուծել հետևեալ արտայայտութիւնը

[{56:8+(4-2).3+(1283—1190).8+(7963—7803):8}.14—878]:(7830—2830)

Այդ կ'նշանակի թէ՝ այն գումարը, որ ստացվում է 56-ից փոքրացրած 8 անգամ, 4-ի և 2-ի մնացորդից՝ բազմապատկած 3-ով, 1283-ի և 1190-ի մնացորդից՝ բազմապատկած 8-ով, 7963-ի և 7803-ի մնացորդից բաժանած 8-ի վերայ և վերջապէս այդ բոլորը կրկնած կամ շատացրած 8 անգամ. այդ ստացած արտադրեալից հանած 878-ը և ստացած մնացորդը բաժանել 7830-ի և 2830-ի տարբերութեան վերայ։ Գործողութիւնները կատարելուց յետոյ կ'տեսնենք որ՝ 56:8=7, 4—2=2, ուրեմն (4—2).3=2.3=6;1283—1190=92; ուրեմն՝ (1283—1190).8=93.8=744; 7963—7803=160; ուրեմն (7963—7803):8=160:8=20; 56:8+(4—2).3+(1283—1190).8+(7963—7803):8=7+6+7+744+20=777։ Այդ թիւը բազմապատկելով 14-ով, արտադրեալ կ'ստանանք 10878; ուստի և 777×14—878=10878—878=10000։ Վերջապէս իմանալով որ 7830—2830=5000 և 10000-ը բաժանելով 5000-ի վերայ կ'տեսնենք որ տուած արտայայտութիւնը =2-ին։

ԲԱՐԴ ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԸ

19. Եթէ կամենանք իմանալ, օրինակ, թոկի երկարութիւնը, մենք նորա երկարութեամբ դարսում ենք արշինը և յետոյ համարում ենք թէ արշինը քանի՞ անգամ մտաւ նորա մէջ։ Դիցուք թէ արշինը մտաւ թոկի երկարութեան մէջ 8 անգամ, նշանակում է թոկը 8 արշին է։ Արշին որոշեալ քանակութիւնը, որի հետ մենք համեմատեցինք թոկի երկարութիւնը որ իմանանք նրա մեծութիւնը, կոչվում է միութիւն։ Ուրեմն արշինն է երկարութեան միութիւն։

Եթէ կամենանք իմանալ, օրինակ, վարելահողի երկարութիւնը, նորա երկարութեամբ դարսում ենք սաժէնը և եթէ սաժէնը մտաւ նորա երկարութեան մէջ, օրինակ, 15 անգամ, նշանակում է նորա երկարութիւնն է 15 սաժէն։ Այստեղ սաժէնը է նոյնպէս երկարութեան միութիւն։

Եթէ կամենանք իմանալ, օրինակ, երկու քաղաքի հեռաւորութիւնը միմեանցից, այն ժամանակը նոցա չափում ենք վերստով. ուրեմն վերստը ևս երկարութեան միութիւն է։ Եթէ կամենանք չափել փոքր երկարութիւնները, դոցա համար գործ ենք դնում աւելի փոքրիկ միութիւններ, օրինակ, փուտ, դիւյիմ, վերշոկ և այլն։ Ուրեմն փուտը, դիւյիմը, վերշոկը նոյնպէս երկարութեան միութիւններ են։

Երկարութիւնը չափելու համար գործ են դնում այդ դանազան միութիւնները կամ չափերը այն պատճառով, որ յարմար չափ վերցնելով՝ շատ մեծ թուեր չ'ստացվին։ Օրի-

նակ՝ եթէ մենք կամենայինք Թիֆլիզի և Երևանի հեռաւորութիւնը չափել վերշոկով, այն ժամանակը ահագին մեծ թիւ կ՚ստանայինք, այն ինչ եթէ չափենք վերստով, կ՚ստանանք ոչ այնքան մեծ թիւ։ Այդպէս ուրեմն եթէ պահանջվում է որոշել մեծ երկարութիւնները, գործ ենք դնում մեծ չափեր, իսկ երբ հարկաւոր է լինում որոշել փոքր երկարութիւնները, գործ ենք գնում փոքր չափեր։ Նոյնպէս վարվում ենք և ծանրութեան, ժամանակի, բովանդակութեան չափերի հետ և այլն։

Եթէ ունենք մեծ չափեր, մենք կարող ենք սորանց դարձնել նոյնատեսակ փոքր չափեր, որովհետև արդէն յայտնի է լինում թէ իւրաքանչիւր մեծ չափումը քանի նոյնատեսակ փոքր չափ կայ։ Այն թիւը, որ ցոյց է տալի թէ քանի փոքր չափ կայ նոյնատեսակ մեծ չափի մէջ, կոչվում է յայտարարիչ կամ։ Օրինակ՝ 1 փութը ունի 40 գրվանքայ, ուրեմն 40-ը յայտարարական թիւ է։

Այն բոլոր միութիւնները, որոնք կարող են միմեանց հետ համեմատուել, կոչվում են նոյնանիշ մեծութիւններ։ Նոյնպէս և այն քանակութիւնները, որոնց կարելի է չափել միևնոյն միութիւնով, կոչվում են նոյնանիշ մեծութիւններ։ Այդպէս օրինակ՝ վերստը, սաժէնը, արշինը, վերշոկը, փութը նոյնատեսակ միութիւններ են։ Նոյնպէս փութը, գրվանքան, լոտը, մսխալը նոյնատեսակ միութիւններ են։

---

20. ՉԱՓԵՐԻ ԱՂԻՒՍԱԿԸ

ՌՈՒՍԱԿԱՆ ՉԱՓԵՐԸ

Ընդհանրների չափերը.

Լաստը ունի 12 չետվերտ.
Չետվերտը — 8 չետվերիկ.
Չետվերիկը — 8 գարնց.

Հեղուկների չափերը.

Տակառը ունի 40 վեդրօ.
Վեդրօն — 10 շտոփ.
Շտոփը — 2 կրուժկա.

Ծանրութեան չափերը.

Բերկովեցը ունի 10 փութ.
Փութը — 40 գրվանքայ.
Գրվանքան — 32 լոտ կամ 96 մսխալ.
Լոտը — 3 մսխալ.
Մսխալը — 96 դոլիա.

Դեղատան չափերը.

Դեղատան գրվ. ունի 84 մսխալ կամ 12 ունցիա.
Ունցիան — 8 դրախմա.
Դրախման — 3 սկրուպուլ.

Ժամանակի չափերը.

Տարին ունի 12 ամիս.
Շաբաթը — 7 օր.
Օրը — 24 ժամ.
Ժամը — 60 րոպէ.
Րոպէն — 60 վայրկեան.

Տարին ունի 100 տարի
Հասարակ տարին — 365 օր.
Նահանջ տարին — 366 օր.

Օր կամ գիշերացերեկը այն ժամանակամիջոցն է որ մեր երկրագունդը գործ է գնում իւր առանցքի շուրջը պտտուելու համար։

Օրը սկսում են կէս գիշերին, երբ լրանում է գիշերուայ 12 ժամը և սկսւում է 1-ը։ Օրը հաւասար է 24 ժամին և այս ժամերը հաշւում են հետևեալ կարգով. կէս գիշերից մինչև ցերեկուայ 12 ժամը կոչւում են առաւօտեան ժամեր, իսկ կէս օրից մինչև գիշերուայ 12 ժ. կոչւում են երեկոյեան ժամեր։

Այն ժամանակամիջոցը, որ մեր երկրագունդը գործ է դնում արեգակի շուրջը պտտելու համար, կոչւում է տարի։ Տարին ունի 365 օր 5 ժամ 48 րոպէ և 50 վայրկեան։ Բայց ընդհանուր գործածութեան ժամանակ այդ թիւը չենք գործադրում, որովհետև այդ դիպուածում ստիպուած կլինէինք տարին սկսել օրուայ զանազան ժամերից։ Այնպէս որ եթէ 1881-րդ տարին սկսուէր Յունվարի մէկին և այն էլ կէսգիշերին (ժամի 1-ից), այն ժամանակ հետևեալ տարին պէտք է սկսէինք ոչ թէ կէսգիշերին ժամի 1-ից, այլ առաւօտուայ 5 ժամ. 48 րոպ. և 50 վայրկեանում. 1883-րդ տարին պէտք է սկսուէր 5 ժ. 48 րոպ. 50 վայրկեան ուշ և այլն և այլն։

Եթէ մենք օրուայ մասերը բաց թողնենք և տարին հաշուենք ուղիղ 365 օր, այդ դէպքում տարին իսկականից մի քառորդ օր (6 ժ.) պակաս կ'լինի, այնպէս որ դեռ ևս 6 ժամ մնացած մենք պէտք է սկսենք նոր տարին. 100 տարուայ մէջ մեր սխալը կ'լինի 25 օր և այն ժամանակ գարունը փոխանակ Մարտին սկսուելու 100 տարից յետոյ պիտի Փետրվարին սկսէինք, իսկ 500 տարից յետոյ կ'սկսէինք Հոկտեմբերից և այս դէպքում Հոկտեմբեր, Նոյեմբեր և Դեկտեմբեր կ'լինէին գարնանային ամիսներ։ Այդ պատճառաւ այդպիսի սխալները չ'ստանալու համար Յուլիոս Կեսարը Քրիստոսից 45 տարի առաջ որոշեց, որ տարին հաշւում են 365 օր և իւրաքանչիւր չորրորդ տարուայ վերայ աւելացնեն մի աւելորդ օր։ 365 օր ունեցող տարիները կոչւում են հասարակ տարիներ, իսկ 366 օր ունեցող տարին կոչ-

ւում է նահանջ տարի։ Այդ աւելորդ մէկ օրը սովորաբար իւրաքանչիւր 4 տարին մի անգամ աւելացնում են Փետրվար ամսի վերայ և այդ ամիսը այդ դէպքում դառնում է 29 օր, իսկ հասարակ տարիներում Փետրվարը դարձեալ մնում է 28 օր։ Մենք մեր տարեթիւը սկսում ենք Քրիստոսի ծննդից, իսկ Քրիստոսը ծնուել է նահանջ տարում, այնպէս որ Քրիստոսի ծննդից սկսած իւրաքանչիւր 4 տարին մի անգամ նահանջ է. ուրեմն 4 երորդ, 8 երորդ, 12 երորդ, 16 երորդ տարիները և առհասարակ առանց մնացորդի 4 ի վերայ բաժանվող տարեթիւերը կ'կոչվեն նահանջ տարիներ։ Այս տեսակ հաշիւը կոչվում է Յուլեան հաշիւ։

Յուլեան հաշուով տարին ընդունում ենք 365 օր 5 ժամ 48 րոպ. և 50 վայրկ. այնպէս որ Յուլեան տարին իսկականից 11 րոպէ աւելի է. ուրեմն Յուլեան օրացոյցով երբ տարին վերջանում է, այդ կնշանակի թէ նոր տարուց էլ արդէն 11 րոպէ անցել է։ Այդ սխալը 400 տարուայ մէջ հասնում է 3 օրուայ։ Ուրեմն Յուլեան հաշիւը 400 տարուայ մէջ 3 օր յետ է մնում։

325 Թուականի Նիկիոյ ժողովում քրիստոնէական եկեղեցին ընդունեց Յուլեան օրացոյցը և միևնոյն ժամանակ մինչև այդ Թուականի բոլոր սխալները ուղղուեցան, բայց սխալների պատճառները չ'ուղղեցին, այնպէս որ 1257 տարուց յետոյ (հաշուած Նիկիոյ ժողովից) կամ 1582 Թուականին այդ սխալը դարձեալ հասաւ 10 օրի (եթէ 11 ր. 10 վայրկ. բազմապատկենք 1257 ի վերայ՝ համարեայ կ'ստանանք 10 օր)։ Ուստի և Գրիգոր XIII պապը 1582 Թուականին հրամայեց 10 օրը բաց թողնել և Հոկտեմբերի 4-ը վերջանալուց յետոյ, հետևեալ օրը հրամայեց հաշուել ոչ թէ 5-ը, այլ 15-ը։ Որպէս զի այդ սխալը այլ ևս չ'կրկնուի ապագայումը՝ ընդունեցան ինչպես էլի նոյն նահանջ տարիները ինչպէս և Յուլեան հաշւում, միայն այն զանազանութեամբ, որ Յուլեան հաշւում երկու զրօներով վեր-

ջացած տարինները, ինչպիսիք են 1500, 1600, 1700 և այլն ինչպես 4-ի վերայ անմնացորդ բաժանվող թուեր՝ նահանջ տարիներ են. Իսկ Գրիգորեան հաշուով միայն այն տարիներն են նահանջ, որոնց թուանշանների առաջին երկուսը բաժանվում են 4-ի վերայ։ Այսպէս ուրեմն 16 երորդ դարում հաշուի զանազանութիւնը 10 օր էր. այսինքն Յուլեան հաշուով Յունվարի 1-ն էր, իսկ Գրիգորեան հաշուով Յունվարի 11-ը։ 17 երորդ դարում այդ զանազանութիւնը միևնոյնը մնաց, որովհետև 1600 երոդ տարին երկու դէպքումն էլ նահանջ էր. 1700 երորդ տարին արդէն Գրիգորեան հաշուով հասարակ տարի էր. Յուլեան հաշուով փետրվարի 29 երորդն էր, իսկ Գրիգորեան հաշուով Փետրվարի 28-ը վերջանալուց յետոյ հաշուեցին Մարտի 1-ը. ուստի և զանազանութիւնը եղաւ 11 օր։ Ներկայումս զանազանութիւնը 12 օր է, այն պէս որ, երբ Յուլեան հաշուով Մարտի 3-ն է, Գրիգորեան հաշուով՝ 15-ն է։ Գրիգորեան հաշիւը կոչվում է նոր, իսկ Յուլեանը հին։

Նոր հաշիւը (Գրիգորեանը) գործադրում են Եւրոպացիք, բացի ռուսներից և յոյներից։ Մենք հայերս գործ ենք ածում Յուլեան հաշիւը (հինը)։

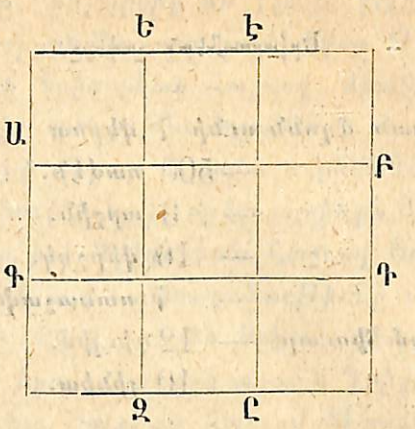
Ամիս կոչվում է այն ժամանակամիջոցը, որ լուսինը գործ է դնում մեր երկրագնդի շուրջը պտտելու համար։ Այդ ժամանակամիջոցը իսկապէս տեւում է 29 օր 12 ժ. 44 ր. և 3 վայրկ., բայց սովորաբար ընդունում ենք ուղիղ 30 օր։ Եթէ տարին ընդունենք 12 ամիս և ամիսը 30 օր, այն ժամանակ կ'ստանայինն միայն 360 օր. ուստի և ամիսները հաւասար օրեր չեն ունենում։ Յունվարը ունի 31 օր, Փետրվարը՝ 28 օր հասարակ տարում և 29՝ նահանջ տարում, Մարտ՝ 31 օր, Ապրիլ՝ 30, Մայիս՝ 31, Յունիս՝ 30, Յուլիս՝ 31, Օգոստոս՝ 31, Սեպտեմբեր՝ 30, Հոկտեմբեր՝ 31, Նոյեմբեր՝ 30 և Դեկտեմբեր 31 օր։

Երկարութեան չափերը.

Աշխարհագրական մղոնն ունի	7 վերստ
Վերստը	— 500 սաժէն.
Սաժէնը	— 3 արշին.
Արշինը	— 16 վերշոկ.
Կամ սաժէնը	— 7 ոտնաչափ կամ ֆուտ.
Ոտնաչափը կամ ֆուտը	— 12 դիւյիմ.
Դիւյիմը	— 10 լինիա.

Մակերեսոյթի չափերը.

Մակերևոյթները չափելու համար գործ են ածում քառակուսի չափեր։ Քառակուսի կոչվում է այն քառանկիւնին, որի բոլոր չորս կողմերը հաւասար ուղիղ գծեր են և բոլոր անկիւններն էլ հաւասար են միմեանց. այդ բանը երևում է միւս երեսի վերայ գծուած նկարից։ Մի թերթ թղթի վերայ մի քառակուսի գծենք և կտրենք նորան ինչպէս որ գծել ենք. այդպիսի քառակուսին կ'լինի չոհակոչ մակերես։ Մակերևոյթների բոլոր չափերը քառակուսի մակարդակներ են և միմեանցից զանազանվում են կողմերի երկարութեամբ։ Եթէ իւրաքանչիւր կողմը հաւասար լինի մի ոտքին, այդպիսի քառակուսի մակարդակը կ'կոչուի չոհոտ ոտքին։ Եթէ իւրաքանչիւր կողմը հաւասար լինի մի արշինի, մակարդակը կ'կոչուի չոհոտ արշին և այլն։ Մի որ և է մակերևոյթ չափելու համար, ինչպէս յատակի մակերևոյթը, հարկաւոր է գործածել մի որ և է քառակուսի չափ, օրինակ՝ քառակուսի սաժէն կամ քառակուսի արշին և իմանալ թէ որքան անգամ է պարունակվում ընդունած չափը յատակի մակերևոյթի վերայ։



Դիցուք թէ մեր գծած քառակուսու իւրաքանչիւրը կողմը հաւասար է մ սանթիմ. ուրեմն այդ քառակուսին կ'լինի մի քառակուսի սանթիմ: Ա.Զ և ձախ կողմերից իւրաքանչիւրը 3 հաւասար մաս բաժանելով, մի այդպիսի մասը հաւասար կ'լինի մ սրշինի: Բաժանման կէտերը միացնելով կստանանք՝ Ա. և Բ, Գ և Դ: Այս դէպքում քառակուսի սաժէնը կ'բաժանուի երեք շերտեր, որոնցից իւրաքանչիւրը կունենայ մի սաժէն երկարութիւն և մի սրշին լայնութիւն:

Այժմ քառակուսու վերին և ստորին կողմերը բաժանենք 3 հաւասար մասների և բաժանման կէտերը միացնենք ուղիղ գծերով՝ կ'ստանանք Ե և Զ, Է և Ը: Ակներև է, որ իւրաքանչիւր շերտը կ'գառնայ 3 քառակուսի սրշիններ, և որովհետև այդպիսի շերտեր մենք ունենք 3 հատ, ուրեմն քառակուսի սաժէնը կունենայ 3×3=9 քառակուսի սրշին: Այդ ձևով նաև կ'գտնենք՝

Քառակուսի մղոնը հաւասար է 7. 7=49 քառակ. վերստին

Քառ. վերստը	—	500.500=250000 քառ. սաժ.
Քառ. սաժէնը	—	3 . 3 =9 քառ. սրշ.
Քառ. սրշինը	—	16 . 16 =256 քառ. վերշ.
Դամ քառ. սաժէնը	—	7 . 7 = 49 քառ. ֆուտին

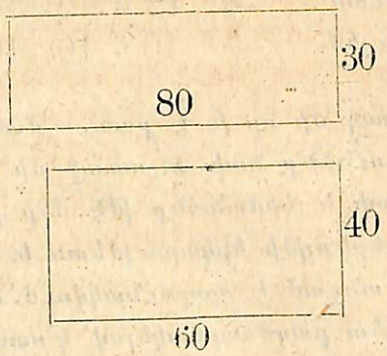
Քառ. ֆուտը	—	12 . 12=144 քառ. դիւյիմին
Քառ. դիւյիմ	—	10 . 10=100 լինիային

Ա.ռհասարակ մի որ և է քառ. մակերևոյթի չափելու համար, կ'ընդունենք նախ և առաջ մի որ և է երկարութիւն իբրև չափ և կիմանանք թէ մեր ընդունած երկարութեան չափը՝ մակերևոյթի երկարութեան և լայնութեան գծերի մէջ քանի անգամ է պարունակվում. այդ ստացած թուերը միմեանց հետ բազմապատկելով՝ կ'ստանանք մի թիւ, որ ցոյց կ'տայ թէ մեր ընդունած չափով այն մակերևոյթը քանի քառակուսի է: Օրինակ՝ սեղանի երկարութիւնը 4 արշին է, իսկ լայնութիւնը 2 արշին, իմանանք թէ սեղանի մակերևոյթը քանի քառակուսի արշին է, մենք 4×2 կըստանանք 8, որ և ցոյց կ'տայ քառ. արշինների թիւը:

Եթէ մենք իբրև չափ ընդունէինք վերշոկը, այն ժամանակ պէտք է իմանանք քառ. մակերևոյթի երկարութիւնը քանի վերշոկ է և լայնութիւնը քանի. այդ թուերը մենք իմանալով, իրար վերայ կը բազմապատկենք և կ'ստանանք քառակուսի վերշոկներ:

Օրինակ քառակ. սեղանի երկարութիւնը 22 վերշոկ է, իսկ լայնութիւնը 8. ուրեմն սեղանի մակերևոյթը հաւասար կ'լինի 8×22 վերշոկներին կամ միևնոյն է թէ 176 □ վերշոկներ:

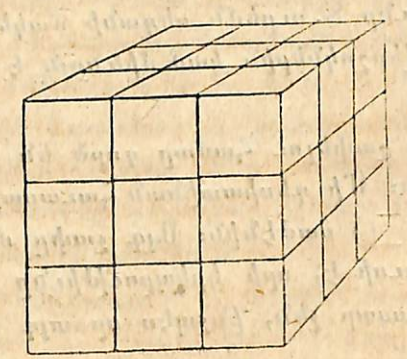
Դաշտերը չափելու համար գործ են ածում պէնիաքինա կոչուած չափը: Մի դեսիատինան հաւասար է լինում 2400 քառակուսի (□) սաժէնին: Այդ չափը մի ուղիղ անկիւնանի քառակուսի է, որի երկարութիւնը և լայնութիւնը միմեանց հաւասար չեն, ինչպէս որ այդ բանը երևում է գծածի մէջ:



Դեսիատինան ռուսական չափ է և դա երկու տեսակ է լինում. մէկ՝ որի երկարութիւնը լինում է 80 սաժէն և լայնութիւնը 30 սաժէն. իսկ միւս տեսակը, որի երկարութիւնը լինում է 60 սաժէն և լայնութիւնը 40 սաժէն. երկու դիպուածումն էլ քառակուսի սաժէնները հաւասար են լինում միմեանց. այսինքն՝ դեսիատ. 2400 □ սաժէններ։

Բովանդակութեան չափերը.

Մարմինների բովանդակութիւնը չափելու համար դործ



են ածում խորանարդ չափեր։ Խորանարդը ինքը արկղի ձև է և ունի 6 քառակուսի կողմեր. դորա իւրաքանչիւր քառա-

կուսին միւս քառակուսուն կտրում է ուղիղ գծով, որ և կոչվում է ֆղ։ Խորանարդը ունի 12 կողեր, որոնք միմեանց հաւասար են և միևնոյն ժամանակ դոքա կազմում են քառակուսու կողմերը, ինչպէս այդ բանը երևում է գծածի վերայ։

Այն խորանարդը, որի իւրաքանչիւր կողը=1 սաժէնին, ուրեմն և որի իւրաքանչիւր կողմը մի քառակուսի սաժէն է, այդ տեսակ խորանարդը կ՚կոչուի՝ խորանարդ սաժէն։

Այն խորանարդը, որի իւրաքանչիւր կողը հաւասար է 1 արշ. ուրեմն և որի իւրաքանչիւր կողմը մի քառակուսի արշին է. այդպիսի խորանարդը կ՚կոչուի՝ խորանարդ արշին։

Մի որ և է տեղի բովանդակութիւնը չափելու համար, օրինակ՝ սենեակի բովանդակութիւնը չափելու համար, պէտք է իմանանք թէ մեր ընդունած խորանարդ չափը նոյն բովանդակութեան մէջ քանի անգամ է պարունակվում։ Եթէ մենք ընդունենք իբրև չափ 1 խորանարդ արշին և տեսնենք որ այդ խորանարդ արշինը սենեակի բովանդակութեան մէջ պարունակուեցաւ 150 անգամ, մենք կասենք ուրեմն սենեակի բովանդակութիւնը=150 խորանարդ արշին։

Դիցուք մի խորանարդ արկղ ունինք և այդ արկղի իւրաքանչիւր կողը հաւասար է մի սաժէնի։ Այդպիսի խորանարդ արկղը կ՚լինի մի խորանարդ սաժէն։ Այդպիսի արկղի յատակը կ՚լինի մի քառակուսի սաժէն, որ մի և նոյն է թէ 9 քառակուսի արշին։ Ուրեմն այդպիսի յատակի վերայ կարելի է տեղաւորել 9 խորանարդ արշիններ։ Իւրաքանչիւր խորանարդ արշինի սաորին կողմը կ՚ծածկի իւր համապատասխան քառակուսի արշինի յատակը։ Այդ 9 խորանարդ արշինները միայն 1 արշին բարձրութեամբ տարածութիւն կ՚բռնեն կամ միևնոյն է թէ ամբողջ արկղի մի երրորդական տարածութիւնը։ Ուրեմն դոցանից բարձր դարձեալ կարելի 9 խորանարդ արշիններ տեղաւորել, նոյնպէս 1 ար-

շին բարձրութեամբ. էլի կ'մնայ 1 արշին բարձրութիւն, որտեղ կարելի է դարձեալ 9 խորանարդ արշիններ տեղաւորել, ընդ ամենը 27 խորանարդ արշիններ։

Մենք կարող ենք իւրաքանչիւր խորանարդ սաժէնը երեք շերտ բաժանել մի-մի արշին բարձրութեան, իւրաքանչիւր շերտումը կ'տեղաւորուի 9 խորանարդ արշիններ. ուրեմն երեք շերտերում կ'լինեն 3×9 խորանարդ արշիններ։ Այդ ձևով մենք կիմանանք՝

Խորանարդ մղոնը պար. է իւր մէջ 7 . 7 . 7=343 խ. վերստ
Խոր. վերստը — 500.500.500=125000000 խ. սաժ.
Խոր. սաժէնը — 3 . 3 . 3 = 27 խոր. արշին.
Խոր. արշինը — 16 . 16 . 16=4096 խոր. վերշ.
Կամ խոր. սաժէնը 7 . 7 . 7=343 խոր. ֆուտին
Խոր. ֆուտը — 12 .12 .12=1728 խոր. դիւյմին
Խոր. դիւյմը — 10 .10 .10=1000 խոր. լինիային

Ընդհանրապէս մի որ և իցէ խորանարդ տեղի բովանդակութիւնը գտնելու համար պէտք է իմանանք՝ երկարութիւնը, լայնութիւն և խորութիւնը։ Այդ ըբոլոր կողմերի համար իբրև չափ կընդունենք որևիցէ մի երկարութիւն օրինակ արշին և կիմանանք թէ այդ արշինը երկարութեան, լայնութեան ու խորութեան կողմերի մէջ առանձին քանի անգամ կ'պարունակուի. այդ թուերը գտնելով՝ միմեանց վերայ կ'բազմապատկենք և կ'ստանանք խորանարդ արշինների թիւը։

Օրինակի համար՝ կամենում ենք իմանալ թէ մեր ընակած սենեակը քանի խորանարդ արշին է. դորա համար կը չափենք բարձրութիւնը կամ միևնոյն է թէ խորութիւնը, դէցուք կ'ստանանք 7 արշին. յետոյ կ'չափենք երկարութիւնը դիցուք կ'ստանանք 15 արշին, ապա կ'չափենք լայնութիւնը և կ'ստանանք 6 արշին։ Իմանալու համար թէ սենեակի բովանդակութիւնը քանի խորանարդ արշին է, մենք մեր ստացած թուերը՝ 7-ը, 15-ը և 6ը- կ'բազմապատկենք մի-

մեանց վերայ և կ'ստանանք 7×15×6=630 խորանարդ արշին։

Դրամները

Մանէթը	ունի	100 կոպէկ.
Տաս-շայլանոցը	—	50 կոպէկ.
Աւաստին	—	20 կոպէկ.
Երեք-շայլանոցը	—	15 կոպէկ.
Երկու-շայլանոցը	—	10 կոպէկ.
Մի-շայլանոցը	—	5 կոպէկ.
Դենգան	—	½ կոպէկ,
Պօլուշկան	—	¼ կոպէկ.

Թղթի չափերը

Օզման ունի 20 դաստա.
Դաստան — 24 թերթ.

ՖՐԱՆՍԻԱԿԱՆ ՉԱՓԵՐԸ

Երկարութեան չափերը

Մետրը	= 39,37 ռուսական դիւյմին կամ 1,4 արշինին
Դեկամետրը	= 10 մետրին.
Հեկտամետրը	= 100 մետրին.
Կիլոմետրը	= 1000 մետրին կամ 468,7 ռուսական սաժ.
Միրիամետրը	= 10000 մետրին.

Մետրի տասերը

Դեցիմետրը = 0,1 մետրին=47,24 ռուսական լինիային.
Յենտիմետրը = 0,01 մետրին:
Միլլիմետրը = 0,001 մետրին.
Մետրը =Փարիզի միջօրէականի քառորդի 0,0000001 մասին:

Ծանրութեան չափերը

Գրամմը = 0,23465 ռուսական մսխալին.
Դեկագրամմը = 10 գրամին.
Հեկտոգրամմը = 100 գրամին.
Կիլոգրամմը = 1000 գրամմին=2,44427 ռուսական գրվ.

Գրամի տասերը

Դեցիգրամմը = 0,1 գրամին.
Յենտիգրամմը = 0,01 գրամին.
Միլլիգրամմը = 0,001 գրամին.
Գրամմը հաւասար է այնպիսի խորանարդի ծովանդակութեան ջրի ծանրութեանը, որի կողմը հաւասար է 0,01 մետրի. երբ ջրի բարեխառնութիւնն է 4 աստիճան Յելզիուսի ջերմաչափով:

Հեղուկների և ընդեղէնների չափերը:

Լիտրը = 61,027 ռուսական խորանարդ դիւյիմին.
Դեկալիտրը = 10 լիտրին=6,509 ռուսական շտոֆին.
Հեկտոլիտրը = 100 լիտրին=3,814 ռուսական չետվերիկին:

Լիտրի տասերը

Դեցիլիտրը = 0,1 լիտրին.
Յենտիլիտրը = 0,01 լիտրին.
Լիտրի բովանդակութիւնը հաւասար է այնպիսի խորանարդի, որի կողմը = 0,1 մետրին:

Քաշախօսի չափերը.

Սրը = 21,97 ռուսական քառակուսի սաժէնին.
Հեկտարը = 100 արին=0,9153 ռուսական դեսեատինին.
Յենտարը = 0,01 արին=10,764 ռուսական քառակուսի ֆուտին.
Սրը այնպիսի քառակուսի է, որի կողմը հաւասար է 10 մետրին.

Խորանարդ չափերը

Ստերը = 35,317 ռուսական խորանարդ ֆուտին.
Դեկաստերը = 10 ստերին.
Ստերը այնպիսի խորանարդ է, որի կողմը հաւասար է 1 մետրին:

Դրամները.

Ֆրանկը = 25 ռուսական կոպէկին.
Սանտիմը = 0,01 ֆրանկին=¼ ռուսական կոպէկին.
Ֆրանկի ծանրութիւնը հաւասար է 5 գրամմ արծաթին և նորա դրամագիծն է 0,023 մետր:

ԱՆԳԼԻԱԿԱՆ ՉԱՓԵՐԸ

Երկարութեան չափերը.

Եարդը = 3 ֆուտին.
Ֆուտը = 12 ռուսական դիւյիմին.
Մղոնը = 1760 եարդին կամ 1,5 վերստին.

Քաշոյթի չափը.

Ածը = 4840 քառակուսի եարդին=0,3704 ռուսական դեսեատինին:

Ծանրութեան չափերը.

Ցենտները = 4 կվարտերին.
Կվարտերը = 28 անգլիական գրվանքին.
Անգլիական գրվանքան = 1,10763 ռուսական գրվանքին.
Տոննա = 20 ցենտներին:

Հեղուկների և ընդեղէնների չափերը.

Լաստը = 2 տոննին.
Տոննա = 320 գալլօնին.
Գալլօնը = 8 պինտային.
Գալլօնը = 1/9 անգլիական գրվանքին.
Պինտան = 0,0462 ռուսական վեդրօյին = 0,02165 ռուսական չետվերիկին:

Փողի չափերը.

Ֆունտ-ստերլինգը=20 շիլինգին=6,26 ռուս. մանեթին.

Շիլինգը = 12 պենսին=31,25 ռուս. կոպեկին.
Ոսկէ գինեայը = 21 շիլինգին.
Ոսկէ սովերընը = 20 շիլինգին.
Արծաթէ կրօնա = 5 շիլինգին.
Կէս կրօնա = 2,5 շիլինգին.
Ֆլօրինա = 2 շիլինգին:

ՊՐՈՒՍԱԿԱՆ ՉԱՓԵՐԸ.

Երկարութեան չափերը.

Ֆուտը= 12 ռուսական դիւյիմին.
Ռուտա = 12 ֆուտին.
Մղոնը = 24000 ֆուտին = 7,0609 ռուս վերստին:

Քաշոյթի չափը.

Մօրգենը = 180 քառակուսի րուտին = 25900 քառ. ֆուտին:

Ծանրութեան չափերը.

Գրվանքան = 300 կվենտենի = 30 լոտին.
Պրուսական գրվանքան = 1,22213 ռուս. գրվանքին.
Ցենտները = 100 գրվանքին:

Փողի չափերը.

Տալերը = 30 գիլբերգրոշին.
Գիլբերգրոշը = 12 պֆենիգին = 3,084 ռուս կոպեկին:

ՊԱՐԶ ԵՒ ԲԱՐԴ ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԸ

21. Որովհետեւ մէկնոյն քանակութիւնը չափելու համար կան զանազան չափեր, այդ պատճառով որևէիցէ քանակութիւն կարող է արտայայտած լինել մի չափով կամ նոյնատեսակ մեծ ու փոքր չափերով։ Օրինակ՝ դիցուք մի արկղ շաքար ունէինք, քաշեցինք և տեսանք, որ դուրս եկաւ ուղիղ 8 փուտ։ Այդպիսի թիւը կոչվում է պարզ անուանական թիւ։ Իսկ եթէ շաքարը քաշէինք և դուրս գար, օրինակ, 7 փուտ, 5 գրվանքայ և 10 լոտ. գա կ՚լինէր բարդ անուանական թիւ։ Այնպիսի թիւը, որի մէջ կան նոյնատեսակ զանազան չափեր, կոչվում է բարդ անուանական թիւ։

Բարդ անուանական թուերը գրում են այսպէս, առաջ գրում են ամենամեծ չափը, յետոյ հետևեալ մանր չափերը կարգով։ Չափերի անուններն էլ գրում են կողքին, օրինակ 7 փուտ 5 գրվանքայ 10 լոտ։ Կամ գրում են այսպէս՝ 7 փուտ +5 գրվանքայ+10 լոտ։

ՎԵՐԱԾՈՒՄՆ

22. Դիցուք պէտք է իմանանք թէ 8 փուտը+24 գրվանքան+2 լոտը քանի՞ մսխալ է։ Այդ հարցը վճռելու համար կասենք՝ 1 փուտը ունի 40 գրվանքայ. 8 փուտը կունենայ 8 անգամ 40 գրվանքայ. այսինքն 8×40=320 գրվ։ Էլի ունենք 24 գրվանքայ. ուրեմն ընդամենը կ՚լինի 320+24 կամ 344 գրվ։ Յետոյ կասենք. 1 գրվանքան ունի 32 լոտ, իսկ 344 գրվանքան կ՚ունենայ 344 անգամ 32 լոտ. այսինքն 344×32=11008 լոտ։ Էլի ունենք 2 լոտ. ուրեմն ընդամենը կ՚լինի 11008+2 կամ 11010 լոտ։ Յետոյ կասենք. 1 լոտը ունի 3 մսխալ, իսկ 11010 լոտը կ՚ունենայ 11010 անգամ 3 մսխալ. այսինքն 11010×3 կամ

33030 մսխալ։ Ուրեմն 8 փուտը 24 գրվանքան և 2 լոտը անում է 33030 մսխալ։

Այն գործողութիւնը, որով անուանական մեծ չափերը դարձնում ենք մանր չափեր, կոչվում է վերածում։

Այդ գործողութիւնը դասաւորվում է և կատարվում հետևեալ կերպով՝

8 փուտ+24 գրվանքայ+2 լոտ

×40

320 գրվ.

+24 գրվ.

344 գրվ.

×32

688

1032

11008 լոտ

+2 լոտ

11010 լոտ

×3

33030 մսխալ

Ուրիշ օրինակ.

4 սաժէնը, 2 արշինը, 12 վերշոկը քանի՞ վերշոկ է անում։

×3

12 արշ.

+2 արշ.

14 արշ.

×16

84

14

224 վերշոկ

+12 վերշոկ

236 վերշոկ

Ուրեմն՝ վերածման գործողությունը կատարելու համար, պետք է ամենամեծ չափը քանդատուիչ լուծի վերայ, ապագան արտադրելի հետ գումարել նոյնասեռակ չափը, եւնէ կայ։ Ետոյ այդ գումարը քանդատուիչ լուծի վերայ, ապագան արտադրելի հետ գումարել նոյնասեռակ չափը, եւնէ կայ եւայլն։ Այսպէս շարունակել մինչեւ որ չունենանք ոչ մի չափը, որ պետք է վերածենք ուրիշ անուանական մասերի։

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ միւս ենք կոչում արդի անուանական եւ ինչ միւս բարդ անուանական.

Ի՞նչ միւս ենք կոչում յայտառնական միւս։

Ի՞նչ է վերածումն եւ ինչպէս է կատարվում այդ գործողութիւնը։

ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՈՒՄՆ

23. *Դիցուք թէ տուած է 18392 րոպէն դարձնել ժամ եւ օր, կամ իմանալ թէ 18392 րոպէում քանի ժամ եւ օր կայ։ Այդ հարցը կ'վճռենք այսպէս։ Մենք գիտենք որ 60 րոպէն 1 ժամ է, ուրեմն քանի անգամ որ 18392-ում լինի 60, այնքան էլ ժամ կ'լինի. դորա համար պէտք է 18392 բաժանենք 60-ի վերայ։ Բաժանելով կ'ստանանք 306 ժամ եւ էլի կ'մնայ 32 րոպէ։ Այժմ 306 ժամը կ'դարձնենք օր։ Մենք գիտենք, որ 24 ժամը 1 օր է, ուրեմն քանի անգամ որ 306-ում լինի 24, այնքան էլ օր կ'լինի։ Դորա համար պէտք է 306-ը բաժանենք 24-ի վերայ. այդ անելով՝ կ'ստանանք 12 օր եւ էլի կ'մնայ 18 ժամ։ Ուրեմն 18392 րոպէում կայ 12 օր 18 ժամ եւ 32 րոպէ։ Գործողութիւնը դասաւորվում է եւ կատարվում հետեւեալ կերպով՝*

րոպէ

18392, | 60	
—180 | 306 ժամ	24
392 —24	12 օր
360 66	
32 րոպէ 48	
18 ժամ	

Այն գործողութիւնը, որով մանր չափերը դարձնում ենք մեծ չափեր, կոչվում է անդրադարձում։

Միւս օրինակ՝ իմանալ թէ 36500 լոտը քանի լոտ է, գրվանքայ է, փութ է։ Դորա համար պէտք է առաջ 36500 լոտը դարձնել գրվանքաներ, յետոյ գրվանքաները դարձնել փութ։ Այդ գործողութիւնը կատարելով՝ կ'ստանանք 20 լոտ, 20 գրվանքայ եւ 28 փութ։

36,5,0,0, լոտ | 32	
—32 | 114,0,գր.	40
45 —80	28 փութ
—32 340	
130 —320	
—128 20 գր.	
20 լոտ	

Անդրադարձում կատարելու համար պէտք է տուած թիւը բաժանել իւր յայտառնական թուի վերայ, ստացած քանորդը կ'լինի հետեւեալ բարձր կարգի չափ, իսկ մնացորդը այն չափը, որ ուզէինք։ Յետոյ պէտք է ստացած քանորդը բաժանել իւր յայտառնական թուի վերայ, նոր ստացած քանորդը կ'լինի նորանից հետեւեալ բարձր կարգի չափ. իսկ մնացորդը այն չափը, որ առաջվայ քանորդն էր ցոյց տալի։ Այդպէս պէտք է շարունակել մինչեւ որ աւելի բարձր չափ դարձնելն անկարելի լինի։ Յետոյ պէտք է վերցնենք

վերջին քանորդը և բոլոր մնացորդները կարգով, սկսած վերջին մնացորդից։ Ստացած բարդ անուանական թիվը հաւասար կ՚լինի տուած պարզ անուանական թուին։

Հ Ա Ր Յ Ե Ր

Ի՞նչ է անդրադարձումն. ինչպէս պէտք է կատարել անդրադարձման գործողութիւնը։

Որովհետեւ վերածման գործողութիւնով մեծ չափերը դարձնում ենք մանր չափերի, իսկ անդրադարձումով ընդհակառակն փոքր չափերը դարձնում ենք մեծ չափերի, ուստի այդ գործողութիւններից մէկով կարող ենք ստուգել միւսը։

ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ

24. Վաճառականը մի արկղում ունէր 13 փուտ, 17 գրվանքայ և 15 լոտ ալիւր. միւսումը ունէր 6 փուտ և 21 լոտ ալիւր, երրորդումը ունէր 10 փուտ, 14 գրվանքայ և 16 լոտ ալիւր, իսկ չորրորդումն ունէր 11 փուտ և 10 գրվանքայ ալիւր։ Նա ընդամենը որքան ալիւր ունէր։

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է նորա բոլոր չորս արկղի ալիւրները միասին գումարել։

Որովհետև անմիջապէս կարելի է գումարել միմեանց հետ միայն միևնոյն չափերը. այդ պատճառով յարմարութեան համար նախ քան գումարելը, տուած գումարելիքը կ՚գրենք միմեանց տակ. այսինքն փուտերը միմեանց տակ, գրվանքաները միմեանց տակ, լոտերը միմեանց տակ և այլն։ Յետոյ յարմարութեան համար կ՚սկսենք գումարել առաջ ամենից փոքր չափերը, յետոյ նոցանից հետևեալ մեծերը և այլն։

13 փուտ	17 գրվ.	15 լոտ
6 ,,	—	21
10 ,,	14 ,,	16
11 ,,	10 ,,	—
41 փ.	2 գր.	20 լոտ

Գումարելով 15+21+16 լոտը, կ՚ստանանք 52 լոտ. դորան անդրադարձութեամբ կ՚դարձնենք գրվանքայ և դուրս կ՚գայ 1 գրվանքայ և 20 լոտ։ Կ՚գրենք 20 լոտը լոտերի տակ, իսկ 1 գրվանքան կ՚գումարենք գրվանքաների հետ, որ կ՚լինի՝ 1+17+14+10=42 գրվանքայ. դորան կ՚դարձնենք փուտ, դուրս կ՚գայ 1 փուտ և 2 գրվանքայ. 2 գրվանքան կ՚գրենք գրվանքաների տակ, իսկ 1 փուտը կ՚գումարենք փուտերի հետ, որ կ՚լինի 1+13+6+10+11=41. դորան էլ կ՚գրենք փուտերի տակը։ Ուրեմն՝ բոլոր գումարն է 41 փուտ 2 գրվանքայ 20 լոտ։

Այդ օրինակիցը տեսնում ենք որ անուանական թուերը գումարվում են այնպէս, ինչպէս և վերացական թուերը։ Ուրեմն՝ անուանական խնդիրը գումարելու համար պէտք է գումարել առաջ մանր չափերը, ելնէ տոյն գումարի մէջ չինի հեռնելու մեծ չափ, պէտք է դարձնել մեծ չափ և ելնէ հետոյդ հետ, գրել իր պեղամ գծի տակ։ Յետոյ պէտք է տոյած մեծ չափը գումարել հեռնելու մեծ չափերի հետ, ելնէ տոյած գումարի մէջ չինի դորանից հեռնելու մեծ չափ, պէտք է դարձնել մեծ չափ և գումարել հեռնելու մեծ չափերի հետ, եթէ հետոյդ չինի, գրել իր պեղամ գծի տակ և այլն. այսպէս շարունակել մինչև որ բոլոր չափերի գումարումն վերջանայ։

Բարդ անուանական թուերի գումարման մէջ առանձին ուշադրութեան արժանի են այն խնդիրները, որոնք վերաբերում են ժամանակին, որովհետև նոքա ներկայացնում են մի քանի առանձնութիւններ։

Ժամանակին վերաբերեալ խնդիրների մէջ, որոնք վճռվում են գումարման միջնորդութեամբ, միշտ յայտնի է լինում որևիցէ անցքի ժամանակը և այն միջոցը, որ անցել է այդ անցքից մինչև մի այլ անցք և պահանջվում է որոշել այդ վերջին անցքի ժամանակը: Օրինակ՝ դիցուք տուած է այսպիսի խնդիրը:

1812 թուին Օգոստոսի 26-ին եղաւ Բորոդինեան կռիւը ֆրանսիացիների հետ և դորանից 1 տարի, 6 ամիս և 23 օրից յետոյ ռուսները վերցրին Փարիզը: Ե՞րբ առնվեցաւ Փարիզը:

Այդ խնդրի մէջ յայտնի է մի անցքի ժամանակը. այն է Բորոդինեան կռւի ժամանակը և այն միջոցը, որ անցել է այդ անցքից մինչև միւս անցքը. այն է՝ Փարիզի առումն և պահանջվում է որոշել այդ վերջին անցքի ժամանակը: Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է հաշուել թէ որքան ժամանակ է անցել Քրիստոսի ծննդից մինչև Բորոդինեան կռւի ժամանակը: Որովհետև այդ կռիւը եղաւ 1812 թուին, նշանակում է Քրիստոսի ծննդից անցել էր 1811 ամբողջ տարի, իսկ 1812 թուականիցը անցել էր 7 ամբողջ ամիս. այն է՝ Յունվար, Փետրվար, Մարտ, Ապրիլ, Մայիս, Յունիս, Յուլիս և սկսել էր ութերորդ ամսվայ այն է՝ Օգոստոսի 26-դ օրը. նշանակում է Օգոստոսիցն էլ անցել էր 25 ամբողջ օր: Ուրեմն Քրիստոսի ծննդից մինչև Բորոդինեան կռիւը անցել էր ընդամենը 1811 տարի, 7 ամիս, 25 օր: Եւ որովհետև այդ կռիւցը մինչև Փարիզի վերցնելը էլի անցել էր 1 տարի, 6 ամիս, 23 օր, ուստի իմանալու համար թէ որքան ժամանակ է անցել Քրիստոսի ծննդից մինչև Փարիզի առումն, պէտք է 1811 տարին, 7 ամիսը, 25 օրը գումարել 7 տարու, 6 ամսի և 28 օրի հետ: Այդ անելով՝ կ'ստանանք՝

1811	տ.	+7	ամ. +25 օր.
+ 1		6	+23
1813		+2	+18

1813 տարի, 2 ամիս, 18 օր: Որ նշանակում է Քրիստոսի ծննդից մինչև Փարիզի առնելը անցել էր 1813 ամբողջ տարի և սկսել էր 1814-դ տարին, որից անցել էր 2 ամբողջ ամիս. այն է՝ Յունվարը և Փետրվարը և դարձեալ երրորդ ամսից այն է Մարտից անցել էր 18 ամբողջ օր. ուրեմն ռուսները Փարիզն առան 1814 թուին, Մարտի 19-ին:

Մի՛ւս օրինակ՝ Վաճառականը Թիֆլիզիցը ճանապարհ ընկաւ դէպի արտասահման 1860 թուին Մայիսի 12-ին և կրկին վերադարձաւ Թիֆլիզ 2 տարուց և 72 օրից յետոյ: Ե՞րբ վերադարձաւ վաճառականը:

Այս խնդրի մէջ վաճառականի ճանապարհ ընկնելու և վերադառնալու ժամանակամիջոցը որոշած է տարիներով և օրերով. ուստի և Քրիստոսի ծննդից սկսած մինչև վաճառականի ճանապարհ ընկնելու ժամանակամիջոցը պէտք է որոշել միայն տարիներով և օրերով: Քրիստոսի ծննդից մինչև վաճառականի ճանապարհ ընկնելը անցել է 1859 ամբողջ տարի և 1860 թուականիցը անցել էր Յունվարը—31 օր, Փետրվարը—29 օր (որովհետև նահանջ տարի էր) Մարտը—31 օր, Ապրիլ—30 օր և Մայիսից 11 ամբողջ օր, ընդամենը 132 օր: Ուրեմն Քրիստոսի ծննդից մինչև վաճառականի ճանապարհ ընկնելը անցել էր 1859 տարի, 132 օր և 2 տարի 72 օր մնացել էր այն տեղ: Այդ թուերը գումարելով՝ կ'իմանանք, որ մինչև վաճառականի վերադառնալը անցել էր 1861 տարի 204 օր, այսինքն 1862 թուականի 205-դ օրն էր սկսվել: Այդ 204 օրիցը 31 դուրս կ'գանք Յունվարի համար, 28 Փետրվարի համար (որովհետև 1862 թուականը հասարակ տարի էր), 31 օր Մարտի

համար, 30 օր Ապրիլի համար, 31 օր Մայիսի համար և 30 օր Յունիսի համար, ընդամենը 181 օր, կ'մնայ որ Յուլիսիցը անցել էր 23 ամբողջ օր, այսինքն սկսվել էր Յուլիսի 24-դ օրը: Ուրեմն վաճառականը վերադարձաւ 1862 թուին Յուլիսի 24-ին:

Կարող է պատահել որ խնդրի մէջ տուած թուերը պարունակեն իւրեանց մէջ ժամեր ևս: Այդ ժամերի վերաբերութեամբ պէտք նկատել, որ ժամերը հաշվում են այսպէս՝ կէս գիշերից մինչև կէս օրը հաշվում են 12 ժամ և այդ ժամերը կոչվում են առաւօտեան ժամեր, յետոյ կէս օրից մինչև կէս գիշերը հաշվում են դարձեալ 12 ժամ և այդ ժամերը կոչվում են երեկոյեան ժամեր:

Վճռենք հետևեալ խնդիրը, որի մէջ կան և ժամեր:

Աբրհեստաւորը դուրս եկաւ Երևանից 1865 թուին Նոյեմբերի 17-ին առաւօտեան 7 ժամին և վերադարձաւ 12 օրից և 8 ժամից յետոյ: Նա ո՞ր օրը և ո՞ր ժամին վերադարձաւ:

Աբրհեստաւորը դուրս եկաւ այն ժամանակ, երբ Նոյեմբերիցը անցել էր 16 ամբողջ օր և 7 ժամ, յետոյ էլի անցել էր 12 օր և 8 ժամ, երբ նա վենադարձաւ. ուրեմն այդ երկու թիւը պէտք է գումարել. այդ անելով՝ կ'իմանանք որ Նոյեմբերիցը անցել էր 28 ամբողջ օր և 15. ժամ. նշանակում է նա վերադարձաւ Նոյեմբերի 29-ին, 15 ժամից էլ 12 ժամ դուրս դանք մինչև կէս օրը, կ'մնայ որ նա վերադարձաւ կէս օրից յետոյ 3 ժամին Նոյեմբերի 29-ին 1865 թուին:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է գումարել բարդ անուանական թուերը:

Ժամանակին վերաբերեալ ինչ խնդիրներ են լուծվում գումարմամբ:

ԲԱՐԴ ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ՀԱՆՈՒՄՆ

23. Կապալառուն պէտք է շինէր 32 վերստ 160 սաժէն և 5 ֆուտ ճանապարհ. նա դորանից շինեց 18 վերստ 356 սաժէն և 3 ֆուտ: Ո՞րքան ճանապարհ էր մնում նորան շինելու:

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է բոլոր շինելու ճանապարհից դուրս գալ շինածը: Յարմարութեան համար պէտք է նոյնատեսակ չափերը գրել միմեանց տակ և սկսել դուրս գալ ամենափոքր չափերից:

վերստ.		սաժ.		ֆ.
32'	+	160	+	5
—18	+	356	+	3
13	+	304	+	2

Դուրս գալով 3 ֆուտը 5 ֆուտից՝ կ'ստանանք 2 ֆուտ, որ կ'գրենք ֆուտերի տակը: Յետոյ պէտք է 356 սաժէնը դուրս գալ 160 սաժէնից, բայց այդ անկարելի է, ուստի պէտք է վերստերից մինը դարձնել սաժէններ, որ կ'լինի 500 սաժէն, էլի ունենք 160 սաժէն. ընդամենը կ'լինի 660 սաժէն, որից դուրս գալով 356 սաժէնը, կ'մնայ 304 սաժէն, որ կ'գրենք սաժէնների տակ: Յետոյ մնացած 31 վերստիցը դուրս գալով 18 վերստը, կ'ստանանք 13 վերստ, որ կ'գրենք վերստերի տակ: Ուրեմն ստացած բոլոր մնացորդը կ'լինի 13 վերստ 304 սաժէն 2 ֆ:

Մի ս օրինակ՝ Պիցուք 8 փունտից պէտք է դուրս գալ 4 փունտ, 26 գրվանքայ, 18 լոտ, 2 մսխալ:

փ.		գրվ.		լոտ		մս.
8'	+	40'	+	32'	+	3
—4	+	26	+	18	+	2
3	+	13	+	13	+	1

Որովհետև նուազելի թուում չ'կայ ո՛չ դրվանքայ, ո՛չ լոտ և ո՛չ մսխալ, ուստի անմիջապես չենք կարող դուրս գալ 2 մսխալը, 18 լոտը և 26 դրվանքան, այլ պէտք է նախ 8 փուտից 1 փուտը մանրացնենք դարձնենք դրվանքայ, որ կ'լինի 40 դրվանքայ, յետոյ այդ 40 դրվանքայից 1 դրվանքան կ'մանրացնենք կ'դարձնենք լոտեր, որ կ'լինի 32 լոտ, ապա այդ 32 լոտից 1 լոտը կ'դարձնենք մսխալներ, որ կ'լինի 3 մսխալ: Այդպիսով նուազելի 8 փուտի տեղը կ'ստանանք մանրացած 7 փուտ, 39 դրվանքայ, 31 լոտ և 2 մսխալ, որից առաջվայ պէս դուրս գալով 4 փուտ, 26 դրվանքայ, 18 լոտ և 2 մսխալ, կ'ստանանք 3 փուտ, 13 գրվանքայ, 13 լոտ և 1 մսխալ:

Ուրեմն՝ քարտ անուանական կոտորը պիտանիչ դուրս գալու համար, պէտք է առաջին դուրս գալ համեմատ կոտորը պատճէն մասից, որից ետքն արդէն կոտորը պիտանի չէ, այլ ամենևին պէտք է հետևել դուրս գալ համեմատ կոտորը:

Անուանական թուերի հանման մէջ ևս առանձին ուշադրութեան արժանի են այն խնդիրները, որոնք վերաբերում են ժամանակին: Ժամանակին վերաբերեալ խնդիրները, որոնք լուծվում են հանումով, լինում են երկու տեսակ: Մէկ տեսակում յայտնի են լինում երկու անցքի ժամանակները և պահանջվում է գտնել այն ժամանակամիջոցը, որ անցել է մի անցքից մինչև միւսը: Միւս տեսակում յայտնի է լինում վերջին անցքի ժամանակը և այն ժամանակամիջոցը, որ անցել է առաջին անցքից մինչև վերջին անցքը և պահանջվում է գտնել առաջին անցքի ժամանակը:

Օրինակ՝ Մի մարդ ծնվեց 1828 թուին Մայիսի 19-ին և մեռաւ 1861 թուին Մարտի 2-ին: Նա որքան ժամանակ

ապրեց: Այս խնդրի մէջ մեզ յայտնի են երկու անցքի ժամանակները. այն է ծնվելու և մեռնելու և պահանջվում է գտնել դոցա ժամանակամիջոցը:

Այդ խնդիրը վճռելու համար մենք առաջվայ պէս պէտք է որոշենք թէ Քրիստոսի ծննդից մինչև մի և միւս անցքը որքան ժամանակ է անցել և պէտք է որոշենք այդ ժամանակները տարիներով և օրերով և ոչ ամիսներով, որովհետև ամիսները հաւասար օրեր չունենալով, կարող ենք սխալ գործել: Քրիստոսի ծննդից մինչև այդ մարդի ծնվելը անցել է 1827 ամբողջ տարի և 1828-դ տարուց (որ նահանջ էր) անցել է Յունվարը—31 օր, Փետրվարը—29 օր, Մարտը—31 օր, Ապրիլը—30 օր և Մայիսից—18 ամբողջ օր, որովհետև 19-դում նա ծնվել էր: Ուրեմն՝ Քրիստոսի ծննդից մինչև այն մարդի ծնվելը ընդամենը անցել էր 1827 տարի 139 օր: Իսկ Քրիստոսի ծննդից մինչև նորա մեռնիլը անցել էր 1860 ամբողջ տարի և 1861 թուականից (որ հասարակ տարի էր) անցել էր Յունվարը—31 օր, Փետրվարը—28 օր և Մարտից 1 ամբողջ օր, որովհետև 2-դ օրը նա մեռել էր: Ուրեմն Քրիստոսի ծննդից մինչև նորա մեռնելը անցել էր ընդամենը 1860 տարի 60 օր: Քանի տարով և օրով վերջի ժամանակը աւելի լինի առաջի ժամանակից, նշանակում է այնքան տարի և օր ապրել է այն մարդը: Ուրեմն՝ այդ խնդիրը վճռելու համար պէտք է 1860 տարուց և 60 օրից դուրս գալ 1827 տարին և 139 օրը՝

տարի		օր
1860՝	+	60
—1827	+	139
32	+	287

Որովհետև չի կարելի 139 օրը դուրս գալ 60 օրից, ուստի պէտք է 1 տարին շինել օրեր. որովհետև մենք օրեր ենք շինում վերջի 1860-դ տարին, որ նահանջ է,

ուստի դորանից կ'ստանանք 366 օր, որ աւելացնելով ուննեցած 60 օրի վերայ, կ'լինի 426 օր, որից դուրս գալով 139 օրը, կ'ստանանք 287 օր։ Յետոյ 1827 տարին դուրս գալով մնացած 1859 տարուց, կստանանք 32 տարի։ Ուրեմն այն մարդը ապրել է 32 տարի և 287 օր։

Մի՛ւս օրինակ՝ Փոքր եղբայրը ծնվեց 1847 թուին սեպտեմբերի 8-ին և նա փոքր էր իւր մեծ եղբօրից 3 տարով և 185 օրով։ Ե՞րբ ծնվեց մեծ եղբայրը։

Այս խնդրի մէջ յայտնի է վերջի անդքի, այսինքն փոքր եղբօր ծնվելու ժամանակը և այն ժամանակը, որքանով որ փոքր եղբայրը փոքր է մեծից. այսինքն՝ յայտնի է այն ժամանակամիջոցը, որ անցել է փոքր եղբօր ծնվելուց մինչև մեծ եղբօր ծնվելը և պահանջվում է իմանալ նախընթաց անդքը. այսինքն՝ մեծ եղբօր ծնվելու ժամանակը։

Քրիստոսի ծննդից մինչև փոքր եղբօր ծնվելու օրը անցել է 1846 ամբողջ տարի և 1847-դ տարուց (որ հասարակ տարի է) անցել է Յունվարը—31 օր, Փետրվարը—28 օր, Մարտը—31 օր, Ապրիլը—30 օր, Մայիսը—31 օր, Յունիսը—30 օր, Յուլիսը—31 օր, Օգոստոսը—31 օր, Սեպտեմբերից—7 ամբողջ օր, որովհետև 8-դ օրն է ծնվել։ Ուրեմն Քրիստոսի ծննդից մինչև փոքր եղբօր ծնվելը անցել է 1846 տարի և 250 օր։ Իսկ Քրիստոսի ծննդից մինչև մեծ եղբօր ծնվելը 3 տարի և 185 օր պակաս է անցել։ Ուրեմն որ իմանանք թէ քանի՛ ժամանակ է անցել Քրիստոսի ծննդից մինչև մեծ եղբօր ծնվելը, պէտք է 3 տարին և 184 օրը դուրս գանք 1846 տարուց և 250 օրից։ Այդ անելով՝ կ'իմանանք որ մեծ եղբայրը ծնվել է այն ժամանակը, երբ Քրիստոսի ծննդից անցել է 1843 տարի և 65 օր։ Նշանակում է նա ծնվել է 1844 նահանջ թուին 66-դ օրում։ Դուրս գալով 65 օրից 31 օր Յունվարի համար, 29 օր Փետրվարի համար, էլի անցել է 5 օր Մարտից, ուրեմն նա ծնվել է 1844 թուին Մարտի 6-դ օրը։

Երրորդ օրինակ, ուր կան նոյնպէս ժամեր և րոպէներ։

Ճանապարհորդը դուրս եկաւ Անի քաղաքից Յունիսի 12-ին առաւօտեան 7 ժամին 35 րոպէին և հասաւ Ս. Էջմիածին Յունիսի 15-ին կէս օրից յետոյ 8 ժամին և 12 րոպէին։ Նա ճրքան ժամանակ էր ճանապարհին։

Յունիսի սկզբից մինչև ճանապարհ ընկնելը անցել էր 11 ամբողջ օր, 7 ժամ, 35 րոպէ. իսկ մինչև Ս. Էջմիածին հասնելը անցել էր 14 ամբողջ օր և 15-դ օրից անցել էր 12 ժամ մինչև կէս օրը և 8 ժամ 12 րոպէ կէս օրից յետոյ. նշանակում է մինչև Ս. Էջմիածին հասնելը Յունիսի սկզբից անցել էր 14 օր 20 ժամ 12 րոպէ։ Որքանով երկրորդ ժամանակը աւելի է առաջինից, այնքան ժամանակ ճանապարհորդը գտանվում էր ճանապարհին։ Պորա համար պէտք է 11 օր 7 ժամը 35 րոպէն դուրս գալ 14 օրից 20 ժամից և 12 րոպէից. այդ անելով՝ կ'ստանանք 3 օր 12 ժամ 37 րոպէ։

ՀԱՐՑԵՐ

Ինչպէս պէտք է շինել անուանական թուերի հանումն։

Ինչպէս պէտք է վարվել այն դիպուածում, երբ նուազելին հասարակ անուանական է, իսկ հանելին բարդ անուանական։

Ժամանակին վերաբերեալ ինչ տեսակ խնդիրներ են վճռվում հանումով։

ԲԱՐԴ ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՄԱՆ

26. Ուսումնարանի համար ամսէնը գնում էր 3 փութ,

28 գրվանքայ և 20 լոտ շաքար։ Ո՛րքան շաքար կ՚երթայ 9 ամսումը։

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է 3 փուտը, 28 գրվանքան և 20 լոտը կրկնել իրրև դումարելի 9 անգամ կամ նոյն է բազմապատկել 9-ի վերայ։ Որա համար պէտք է առանձին առանձին 9 անգամ կրկնել 20 լոտը, 28 գրվանքան և 3 փուտը՝

փուտ		գրվ.		լոտ.
3	+	28	+	20
			×	9
33	+	17	+	20

Կրկնելով 20 լոտը 9 անգամ, կ՚ստանանք 180 լոտ. գորանում կայ գրվանքայ. մենք գիտենք որ 32 լոտը 1 գրվանքայ կ՚լինի. ուրեմն 180-ի մէջ քանի անգամ լինի 32, այնքան էլ գրվանքայ կ՚լինի. ուրեմն պէտք է բաժանել 32-ի վերայ, կ՚ստանանք 5 գրվանքայ և էլի կ՚մնայ 20 լոտ, որ կ՚գրենք լոտերի տակը, իսկ 5 գրվանքան կ՚պահենք որ յետոյ գրվանքաներն էլ կրկնելով՝ նոցա վերայ աւելացնենք։ Յետոյ կասենք՝ 9 անգամ 28 գրվանքայ կ՚լինի 252 գրվանքայ. էլի ունէինք 5 գրվանքայ, կ՚լինի միասին 257 գրվանքայ. գորանում կայ փուտ։ Մի փուտը 40 գրվանքայ է, ուրեմն քանի անգամ 40-ը լինի 257-ի մէջ, այնքան էլ փուտ կ՚լինի. բաժանելով 257-ը 40-ի վերայ՝ կ՚ստանանք 6 փուտ և էլի կ՚մնայ 17 գրվանքայ, որ կ՚գրենք գրավանքաների տակը, իսկ 6 փուտը կ՚պահենք, որ յետոյ փուտերն էլ կրկնելով, վերան աւելացնենք։ Կասենք՝ 9 անգամ 3 փուտ կ՚լինի 27 փուտ, էլի ունէինք պահած 6 փուտ, միասին կ՚լինի 33 փուտ, որ կ՚գրենք փուտերի տակը։

Ուրեմն բոլոր արտագրեալը կ՚լինի՝ 33 փուտ, 17 գրվանքայ 20 լոտ։ Նշանակում է 9 ամսումը դուրս է գնում այդքան շաքար։

Ուրեմն՝ ասուածակաւ լինը հասարակ կոտորակ կոչվայ քանզիպատճէնը պէտք է յարատանէլու շարը քանզիպատճէլ ասացնէին, ինչպէս փորձ չունիկ, նէնք որնիկէ չափ քանզիպատճէնողս սպասած արտադրեալայ պատ՝ գայ աւելի մեծ չափ, պէտք է տարչնել մեծ չափ, նէնք ճշգրտ չինի գտել գծի ոաչը, նոյ չափը պահել և յետոյ աւելացնել նոյնպիսակ չափ վերայ, նրբ արանց և կրկնել նոյ և այսպէս շարունակել մինչև որ ի՚կրկնոյ բոլոր չափերը։

Որովհետև բազմապատկել նշանակում է տուած թիւը կրկնել մի քանի անգամ, այդ պատճառով բազմապատկիչը չէ կարող լինել անուանական թիւ։

Դիցուք տուած է այս տեսակ խնդիրը։

Գործարանի համար օրէնը գնում էր 2 փուտ 6 գրվանքայ ալիւր։ Որքան ալիւր կ՚երթայ 5 շաբաթումը և 3 օրում։

Այս խնդրի մէջ կարելի է առաջ իմանալ թէ որքան ալիւր կ՚երթայ 3 օրումը, յետոյ 1 շաբաթումը և ապա 5 շաբաթումը։ Բայց կարելի է աւելի հեշտութեամբ իմանալ հետևեալ կերպով. այն է 5 շաբաթը ևս դարձնել օրեր, որ կ՚լինի 5 անգամ 7 օր կամ 35 օր, 3 օր էլ ուրիշ ունենք, ընդամենը կ՚լինի 38 օր։ Յետոյ կասենք. եթէ որ օրէնը գնում է 2 փուտ 6 գրվանքայ, որքան կերթայ 38 օրումը։ Բազմատկելով՝ կ՚իմանանք որ կ՚երթայ՝

փ.		գ.
2	+	6
	×	38
81	+	28

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է բազմապատկել անուանական թուերը։
Ի՞նչ տեսակ թիւ պէտք է լինի բազմապատկիչը եւ ինչ պատճառով։

ԲԱՐԴ ԱՆՈՒԱՆԱԿԱՆ ԹՈՒԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

27. *Բարդ անուանական թուերի բաժանման ժամանակ կարող է պատահել երկու դիպուած. նախ՝ բարդ անուանական թիւը բաժանել նոյնատեսակ բարդ անուանական թուի վերայ, և երկրորդ՝ բարդ անուանական թիւը բաժանել վերացական թուի վերայ։*

Առաջին դիպուած։

Արհեստաւորը ունէր 4 փութ, 13 գրվանքայ և 8 լոտ պղինձ. դորանից նա շինեց կաթսաներ, որոնց իւրաքանչիւրի համար գնաց 5 գրվանքայ և 8 լոտ։ Քանի՞ կաթսայ դուրս եկաւ։

Որովհետև արհեստաւորը ունէր 4 փութ, 13 գրվանքայ և 8 լոտ պղինձ և իւրաքանչիւրը կաթսայի համար գնում է 5 գրվանքայ և 8 լոտ. նշանակում է քանի՞ անգամ որ 4 փութում, 13 գրվանքում և 8 լոտում լինի 5 գրվանքայ և 8 լոտ. այնքան էլ կաթսայ դուրս կ'գայ։ Ուրեմն՝ պէտք է 4 փութը, 13 գրվանքան և 8 լոտը բաժանել 5 գրվանքայի և 8 լոտի վերայ։ Իսկ այդ անելու համար հարկաւոր է ինչպէս բաժանելին, նոյնպէս և բաժանարարը վերածել համանուն չափերի. այն է՝ ամենափոքր չափի, որով հետև մեծ ամբողջ չափեր դարձնել անկարելի է։ Այդ անելով կ'ստանանք՝

փ.	գ.	լ.		գ.	լ.
4	+ 13	+ 8		5	+ 8
×40				×32	
160				160	
+13				+8	
173				168 լոտ	
×32					
346					
519					
5536		լ.		168 լ.	
+8		5 5 4,4,		33 կաթսայ.	
5544 լոտ		—5 0 4			
		5 0 4			
		—5 0 4			

Բաժանելին 5544 լոտ է, իսկ բաժանարարը 168 լոտ, որ միմեանց վերայ բաժանելով՝ կ'ստանանք 33. ուրեմն ունեցած պղնձից դուրս է եկել 33 կաթսայ։

Դորանից հետևում է, որ բարդ անուանական թիւը նոյնպէսի բարդ անուանական թուի վերայ բաժանելու համար, պէտք է ինչպէս բաժանելին, նոյնպէս և բաժանարարը վերածել ամենափոքր չափերի և յետոյ բաժանել սորոյած թուերը։

Վերոյիշեալ օրինակից մենք տեսանք, որ 5 գրվանքան, 8 լոտը պարունակվում է 4 փութում, 13 գրվանքայում և 8 լոտում 33 անգամ. այսինքն՝ անուանական թիւը անուանական թուի վերայ բաժանելիս քանորդը ցոյց է տալի թէ բաժանարարը քանի անգամ է մտնում բաժանելու մէջ, նշանակում է քանորդը լինում է անպատճառ վերացական թիւ։ Ուրեմն անուանական թիւը անուանական թուի վերայ բաժանելիս քանորդը ստացվում է վերացական թիւ։

Երկրորդ դիպուած։

Գործարանումը 23 մշակին օրէնը տալիս էին 2 փուտ, 2 գրվանքայ, 13 լոտ և 1 մսխալ ալիւր. որքան ալիւր կ'ընկնէր ամեն-մի մշակին։

Իմանալու համար թէ ամեն-մի մշակին որքան ալիւր կ'ընկնէր, պէտք է բոլոր ալիւրը՝ այն է 2 փուտը, 2 գրվանքան, 13 լոտը և 1 մսխալը՝ 23 հաւասար բաժին անել։

փուտ	գրվ.	լ.	մ.	23
2	+ 2	+ 13	+ 1	գ. լ. մ.
×40				3 + 18 + 2
80				
+ 2				
8'2				
—6 9				
13				
×32				
26				
39				
416				
+13				
4'2,9,				
—2 3				
199				
184				
15				
×3				
45				
+1				
46				
—46				
,,				

Առաջ 2 փուտը կ'բաժանենք 23-ի վերայ, բայց որովհետև ամեն-մի բաժինը չէ կարող փուտ լինել, ուստի 2 փուտը կ'դարձնենք գրվանքաներ։ 1 փուտը ունի 40 գրվանքայ, 2 փուտը կ'ունենայ 2 անգամ 40 կամ 80, էլի ունենք 2 գրվանքայ, ընդամենը կ'լինի 82 գրվանքայ, որ բաժանելով 23-ի վերայ՝ ամեն-մէկին կ'ընկնի 3 գրվանքայ, որ կ'գրենք քանորդում։ Եթէ մէկին կ'ընկնի 3 գրվանքայ, 23-ին կ'ընկնի 23 անգամ 3 գրվանքայ կամ 69 գրվանքայ, որ դուրս գալով 82 գրվանքայից, էլի կ'մնայ 13 գրվանքայ։ Այդ 13 գրվանքան կ'դարձնենք լոտեր։ 1 գրվանքան ունի 32 լոտ, 13 գրվանքան կ'ունենայ 13 անգամ 32 կամ 416 լոտ, էլի ունենք տուած 13 լոտ, ընդամենը կ'լինի 429 լոտ, որ բաժանելով 23-ի վերայ, ամեն-մէկին կ'ընկնի 18 լոտ, իսկ 23-ին՝ 23 անգամ 18 լոտ կամ 414 լոտ, որ դուրս գալով 429 լոտից, էլի կ'մնայ 15 լոտ։ Այդ 15 լոտը կ'դարձնենք մսխալ. 1 լոտն ունի 3 մսխալ, 15 լոտը կ'ունենայ 15 անգամ 3 մսխալ կամ 45 մսխալ, 1 մսխալ էլ տուած ունենք, ընդամենը կ'լինի 46 մսխալ, որ բաժանելով 23-ի վերայ, ամեն-մէկին կ'ընկնի 2 մսխալ։ Ուրեմն՝ ամեն-մի մշակին օրէնը կ'ընկնի 3 գրվանքայ, 18 լոտ, 2 մսխալ ալիւր։

Այդպէս էլ կարող ենք բաժանել օրինակ 106 արշինը 4 մարդի վերայ։

արշ.	4
10,6	26 արշ. + 8 վերշ.
—8	
26	
—24	
2	
×16	
32	
—32	
,,	

Առաջ կ՚բաժանենք արշինները, այդ անելով՝ ամեն-մէկին կ՚ընկնի 26 արշին և էլի կ՚մնայ 2 արշին. այդ 2 արշինն էլ կ՚դարձնենք վերշոկները, որ կ՚լինի 32 վերշոկ, բաժանելով դարձեալ 4-ի վերայ, ամեն-մէկին կ՚ընկնի 8 վերշոկ։ Ուրեմն՝ ընդամենը ամեն-մի մարդին կ՚ընկնի 26 արշին, 8 վերշոկ։

Ուրեմն՝ քարտ անուանական ինչը վերայական ևս քանանելու համար պէտք է առաջ քանանել ամենամեծ չափը, ետքը քանանելու յետոյ հայտարարը հայ, պէտք է այդ հայտարարը վերածել հետևեալ փոքր չափի և ետքը այդ փոքր չափերը հայ քանանելի ևս, այն ևս աւելցնել և ետքն քանանել և այդպէս շարունակել մինչև վերջը։

Երբ մենք 106 արշինը բաժանեցինք 4 մարդի վերայ, ամեն-մէկին ընկաւ 26 արշին 8 վերշոկ, այսինքն՝ ընկաւ անուանական թիւ։ Շատ պարզ է, որ ամեն անգամ, երբ անուանական թիւը բաժանենք վերացական թուի վերայ, միշտ կ՚ստանանք անուանական, բաւորում անուանականը մի քանի բաժին անելով, ամեն-մի բաժինը դարձեալ կ՚լինի անուանական։ Որովհետև քանորդը ցոյց է տալի բաժանելու մի մասը, ուստի երբ ամբողջը անուանական է, մասն էլ անուանական կ՚լինի։

Հ Ա Ր Ց Ե Ր

Ի՞նչպէս պէտք է բաժանումն կատարել այն դիպուածում, երբ բաժանելին և բաժանարարը նոյնատեսակ բարդ անուանական թուեր են։ Այդ դիպուածում քանորդը ինչ թիւ կ՚լինի։

Ի՞նչպէս պէտք է բաժանումն կատարել այն դիպուածում, երբ բաժանելին բարդ անուանական թիւ է, իսկ բաժանարարը վերացական թիւ։ Ի՞նչ թիւ կ՚լինի այդ դիպուածում քանորդը։

ԹՈՒԵՐԻ ՌԱՃԱՆԱԿԱՆՈՒԹԻՒՆԸ

28. Ամենայն թիւ բաժանվում է իւր բազմապատկէի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ՝ 2-ը բազմապատկած 3-ի վերայ, կ՚լինի 2×3 կամ 6. այդ 6-ը բաժանվում է առանց մնացորդի 3-ի վերայ, որովհետև 6-ը բաժանել 3-ի վերայ միևնոյն է թէ 2×3-ը բաժանել 3-ի վերայ. մենք էլ գիտենք որ բաժանելին, այսինքն 2-ը կրկնած 3 անգամ առնում է 6, ուրեմն 6-ի կամ 2×3-ի 3-դ մասը կ՚լինի 2. այսինքն՝ ամբողջ թիւ։

15-ը, որ է 5×3, բաժանվում է առանց մնացորդի 3-ի վերայ, որովհետև 15-ը ոչ այլ ինչ է, եթէ ոչ 5-ը կրկնած 3 անգամ, ուրեմն 15-ի 3-դ մասը կ՚լինի 5. այսինքն ամբողջ թիւ։

Եթէ արտադրեալը բաժանվում է առանց մնացորդի որ և իցէ թուի վերայ, նշանակում է այդ թիւը արտադրիչներից մինն է։ Այսպէս օրինակ՝ եթէ 30-ը բաժանվում է առանց մնացորդի 5-ի վերայ, նշանակում է 30-ը հաւասար է 5-ին բազմապատկած որևիցէ ամբողջ թուի վերայ. որովհետև 30-ը բաժանվում է 5 հաւասար մասը և այդ բոլոր 5 հաւասար մասները միասին պէտք է հաւասար լինեն 30-ին, այսինքն 5-ը բազմապատկած ամբողջի վերայ պէտք է հաւասար լինի 30-ին։

Եթէ բոլոր գումարելիքը առանձին բաժանվում են որևիցէ թուի վերայ առանց մնացորդի, նոցա գումարը ևս կ՚բաժանվի այդ թուի վերայ առանց մնացորդի։ Այսպէս օրինակ՝ 6-ը, 9-ը, 15-ը առանձին առանձին բաժանվում են 3-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է նոցա գումարը ևս, որ է 6+9+15=30, կ՚բաժանվի 3-ի վերայ առանց մնացորդի։ Որովհետև 6-ը բաժանվելով 3-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է բաղկանում է 3-իցը կրկնած մի

քանի ամբողջ անգամ. նոյնպէս և 9-ը ու 15-ը բաժանվելով 3-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է բաղկանում են 3-ից կրկնած նոյնպէս մի քանի ամբողջ անգամ։ Դոցա՝ գումարն էլ, որ է 30, բաղկացած է 6+9+15-ից, որ նոյն է 3-ից կրկնած մի քանի ամբողջ անգամ, կամ հաւասար է 3-ին բազմապատկած որևիցէ ամբողջ թուի վերայ, նշանակում է դա կ՚բաժանվի 3-ի վերայ առանց մնացորդի։

Եթէ բազմապատկիչներից մինը բաժանվում է որևիցէ թուի վերայ առանց մնացորդի, այն ժամանակը արտադրեալը ևս կ՚բաժանվի այդ թուի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ՝ եթէ տուած է 6×5-ի վերայ և 6-ը բաժանվում է 2-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է նոյնպէս 6×5-ը կամ 30-ը կ՚բաժանվի 2-ի վերայ առանց մնացորդի. որովհետև եթէ 6-ը բաժանվում է առանց մնացորդի 2-ի վերայ, նշանակում է 2-ը 6-ի բազմապատկիչներից մինն է. այսինքն 6=2×3, ուրեմն մեզ տուած արտադրեալը կ՚լինի 2×3×5, իսկ այդ թիւը բաժանվում է առանց մնացորդի նոյն 2-ի վերայ, որովհետև 2-ը այդ թուի բազմապատկիչներից մինն է։

Այն թուերը, որոնք առանց մնացորդի բաժանվում են միայն 1-ի և իւրեանց վերայ, իսկ ուրիշ թուերի վերայ չեն բաժանվում, կոչվում են պարզ թուեր, օրինակ՝ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, և այլն։

Եթէ երկու կամ մի քանի թուեր բացի 1-ից չունեին ընդհանուր բաժանարարներ, կոչվում են փոխադարձ պարզ թուեր։ Օրինակ՝ 6 և 5; 8 և 9; 25 և 16; 4 և 7 և այլն։

Այն թիւը, որ բացի 1-ից բաժանվում է ուրիշ որևիցէ թուի վերայ առանց մնացորդի, կոչվում է բաղադրեալ թիւ։ Օրինակ՝ 4=2×2; 6=2×3, 15=3×5։ Սորանից հետևում է

որ բարդ թիւը միշտ բաղկանում է երկու կամ մի քանի բազմապատկիչների արտադրեալից։

Պարզ թուերը գտնում են հետևեալ կերպով. դիցուք ունենք բնական ամբողջ թուերը՝ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, և այլն։ Այդ թուերի մէջ գտնվող պարզ թուերը չ՚պէտք է բաժանվեն առանց մնացորդի 2-ի, 3-ի, 5-ի, 7-ի, 11-ի վերայ և այլն։

Ուրեմն այն թուերը, որոնք բաժանվում են 2-ի վերայ, նոքա բարդ են և նոցա պէտք է չնչել։ Մենք այդ նպատակին կ՚հասնենք, եթէ 2-ից սկսած չնչենք մինու մէջ գտանվող թուերը։ Յետոյ պէտք է չնչել այն թուերը, որոնք բաժանվում են 3-ի վերայ, այդ նպատակին էլ կը հասնենք, եթէ 3-ից սկսած չնչենք երկուսումէջ գտնվող թուերը։ Յետոյ պէտք է չնչել 5-ի վերայ բաժանվող բարդ թուերը. դորա համար պէտք է չնչել 5-ից սկսած չորսու մէջ գտանվող թուերը և այլն, մնացած թուերը կ՚լինի պարզ թուեր։

Այն թուերը, որոնք բաժանվում են 2-ի վերայ առանց մնացորդի, կոչվում են զոյգ թուեր. օրինակ՝ 2, 4, 6, 8, 10, և այլն։ Իսկ այն թուերը, որոնք չեն բաժանվում 2-ի վերայ առանց մնացորդի, կոչվում են կենտ թուեր. օրինակ՝ 3, 5, 7 և այլն։

ԱՆՄՆԱՑՈՐԴ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՆՇԱՆԱՑՈՑՆԵՐԸ

29. Այն թուերը, որոնց միաւորը զոյգ է կամ զերօ է, բաժանվում են 2-ի վերայ առանց մնացորդի։

Մենք գիտենք, որ ամենայն թուի տասնաւորը միշտ բաժանվում է 2-ի վերայ առանց մնացորդի, որովհետև 10=2×5։ Եթէ որ մի տասնաւորը բաժանվում է 2-ի վերայ,

նշանակում է քանի տասնաւոր որ լինի՝ դարձեալ կ'բաժանվի 2-ի վերայ։ Որովհետև հարիւրաւորն էլ 10 տասնաւոր է, ուրեմն նա էլ կ'բաժանվի 2-ի վերայ առանց մնացորդի։ Եթէ մի հարիւրաւորը բաժանվում է 2-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է 10 հարիւրաւորը, այսինքն հազարաւորը ևս կ'բաժանվի 2-ի վերայ։ Նոյնպէս կ'բաժանվին 2-ի վերայ 10 հազարաւորը, հարիւր հազարաւորը և այլն։ Ուրեմն պէտք է ուշադրութիւն դարձնել միայն միաւորների վերայ. միաւորներից էլ միայն նոքա են բաժանում 2-ի վերայ, որոնք զոյգ են. օրինակ՝ 2, 4, 6, 8 կամ 0։ Օրինակ՝ 1870, 192, 84, 916, 328, 152 և այլն։

Այն թուերը, որոնց միաւորը զերօ է կամ 5, միշտ բաժանվում են 5-ի վերայ առանց մնացորդի։ Այդ պարզ երևում է նորանից, որ մի տասնաւորը միշտ բաժանվում է 5-ի վերայ առանց մնացորդի, ուրեմն քանի տասնաւոր որ լինի, նա ևս կ'բաժանվի 5-ի վերայ առանց մնացորդի. նոյնպէս բաժանվում են հարիւրաւորները, հազարաւորներն և այլն։ Իսկ միաւորներից 5-ի վերայ բաժանվում է առանց մնացորդի միայն 5-ը։ Երբ միաւորի տեղը լինում է զերօ, նշանակում է թիւը բաղկացած է լինում տասնաւորներից, հարիւրաւորներից և այլն, որոնք միշտ բաժանվում են 5-ի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ՝ 160, 210, 935, 115, 1070, 365 և այլն։

Այն թուերն են բաժանվում առանց մնացորդի 3-ի վերայ, որոնց թուանշանների գումարը բաժանվում է 3-ի վերայ առանց մնացորդի։

Այսպէս օրինակ՝ եթէ կամենում ենք իմանալ թէ 576-ը բաժանվում է 3-ի վերայ առանց մնացորդի թէ ոչ, պէտք

է թուանշանների գումարը՝ այն է 5+7+6=18, բաժանենք 3-ի վերայ. եթէ դա բաժանվի 3-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է ըոլոր թիւն էլ կ'բաժանվի 3-ի վերայ առանց մնացորդի։ Այդ բանը կարող ենք բացատրել հետևեալ կերպով։ Տուած թիւը—576-ը բաղկացած է 5 հարիւրաւորից, 7 տասնաւորից և 6 միաւորից։ Եթէ մենք 1 հարիւրաւորը բաժանենք 3-ի վերայ. 3-ը կ'մտնի 100-ի մէջ 33 անգամ և կ'մնայ մնացորդ 1. եթէ 5 հարիւրաւորը առանձին առանձին բաժանենք 3-ի վերայ, ամեն-մի հարիւրից կ'մնայ 1. իսկ 5 հարիւրից կ'մնայ 5։ Նոյնպէս 1 տասնաւորը բաժանելով 3-ի վերայ, 3-ը կ'մտնի 1 տասնի մէջ 3 անգամ և մնացորդ կ'մնայ 1. ուրեմն եթէ 7 տասնաւորը առանձին առանձին բաժանենք 3-ի վերայ, կ'ստանանք մնացորդ ամեն-մի տասնից 1. ընդամենը 7-ը։ Սորանից երևում է որ 3-ի վերայ առանձին բաժանելով հարիւրաւորները, մնացորդ ստանում ենք այնքան հատ, որքան հարիւրաւոր կայ թուումը։ Նոյնպէս առանձին բաժանելով 3-ի վերայ տասնաւորները, մնացորդ ստանում ենք այնքան հատ, որքան տասնաւոր կայ. գոյա վերայ աւելացնելով և 6 միաւորը, ընդամենը մնացորդը կ'մնայ տուած թուից 5+7+6=18։ Եթէ այդ մնացորդների գումարն էլ բաժանվի 3-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է առանց բաժանվելու ոչինչ չէ մնում, ուրեմն ըոլոր թիւը բաժանվում է 3-ի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ՝ 174, 11211, 921 և այլն։

Վերոյիշեալ երեք պարզ թուերի վերայ բաժանվելու նշանացոյցները առանձին ուշադրութեան արժանի են։ Պոքա մեծ դեր են խաղում բարդ թուերի արտադրիչների լուծելում և կոտորակների կրճատելում։

Այն թուերն են բաժանվում 9-ի վերայ առանց մնացորդի, որոնց թուանշանների գումարը բաժանվում է 9-ի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ՝ 4185-ը կ'բաժանվի առանց մնացորդի 9-ի վերայ, եթէ որ 4+1+8+5=18-ը բաժանվի 9-ի վերայ առանց մնացորդի։ Այդ թիւը բաղկացած է 4 հազարաւորից, 1 հարիւրաւորից, 8 տասնաւորից և 5 միաւորից։ Եթէ 4 հազարաւորը բաժանենք 9-ի վերայ, մնացորդ կ'մնայ 4 հատ. 1 հարիւրաւորը բաժանելով 9-ի վերայ, մնացորդ կ'մնայ 1 հատ. 8 տասնաւորը բաժանելով 9-ի վերայ, մնացորդ կ'մնայ 8 հատ. էլի ունենք 5 միաւոր. ուրեմն ընդամենը մնացորդ կ'մայ 4+1+8+5, այսինքն՝ կ'մնայ թուանշանների գումարը։ Եթէ այդ գումարը բաժանվի 9-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է բոլոր թիւն էլ կ'բաժանվի 9 վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ՝ 3087, 117, 3114, 81171 և այլն։

Դորա մանրամասն բացատրութիւնը բոլորովին այնպէս է, ինչպէս 3-ի համար։

Համառօտութեան համար փոխանակ թուանշանների գումարը 3-ի կամ 9-ի վերայ բաժանելու, կարող ենք թուանշաններից երեք-երեք կամ ինը-ինը դուրս գալ, եթէ ուղիղ երեքներ կամ իններ դուրս գան, կ'նշանակի կ'բաժանվին, եթէ մնացորդ մնայ կ'նշանակի չեն բաժանվիլ։

Այն թուերն են բաժանվում 4-ի վերայ առանց մնացորդի, որոնց տասնաւորը միաւորի հետ միասին բաժանվում է 4-ի վերայ։ Որովհետև 1 հարիւրաւորը միշտ բաժանվում է 4-ի վերայ առանց մնացորդի և 4-ը կայ 100-ի մէջ 25 անգամ. ուրեմն քանի հարիւր որ լինի նոյնպէս կ'բաժանվի 4-ի վերայ առանց մնացորդի։ Որովհետև հազարաւորն էլ 10 հարիւր է, ուրեմն նա էլ կ'բաժանվի. նոյնպէս կ'բաժանվի 10 հազարաւորը և այլն։ Մնում են տասնաւորները և միաւորները, եթէ դոքա էլ միասին բաժանվում են 4-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է բոլոր թիւը բաժանվում է 4-ի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ՝ 148, 316, 7192, 8156, 924 և այլն։

Այն թուերն են բաժանվում 8-ի վերայ առանց մնացորդի, որոնց հարիւրաւորը, տասնաւորը և միաւորը միասին բաժանվում են 8-ի վերայ առանց մնացորդի։ Հազարաւորը միշտ բաժանվում է 8-ի վերայ առանց մնացորդի և 8-ը մտնում է 1000-ի մէջ ուղիղ 125 անգամ. ուրեմն քանի հազարաւոր որ լինի, միշտ կ'բաժանվի 8-ի վերայ առանց մնացորդի. նոյնպէս կ'բաժանվին 10-հազարաւորները, 100-հազարաւորները և այլն։ Մնում են ուրեմն հարիւրաւորները, տասնաւորները և միաւորները, եթէ դոքա էլ միասին բաժանվին 8-ի վերայ առանց մնացորդի, նշանակում է բոլոր թիւը կ'բաժանվի 8-ի վերայ առանց մնացորդի։ Օրինակ՝ 8216, 91584, 2136 և այլն։

Այն թուերն են բաժանվում 6-ի վերայ առանց մնացորդի, որոնք միևնոյն ժամանակ բաժանվում են 2-ի և 3-ի վերայ։ Ուրեմն այն թուերն են բաժանվում 6-ի վերայ, որոնք զոյգ են և որոնց թուանշանների գումարը բաժանվում է 3-ի վերայ առանց մնացորդի, որովհետև այն թուերը, որոնք բաժանվում են 2-ի և 3-ի վերայ, պէտք է բաժանվին և 6-ի վերայ առանց մնացորդի, ըստորում 6=2. 3։ Օրինակ՝ 240, 312, 174 և այլն։

7-ի վերայ բաժանման նշանացոյցը գտնելը գործնականապէս այնքան դժուար է, որ աւելի հեշտ է տուած թիւը բաժանել 7-ի վերայ և այնպէս իմանալ բաժանվում է թէ ոչ։

Որովհետև ամենայն թիւ 10-ի վերայ բազմապատկելիս մի զերօ է աւելանում թուի վերայ, ուստի դորանից հետևում է որ ամեն թիւ, որ վերջանում է մի զերօյով, բաժանվում է 10-ի վերայ առանց մնացորդի։ Նոյնպէս դժուար չէ համոզուել որ եթէ թիւը վերջանում է երկու զերօյով, կ'բաժանվի առանց մնացորդի 100-ի վերայ և այլն։ Օրինակ՝ 180, 7200, 820, 4320, 6300 և այլն։

Մենք գիտենք որ ամենայն թիւ բաժանվում է իւր բազմապատկչի վերայ առանց մնացորդի. դորանից հետևում է որ եթէ որևիցէ թիւ բաժանվում է օրինակ՝ 2-ի և 5-ի վերայ, նշանակում է 2-ը և 5-ը նորա բազմապատկիչներն են, ուրեմն կ'բաժանվի առանց մնացորդի 2-ի և 5-ի վերայ կամ 2×5-ի վերայ։ Նոյնպէս եթէ որևիցէ թիւ բաժանվի առանց մնացորդի 3-ի և 5-ի վերայ, նա կ'բաժանվի նոյնպէս 3×5-ի կամ 15-ի վերայ և այլն։

ԲԱՐԴ ԹՈՒԵՐԻ ԼՈՒԾԵԼԸ ՊԱՐԶ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿԻՉՆԵՐԻ

30. Դիցուք տուած է 3780-ը լուծել պարզ բազմապատկիչների։ Այդ նշանակում է պէտք է գտնել այնպիսի պարզ թուեր, որոնց արտադրեալը հաւասար լինի 3780-ին։ Մենք գիտենք որ ամենայն թիւ բաժանվում է իւր բազմապատկիչների վերայ առանց մնացորդի։ Ուրեմն՝ գտնել 3780-ի պարզ բազմապատկիչները միևնոյն է թէ գտնել այնպիսի պարզ թուեր, որոնց վերայ 3780-ը բաժանվում է առանց մնացորդի կամ գտնել 3780-ի պարզ բաժանարարները։ Աւելի յարմար է առաջ գտնել տուած թուի ամենափոքր բաժանարարը, յետոյ գտնել մեծերը կարգով. օրինակ՝ առաջ գտնել 2-ը, յետոյ 3-ը, յետոյ 5-ը և այլն։ Պէտք է նկատել որ այդպէս գտնելիս քոլոր բաժանարարները կ'լինեն պարզ թուեր, որովհետև դիցուք օրինակ տուած թիւը ունի բարդ

բաժանարար 6-ը, նշանակում է նա ունի և պարզ բաժանարարները 2-ը և 3-ը, որոնք 6-ից առաջ են գտանվում։

Տուած թուի պարզ բաժանարարները գտնելու համար հարկաւոր է իմանալ թէ ինչ պարզ թուի վերայ է բաժանվում և քանի անգամ բաժանել։ Պարզ բաժանարարը գըտնելիս մեծ օգնութիւն են անում անմնացորդ բաժանման նշանացոյցները. այսպէս օրինակ՝ նշանացոյցներով իմանում ենք թէ տուած թիւը բաժանվում է արդեօք 2-ի վերայ առանց մնացորդի, թէ ոչ։ Եթէ բաժանվում է, բաժանում ենք. ստացած քանորդը եթէ կրկին բաժանվում է 2-ի վերայ առանց մնացորդի. դարձեալ բաժանում ենք և այդպէս շարունակում ենք մինչև որ այլ ևս չէ բաժանվում 2-ի վերայ։ Յետոյ նոյն կարգով բաժանում են 3-ի, 5-ի վերայ և այլն։

Այսպէս օրինակ՝ 3780-ը բաժանվում է 2-ի վերայ առանց մնացորդի. բաժանելով՝ կ'ստանանք քանորդը 1890. դա դարձեալ բաժանվում է 2-ի վերայ, բաժանելով կ'ստանանք քանորդը 945։ Դա այլ ևս չէ բաժանվում 2-ի վերայ, այլ բաժանվում է 3-ի վերայ. բաժանելով՝ կ'ստանանք քանորդը 315, դորան դարձեալ բաժանելով 3-ի վերայ, կ'ստանանք 105, որ կրկին բաժանելով 3-ի վերայ, կ'ստանանք 35. որ այլ ևս չէ բաժանվում 3-ի վերայ, այլ բաժանվում է 5-ի վերայ. բաժանելով՝ կ'ստանանք քանորդը 7-ը, որ բաժանվում է 7-ի վերայ։ Ուրեմն՝ 3780-ի պարզ բազմապատկիչները կամ բաժանարարները են՝ 2, 2, 3, 3, 3, 5, 7։

Համառօտութեան համար այդ գործողութիւնը դասաւորում են հետևեալ կերպով՝

3780	2
1890	2
945	3
315	3

105	3
35	5
7	7

Գրում են առաջ տուած բարդ թիւը, մեր օրինակում 3780-ը. յետոյ նորանից աջ գիծ են քաշում, ինչպէս ցոյց տուած է, որից դէպի աջ գրում են պարզ բաժանարարները, իսկ դէպի ձախ տուած թուի տակը կարգով գրում են ստացած քանորդները:

Մի՛ւս օրինակ. գտնել 210-ի բաժանարարները:

210	2
105	3
35	5
7	7

Այժմ ապացուցանենք որ ամենայն բարդ թիւ հաւասար է իւր պարզ բաժանարարների արտադրեալին: Մեր վերջին օրինակում մենք 35-ը, որ գտանվում է ներքևից երկրորդ տողում, 5 բաժին արինք և ամեն-մի բաժինը դուրս եկաւ 7-ը, ուրեմն 35-ը հաւասար է 5×7-ին: Նոյնպէս դորանից վերը գտանվող 105-ը 3 բաժին արինք և ամեն-մի բաժինը դուրս եկաւ 35. ուրեմն 105-ը հաւասար է 3 անգամ 35-ին, որ մեւնոյն է 3 անգամ 5×7-ին կամ $3\times5\times7$: Դորանից էլ վերը գտանվող 210-ը 2 բաժին արինք, ամեն-մի բաժինը դուրս եկաւ 105, ուրեմն 210-ը հաւասար է 2 անգամ 105-ին, որ մեւնոյն է 2 անգամ $3\times5\times7$-ին կամ $2\times3\times5\times7$: Ուրեմն դուրս եկաւ որ 210-ը բարդ թիւը հաւասար է իւր պարզ բաժանարարների արտադրեալին, որ է $2\times3\times5\times7$:

Օրինակներ՝ 180, 240, 720, 450, 1350 և այլն:

ԱՄԵՆԱՓՈՔՐ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԲԱԶՄԱՊԱՏԻԿ ԹԻԻ

31. Եթէ ունենք դիցուք 15, որ բաժանվում է առանց մնացորդի 3-ի վերայ, այն ժամանակը 15-ը կոչվում է 3-ի բազմապատիկը, որովհետև 15-ը հաւասար է 3-ին բազմապատկած ամբողջ թուի վերայ, մեր օրինակում, 5-ի վերայ: Որովհետև 15-ը բացի 3-ից բաժանվում է առանց մնացորդի նոյնպէս 5-ի վերայ, ուրեմն նա 3-ի և 5-ի բազմապատիկն է: Առհասարակ ցիսանի լուի բազմապատիկը կոչվում է այն ևիւ-ը, որ ամենց ճնացորդի բաժանվում է ամենչին ամենչին այդ լուիերի վերայ: Օրինակ 2-ի, 4-ի, 5-ի, 3-ի, 10-ի, 30-ի, 15-ի, 6-ի, 20-ի բազմապատիկը է 60-ը. որովհետև դա բաժանվում է այդ բոլոր թուերի վերայ առանց մնացորդի:

Դիցուք տուած է գտնել 4-ի, 6-ի, 3-ի բազմապատիկը կամ բաժանելին: Դոցա բազմապատիկը կ'լինի դոցա արտադրեալը, որ է $4\times6\times3=72$, նոյնպէս կ'լինի 72-ը բազմապատկած որևիցէ ամբողջ թուի վերայ, օրինակ 72×2, 72×3, 72×4, 72×5 և այլն:

Ուրեմն տուած թուերի համար կարելի է գտնել շատ բազմապատիկներ: Բայց մեծ մասամբ հարկաւոր է լինում գտնել տուած թուերի ամենափոքր բազմապատիկը կամ բաժանելին: Այդպէս օրինակ 4-ի, 6-ի, 3-ի ամենափոքր բազմապատիկը չէ 72-ը, այլ 12-ը, որովհետև դա բաժանվում է առանց մնացորդի այդ բոլոր թուերի վերայ: Այժմ տեսնենք ինչպէս պէտք է գտնել օրինակ՝ 4-ի, 6-ի, 3-ի ամենափոքր բազմապատիկը: Դոցա բազմապատիկը պէտք է պարունակի իւր մէջ միայն 4-ի, 6-ի, 3-ի բազմապատկիչները ոչ աւելի այն թուից, որքան հարկաւոր է, որ նա բաժանվի առանց մնացորդի այդ տուած թուերի վերայ: Թէպէտ $4\times6\times3=72$-ի մէջ պարունակվում են միայն 4-ի, 6-ի, 3-ի բազմապատկիչները, բայց նորքա պարունակվում են աւելի թուով, քան թէ որքան հարկաւոր է անմնացորդ բաժանվելու համար. օրի-

նակ 2-ը պարունակվում է նորա մէջ 3 անգամ, այն ինչ անմնացորդ բաժանվելու համար բաւական է, որ 2-ը պարունակվի նորա մէջ միայն 2 անգամ, որովհետև 2-ը տուած թուերից ոչ մէկի մէջ 2 անգամից աւելի չ'կայ։ Նոյնպէս 3-ը պարունակվում է 2 անգամ, այն ինչ բաւական է, որ 3-ը մանի այդ թուի մէջ միայն մի անգամ, որովհետև տուած թուերից ոչ մինը չէ պարունակում իւր մէջ 3-ը մի անգամից աւելի։ Դորանից երևում է, որ տուած թուերի ամենափոքր բազմապատիկը գտնելու համար, հարկաւոր է առաջ գտնել այդ թուերի բազմապատկիչները։ Ուրեմն պէտք է տուած թուերը լուծել բազմապատկիչների։ Մեր օրինակում լուծելով տուած թուերը, կ'ստանանք՝

4=2×2
6=2×3
3=3

Ամենափոքր բաժանելին պէտք է առանց մնացորդի բաժանվի 4-ի վերայ, ուրեմն նա պէտք է իւր մէջ պարունակի 4-ի բազմապատկիչները, այսինքն 2-ը և 2-ը. որպէս զի ամենափոքր բազմապատիկը բաժանվի նոյնպէս 6-ի վերայ, հարկաւոր է որ նա պարունակի իւր մէջ նոյնպէս 6-ի բազմապատկիչները. այսինքն 6-ը և 3-ը. 4-ի բազմապատկիչները իւրեանց մէջ արդէն պարունակում են 2-ը, ուրեմն եթէ նորա մէջ լինի միայն 3-ը, այն ժամանակը նա կ'բաժանվի առանց մնացորդի և 6-ի վերայ և ստացած թիւը կ'լինի 2×2×3։ Ամենափոքր բազմապատիկը պէտք է նոյնպէս առանց մնացորդի բաժանվի և 3-ի վերայ. դորա համար հարկաւոր է, որ 3-ը պարունակվի նորա մէջ 1 անգամ. բայց 3-ը արդէն կայ մեր գտած թուի մէջ 1 անգամ։ Ուրեմն 4-ի, 6-ի, 3-ի ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին կ'լինի 2×2×3=12-ը։ Պարզ երևում է որ դա ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին է, որովհետև եթէ դորանից որևիցէ բազմապատկիչ պակասացնենք, նա այլ ևս չի բաժանվիլ բոլոր տուած թուերի վերայ։

Մի՛ս օրինակ. գտնել 18-ի, 15-ի, 9-ի, 14-ի ամենափոքր բազմապատիկը կամ բաժանելին։ Դորա համար տուած թուերը կ'լուծենք բազմապատկիչների.

18=2×3×3
15=3×5
9=3×3
14=2×7

Ամենափոքր բազմապատիկը 18-ի վերայ առանց մնացորդի բաժանվելու համար, պէտք է պարունակի իւր մէջ 18-ի բազմապատկիչները, այն է 2×3×3, իսկ որպէս զի նա բաժանվի առանց մնացորդի նոյնպէս 15-ի վերայ, հարկաւոր է որ նա պարունակի իւր մէջ նոյնպէս 15-ի բազմապատկիչները. այսինքն՝ 3×5, բայց որովհետև 2×3×3-ի մէջ արդէն կայ 3, ուրեմն պէտք է պարունակի էլի 5-ը. այսինքն ընդամենը 2×3×3×5։ Ամենափոքր բազմապատիկը 9-ի վերայ և առանց մնացորդի բաժանվելու համար, հարկաւոր է որ իւր մէջ պարունակի 9-ի բազմապատկիչները, այն է 3×3, բայց մեր գտած թիւը արդէն պարունակում է իւր մէջ 3×3-ը, ուրեմն նա կ'բաժանվի նոյնպէս 9-ի վերայ առանց մնացորդի։ Որովհետև տուած թուերի ամենափոքր բազմապատիկը պէտք է բաժանվի նոյնպէս 14-ի վերայ, ուրեմն նա պէտք է պարունակի իւր մէջ 14-ի բազմապատկիչները, այն է 2×7-ը, որովհետև գտած թուի մէջ արդէն կայ 2-ը, ուրեմն նա պէտք է պարունակի իւր մէջ նոյնպէս 7-ը։ Ուրեմն տուած թուերի ամենափոքր բազմապատիկը կ'լինի 2.3.3.5.7. կամ 630։

Այս օրինակում տուած թուերից 9-ը պարունակում է իւր մէջ նոյն բազմապատկիչները, որոնք պարունակվում են 18-ի բազմապատկիչների մէջ. նշանակում է 18-ը կ'բաժանվի առանց մնացորդի 9-ի վերայ։ Բացի դորանից ամենայն թիւ, որ բաժանվում է 18-ի վերայ առանց մնացորդի, կը բաժանվի և 9-ի վերայ, որովհետև պարունակում է իւր մէջ 9-ը իբրև բազմապատկիչ։ Դորանից երևում է, որ տուած թուերի ամենափոքր բազմապատիկը գտնելիս կարելի է 9-ը թողնել առանց ուշադրութեան, որովհետև նորա

բազմապատկիչները արդէն մտնում են 18-ի բազմապատկիչների մէջ։ Ուրեմն ամենափոքր բաժանելին գտնելու ժամանակ, եթէ տուած թուերից կան այնպիսիքը, որոնք պարունակվում են միւսների մէջ ամբողջ անգամ, կարելի է դոցա թողնել առանց ուշադրութեան և գտնել մնացած տուած թուերի ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին։

Գործառնութեան ժամանակ ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին գտնելիս՝ կարելի է վարվել հետևեալ կերպով։

Դիցուք թէ տուած է գտնել հետևեալ թուերի ամենափոքր բաժանելին՝ 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 20, 15։

1)	2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 20, 15	2
2)	4 , 6, 9, 10, 15	2
3)	2 , 3, 9, 5, 15	3
4)	2 , 3 , 5	

Տուած թուերից 2, 3, 4, 6, 9 կարելի է թողնել առանց ուշադրութեան, որովհետև նոքա արդէն պարունակվում են միւս թուերի մէջ։ Տուած թուերից մի քանիսը ունեն ընդհանուր բաժանարար 2-ը, որի վերայ բաժանելով, կ՚ստանանք երկրորդ կարգը 4, 6, 9, 10, 15։ Այդ կարգի թուերի արտադրեալը բազմապատկած 2-ի վերայ, կը բաժանվի առանց մնացորդի առաջին կարգի թուերի վերայ, որովհետև պարունակում է իւր մէջ միևնոյն բազմապատկիչները։ Երկրորդ կարգի թուերից մի քանիսը դարձեալ ունեն ընդհանուր բաժանարար 2-ը, որի վերայ բաժանելով՝ կ՚ստանանք՝ 2, 3, 9, 5, 15, որոնցից կարող ենք առանց ուշադրութեան թողնել 3-ը և 5-ը, որովհետև 3-ը պարունակվում է ամբողջապես 9-ի մէջ, իսկ 5-ը 15-ի մէջ։ Այդ երկրորդ կարգի թուերի արտադրեալը բազմապատկած 2×2-ի վերայ կ՚բաժանվի առանց մնացորդի առաջին կարգի թուերի վերայ, որովհետև պարունակում է իւր մէջ միևնոյն բազմապատկիչները։ Երրորդ կարգի թուերից երկուսը ունեն ընդհանուր բաժանարար 3-ը, բաժանելով կ՚ստանանք՝ 2, 3,

5։ Այդ թուերի արտադրեալը բազմապատկած 2×2×3 վերայ, այսինքն՝ 2×3×5×3×2×2=360 կ՚բաժանվի առանց մնացորդի առաջին կարգի թուերի վերայ, որովհետև պարունակում է իւր մէջ նոյն թուերի բազմապատկիչները։

Դիցուք տուած է գտնելու 7-ի, 13-ի, 5-ի, 11-ի ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին։ Վարվելով առաջվայ պէս, տեսնում ենք, որ դոցա ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին է 7×13×5×11=5005։

Ուրեմն տուած թուերը փոխադարձ պարզ թուեր են. այսինքն ոչ մի քանիսը չունին ընդհանուր բաժանարար, այն ժամանակը նոցա ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին կ՚լինի իւրեանց արտադրեալը։

Գտնել հետևեալ թուերի ամենափոքր ընդհանուր բաժանելիները՝

5 , 7 , 8
7 , 11 , 10
7 , 23, 15 , 4
և այլն։

ԵՐԿՈՒ ԹՈՒԻ ԱՄԵՆԱՄԵԾ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԲԱԺԱՆԱՐԱՐԸ

Որ և իցէ երկու թուի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը կոչվում է այն ամենամեծ թիւը, որ առանց մնացորդի բաժանում է այդ տուած թուերին։

Դիցուք տուած է գտնելու 18-ի և 24-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը։ Այդ ընդհանուր բաժանարարը պէտք է լինի միևնոյն ժամանակ և նոցա ամենամեծ ընդհանուր բազմապատկիչը։ Որեմն այդ թուերը լուծելով բազմապատկիչների կ՚գտնենք որ՝

18=2.3.3
34=2.2.2.3

Սորանից երևում է որ ամենամեծ ընդհանուր բազմապատկիչն է 2.3=6-ը, որովհետև դա է ընդհանուր բազմապատկիչների ամենամեծ արտադրեալը։

Այս եղանակով երկու թուի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարների գտնելը յարմար չէ, որովհետև միշտ հեշտ չէ լինում տուած թուերը լուծել պարզ բաժանարարների։ Առհասարակ երկու տուած թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը գտնելու համար վարվում են հետևաբար բաժանմամբ, որ կատարվում է հետևեալ կերպով։

Դիցուք տուած է գտնել 345-ի և 391-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը։

```
391 | 345
-345 | 1
 345 | 46
-322 | 7
  46 | 23
 -46 | 2
```

Ի հարկէ այդ տուած թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը չէ կարող 345-իցը մեծ լինել, այլապես 345-ը չէ կարող բաժանվիլ այդ բաժանարարի վերայ առանց մնացորդի։ Տեսնենք չէ կարող արդեօք նոյն իսկ տուած թուերիցը փոքրը այն է 345-ը լինել ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար։ Դա իւր վերայ բաժանվում է. եթէ 391 էլ բաժանվի դորա վերայ առանց մնացորդի, կ'նշանակի դա կը լինի այդ երկու թուի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը։ 391-ը բաժանելով 345-ի վերայ, տեսնում ենք որ մնում է մնացորդ 46. ուրեմն 345-ը չէ կարող տուած թուերի ընդհանուր բաժանարար լինել։ Ուրեմն ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը պէտք է 345-իցը փոքր լինի։

Այժմ տեսնենք թէ ինչ թուից փոքր չէ կարող լինել։ Մենք գիտենք որ բաժանելին՝ այն է 391=1.345+46, այն էս գիտենք որ ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը պէտք է առանց մնացորդի բաժանի տուած 345-ին և 391-ին, որ միևնոյն է թէ 1.345+46։ Որովհետև երկու թուի գումարը, որ է 391 և գումարելիներից մինը, որ է 1.345-ը պէտք է բաժանվի ընդհանուր բաժանարարի վերայ առանց մնացորդի, դորանից հետևում է, որ միւս գումարելին էս այն է 46-ը նոյնպէս պէտք է բաժանվի դորա վերայ առանց մնացորդի. այլապէս դուրս կ'գար որ գումարը այն է 391-ը բաժանվելով այդ թուի վերայ առանց մնացորդի կ'ստացվեր ամբողջ թիւ, նոյնպէս գումարելիներիցը մինը՝ այն է 1.345-ը բաժանվելով դորա վերայ, դարձեալ կ'տար ամբողջ թիւ, իսկ 46-ը եթէ չ'բաժանվեր, կստացվեր կոտորակ և և դուրս կ'գար, որ ամբողջը հաւասար է ամբողջին գումարած հետը կոտորակը, որ անկարելի է։ Ուրեմն ընդհանուր բաժանարարը պէտք է անպատճառ բաժանի առանց մնացորդի և 46-ին, ուրեմն նա 46-ից շատ չէ կարող լինել։ Այժմ տեսնենք նոյն իսկ 46-ը չէ կարող լինել արդեօք տուած թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը։ Դորա համար բաւական է տեսնել չէ բաժանվում արդեօք 345-ը 46-ի վերայ առանց մնացորդի. որովհետև եթէ 345-ը բաժանվի առանց մնացորդի 46-ի վերայ, այն ժամանակը երկու գումարելին էս, այն է 1.345 և 46-ը, կ'բաժանվին առանց մնացորդի 46-ի վերայ, նշանակում է նոյնպէս կը բաժանվի առանց մնացորդի և դոցա գումարը, որ է 391։ Բաժանելով 345-ը 46-ի վերայ, մենք տեսնում ենք, որ մնում է մնացորդ 23։ Ուրեմն 46-ը էս չէ կարող լինել ընդհանուր բաժանարար, այլ ընդհանուր բաժանարարը դորանից էս փոքր կ'լինի։ Այժմ տեսնենք թէ ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը ինչ թուից մեծ չէ կարող լինել։ Այդ բանը իմանալու համար, ի նկատի առնենք վերջին

բաժանման թուերը. մենք գիտենք որ 345=46.7+23 և ընդհանուր բաժանարարը պէտք է առանց մնացորդի բաժանի 345-ին և 46-ին, նշանակում է պէտք է առանց մնացորդի բաժանի և 23-ին: Եւ որովհետև նա պէտք է բաժանի 23-ին, ուրեմն չէ կարող 23-ից մեծ լինել: Այժմ տեսնենք չէ կարող արդեօք 23-ը լինել ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը: Դորա համար 46-ը կ'բաժանենք 23-ի վերայ, եթէ որ բաժանվի առանց մնացորդի, այն ժամանակը երկու գումարելիների գումարը ևս, այն է 46×2+23-ը կամ 345-ը, կ'բաժանվի առանց մնացորդի 23-ի վերայ: Հետևաբար և երկու գումարելիքը ևս այն է 1.345 և 46-ը կ'բաժանվին առանց մնացորդի 23-ի վերայ, ուրեմն կ'բաժանվի և գոցա գումարը, որ է 391: Բաժանելով 46-ը 23-ի վերայ, մնացորդ չենք ստանում, ուրեմն առաջվայ ասածներիս հիման վերայ 391-ի և 345-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարն է 23-ը:

Ասածներիցս հետևում է, որ երկու թուի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը գտնելու համար պէտք է մեծ թիւը բաժանել փոքր թուի վերայ, յետոյ փոքր թիւը բաժանել առաջին մնացորդի վերայ. յետոյ առաջին մնացորդը բաժանել երկրորդ մնացորդի վերայ, երկրորդ մնացորդը բաժանել երրորդ մնացորդի վերայ և այլն. այդպէս շարունակել մինչև որ բաժանումն աւարտվի առանց մնացորդի: Այն ժամանակը վերջին բաժանարարը կ'լինի տուած թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը: Իսկ եթէ այդպէս հետևաբար բաժանմամբ մենք ստացանք մնացորդ 1. այն ժամանակը նշանակում է կ'գտնէինք, որ 1-ն է տուած թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը, կամ ուրիշ խօսքերով՝ տուած թուերը չունին ընդհանուր բաժանարար:

Գտնել հետևեալ թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը՝ 64 և 112, 98 և 182, 77 և 238, 442 և 782, 1387 և 2117, 1631 և 3728, 259 և 185, 456 և 544:

Եթէ հարկաւոր լինի գտնելու օրինակ երեք թուի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը, դորա համար պէտք է առաջ գտնել երկու թուինը, յետոյ գտնել գտած թուինը և երրորդ թուինը և այլն:

Հ Ա Ր Ց Ե Ր

Ի՞նչ Թուեր են կոչվում պարզ Թուեր եւ ինչ Թուեր են կոչվում բարդ Թուեր:

Ե՞րբ ենք մի Թուի կոչում միւսների բազմապատիկ:

Ի՞նչ Թուերի ենք կոչում զոյգ Թուեր:

Ի՞նչին ենք կոչում բաժանման նշանաբոյցներ:

Ի՞նչ Թուեր են բաժանվում առանց մնացորդի հետեւեալ Թուերի վերայ՝ 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10:

Ի՞նչ է նշանակում գտնել բարդ Թուի պարզ բաժանարարները եւ ինչպէս պէտք է գտնել:

Ի՞նչին է հաւասար ամենայն բարդ Թիւ:

Ի՞նչ պարզ բազմապատկիչներից է բազկանում 10-ը, 100-ը, 1000-ը... առհասարակ այն Թուերը, որ բաղկացած են 1-ից զերօներով:

Ի՞նչին ենք կոչում մի քանի Թուերի ընդհանուր բաժանարար:

Ի՞նչին ենք կոչում մի քանի Թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար:

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել մի քանի Թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը լուծելով նոցա պարզ բաժանարարների:

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել երկու Թուի ամենամեծ բաժանարարը հետեւաբար բաժանմամբ:

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել մի քանի Թուերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը հետեւաբար բաժանմամբ:

Ի՞նչ Թուեր են կոչվում փոխադարձ պարզ Թուեր:

Ի՞նչին ենք կոչում ամենափոքր ընդհանուր բաժանելի եւ ինչպէս պէտք է գտնել նորան:

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ
ԿՈՏՈՐԱԿԻ ԾԱԳՈՒՄԸ

31. Եթէ մի ամբողջ թէրթը չորս հաւասար կտոր անենք, ամեն-մի կտորը կ'կոչվի մի-քառորդ կամ մի-չորրորդական: Եթէ վերցնենք այդպիսի երեք կտոր, այն ժամանակը կ'ստանանք երեք չորրորդական: Եթէ մի ամբողջ արշինը ութ հաւասար կտոր անենք, ամեն-մի կտորը կ'կոչվի մի-ութերորդական. եթէ վերցնենք այդպիսի հինգ կտոր, այն ժամանակը կ'ստանանք հինգ-ութերորդական: Ամբողջի մի կամ մի քանի հաւասար մասերը մեսին վերցրած կոչվում են կոտորակ:

Կոտորակը ձևակերպում են երկու թուով, որոնց գրում են միմեանց տակը և մէջը գիծ քաշում: Այն թիւը, որ ցոյց է տալի թէ ամբողջը քանի հաւասար կտոր է արած, գրվում է գծի տակը և կոչվում է յայտարար, որովհետև յայտ է առնում կտորների մեծութիւնը: Իսկ այն թիւը, որ ցոյց է տալի թէ քանի կտոր է վերցրած, գրվում է գծի վերև և կոչվում է համարիչ, որովհետև ցոյց է տալի կտորների համարը-թիւը: Այդպէս օրինակ՝ երեք-չորրորդականը գրվում է այսպէս՝ $^3/_4$. հինգ-ութերորդականը գրվում է այսպէս՝ $^5/_8$: Այստեղ 3-ը և 5-ը համարիչ են, իսկ 4-ը, 8-ը յայտարար:

Եթէ մի ամբողջ մանէթը հինգ հաւասար բաժին անենք և վերցնենք երեք բաժինը, կ'ստանանք $^3/_5$ մանէթ:

Իսկ եթէ երեք մանէթը առանձին առանձին բաժանենք հինգ մարդի վերայ, ամեն-մի մանէթիցը ամեն-մի մարդին կ'ընկնի $^1/_5$ մանէթ, իսկ երեք մանէթիցը կ'ընկնի $^3/_5$ մանէթ:

Ուրեմն մի ամբողջ մանէթը հինգ հաւասար բաժին անելով և երեք բաժինը վերցնելով, ստանում ենք $^3/_5$ մանէթ. նոյնպէս երեք ամբողջ մանէթը հինգ հաւասար բաժին անելով, ամեն-մի բաժինը ստանում ենք դարձեալ $^3/_5$ մանէթ: Դորանից երևում է որ կոտորակը ծագում է երկու կերպով:

Որովհետև $^3/_5$ կոտորակը ծագել է 3-ը բաժանելով 5 հաւասար մասը, ուրեմն կարելի է ասել $^3/_5$-ը է հարիւրը, որ ստացվել է 3-ը բաժանելով 5-ի վերայ: Եթէ 17-ը բաժանենք 5-ի վերայ, քանորդը կ'ստանանք 3 ամբողջ և դարձեալ կ'մնայ 2, որ բաժանելով 5-ի վերայ, կ'ստանանք $^2/_5$: Այստեղից հետևում է, որ երբ բաժանելին բաժանում ենք բաժանարարի վերայ և մնացորդ ենք ստանում, այն ժամանակը այդ մնացորդը բաժանած բաժանարարի վերայ իբրև կոտորակ՝ պէտք է աւելացնել քանորդի վերայ:

Եթէ ունենք ամբողջ և կոտորակ. օրինակ $3^2/_5$, այդպիսի թիւը կոչվում է խառը ընդ:

ԿՈՏՈՐԱԿԻ ԲԱԺԱՆՄՈՒՆԸ

32. Պիտուք ունենք հետևեալ կոտորակները՝ $^2/_3$, $^5/_7$, $^3/_8$: Այդ բոլոր կոտորակները փոքր են մի ամբողջից, որովհետև ամբողջը ունի $^3/_3$, իսկ մեր առաջին կոտորակն է $^2/_3$. ուրեմն $^1/_3$ պակաս է ամբողջից: Նոյնպէս $^5/_7$-ը փոքր է ամբողջից, որովհետև ամբողջը ունի $^7/_7$, իսկ այդտեղ կայ միայն $^5/_7$, ուրեմն $^2/_7$ պակաս է ամբողջից: Երրորդ կոտորակը $^3/_8$-ը նոյնպէս փոքր է ամբողջից, որովհետև ամբողջը ունի $^8/_8$, իսկ այդտեղ մենք ունենք միայն $^3/_8$, ուրեմն ամբողջիցը պակաս է $^5/_8$: Այն կոտորակները, որոնց համարիչը փոքր է յայտարարից, փոքր են մի ամբողջից, որովհետև յայտարարը ցոյց է տալի թէ ամբողջը քանի կտոր է արած և եթէ այդ բոլոր կտորները չեն վերցրած, նշանակում է համարիչը, որ ցոյց է տալիս վերցրած կտորների

թիւը, փոքր է յայտարարից, հետևաբար և կոտորակը փոքր է ամբողջից։ Այն կոտորակները, որ փոքր են ամբողջից, կոչվում են չանոնաւոր կոտորակ, որովհետև ներկայացնում են միայն կտորներ։

Դիցուք ունենք $^{7}/_{7}$; $^{15}/_{15}$։ Այդ կոտորակները հաւասար են մի ամբողջին. որովհետև $^{7}/_{7}$ նշանակում է ամբողջը 7 կտոր է արած և 7-ը էլ վերցրած է, ուրեմն վերցրած է բոլոր ամբողջը։ Նոյնպէս $^{15}/_{15}$-ը ցոյց է տալի, որ ամբողջը 15 կտոր է արած և 15-ը էլ վերցրած է, նշանակում է բոլոր ամբողջն է վերցրած։ Ուրեմն այն կոտորակները, որոնց համարիչը և յայտարարը միմեանց հաւասար են, հաւասար են մի ամբողջի։ Այդպիսի կոտորակները կոչվում են անչանոն կոտորակ, որովհետև ներկայացնում են կտորներ արած ամբողջ։

Դիցուք ունենք $^{8}/_{3}$, $^{7}/_{5}$։ Այդ կոտորակները շատ են մի ամբողջից, որովհետև մի ամբողջ $^{3}/_{3}$ է, իսկ այդտեղ ունենք $^{8}/_{3}$, որ ամբողջից աւելի է $^{5}/_{3}$-ով, նոյնպէս $^{7}/_{5}$-ը ամբողջից շատ է, որովհետև ամբողջը ունի $^{5}/_{5}$, իսկ այդտեղ կայ $^{7}/_{5}$, որ ամբողջիցը աւելի է $^{2}/_{5}$-ով։ Ուրեմն այն կոտորակները, որոնց համարիչը շատ է յայտարարից, շատ են մի ամբողջից, որովհետև յայտարարը ցոյց է տալի թէ ամբողջը քանի կտոր է, իսկ համարիչը շատ լինելով յայտարարից, նշանակում է ամբողջի բոլոր կտորներիցը աւելի է վերցրած։ Այն կոտորակները, որոնք ամբողջիցը շատ են, նոյնպէս կոչվում են անչանոն կոտորակ, որովհետև չեն ներկայացնում միայն կտորներ, այլ ներկայացնում են նոյնպէս կտոր արած ամբողջներ։

ԹԱՒԻՐ ԹՈՒԻ ԱՆԿԱՆՈՆ ԿՈՏՈՐԱԿ ԴԱՐՁՆԵԼԸ

33. Դիցուք ունենք $5^{2}/_{7}$ և կամենում ենք դորան դարձնել եօթերորդական կտորներ։ Դորա համար կ'ասենք՝

1 ամբողջը ունի $^{7}/_{7}$, իսկ 5 ամբողջը կ'ունենայ 5 անգամ $^{7}/_{7}$, որ կ'լինի $^{35}/_{7}$, դարձեալ ունինք $^{2}/_{7}$, ընդամենը կ'լինի $^{37}/_{7}$։

Ուրեմն՝ թուը ինչ անչանոն կոտորակ դարձնելու համար, հարկաւոր է ամբողջ ինչը քազմապատկել յայտարարի վերայ, ապացած ինչի հետ գումարել համարիչը և այդ գումարի տակը գրել նոյն յայտարարը։ Օրինակ $8^{3}/_{5}=^{43}/_{5}$; $17^{2}/_{3}=^{53}/_{3}$ և այլն։

ԱՆԿԱՆՈՆ ԿՈՏՈՐԱԿԻՑ ԱՄԲՈՂՋ ՀԱՆԵԼԸ

34. Դիցուք ունենք $^{38}/_{5}$։ Դա անկանոն կոտորակ է. ուրեմն ամբողջից շատ է։ Իմանալու համար թէ դորա մէջ քանի ամբողջ կայ, կ'ասենք՝ որովհետև $^{5}/_{5}$-ը կազմում է 1 ամբողջ, իսկ մենք ունենք $^{38}/_{5}$, ուրեմն քանի անգամ որ 38 կտորի մէջը լինի 5 կտոր, այնքան էլ ամբողջ կ'լինի։ Դորա համար պէտք է 38-ը բաժանել 5-ի վերայ. այդ անելով՝ կ'ստանանք $7^{3}/_{5}$։

Ուրեմն անչանոն կոտորակից ամբողջ ինչը հանելու համար հարկաւոր է հայտարիչը բազմապատկել յայտարարի վերայ։ Օրինակ՝ $^{127}/_{7}=18^{1}/_{7}$; $^{584}/_{9}=64^{8}/_{9}$ և այլն։

ԿՈՏՈՐԱԿԻ ՇԱՏԱՑՆԵԼԸ ԵՒ ՓՈՔՐԱՑՆԵԼԸ

35. Դիցուք ունենք $^{4}/_{12}$. եթէ դորա համարիչը շատացնենք օրինակ 2 անգամ, այն ժամանակը կ'ստանանք $^{8}/_{12}$։ Այս նոր ստացած կոտորակը 2 անգամ աւելի կ'լինի առաջ կոտորակից, որովհետև առաջ ունէինք տասներկուերորդական 4 կտոր, իսկ այժմ ունենք տասներկուերորդական 8 կտոր, այսինքն՝ 2 անգամ աւելի առաջվանից։

Այժմ $^{4}/_{12}$-ի յայտարարը փոքրացնենք օրինակ 2 անգամ, կ'ստանանք $^{4}/_{6}$։ Այդ նոր ստացած կոտորակը 2 անգամ շատ

է առաջվայ կոտորակից, որովհետև առաջ ունէինք 4 կոտոր տասներկուերորդական, իսկ այժմ ունենք 4 կոտոր վեցերորդական։ Մենք գիտենք որ վեցերորդական կոտորը շատ է տասներկուերորդական կոտրից 2 անգամ, որովհետև 2 անգամ նորանից խոշոր է և մի վեցերորդականից դուրս կ'գայ 2 տասներկուերորդական։

Ուրեմն՝ հոդորակը մի չափ անգամ շատացնելու համար, հարկաւոր է նրա համարիչը շատացնել նոյնչափ անգամ և նրա յայտարարը փոքրացնել։

Այժմ վերցնենք $^{8}/_{12}$-ը. եթէ մենք դորա համարիչը փոքրացնենք օրինակ 2 անգամ, կ'ստանանք $^{4}/_{12}$։ Այս վերջի կոտորակը 2 անգամ փոքր է առաջինից, որովհետև առաջ ունէինք տասներկուերորդական կոտր 8 հատ, իսկ այժմ ունենք նոյն տասներկուերորդական կոտրից միայն 4 հատ, ուրեմն 2 անգամ պակաս է առաջինից։ Իսկ եթէ $^{8}/_{12}$-ի յայտարարը շատացնենք 2 անգամ, կ'ստանանք $^{8}/_{24}$։ Այս վերջի կոտորակը 2 անգամ փոքր է առաջին կոտորակից, որովհետև առաջ ունէինք 8 հատ տասերկուերդական կոտր, իսկ այժմ ունենք դարձեալ 8 հատ, միայն ոչ տասերկուերորդական կոտր, այլ քսանչորսերորդական կոտր։ Մենք գիտենք որ քսանչորսերորդական կոտրը 2 անգամ փոքր է տասերկուերորդականից, որովհետև կոտրները 2 անգամ մանր են և 1 տասերկուերորդականից դուրս կ'գայ 2 հատ քսանչորսերորդական։

Ուրեմն՝ հոդորակը չափան անգամ փոքրացնելու համար, հարկաւոր է նրա համարիչը շատացնել նոյնչափ անգամ և նրա յայտարարը շատացնել։

ՀԱՐՑԵՐ

Ինչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ նորա համարիչը շատացնենք 2 անգամ, իսկ յայտարարը փոքրացնենք 3 անգամ։ Պատ. Համարիչը շատացնելով 2 անգամ, կոտորակը եւս շատանում է 2 անգամ, իսկ երբ այդ 2 անգամ շատացրած կոտորակի յայտարարը փոքրացնում ենք 3 անգամ, նշանակում է կրկնապատկած կոտորակը շատանում է 3 անգամ, իսկ առաջվայ կոտորակը շատանում է $2\times3=6$ անգամ։

Ինչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ որ համարիչը փոքրացնենք 4 անգամ, իսկ յայտարարը շատացնենք 5 անգամ։ Պատ. Համարիչը փոքրացնելով 4 անգամ, կոտորակը եւս փոքրանում է 4 անգամ, իսկ երբ այդ 4 անգամ փոքրացրած կոտորակի յայտարարը շատացնում ենք 5 անգամ, կ'նշանակի 4 անգամ փոքրացրած կոտորակը զարմեալ փոքրացնում ենք 5 անգամ, ուրեմն առաջվայ կոտորակը կ'փոքրանայ 20 անգամ։

Ինչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ որ համարիչը շատացնենք 6 անգամ, իսկ յայտարարը շատացնենք 3 անգամ։ Պատ. Կոտորակի համարիչը շատացնելով 6 անգամ, կոտորակը շատանում է 6 անգամ, իսկ կոտորակի յայտարարը շատացնելով 3 անգամ, կոտորակը փոքրանում է 3 անգամ, նշանակում է 6 անգամ շատացրած կոտորակը փոքրացնում ենք 3 անգամ, ուրեմն կոտորակը վերջ ի վերջոյ շատանում է 2 անգամ։

Ինչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ համարիչը բազմապատկենք 4-ի վերայ, իսկ յայտարարը բազմապատկենք 12-ի վերայ։ Պատ. Համարիչը բազմապատկելով 4-ի վերայ՝ կոտորակը շատանում է 4 անգամ, իսկ յայտարարը բազմապատկելով 12-ի վերայ՝ կոտորակը փոքրանում է 12 անգամ, ուրեմն 4 անգամ շատացրած կոտորակը փոքրացնում ենք 12 անգամ, որ նշանակում է ՔՀ վերջ ի վերջոյ կոտորակը փոքրանում է 3 անգամ եւ այլն։

Աստծներից պարզ հասկանալի է որ երբ հոդորակի համարիչը և յայտարարը քաշվատապատկենք համ քաշանենք մեծագոյն ընդհանուր չափ, այն ժամանակը կ'փոխվի մեր հոդորակի պատկերը, նա նշանակութիւնը կ'մնայ անփոփոխ։ Այդ պարզ հասկանալի է նորանից, որ քանի անգամ կոտորակը շատանում է համարիչի բազմապատկելուց, այնքան անգամ էլ փոքրանում է յայտարարի բազմապատկելուց կամ քանի անգամ կոտորակը փոքրանում

է համարիչի բաժանելուց, այնքան անգամ էլ շատանում է յայտարարի բաժանելուց։

Ցույց տանք այդ բանը օրինակի վերայ։ Դիցուք ունենք $^{3}/_{5}$։ Որա համարիչը և յայտարարը բազմապատկելով 2-ի վերայ, կ՚ստանանք $^{6}/_{10}$։ Երբ մենք տուած կոտորակի համարիչը բազմապատկեցինք 2-ի վերայ, այն ժամանակը կոտորակը շատացաւ 2 անգամ, իսկ երբ յայտարարը բազմապատկեցինք 2-ի վերայ, այն ժամանակը կոտորակը փոքրացաւ 2 անգամ, ուրեմն կոտորակի նշանակութիւնը մնաց միևնոյն, այնպէս որ $^{3}/_{5}=^{6}/_{10}$։ Դիցուք $^{3}/_{5}$-ը մանէթ է։ Որովհետև $^{1}/_{5}$ մանէթը 1 ապասի է, $^{3}/_{5}$ մանէթը կ՚լինի 3 ապասի։ Համարիչը և յայտարարը 2-ի վերայ բազմապատկելուց յետոյ ստացանք $^{5}/_{10}$ մանէթ. գիտենք որ $^{1}/_{10}$ մանէթը երկու շայի է, $^{6}/_{10}$ մանէթը կ՚լինի 6 անգամ երկու շայի կամ դարձեալ 3 ապասի, ուրեմն $^{3}/_{5}=^{6}/_{10}$։

Եթէ մենք $^{8}/_{10}$-ի համարիչը և յայտարարը բաժանենք օրինակ 2-ի վերայ՝ կ՚ստանանք $^{4}/_{5}$։ Ստացած կոտորակը հասարար է առաջվայ կոտորակին, որովհետև կոտորակի համարիչը բաժանելով 2-ի վերայ, մենք կոտորակը փոքրացրինք 2 անգամ, իսկ յայտարարը բաժանելով 2-ի վերայ, մենք շատացրինք նորան 2 անգամ, նշանակում է նա մնաց անփոփոխ։ Դիցուք $^{8}/_{10}$-ը մանէթ է. մենք գիտենք $^{1}/_{10}$ մանէթը երկու շայի է, $^{8}/_{10}$ մանէթը կ՚լինի 8 երկու շայի կամ 4 ապասի։ Կոտորակի համարիչը և յայտարարը բաժանելուցը յետոյ, ստացանք $^{4}/_{5}$ մանէթ. գիտենք որ $^{1}/_{5}$ մանէթը 1 ապասի է, իսկ $^{4}/_{5}$ մանէթը 4 ապասի, որ նոյն է ինչոր առաջ էր, ուրեմն $^{8}/_{10}=^{4}/_{5}$։ Այդ հիման վերայ միևնոյն կոտորակը կարող է ունենալ անթիւ պատկեր. օրինակ՝ $^{2}/_{5}=^{4}/_{10}=^{6}/_{15}=^{8}/_{20}$ և այլն։

ԳՏՆԵԼ ՈՐԵՒԻՑ ԹՈՒԻ ՄԻՒԱՆԻ ՄԱՍՆԵՐԸ

36. Դիցուք հարկաւոր է գտնել որևիցէ ամբողջ թուի օրինակ 17-ի $^{2}/_{5}$ մասը։ Դորա համար մենք կ՚գտնենք առաջ 17-ի մի հինգերորդական մասը, իսկ այդ գտնելու համար, հարկաւոր է 17-ը բաժանել 5-ի վերայ. այդ անելով կ՚ստանանք $^{17}/_{5}$ կամ $3^{2}/_{5}$։ Տուած թուի $^{1}/_{5}$-ը գտնելուց յետոյ, դժուար չէ գտնել $^{2}/_{5}$-ը, դորա համար պէտք է միայն տուած թուի $^{1}/_{5}$ մասը, որ է $3^{2}/_{5}$ կրկնել 2 անգամ, որ կ՚լինի $6^{4}/_{5}$, ուրեմն 17-ի $^{2}/_{5}$ մասը կ՚լինի $6^{4}/_{5}$։

Այժմ ասենք թէ հարկաւոր է իմանալ որևիցէ կոտորակի օրինակ $^{3}/_{5}$-ի $^{4}/_{7}$ մասը։ Դորա համար մենք առաջ կ՚գտնենք $^{3}/_{5}$-ի $^{1}/_{7}$ մասը, այդ անելու համար պէտք է $^{3}/_{5}$-ը փոքրացնենք 7 անգամ, իսկ կոտորակը փոքրացնելու համար գիտենք հարկաւոր է կամ համարիչը բաժանել կամ յայտարարը բազմապատկել։ Բազմապատկելով $^{3}/_{5}$-ի յայտարարը 7-ի վերայ, կ՚ստանանք $^{3}/_{35}$։ Մենք իմացանք որ $^{3}/_{5}$-ի $^{1}/_{7}$ մասը անում է $^{3}/_{35}$, իսկ $^{4}/_{7}$ մասը կ՚լինի դորանից 4 անգամ շատ, ուրեմն պէտք է $^{3}/_{35}$-ը շատացնել 4 անգամ, այդ նպատակին կ՚հասնենք, եթէ $^{3}/_{35}$-ի համարիչը բազմապատկենք 4-ի վերայ, այդ անելով կ՚ստանանք $^{12}/_{35}$. ուրեմն $^{3}/_{5}$-ի $^{4}/_{7}$ մասը անում է $^{12}/_{35}$։

Այդպէս էլ կարող ենք գտնել որ $^{3}/_{4}$-ի $^{2}/_{5}$ մասը$=^{6}/_{20}$; $^{5}/_{8}$-ի $^{3}/_{5}$ մասը$=^{15}/_{40}$; $^{7}/_{9}$-ի $^{3}/_{8}$ մասը$=^{21}/_{72}$ և այլն։

Եթէ հարկաւոր լինի գտնել խառը թուի որևիցէ մասը, դորա համար պէտք է առաջ խառը թիւը դարձնել անկանոն կոտորակ։

ԳՏՆԵԼ ԲՈԼՈՐ ԹԻԻԸ ԵՐԲ ՅԱՅՏՆԻ ԵՆ ՆՈՐԱ-ՄԻ ՓԱՆԻ ՄԱՍՆԵՐԸ

37. *Դիցուք որևիցե թուի $^1/_7$ մասը հաւասար է $^3/_8$-ին, մենք պէտք է գտնենք բոլոր թիւը: Դորա համար կ'ասենք, որովհետև թուի $^1/_7$ մասը հաւասար է $^3/_8$-ին, բոլոր թիւը, որ ունի $^7/_7$ մասը, հաւասար կ'լինի $^3/_8$-ին շատացրած 7 անգամ: Շատացնելով $^3/_8$-ը 7 անգամ՝ կ'ստանանք $^{21}/_8 = 2^5/_8$:*

Այս օրինակում մեզ յայտնի էր բոլոր թուի 1 մասը. այժմ վերցնենք մի այլ օրինակ, ուր յայտնի լինի թուի մի քանի մասները: Դիցուք բոլոր թուի $^3/_5$ մասը հաւասար է 26-ին, մենք պէտք է գտնենք բոլոր թիւը: Դորա համար կ'ասենք. որովհետև թուի $^3/_5$ մասը հաւասար է 26-ին, ուրեմն $^1/_5$ մասը փոքր կ'լինի դորանից 3 անգամ. փոքրացնելով 26-ը 3 անգամ՝ կ'ստանանք $8^2/_3$: Երբ գտանք թուի $^1/_5$ մասը, որ է $8^2/_3$, դժուար չէ գտնել բոլոր թիւը. դորա համար արժէ միայն $8^2/_3$-ը շատացնել 5 անգամ, որովհետև բոլոր թիւը ունի $^5/_5$ մասը. այդ անելով կ'ստանանք $43^1/_3$:

Այժմ վերցնենք մի այլ օրինակ, ուր թուի յայտնի մասները լինին կոտորակ թիւ: Օրինակ՝ դիցուք որևիցե թուի $^4/_7$ մասը հաւասար է $^5/_8$-ին. իմանանք թէ որքան է բոլոր թիւը: Դորա համար առաջվայ նման՝ կ'ասենք, որովհետև թուի $^4/_7$ մասը հաւասար է $^5/_8$-ին, $^1/_7$ մասը պակաս կ'լինի $^5/_8$-ից 4 անգամ. ուրեմն թուի $^1/_7$ մասը գտնելու համար պէտք է $^5/_8$-ը փոքրացնել 4 անգամ, այդ անելով կ'ստանանք $^5/_{32}$: Երբ գտանք որ թուի $^1/_7$ մասը մասը հաւասար է $^5/_{32}$-ի. այժմ դժուար չէ գտնել բոլոր թիւը. դորա համար արժէ միայն թուի $^1/_7$ մասը, որ է $^5/_{32}$, շատացնել 7 անգամ, որովհետև բոլոր թիւը ունի

$^7/_7$ մասը: Այդ անելով՝ կ'իմանանք, որ բոլոր թիւն է $^{35}/_{32} = 1^3/_{32}$:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչից ենք առում կոտորակ: Ի՞նչպէս ենք առանում կոտորակը: Ի՞նչպէս է դրվում կոտորակը:

Ի՞նչ է ցոյց տալի համարիչը. ինչ է ցոյց տալի յայտարարը:

Քանի են բաժանվում կոտորակները: Ո՞ր կոտորակներն են կոչվում կանոնաւոր, որ կոտորակներն՝ անկանոն:

Ե՞րբ է կոտորակը փոքր լինում 1 ամբողջից, հաւասար լինում նորան կամ շատ լինում նորանից:

Ի՞նչպէս պէտք է խառը թիւը դարձնել անկանոն կոտորակ:

Ի՞նչպէս պէտք է դտնել անկանոն կոտորակի ամբողջը:

Ի՞նչպէս պէտք է շատացնել կամ փոքրացնել կոտորակը մի քանի անգամ:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ նորա համարիչը բազմապատկենք կամ յայտարարը բաժանենք որևիցէ ամբողջ թուի վերայ: Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ նորա համարիչը բաժանենք կամ յայտարարը բազմապատկենք որևիցէ ամբողջ թուի վերայ:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ կոտորակը, եթէ նորա համարիչը եւ յայտարարը միասին բազմապատկենք կամ բաժանենք միևնոյն թուի վերայ:

Քանի ձև կարող է ունենալ միևնոյն կոտորակը:

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԿՐՃԱՏՈՒՄՆ

38. *Մենք արդէն գիտենք, որ եթէ կոտորակի համարիչը և յայտարարը բաժանենք միևնոյն թուի վերայ, կոտորակի նշանակութիւնը չի փոխվիլ: Այդ հիման վերայ մենք կարող ենք կոտորակները կրճատել կամ պատկերափոխութեամբ պարզ ձև տալ, առանց նորանց նշանակութիւնը փոխելու:*

Օրինակ դիցուք ունենք $^{84}/_{210}$. այդ կոտորակը կրճատելու համար պէտք է տեսնենք թէ ինչ թուի վերայ բաժանվում են առանց մնացորդի համարիչը և յայտարարը. տեսնում ենք որ նոքա բաժանվում են 2-ի վերայ։ Բաժանելով կ՚ստանանք $^{42}/_{105}$։ Այդ ստացած կոտորակի համարիչը և յայտարարը դարձեալ բաժանվում են առանց մնացորդի 3-ի վերայ, բաժանելով՝ կ՚ստանանք $^{14}/_{35}$։ Այդ ստացած կոտորակի համարիչը և յայտարարը նորից բաժանվում են 7-ի վերայ, բաժանելով՝ կ՚ստանանք $^{2}/_{5}$։ Այս վերջի ստացած կոտորակէ համարիչը և յայտարարը այլևս չեն բաժանվում առանց մնացորդի միևնոյն թուի վերայ։ Ուրեմն մեր $^{84}/_{210}$ կոտորակի ամենապարզ ձևն է $^{2}/_{5}$, որին այլ ևս չի կարելի կրճատել։

Կրճատման գործողութիւնը կատարվում է հետևեալ կերպով՝

$$\overset{2}{\smile}\quad\overset{3}{\smile}\quad\overset{7}{\smile}$$
$$^{84}/_{210} = {}^{42}/_{105} = {}^{14}/_{35} = {}^{2}/_{5};$$
$$\overset{10}{\smile}\quad\overset{9}{\smile}\quad\overset{4}{\smile}$$
$$^{360}/_{1080} = {}^{36}/_{108} = {}^{4}/_{12} = {}^{1}/_{3}$$
$$\overset{10}{\smile}\quad\overset{9}{\smile}\quad\overset{2}{\smile}$$
$$^{720}/_{1260} = {}^{72}/_{126} = {}^{8}/_{14} = {}^{4}/_{7}$$

Ուրեմն՝ կոտորակները կրճատելու համար հարկաւոր է նոցա համարիչը և յայտարարը հնարաւոր բաժանել նրանց ընդհանուր բաժանարարների վերայ մինչև այն ժամանակ, երբ նորա այլ ևս չեն բաժանվել որևիցէ թուի վերայ առանց մնացորդի։ Իսկ եղնէ պատահի որ դժուար լինի շուտով գտնել նոցա ընդհանուր բաժանարարները, այն ժամանակը պէտք է հնարաւոր բաժանմամբ գտնել համարիչի և յայտարարի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը և նոցով համարիչը և յայտարարը բաժանել։

Օրինակի համար վերցնենք հետևեալ կոտորակը՝ $^{14168}/_{19019}$


```
                                19'019|14168
                                14168 |  1
                                ------|----
                             14'168|4851
                              9702 |  2
                              -----|----
                          4851'|4466
                          4466 |  1
                          -----|----
                       4'46,6 | 385
                       385    |-----
                       -------|  11
                         616'
                         385
                         ---
                    385| 231
                    231|  1
                    ---|---
                2'3'1|154
                 154 |  1
                 ----|---
            154| 77
            154|  2
            ---|---
             0
```

Ամենամեծ ընդհանուր բաժանարար է 77-ը։ Կոտորակի համարիչը և յայտարարը բաժանելով 77-ով վերայ՝ կ՚ստանանք $^{14168}/_{19019} = {}^{184}/_{247}$։

Միւս օրինակ՝ $^{1673}/_{1912}$, հետևաբար բաժանմամբ կ՚գտնենք, որ այդ կոտորակի համարիչի և յայտարարի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարն է 239, որի վերայ բաժանելով համարիչը և յայտարարը՝ կ՚ստանանք՝ $^{1673}/_{1912} = {}^{7}/_{8}$։

Կոտորակների կրճատելը ունի այն օգուտը, որ նախ՝ աւելի հեշտութեամբ կարողանում ենք հասկացողութիւն կազմել նորա մեծութեան մասին և երկրորդ որևիցէ գործողութիւն կատարելիս աւելի հեշտ է լինում կրճատած պարզ կոտորակի հետ կատարել, որի համարիչը և յայտարարը փոքր թուեր են, քան թէ անկրճատ կոտորակի հետ, որի համարիչը և յայտարարը գրած են լինում մեծ թուերով։

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՄԻ ՅԱՅՏԱՐԱՐԻ ԲԵՐՆԵԼԸ

39. Կոտորակները մի յայտարարի բերելով մենք հաւասարեցնում ենք նոցա կտորները: Կոտորակների մի յայտարարի բերելը հիմնվում է նորա վերայ, որ երբ մենք կոտորակի համարիչը և յայտարարը բազմապատկենք միևնոյն թուի վերայ, այն ժամանակը կոտորակի ձևը փոխվում է, բայց նշանակութիւնը մնում է միևնոյն, որովհետև քանի անգամ նա շատանում է համարիչի բազմապատկելուց, այնքան անգամ էլ փոքրանում է յայտարարի բազմապատկելուց: Դիցուք թէ պէտք է մի յայտարարի բերել հետևեալ կոտորակները՝ $^2/_5$, $^3/_4$, $^6/_7$: Դորա համար մենք իւրաքանչիւր կոտորակի համարիչը և յայտարարը կ'բազմապատկենք միւս կոտորակների յայտարարների վերայ և կը ստանանք՝

$$^2/_5 = ^{2\cdot4\cdot7}/_{5\cdot4\cdot7} = ^{70}/_{140}$$
$$^3/_4 = ^{3\cdot5\cdot7}/_{4\cdot5\cdot7} = ^{105}/_{140}$$
$$^6/_7 = ^{6\cdot5\cdot4}/_{7\cdot5\cdot4} = ^{120}/_{140}$$

Ուրեմն կոտորակները մի յայտարարի բերելու համար հարկաւոր է իւրաքանչիւր կոտորակի համարիչը և յայտարարը բազմապատկել միւս կոտորակների յայտարարների վերայ:

Միւս օրինակ՝ մի յայտարարի դարձնենք հետևեալ կոտորակները՝ $^2/_3$, $^4/_5$, $^6/_7$:

$$^2/_3 = ^{2\cdot5\cdot7}/_{3\cdot5\cdot7} = ^{70}/_{105}$$
$$^4/_5 = ^{4\cdot3\cdot7}/_{5\cdot3\cdot7} = ^{84}/_{105}$$
$$^6/_7 = ^{6\cdot3\cdot5}/_{7\cdot3\cdot5} = ^{70}/_{105}$$

Մեր բերած օրինակներում կոտորակների յայտարարները կամ նոցանից մի քանիսը չ'ունէին ընդհանուր բաժանարար: Երբ կոտորակների յայտարարները կամ նոցանից մի քանիսը ունեն ընդհանուր բաժանարար, այն ժամանակ կոտորակները մի յայտարարի են բերում այլ ձևով:

Դիցուք պէտք է մի յայտարարի բերել հետևեալ կոտորակները՝ $^4/_9$, $^7/_{45}$, $^{11}/_{30}$, $^{13}/_{18}$: Այդ անելու համար հարկաւոր է բոլոր յայտարարները լուծելով սպրդ բաժանարարների՝ գտնել նոցա ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին և դորան ընդունել իբրև ընդհանուր յայտարար բոլոր կոտորակների համար: Այսպէս օրինակ՝

9 = 3. 3
45 = 3. 3. 5
30 = 3. 2. 5
18 = 3. 3. 2

Ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին կ'լինի՝ 3. 3. 5. 2 = 90.

Յետոյ պէտք է 90-ը բաժանել իւրաքանչիւր կոտորակի յայտարարի վերայ և ստացած քանորդի վերայ բազմապատկել նոցա համարիչները և յայտարարները, որից կոտորակների նշանակութիւնը կ'մնայ անփոփոխ: Այդպէս վարվելով՝ կ'ստանանք՝ 90:9 = 10: Այժմ $^4/_9$-ի համարիչը և յայտարարը կ'բազմապատկենք 10-ի վերայ՝ կ'ստանանք $^{40}/_{90}$; 90:45 = 2; $^7/_{45}$-ի համարիչը և յայտարարը բազմապատկելով 2-ի վերայ կ'ստանանք՝ $^{14}/_{90}$; 90:30 = 3; $^{11}/_{30}$-ի համարիչը և յայտարարը բազմապատկելով 3-ի վերայ կ'ստանանք $^{33}/_{90}$: 90:18 = 5; $^{13}/_{18}$-ի համարիչը և յայտարարը բազմապատկելով 5-ի վերայ, կ'ստանանք $^{65}/_{90}$: Ուրեմն առաջվայ կոտորակների տեղը կ'ստանանք՝

$$^4/_9 = ^{40}/_{90}$$
$$^7/_{45} = ^{14}/_{90}$$
$$^{11}/_{30} = ^{33}/_{90}$$
$$^{13}/_{18} = ^{65}/_{90}$$

Այս միևնոյն կոտորակները կարելի էր մի յայտարարի բերել և առաջին ձևով, միայն այն ժամանակը կ'ստանայինք աւելի բարդ կոտորակներ, որ ձեռնտու չէ մեզ: Օրինակ՝ եթէ տուած կոտորակների համարիչները և յայտարարները բազ-

մապատակէինք միւս կոտորակների յայտարարների վերայ, ինչպէս առաջին ձևով մի յայտարարի բերելիս անում ենք, կը ստանայինք՝

$$^{3}/_{9}=\frac{3.45.30.18}{9.45.30.18}=\frac{72900}{218700}$$

$$^{7}/_{45}=\frac{7.9.30.18}{45.9.30.18}=\frac{34020}{218700}$$

$$^{11}/_{30}=\frac{11.9.45.18}{30.9.45.18}=\frac{80190}{218700}$$

$$^{13}/_{18}=\frac{13.9.45.30}{18.9.45.30}=\frac{157950}{218700}$$

Որ աւելի բարդ են, քան երկրորդ ձևով մի յայտարարի դարձրածները, այն է $^{40}/_{90}$, $^{14}/_{90}$, $^{33}/_{90}$, $^{65}/_{90}$

.....

Այժմ երկրորդ ձևով մի յայտարարի բերենք այն վերոյիշեալ կոտորակները, որոնց յայտարարները ընդհանուր բաժանարար չ'ունեն: $^{2}/_{3}$, $^{3}/_{4}$, $^{6}/_{7}$ դոցա յայտարարների ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին է 3. 4. 7=84; 84:3=28; 84:4=21: 84:7=12: Ուրեմն $^{2}/_{3}=\frac{2.28}{84}=\frac{56}{84}$; $^{3}/_{4}=\frac{3.21}{84}=\frac{63}{84}$; $^{6}/_{7}=\frac{6.12}{84}=\frac{72}{84}$:

Մենք տեսնում ենք, որ ստացանք նոյն կոտորակները, որ ստացանք առաջին ձևով մի յայտարարի բերելիս, միայն գործողութիւնը աւելի երկար քաշեց:

Կարող է պատահել, որ յայտարարներիցը ոմանք բաժանվելիս լինին առանց մնացորդի մի քանի այլ յայտարարների վերայ: Օրինակ՝ դիցուք ունենք հետևեալ կոտորակները՝ $^{11}/_{450}$, $^{7}/_{90}$, $^{13}/_{150}$, $^{3}/_{10}$, $^{4}/_{21}$, $^{5}/_{7}$, $^{2}/_{3}$:

Առաջին կոտորակի յայտարարը, այն է 450-ը, բաժանվում է առանց մնացորդի 90-ի, 150-ի, 10-ի վերայ, իսկ 21-ը բաժանվում է առանց մնացորդի 7-ի և 3-ի վերայ: Ուրեմն բաւական է գտնել միայն 450-ի և 21-ի ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին: Որովհետև ինչ թիւ որ բաժանվի առանց մնացորդի 450-ի վերայ, նա կ'բաժանուի անպատճառ և 90-ի, 150-ի ու 10-ի վերայ, իսկ ինչ թիւ բաժանվի առանց մնացորդի 21-ի վերայ՝ նա կ'բաժանվի

նոյնպէս և 7-ի ու 3-ի վերայ: Գտնենք 450-ի և 21-ի ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին. նա կ'լինի՝

$$\left.\begin{array}{l}450=3.\ 3.\ 5.\ 5.\ 2\\21=3.\ 7\end{array}\right\}\ \text{Ընդհանուր բաժանելին՝}=3.\ 3.\ 5.\ 5.\ 2.\ 7=3150.$$

Ուրեմն վարվելով ինչպէս հարկն է, կ'ստանանք՝ $^{77}/_{3150}$, $^{245}/_{3150}$, $^{273}/_{3150}$, $^{945}/_{3150}$, $^{600}/_{3150}$, $^{2250}/_{3150}$, $^{2100}/_{3150}$:

Եթէ պատահի որ կոտորակների յայտարարներիցը ամենամեծը բաժանվի առանց մնացորդի միւս յայտարարների վերայ, այն ժամանակը նա կ'լինի յայտարարների ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին. ուրեմն նորան կարող ենք ընդունել ընդհանուր յայտարար: Ուստի բաժանելով իւրաքանչիւր կոտորակի յայտարարի վերայ, ստացած քանորդով կ'բազմապատկենք նոցա համարիչները:

Օրինակ ասենք թէ ունենք հետևեալ կոտորակները՝

$$^{11}/_{720},\ ^{13}/_{360},\ ^{7}/_{90},\ ^{23}/_{240},\ ^{17}/_{60},\ ^{5}/_{12}:$$

Դոցա ամենամեծ յայտարարը, որ է 720, բաժանվում է առանց մնացորդի բոլոր յայտարարների վերայ, ուստի դա կ'լինի ընդհանուր յայտարար: Դորան բաժանելով իւրաքանչիւր յայտարարի վերայ՝ ստացած քանորդով կ'բազմապատկենք համարիչները և կ'ստանանք՝

$^{11}/_{720}$, $^{2.13}/_{720}$, $^{8.7}/_{720}$, $^{3.23}/_{720}$, $^{12.17}/_{720}$, $^{60.5}/_{720}$ կամ $^{11}/_{720}$, $^{26}/_{720}$, $^{56}/_{720}$, $^{69}/_{720}$, $^{204}/_{720}$, $^{300}/_{720}$:

Այսպէս ուրեմն կոտորակները մի յայտարարի բերելիս պատահում են երեք դիպուած՝

Ա. Եթէ բոլոր յայտարարները իրար նոյանից մի ոմանք չ'ունենան ընդհանուր բաժանարար, այն ժամանակը ինչ է ուրիշներ համարիչը և յայտարարը բազմապատկել մի-ու կոտորակներէ յայտարարներէ վերայ:

Օրինակ՝ $^4/_5$, $^6/_7$, $^2/_3$

$$^4/_5 = ^{4\cdot7\cdot3}/_{5\cdot7\cdot3} = ^{84}/_{105}$$
$$^6/_7 = ^{6\cdot5\cdot3}/_{7\cdot5\cdot3} = ^{90}/_{105}$$
$$^2/_3 = ^{2\cdot5\cdot7}/_{3\cdot5\cdot7} = ^{70}/_{105}$$

Բ. Եթե բոլոր յայտարարները իրար նոյանիկ մեծութիւնը ընդհանուր բաժանարար, այն ժամանակը պէտք է յայտարարները լոծելով գտնել նոյ ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին, յետոյ տրուած բաժանել ե-ըս-ական-ը իւրաքանչիւր յայտարարի վերայ և արդիւնքովը բազմապատկել նոյ համարիչները և յայտարարները։

Օրինակ՝ $^7/_{18}$, $^{11}/_{36}$, $^4/_{45}$։ Յայտարարների ամենափոքր ընդհանուր բաժանելին կ՚լինի՝ 3.3.2.2.5=180։

$$\begin{array}{l} 180 : 18 = 10 \\ 180 : 36 = 5 \\ 180 : 45 = 4 \end{array} \left| \begin{array}{l} ^7/_{18} = ^{7\cdot10}/_{18\cdot10} = ^{70}/_{180} \\ ^{11}/_{36} = ^{11\cdot5}/_{36\cdot5} = ^{55}/_{180} \\ ^4/_{45} = ^{4\cdot4}/_{45\cdot4} = ^{16}/_{180} \end{array} \right.$$

Գ. Եթե ամենամեծ յայտարարը բաժանելով ոչ ոքանչ ինչ մի յայտարարների վերայ, այն ժամանակը պէտք է նորան շինել յայտարար, բաժանել ե-ըս-ական-ը իւրաքանչիւր յայտարարի վերայ և արդիւնքովը բազմապատկել համապատասխան համարիչը։

Օրինակ՝ $^{13}/_{36}$, $^7/_{18}$, $^{11}/_{12}$, $^3/_4$։

$$\begin{array}{l} 36 : 36 = 1 \\ 36 : 18 = 2 \\ 36 : 12 = 3 \\ 36 : 4 = 9 \end{array} \left| \begin{array}{l} ^{13}/_{36} = ^{1\cdot13}/_{36} = ^{13}/_{36} \\ ^7/_{18} = ^{2\cdot7}/_{2\cdot18} = ^{14}/_{36} = ^7/_{18} \\ ^{11}/_{12} = ^{3\cdot11}/_{3\cdot12} = ^{33}/_{36} = ^{11}/_{12} \\ ^3/_4 = ^{9\cdot3}/_{9\cdot4} = ^{27}/_{36} = ^3/_4 \end{array} \right.$$

ՀԱՐՑԵՐ

Մի յայտարար ունեցող կոտորակներից որն է շատ եւ ինչու։

Մի համարիչ ունեցող կոտորակներից որն է շատ եւ ինչու։

Թէ ունենք զանազան համարիչ եւ յայտարար ունեցող կոտորակներ կարող ենք իսկոյն իմանալ թէ որն է մեծ։

Ի՞նչի համար են կոտորակները մի յայտարարի բերում։

Ի՞նչի վերայ է հիմնվում կոտորակի մի յայտարարի բերելը։

Ի՞նչպէս պէտք է մի յայտարարի բերել այն կոտորակները, որոնց յայտարարներից ոչ միքանիսը չ՚ունին ընդհանուր բաժանարար։

Ի՞նչպէս պէտք է մի յայտարարի բերել այն կոտորակները, որոնց բոլոր յայտարարները կամ նոցանից մի քանիսը ունեն ընդհանուր բաժանարար։

Մի յայտարարի բերելիս ինչպէս պէտք է վարվել այն դիպուածում, երբ յայտարարներից ոմանք բաժանվելիս լինին միւս յայտարարներից ոմանց վերայ։

Ի՞նչպէս պէտք է մի յայտարարի բերել կոտորակները այն դիպուածում, երբ ամենամեծ յայտարարը բաժանվում է բոլոր յայտարարների վերայ։

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ

40. Դիցուք թէ տուած է գումարելու հետեւեալ կոտորակները՝ $^4/_5 + ^2/_3 + ^6/_7$։ Որովհետեւ գումարել կարող ենք միայն հաւասար կաորները, ուստի առաջ պէտք է այդ կոտորակների կաորները հաւասարացնենք։ Այդ նպատակին կարող ենք հասնել, եթէ մենք կոտորակները դարձնենք մի յայտարարի։ Տուած կոտորակները դարձնելով մի յայտարարի կ՚ստանանք՝ $^{84}/_{105} + ^{70}/_{105} + ^{90}/_{105}$։ Յետոյ կ՚գումարենք ասելով՝ 84 հարիւրհինգերորդական եւ 70 հարիւրհինգերորդական՝ կ՚լինի 154 հարիւրհինգերորդական եւ 90 հարիւրհինգերորդական՝ կ՚լինի 244 հարիւրհինգերորդական. այսինքն

$$^{84}/_{105} + ^{70}/_{105} + ^{90}/_{105} = \frac{84+70+90}{105} = ^{244}/_{105} = 2^{34}/_{105}։$$

Ուրեմն՝ կոտորակները գումարելու համար պէտք է առաջ նոցա յայտարարը դարձնել, յետոյ համարիչները գումարել, իսկ յայտարարը նոյնպէս լուծել։

Եթե գումարելիք կոտորակների հետ լինին և խառը լուծք, այն ժամանակը առաջ պէտք է գումարել կոտորակները, եթե պատճառ լինի անկանոն կոտորակ, որշել նորա մնացորդը, եթե հետագայ կո-

պարտէ ինչ, այլ հայտարարը գրել, իսկ ամբողջը գումարել ամբողջներէն հետո:

Օրինակ՝ դիցուք տուած է գումարելու $3^{3}/_{4}+4^{5}/_{8}+9^{7}/_{24}$: Մի յայտարարի դարձնելով կ'ստանանք՝ $3^{18}/_{24}+4^{15}/_{24}+9^{7}/_{24}$: Գումարելով կոտորակները կ'ստանանք $^{40}/_{24}$. որոշելով դարձ ամբողջը՝ կ'ստանանք 1 ամբողջ և $^{16}/_{24}$ կամ կրճատելով կ'ստանանք $^{2}/_{3}$: Կ'գրենք $^{2}/_{3}$-ը, իսկ 1 ամբողջը կը գումարենք ամբողջների հետ և կ'ստանանք ընդամենը $17^{2}/_{3}$:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է գումարել միքանի կոտորակներ, երբ նոցա յայտարարները միևնոյն են:

Ի՞նչպէս պէտք է գումարել միքանի կոտորակներ, երբ նոցա յայտարարները զանազան են:

Ի՞նչպէս պէտք է գումարել միքանի կոտորակներ, եթէ նոցա հետ կան և խառը թուներ:

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՀԱՆՈՒՄՆ

41. Կոտորակները միմեանցից հանելու համար պէտք է սկսել նոցա դարձնել մի յայտարարի, յետոյ հանելի խնդրից պէտք է դուրս գալ նորանից, իսկ յայտարարը միևնոյնը թողնել: Օրինակ դիցուք $^{7}/_{9}$-ից պէտք է դուրս գալ $^{2}/_{3}$. մի յայտարարի դարձնելով կ'ստանանք $^{7}/_{9}$ և $^{6}/_{9}$: Դուրս գալով 4 իններորդականը 7 իններորդականից՝ կ'ստանանք 3 իններորդական. այսինքն $^{3}/_{9}$:

Եթէ պահած է խնդրի խնդրից, պէտք է սկսել դուրս գալ խնդրի խնդրից, յետոյ ամբողջը ամբողջից:

Դիցուք տուած է $7^{1}/_{3}$-ից դուրս գալ $3^{3}/_{4}$: Սկսել կոտորակները մի յայտարարի կ'դարձնենք, կ'ստանանք՝ $7^{16}/_{20}$ և $2^{15}/_{20}$: Յետոյ դուրս կ'գանք կոտորակը կոտորակից և ամբողջը ամբողջից՝ կ'ստանանք $5^{1}/_{20}$:

Դիցուք $9^{2}/_{5}$-ից պէտք է դուրս գալ $3^{7}/_{8}$: Կոտորակները մի յայտարարի բերելով կ'ստանանք՝ $9^{16}/_{40}$ և $3^{35}/_{40}$: Յետոյ սկսել դուրս կ'գանք $^{35}/_{40}$-ը, բայց այդ անկարելի է, ուստի նուազելու ամբողջներից մինը կ'դարձնենք քառասուներորդական կտորներ, կ'ստանանք $^{40}/_{40}$ կտոր, $^{16}/_{40}$ էլ ուրիշ ունէինք, միասին կ'լինի $^{56}/_{40}$, որից դուրս գալով $^{35}/_{40}$ կ'մնայ $^{21}/_{40}$: Սկսա 3-ը դուրս կ'գանք 8-ից և կ'ստանանք բոլոր մնացորդը $5^{21}/_{40}$:

Դորանից երևում է որ կոտորակները մի յայտարարի բերելու յետոյ, եթէ հանելի կոտորակը փոքր է հանելի կոտորակից, այն ժամանակը պէտք է հանելու ամբողջներից 1-ը փոչինել կոտորակի և դարձ ընելոյ հանելի կոտորակը, որ դուրս գալ: Այդպէս պէտք է վարուիլ և այն ժամանակ, երբ հանելի ամբողջը հանել կոտորակը:

Օրինակ՝ $8-3^{5}/_{9}=7^{9}/_{9}-3^{5}/_{9}=4^{4}/_{9}$.

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է կոտորակը դուրս գալ կոտորակից:

Ի՞նչպէս պէտք է դուրս գալ խառը թիւը խառը թուից:

Ի՞նչպէս պէտք է դուրս գալ կոտորակը ամբողջից:

Ի՞նչպէս պէտք է դուրս գալ կոտորակը կամ խառը թիւը խառը թուից այն ժամանակ, երբ հանելի կոտորակը մեծ է նուազելի կոտորակից:

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ

42. Կոտորակների բազմապատկութեան ժամանակ կարող են պատահիլ հետևեալ 3 դիպուածը:

Ա. Առաջին դիպուած՝ հոտորակը բաղմապատկել ամբողջ թուի վերայ։

Դիցուք թէ տուած է $^2/_9$-ը բազմապատկել 3-ի վերայ։ Մենք գիտենք որ $^2/_9$-ը բազմապատկել 3-ի վերայ նշանակում է $^2/_9$-ը շատացնել 3 անգամ կամ կրկնել իբրև գումարելի այնքան անգամ, որքան 3-ումը 1 կայ։ Կրկնելով $^1/_9$-ը 3 անգամ՝ կ'ստանանք $^2/_9+{}^2/_9+{}^2/_9=3.{}^2/_9={}^6/_9={}^2/_3$։

Ուրեմն՝ հոտորակը ամբողջ թուի վերայ բազմապատկելու համար, պէտք է հոտորակի համարիչը բազմապատկել ամբողջ թուի վերայ, իսկ յայտարարը նոյնելու թողնել։

Երկրորդ դիպուած՝ ամբողջ թիւը բազմապատկել հոտորակի վերայ։

Դիցուք տուած է 2-ը բազմապատկել $^3/_{10}$-ի վերայ։ Մենք գիտենք որ, մի թիւ բազմապատկել մեւսի վերայ նշանակում է բազմապատկելին կրկնել իբրև գումարելի այնքան անգամ, որքան բազմապատկչումը 1 կայ։ Այդպէս օրինակ 5-ը բազմապատկել 3-ի վերայ, նշանակում է 5-ը կրկնել իբրև գումարելի 3 անգամ կամ շատացնել 3 անգամ։ Նոյնպէս $^3/_7$-ը բազմապատկել 2-ի վերայ, նշանակում է $^3/_7$ կրկնել իբրև գումարելի 2 անգամ կամ շատացնել 2 անգամ։

Տեսնենք ինչ է նշանակում 2-ը բազմապատկել $^3/_{10}$-ի վերայ։ Մեր որոշումով այդ նշանակում է 2-ը կրկնել իբրև գումարելի $^3/_{10}$ անգամ կամ շատացնել $^3/_{10}$ անգամ։ Բայց մի թիւ կրկնել $^3/_{10}$ անգամ կամ շատացնել $^3/_{10}$ անգամ ոչինչ միտք չ'ունի։ Օրինակ՝ ես չ'եմ կարող ասել $^1/_2$ անգամ գնացի տուն։

Բազմապատկութեան այդ որոշումը տեղի ունի այն ժամանակ, երբ բազմապատկիչը ամբողջ թիւ է, իսկ երբ նա կոտորակ է, այդ որոշումը ոչինչ միտք չ'ունի։ Ուստի պէտք է բազմապատկութեանը մի այնպիսի որոշումն տալ,

որ նա տեղի ունենայ բազմապատկիչը ամբողջ եղած ժամանակն էլ, կոտորակ եղած ժամանակն էլ։

Այդ պատճառով բազմապատկումը որոշում են այսպէս. Մի թիւ բազմապատկել մեւսի վերայ նշանակում է բազմապատկելի թուից մի նոր թիւ հանել, ինչպէս որ բազմապատկիչը հանված է 1-ից։ Այդ նոր որոշումը բոլորովին ճիշտ է բազմապատկութեան բոլոր դիպուածների համար և չէ հակառակում առաջվայ որոշմանը։ Օրինակ՝ 5-ը բազմապատկել 3 ի վերայ նշանակում է 5-ից կազմել մի նոր թիւ բոլորովին այնպէս, ինչպէս 3-ը կազմվել է 1-ից։ Մենք գիտենք որ 3-ը կազմվել է 1-ից այնպէս, որ վերցրել ենք 1-ը և կրկնել ենք դորան իբրև գումարելի 3 անգամ $1+1+1=3$։ Այդպէս էլ պէտք է վերցնենք 5-ը և կրկնենք դորան իբրև գումարելի 3 անգամ՝ կ'ստանանք $5+5+5=15$։

Այժմ վերցնենք մեր առաջվայ օրինակը և բազմապատկենք այս նոր որոշումով։ Բազմապատկել 2-ը $^3/_{10}$-ի վերայ նշանակում է 2-ից կազմել մի նոր թիւ բոլորովին այնպէս, ինչպէս որ $^3/_{10}$-ը կազմվել է 1-ից։ Մենք գիտենք որ $^3/_{10}$-ը կազմվել է 1-ից այսպէս. վերցրել ենք 1-ը, դորան 10 հաւասար բաժին ենք արել և այդպիսի բաժին վերցրել ենք 3 անգամ։ Ուրեմն պէտք է այդպէս էլ վերցնենք 2-ը 10 հաւասար բաժին անենք, որ կ'լինի $^2/_{10}+{}^2/_{10}+{}^2/_{10}={}^2.{}^3/_{10}={}^6/_{10}={}^3/_5$։

Ուրեմն ամբողջ թիւը հոտորակի վերայ բազմապատկելու համար պէտք է ամբողջը բազմապատկել հոտորակի համարիչի վերայ, իսկ յայտարարը նոյնելու թողնել։

$$7\times{}^3/_5={}^{7.3}/_5={}^{21}/_5=4{}^1/_5$$

$$4\times{}^7/_8={}^{4.7}/_8={}^{28}/_8={}^7/_2=3{}^1/_2$$

Երրորդ դիպուած՝ Հոտորակը բազմապատկել հոտորակի վերայ։

Դիցուք տուած է բազմապատկել $^4/_7$-ը $^3/_5$-ի վերայ։ Այդ նշանակում է պէտք է $^4/_7$-ից մի նոր թիւ կազմել ու-

զէզ այնպէս, ինչպէս որ $^3/_5$-ը ստացվել է 1-ից։ Բայց մենք գիտենք որ $^3/_5$-ը ստացվել է 1-ից այսպէս. վերցրել ենք 1-ը, բաժանել ենք նորան 5 հաւասար մասը և այդպիսի մասներ վերցրել ենք 3 հատ։ Ուրեմն պէտք է $^4/_7$ ևս բաժանենք 5 հաւասար մասը կամ որ նոյն է փոքրացնենք 5 անգամ, մենք գիտենք որ կոտորակը փոքրացնելու համար պէտք է նորա յայտարարը բազմապատկել, ուրեմն կ՚ստանանք, $^4/_{7\cdot5}$, յետոյ պէտք է դորան կրկնել 3 անգամ, որ կ՚լինի $^{3.4}/_{7\cdot5}=^{12}/_{35}$։

Ուրեմն՝ հոդորակը հոդորակի վերայ բազմապատկելու համար, պէտք է համարիչը բազմապատկել համարիչի վերայ գրել համարիչ, իսկ յայտարարը բազմապատկել յայտարարի վերայ, գրել յայտարար։

Օրինակ՝ $^3/_{11}\times{}^4/_7=^{3.4}/_{11\cdot7}=^{12}/_{77}$; $^5/_8\times{}^4/_{15}=^{5.4}/_{8\cdot15}=^{20}/_{120}=^2/_{12}=^1/_6$։

Երբ հոդորակներն բազմապատկելիքան ժամանակ պատահի խառը թիւ, պէտք է նորան դարձնել անկանոն հոդորակ, յետոյ բազմապատկել ըստ յայտնի կանոնների։ Օրինակ՝ $5^2/_7\times3=^{37}/_7\times3=^{37.3}/_7=^{111}/_7=15^6/_7$; $4\times2^3/_5=4\times{}^{13}/_5=^{4.13}/_5=^{52}/_5=10^2/_5$; $7^2/_5\times4^3/_8=^{37}/_5\times{}^{35}/_8=^{37.35}/_{5\cdot8}=^{1295}/_{40}=^{259}/_8=32^3/_8$։

Եթէ տուած են բազմապատկելու միմեանց վերայ մի քանի թուեր, որոնց մէջը կան օրինակ ամբողջներ էլ, կոտորակներ էլ, խառը թուեր էլ, օրինակ՝ $6\times4^5/_7\times{}^4/_5\times1^3/_8\times3^2/_5\times{}^7/_{11}$։ Դորա համար արժէ միայն խառը թուերն էլ դարձնել անկանոն կոտորակ, յետոյ ամբողջներն ու համարիչները միմեանց վերայ բազմապատկել գրել համարիչ, իսկ յայտարարները միմեանց վերայ բազմապատկել, գրել յայտարար։ Բայց աւելի յարմար է նախ քան բազմապատկելը գրել համարիչն էլ, յայտարարն էլ բազմապատկութեան նշանով, յետոյ համարիչի և յայտարարի մէևնոյն արտադրիչների վերայ կրճատել, ապա մնացածը բազմապատկել։ Վերցրինք օրինակում այդպէս վարվելով՝ այսինքն կրճատելով 11-ի, 4-ի, 7-ի, 2-ի վերայ՝ կ՚ստանանք՝ $^{6.33.4.11.17.7}/_{7\cdot5\cdot8\cdot5\cdot11}=^{3.33.17}/_{5\cdot5}=^{1683}/_{25}=67^8/_{25}$։

Մենք տեսանք որ մի թիւ բազմապատկել մեսի վերայ նշանակում է բազմապատկելի թուերը կազմել արտադրեալը ուղիղ այնպէս, ինչպէս որ բազմապատկիչը կազմված է 1-ից։ Այդ հիման վերայ 7-ը բազմապատկել $^3/_4$ վերայ նշանակում է գտնել 7-ի $^3/_4$ մասը։ Բազմապատկել $^2/_5$-ը $^4/_7$-ի վերայ նշանակում է գտնել $^2/_5$-ի $^4/_7$ մասը։ Ուրեմն եթէ պահանջում են գտնել օրինակ $^5/_8$-ի $^3/_7$ մասը, մենք պէտք է $^5/_8$-ը բազմապատկենք $^3/_7$-ի վերայ։ Օրինակ՝ 14-ի $^3/_7$ մասը կ՚լինի $^{14.3}/_7=2.3=6$։ $5^2/_3$-ի $^6/_7$ մասը, կ՚լինի $^{17}/_3\cdot{}^6/_7=^{102}/_{21}=^{34}/_7=4^6/_7$ և այլն։

Այդպէս ուրեմն այն բոլոր խնդիրները, ուր պահանջվում է գտնել որևիցէ թուի մի կամ մի քանի մասը՝ լուծվում են բազմապատկութեամբ։ Օրինակ՝ դիցուք թէ 1 գըրվանքայ իւղը արժէ $^2/_9$ մանէթ, իմանալու համար թէ որքան կ՚արժենայ $^4/_5$ փուտը, պէտք է $^2/_9$-ը բազմապատկել $^4/_5$-ի վերայ. այդ անելով կ՚ստանանք $^{4\cdot2}/_{5\cdot9}=^8/_{45}$ մանէթ։ Եթէ որ մի մարդ ունի $5^1/_4$ փուտ շաքար, իսկ միւսը ունի դորա ունեցածի $^2/_3$ մասը. իմանալու համար թէ երկրորդը որքան շաքար ունի՝ պէտք է $5^1/_4$-ը բազմապատկել $^2/_9$-ի վերայ, այդ անելով կ՚ստանանք $^{21.2}/_{4\cdot3}=^7/_2=3^1/_2$ փուտ։

Եթէ որևիցէ ամբողջ թիւ օրինակ 8-ը բազմապատկենք ամբողջ թուի վերայ, օրինակ 3-ի վերայ՝ կ՚ստանանք $8\times3=8+8+8=24$։ Հասկանալի է որ արտադրեալը այսինքն 24-ը շատ է բազմապատկելի թուից այսինքն 8-ից, ըստորում գումարը միշտ շատ է մէկ գումարելի թուից։ Բազմապատկելով 8-ը $^5/_4$-ի վերայ՝ կ՚ստանանք $^{8.5}/_4=10$։

Տեսնում ենք որ 8-ը բազմապատկելով անկանոն կոտորակի վերայ՝ շատանում է։ Իսկ եթէ 8-ը բազմապատկենք $^3/_4$-ի վերայ, կ՚ստանանք $^{3.8}/_4 = 6$։ Նշանակում է 8-ը բազմապատկելով կանոնաւոր կոտորակի վերայ՝ փոքրանում է։

Այդ բանը շատ հասկանալի է, քանի որովհետև մենք տեսանք որ 8-ը բազմապատկել $^3/_4$-ի վերայ, նշանակում է գտնել 8-ի $^3/_4$ մասն, բայց որովհետև ամենայն թիւ ունի $^4/_4$, ուստի և $^3/_4$-ը փոքր կ՚լինի $^4/_4$-ից։

Ուրեմն՝ ևս-ը բազմապատկելիս շատանում է միայն այն չափով, երբ նորա բազմապատկիչ ինչ որ մասնաւոր կոտորակ է լինում միայն չափով։ Իսկ երբ բազմապատկիչ նորա կոտորակի վերայ, այն չափով նա փոքրանում է։

Այսպէս օրինակ՝ $6 \times 3 = 18$;

$6 \times {}^3/_2 = {}^{18}/_2 = 9$;

$6 \times {}^2/_3 = {}^{12}/_3 = 4$;

ՀԱՐՑԵՐ

Բազմապատկութեան ժամանակ քանի դիպուած է պատահում եւ որոնք են այդ դիպուածները։

Ի՞նչպէս պէտք է բազմապատկումն կատարել այն դիպուածում, երբ արտադրիչներից մէկը կամ երկուսը եւս խառը թուեր են։

Ի՞նչ է նշանակում մի թիւ բազմապատկել կոտորակի վերայ։

Ի՞նչ խնդիրներ են վճռվում բազմապատկութեամբ։

Ե՞րբ է մի թիւ բազմապատկելուց շատանում եւ երբ է փոքրանում։

Կազմեցէք այնպիսի խնդիր, որ վճռվի բազմապատկութեամբ կոտորակը ամբողջի վերայ, ամբողջը կոտորակի վերայ եւ կոտորակը կոտորակի վերայ։

ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

43. *Կոտորակների բաժանման ժամանակ պատահում են հետևեալ երեք դիպուածը։*

Առաջին դիպուած. Թողարկէ բաժանել ամբողջ թուի վերայ։

Դիցուք տուած է $^6/_7$-ը բաժանել 3-ի վերայ։ Այդ նշանակում է պէտք է $^6/_7$-ը փոքրացնել 3 անգամ, իսկ մենք գիտենք որ, կոտորակը փոքրացնելու համար պէտք է կամ համարիչը բաժանել կամ յայտարարը բազմապատկել։ Յայտարարը բազմապատկելով 3-ի վերայ՝ կստանանք $^6/_7 : 3 = {}^6/_{7 \cdot 3} = {}^2/_7$։

Ուրեմն՝ թողարկէ ամբողջ թուի վերայ բաշխապատկելու համար, պէտք է կամ յայտարարը բաշխապատկել կամ համարիչը բաժանել ամբողջ թուի վերայ։ Օրինակ՝ $^{14}/_{15} : 7 = {}^2/_{15}$; $^3/_8 : 5 = {}^3/_{40}$ և այլն։

Երկրորդ դիպուած. ամբողջ թիւը բաժանել թողարկի վերայ։

Դիցուք թէ տուած է 3-ը բաժանել $^2/_5$-ի վերայ։ Բաժանել 3-ը $^2/_5$-ի վերայ նշանակում է գտնել այնպիսի թիւ, որը եթէ բազմապատկենք բաժանարարի այսինքն $^2/_5$-ի վերայ ստանանք արտադրեալը 3։ Մենք գիտենք որ, քանորդը բազմապատկելով $^2/_5$-ի վերայ, կ՚ստանանք նորա $^2/_5$ մասը։ Նշանակում է քանորդի $^2/_5$ մասը պէտք է հաւասար լինի 3-ին, ուրեմն քանորդի $^1/_5$ մասը 2 անգամ փոքր կը լինի 3-ից այսինքն կ՚լինի $^3/_2$, իսկ քանորդի $^5/_5$ մասը կամ բոլոր քանորդը աւելի կ՚լինի $^3/_2$-ից 5 անգամ այսինքն կը լինի $^{3.5}/_2 = {}^{15}/_2 = 7\,{}^1/_2$։

Ուրեմն՝ ամբողջ թիւը թողարկի վերայ բաժանելու համար, պէտք է ամբողջը բաշխապատկել յայտարարի վերայ և արդիւնքը բաժանել համարիչի վերայ։ Օրինակ՝ $4 : {}^2/_3 = {}^{4.3}/_2 = {}^{12}/_2 = 6$։ $9 : {}^6/_7 = {}^{9.7}/_6 = {}^{3.7}/_2 = {}^{21}/_2 = 10\,{}^1/_2$։

Երրորդ դիպուած. թողարկը բաժանել թողարկի վերայ։

Ասենք թէ տուած է $^3/_8$-ը բաժանել $^4/_7$-ի վերայ։ Մենք գիտենք որ քանորդը բազմապատկած $^4/_7$-ի վերայ, այսինքն քանորդի $^4/_7$ մասը, հաւասար է $^3/_8$-ին, ուրեմն քանորդի $^1/_7$ մասը փոքր կ՚լինի $^3/_8$-ից 4 անգամ. այսինքն կը լինի $^3/_{8 \cdot 4}$, իսկ բոլոր քանորդը որ է $^7/_7$ կ՚լինի $^3/_{8 \cdot 4}$-ից 7 անգամ աւելի. այսինքն կ՚լինի $^{3.7}/_{8 \cdot 4} = {}^{21}/_{32}$։

Ուրեմն՝ հոտորակը հոտորակի վերայ բաժանելու համար, պէտք է բաժանելի հոտորակի համարիչը բազմապատկել բաժանարարի յայտարարի վերայ և գրել համարիչ, իսկ բաժանելու յայտարարը բազմապատկել բաժանարարի համարիչի վերայ և գրել յայտարար։

Օրինակ՝ $^4/_7 : {}^3/_5 = {}^{4.5}/_{7.3} = {}^{20}/_{21}$; $^7/_8 : {}^4/_5 = {}^{7.5}/_{8.4} = {}^{35}/_{32} = 1\,{}^3/_{32}$։

Եվէ հոտորակներէն բաժանման ժամանակ պատահի խառը թիւ, այն ժամանակը պէտք է առաջ խառը թիւը փոխել անհանոն հոտորակի, ապա բազմապատկել ընդհակ հոտորակ։ Օրինակ՝ $7\,{}^3/_5 : 4 = {}^{38}/_5 : 4 = {}^{38}/_{5.4} = {}^{38}/_{20} = 1\,{}^{18}/_{20} = 1\,{}^9/_{10}$; $4 : 5\,{}^2/_3 = 4 : {}^{17}/_3 = {}^{4.3}/_{17} = {}^{12}/_{17}$; $2\,{}^3/_4 : 5\,{}^6/_7 = {}^{11}/_4 : {}^{41}/_7 = {}^{11.7}/_{4.41} = {}^{77}/_{164}$;

Կոտորակների բաժանման ժամանակ աւելի լաւ է նախ նշանակել գործողութիւնը, յետոյ կրճատել, եթէ կարելի է։ Օրինակ՝ $1\,{}^2/_{15} : {}^{17}/_{30} = {}^{17}/_{15} : {}^{17}/_{30} = {}^{17.30}/_{15.17} = 2$; $7\,{}^3/_4 : 23\,{}^1/_4 = {}^{31}/_4 : {}^{93}/_4 = {}^{31.4}/_{4.93} = {}^1/_3$ և այլն։

Անուանական կոտորակ թուերի բաժանման ժամանակ պատահում են երկու դիպուած։

Առաջին դիպուած։ Եվէ բաժանարարը վերացուկն ըլլ է, այն ժամանակը պէտք է բաժանելին վերածել մի չափի, յետոյ բաժանել։ Օրինակ դիցուք տուած է 20 ամիէնը և $2\,{}^1/_2$ արշինը բաժանել $1\,{}^2/_5$-ի վերայ։ Դորա համար 20 ամիէն և $2\,{}^1/_2$ արշինը դարձնելով արշին՝ կ'ստանանք $62\,{}^1/_2$ արշին. դորան բաժանելով $1\,{}^2/_5$-ի վերայ, կ'ստանանք՝ ${}^{125}/_2 : {}^7/_5 = {}^{625}/_{14} = 44\,{}^9/_{14}$ արշին = 14 ամիէն $2\,{}^9/_{14}$ արշին։ Այս դիպուածում քանորդը բաժանելու հետ նոյնատեսակ թիւ է։

Երկրորդ դիպուած։ Եվէ բաժանելին և բաժանարարը նոյնպէսի խառը են, այն ժամանակը պէտք է երկուքն էլ վերածել նոյնպէսի չափի, յետոյ բաժանել ընդհակ հոտորակ խառը։ Այդ ժամանակը տուածը կ'պատանդ վերացուկն ըլլ, որ ոչ կ'պոյ ըլէ տանի անգամ բաժանելին շատ է հետ փոքր է բաժանարարից։ Օրինակ դիցուք տուած է 13 ամիէնը $^3/_4$ արշինը 7 վերշոկը բաժանել $3\,{}^1/_2$ ամիէնի $2\,{}^3/_4$ արշինի և $2\,{}^1/_3$ վերշոկի վերայ։ Բաժանելին և

բաժանարարը դարձնելով վերշոկներ, կ'ստանանք 643 վերշ. : $214\,{}^1/_3$ վերշ. $= 643 : {}^{643}/_3 = {}^{643.3}/_{643} = 3$

Մենք գիտենք որ 4-ը բաժանել $^3/_5$-ի վերայ նշանակում է գտնել այնպիսի թիւ, որի $^3/_5$ մասը հաւասար լինի 4-ին։ Նոյնպէս բաժանել $^4/_5$-ը $^3/_8$-ի վերայ նշանակում է գտնել այնպիսի թիւ, որի $^3/_8$ մասը հաւասար լինի $^4/_5$-ին և այլն։ Ուրեմն այն բոլոր խնդիրները, որոնց մէջ յայտնի է լինում թուի որևիցէ մասը և պահանջվում է գտնել բոլոր թիւը, վճռվում են բաժանումով։ Օրինակ. եթէ հարկաւոր լինի գըտնել մի թիւ, որի $^4/_7$ մասը հաւասար է 28-ին, պէտք է 28-ը բաժանել $^4/_7$-ի վերայ, կ'ստանանք՝ $28 : {}^4/_7 = {}^{196}/_4 = 49$։ Նոյնպէս եթէ ճանապարհի $^3/_5$ մասը գնացել են 9 ժամում, բոլոր ճանապարհը կելնան $9 : {}^3/_5 = {}^{45}/_3 = 15$ ժամում։ Եթէ $^5/_8$ փուռ իւղը արժէ 6 մանէթ, ամբողջ փուռը կ'արժենայ $6 : {}^5/_8 = {}^{48}/_5 = 9\,{}^3/_5$ մանէթ։

Դիցուք ունենք որևիցէ թիւ, օրինակ 24։ Դորան հետևաբար բաժանենք ամբողջ թուի, անհանոն կոտորակի և կանոնաւոր կոտորակի վերայ, կ'ստանանք՝

$24 : 3 = 8$

$24 : {}^8/_5 = 15$

$24 : {}^3/_7 = 56$

Այս օրինակներիցը երևում է որ, ևէ բաժանելու ցոյց տալու է թէ այն ժամանակը, երբ բաժանարարը 1-ից շատ է, այնժամ ամբողջ ևէ է նմ պանհանոն հոտորակ։ Իսկ եվէ ևէ բաժանելի հետևաբար հոտորակի վերայ, այն ժամանակը նա շատանում է։

Ուրեմն թիւը բաժանել միշտ չէ նշանակում փոքրացնել ինչպէս և բազմապատկել միշտ չէ նշանակում շատացնել։

Ա Մ Փ Ո Փ

Կոտորակների բաժանման ժամանակ ինչ դիպուածներ են պատահում եւ ինչպէս են դրան։

Ինչպէս պէտք է բաժանել կոտորակը ամբողջ թուի վերայ. ամբողջ թիւը կոտորակի վերայ, կոտորակը կոտորակի վերայ։

Ինչ է նշանակում թիւը բաժանել կոտորակի վերայ։

Ինչ խնդիրներ են վճռվում բաժանումով։

Թիւը բաժանելիս երբ է շատանում եւ երբ է փոքրանում։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԹՈՒԱՐԿՈՒԹԻՒՆԸ

44. *Տասնորդական կոտորակներ կոչւում են այն կոտորակները, որոնց յայտարարներն են 10, 100, 1000, ... այսինքն ամբողջի 1-ը չերեքներով։ Օրինակ՝* $^{3}/_{10}$, $^{7}/_{100}$, $^{11}/_{1000}$, $^{13}/_{10000}$ *և այլն։*

Եթէ մենք ամբողջը բաժանենք 10 հաւասար մասը, կ՚ստանանք տասներորդական մասներ։ Եթէ տասներորդական մասը դարձեալ 10 հաւասար բաժին անենք՝ կ՚ստանանք հարիւրերորդական մասներ։ Եթէ հարիւրերորդական մասը դարձեալ 10 հաւասար բաժին անենք՝ կ՚ստանանք հազարերորդական մասներ և այլն։

Այստեղից երևում է որ իւրաքանչիւր կարգի կոտորները աւելի են իւրեանց յաջորդ կարգի կոտորից 10 անգամ, այդ պատճառով էլ այդպիսի կոտորները կոչվում են տասնորդական կոտորակներ։

Թէպէտ տասնորդական կոտորակները մտնում են հասարակ կոտորակների մէջ, բայց նոցա սովորում ենք և առանձին այն պատճառով, որ նոցա կարելի է գրել և առանց յայտարարի։ Այդ պատճառով էլ բոլոր գործողութիւնները

տասնորդական կոտորակներով ներկայացնում են շատ պարզութիւններ։

Այժմ տեսնենք ինչպէս պէտք է գրել տասնորդական կոտորակը։ Տասնորդական կոտորակը գրելու համար ընդունել են հետևեալ պայմանը. այն է՝ եթէ ամբողջ կայ, առաջ գրում են ամբողջը, իսկ եթէ ամբողջ չկայ, գրում են 0։ Յետոյ մի ստորակէտ են դնում, որից յետոյ գրում են կոտորները հետևեալ կարգով՝ ստորակէտից յետոյ առաջին տեղումը գրում են տասներորդական կոտորները, երկրորդ տեղումը՝ հարիւրերորդական կոտորները, երրորդ տեղումը՝ հազարերորդական կոտորները և այլն։ Եթէ որևիցէ կարգի կոտոր չկայ, նորա տեղը գրում են 0։ Օրինակ դիցուք պէտք է գրել 7 ամբողջ, 4 տասերորդական, 5 հարիւրերորդական, 8 տասը հազարերորդական և 9 միլիոներորդական։ Դորա համար առաջ պէտք է գրել 7 ամբողջը և ստորակէտ գրել. յետոյ գրել 4-ը, ապա գրել 5-ը. որովհետև հազարերորդական կոտոր չկայ, ուստի երրորդ տեղումը պէտք է գրել 0. դորանից յետոյ պէտք է գրել 8 տասը հազարերորդականը և որովհետև հարիւրհազարերորդական կոտոր չկայ, ուստի ստորակէտից յետոյ հինգերորդ տեղումը կ՚գրենք դարձեալ 0. դորանից յետոյ վեցերորդ տեղումը կ՚գրենք 9 միլիոներորդականը և կ՚ստանանք՝ 7,450809։

Նոյնպէս կարող ենք գրել հետևեալ թուերը՝

$3+{}^{4}/_{10}+{}^{7}/_{100}+{}^{9}/_{1000}=3{,}479;$

$1+{}^{5}/_{10}+{}^{6}/_{1000}=1{,}506$

${}^{7}/_{100}+{}^{6}/_{10000}+0{,}0706$

${}^{5}/_{10000}=0{,}0005$

${}^{7}/_{100}+{}^{9}/_{10000}+{}^{3}/_{100000}+{}^{4}/_{1000000}=0{,}070934$ *և այլն։*

Դիցուք ուզենք 347,6358։ Մենք տեսնում ենք որ ինչպէս հարիւրաւորը շատ է տասնաւորից և տասնաւորը միաւորից 10 անգամ, այնպէս էլ միաւորը շատ է տասերորդական կոտորից 10 անգամ, տասերորդական կոտորը շատ

է հարիւրերորդական կոտրից 10 անգամ, հարիւրերորդական կոտրը 100 անգամ է հազարերորդական կոտրից 10 անգամ և այլն։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿԻ ԿԱՐԴԱԼԸ

45. Տասնորդական կոտորակների կարդալը շատ հեշտ է։ Դիցուք թէ ունենք 4,507306։ Մենք տեսնում ենք որ այդ թուումը կայ 4 ամբողջ, 5 տասներորդական կոտր, 7 հազարերորդական կոտր, 3 տասնհազարերորդական կոտր, 6 միլիոներորդական կոտր և չկան դորանում հարիւրերորդական և հարիւրհազարերորդական կոտրներ։ Ուրեմն դորան կ'կարդանք այսպէս՝ 4 ամբողջ, 5 տասներորդական, 7 հազարերորդական, 3 տասըհազարերորդական, 6 միլիոներորդական։ Նոյնպէս 0,7405-ը կ'կարդանք՝ 0 ամբողջ, 7 տասներորդական, 4 հարիւրերորդական, 5 տասըհազարերորդական։ Դոցա նման էլ կ'կարդանք՝ $0,03406 = {}^{3}/_{100} + {}^{4}/_{1000} + {}^{6}/_{100000}$; $4,0007 = 4 + {}^{7}/_{10000}$ և այլն։

Ուրեմն՝ պատուորդչին հարցրէք հարցը՝ պէտ է ամբողջ թուրէ ամբողջը ինչ, ապա պէտ է հերթաբար հարցրէ նամակները՝ սկսելով նոցա ներքին ներքինից մինչև վերջինը, որ նա ոչնչի ներ քաշած պիղծ հոմէմտ։

Տասնորդական կոտորակի այդ ձևով կարդալը յարմարութիւն չունի, աւելի հեշտ է կարդալ հետևեալ կերպով։ Դիցուք ունենք $7,4385 = 7 + {}^{4}/_{10} + {}^{3}/_{1000} + {}^{8}/_{10000} + {}^{5}/_{10000}$. դոցա գումարելով՝ կ'ստանանք ${}^{74385}/_{10000}$, ուրեմն $7,4385 = {}^{74385}/_{10000}$։ Նոյնպէս պէտք է կարդալ և հետևեալ կոտորակը՝ $0,7845 = {}^{7845}/_{10000}$։ 0,04005-ը պէտք է կարդալ 0 ամբողջ, 4005 հարիւրհազարերորդական; 3,2057-ը պէտք է կարդալ՝ 3 ամբողջ 2057-ը տասըհազարերորդական; 0,00407-ը պէտք է կարդալ՝ 407-ը հարիւրհազարերորդական և այլն։

Այստեղից հետևում է որ պատուորդչին հարցրէք հարցը՝ պէտ է ամբողջ թուրէ ամբողջը ինչ, յետոյ հարցրէ բոլոր հարիւրէը պնդէ, ինչպէս հարցրած էն ամբողջը և այլ ինչ վերջի նամակին պատասխանը։ Այդպէս օրինակ՝ 0,04057-ը կ'կարդացվի՝ 0 ամբողջ, չորս հազար, յիսուն եօթը հարիւրհազարերորդական։

Մենք տեսանք թէ ինչպէս պէտք է գրել տասնորդական կոտորակը այն ժամանակ, երբ իւրաքանչիւր կարգի կոտրի անունը ասում են առանձին առանձին, օրինակ 5 ամբողջ, 7 տասերորդական, 8 հազարերորդական, գրում ենք այսպէս՝ 5,708։ Այժմ տեսնենք ինչպէս պէտք է գրել տասնորդական կոտորակը այն ժամանակ, երբ բոլոր կարգի կոտրները ասում են միասին։ Օրինակ գրել 4027 հարիւրհազարերորդական։ Դորա համար պէտք է նկատել, որ ստորակէտից յետոյ դէպի ա՛ր որքան թուանշաններ կան, այնքան էլ յայտարարումը պէտք է զերօներ լինին։ Օրինակ՝ 18,934; ստորակէտից յետոյ երեք թուանշան կայ, դորա յայտարարն էլ երեք զերօ ունի, որ է 1000; հետևեալ կոտորակում՝ 0,00764 ստորակէտից յետոյ հինգ թուանշան կայ, դորա յայտարարն էլ ունի հինգ 0, որ է 100000 և այլն։ Դոցա հակառակ որքան զերօ կայ այն կոտորակի յայտարարումը, որ մենք կամենում ենք գրել, այնքան էլ թուանշան պէտք է լինի ստորակէտից յետոյ։ Ասենք թէ տուած է գրելու 327 հարիւրհազարերորդական, որովհետև այդ կոտորակի յայտարարը, որ է 100000, պարունակում է իր մէջ հինգ 0, ուստի և ստորակէտիցը յետոյ պէտք է լինի հինգ թուանշան, բայց տուած թիւը ունի ա՛րդէն երեք թուանշան, ուստի պէտք է դորան գրել և դորանից առաջ դէպի ձախ գրել դարձեալ երկու 0, որ հինգ թուանշանը լրանայ և ստորակէտ դնել, ապա գրել մի զերօ ևս ամբողջի տեղը, որովհետև ամբողջ չունենք։ Այդպէս վարվելով՝ կ'ստանանք

0,00327։ Այդպէս էլ պէտք է գրել օրինակ 7 ամբողջ 2098 միլիոներորդական 7,002098 և այլն։

Ուրեմն՝ որ-երէք տասնորդական կոտորակ գրելու համար, պէտք է գրել նորա համարիչը և ապա ձախ կողմից զատել այնքան նշաններով, որքան որ հայտարարումը զրօ ունի։ Եթէ պատահի որ համարիչն նշանները պակաս լինեն, այն ժամանակը պէտք է նորա սկզբը ձախ կողմից գրել զրօներ, որոյ զանել ապրանքը և ապա գրել ամբողջը, եթէ կայ, կամ եթէ չկայ, նորա սկզբը։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՄԵԾԱՑՆԵԼԸ ԵՒ ՓՈՔՐԱՑՆԵԼԸ 10; 100; 1000 ԵՒ ԱՅԼՆ ԱՆԳԱՄ։

46. Դիցուք ունենք 8,6453։ Եթէ մենք ստորակէտը տանենք մի թուանշանից դէպի աջ, կ՚ստանանք 86,453։ Համեմատելով առաջվայ կոտորակը նոր ստացածի հետ՝ տեսնում ենք որ 8-ը առաջ միաւոր էր, այժմ դարձաւ տասնաւոր. 6-ը առաջ տասներորդական կոտր էր, այժմ դարձաւ 6 ամբողջ միաւոր. 4-ը առաջ հարիւերորդական կոտր էր, այժմ դարձաւ տասներորդական կոտր. 5-ը առաջ հազարերորդական կոտր էր, այժմ դարձաւ հարիւերորդական կոտր. 3-ը առաջ տասըհազարերորդական կոտր էր, այժմ դարձաւ հազարերորդական։ Ուրեմն իւրաքանչիւր թուանշանի նշանակութիւնը շատացաւ 10 անգամ։ Եթէ ստորակէտը տանենք դէպի աջ երկու, երեք, չորս թուանշանից, կ՚ստանանք համապատասխան՝ 864,53; 8645,3; 86453, որոնք շատ են առաջվայ տուած թուից, այն է 8,6453-ից 100, 1000, 10000 անգամ։ Հետևաբար կարող ենք ասել՝ տասնորդական կոտորակը 10, 100, 1000 և այլն անգամ շատացնելու համար պէտք է ստորակէտը տանել դէպի աջ

վեց թուանշան, բայց որովհետև տուած կոտորակումը կայ միայն չորս թուանշան, այդ պատճառով պէտք է աւելացընել երկու զերօ, կ՚ստանանք 007500 ամբողջ, բայց որով հետև ամբողջների մէջ ձախ կողմից զերօները ոչինչ չեն նշանակում, ուստի նոցա պէտք է ջնջել, այն ժամանակը կ՚ստանանք 7500 ամբողջ։ Այդ թիւը շատ է տուած 0,0075-ից 1000000 անգամ։

Դիցուք թէ ունենք 346,72։ Եթէ մենք ստորակէտը տանենք դէպի ձախ՝ մէկ, երկու երեք, չորս և այլն թուանշան, կ՚ստանանք համապատասխան՝ 34,672; 3,4672; 0,34672; 0,034672 և այլն։ Այդ ստացած թուերի թուանշանները համեմատելով տուած թուի թուանշանների հետ, կ՚տեսնենք, որ 346,72-ը 10, 100, 1000, 10000 և այլն անգամ փոքրացաւ։

Ուրեմն՝ տասնորդական կոտորակը **10, 100, 1000** և այլ անգամ փոքրացնելու համար, պէտք է ստորակէտը տանել դէպի ձախ երեք թուանշանից, աւելացնելով ձախ կողմից երկու զերօ և կ՚ստանանք 0,00476։ Եթէ ունենք միայն ամբողջ թիւ, նշանակում է ստորակէտը գտանվում է նորա վերջումը, ուրեմն նորան էլ կամենալով փոքրացնել 10, 100, 1000 և այլն անգամ, պէտք է ստորակէտը տանել դէպի ձախ՝ մէկ, երկու, երեք և այլն թուանշանից. օրինակ՝ 256-ը փոքրացնելով 10, 100, 1000, 10000 և այլն անգամ, կ՚ստանանք համապատասխան՝ 25,6; 2,56; 0,256; 0,0256 և այլն։

Եթէ օրինակ՝ 0,376 տասնորդական կոտորակի ստորակէտը ջնջենք, կ՚ստանանք 376 ամբողջ, որ շատ է տուած կոտորակից 1000 անգամ։

Ուրեմն՝ երբ տասնորդական կոտորակի սպորչիկը զրո՞վ է, նա շատանում է այնտեղ անգամ, որտեղ յայտարարը է տալիս:

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿԻ ՄԻ ՅԱՅՏԱՐԱՐԻ ԲԵՐԵԼԸ

47. Դիցուք թէ ունենք որևիցէ կոտորակ. օրինակ 0,36: Եթէ մենք այդ կոտորակի աջ կողմից աւելացնենք 1 զերօ, կ՚ստանանք՝ 0,360: Համեմատենք առաջվայ կոտորակը նոր ստացած կոտորակի հետ և տեսնենք ինչ փոփոխութիւն ստացաւ նա: Մեզ տուած կոտորակի համարիչն էր 36 հարիւրերորդական, այժմ ստացանք 360 հազարերորդական, ուրեմն ինչպէս կոտորակի համարիչը 36-ից տասն անգամ շատացաւ և դարձաւ 360, այնպէս էլ յայտարարը 10 անգամ շատացաւ և 100-ից դարձաւ 1000, մենք էլ գիտենք որ կոտորակի համարիչը և յայտարարը շատացնելով մի՛ անգամ, կոտորակի նշանակութիւնը չի փոխվիլ, այլ կ՚փոխվի միայն նորա պատկերը:

Ուրեմն՝ երբ տասնորդական կոտորակի աջ կողմից աւելացնենք մի քանի զերօներ, կոտորակի նշանակութիւնը չէ փոխվում:

Հիմնվելով տասնորդական կոտորակների այդ յատկութեան վերայ, մենք կարող ենք նորա շատ հեշտութեամբ բերել մի յայտարարի:

Դիցուք ունենք հետևեալ կոտորակները՝ 0,5; 0,007; 4,96; 7,06458; Եթէ մենք առաջին կոտորակի աջ կողմից աւելացնենք չորս զերօ, երկրորդից երկու զերօ, երրորդից երեք զերօ, իսկ չորրորդը թողնենք անփոփոխ, կ՚ստանանք հետևեալ համապատասխան կոտորակները՝ 0,50000; 0,00700; 4,96000; 7,06458; որոնց բոլորի նշանակութիւնը մնաց անփոփոխ, իսկ յայտարարները հաւասարվեցան եղան միևնոյն. այն է՝ 100000:

Ուրեմն՝ տասնորդական կոտորակները մի յայտարարի բերելու համար, պէտք է նոցա աջ կողմից աւելացնենք տասնորդական նշանների այնքան քանակութիւն, որքան յայտարարում կայ:

Ինչպէս տասնորդական կոտորակների աջ կողմից զերօներ աւելացնելով նոցա նշանակութիւնը չէ փոխվում, այնպէս էլ եթէ տասնորդական կոտորակների աջ կողմում զերօներ լինեն և մենք չնչենք, կոտորակի նշանակութիւնը չի փոխվիլ: Օրինակ դիցուք ունենք հետևեալ կոտորակները՝ 0,380; 0,500; 7,200; 0,005200: Չնչելով զերօները դոցա աջ կողմից՝ կ՚ստանանք հետևեալ կոտորակները, 0,38; 0,5; 7,2; 0,0052, որոնք բոլորովին հաւասար են առաջվայ տուածներին: Այդպիսով մենք կրճատում ենք տասնորդական կոտորակները:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ կոտորակներ են կոչվում տասնորդական:

Տասնորդական կոտորակները ինչ յարմարութիւններ ունին հասարակ կոտորակների վերաբերութեամբ:

Ի՞նչ սկզբունքի հիման վերայ տասնորդական կոտորակները գրվում են առանց յայտարարի:

Ի՞նչպէս է կարդացվում տասնորդական կոտորակը:

Ի՞նչպէս է գրվում տասնորդական կոտորակը:

Ի՞նչպէս պէտք է տասնորդական կոտորակը շատացնել 10, 100, 1000, եւ այլն անգամ:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ տասնորդական կոտորակը, եթէ չնչենք նորա ստորակէտը:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ տասնորդական կոտորակը, եթէ նորա աջ կողմից աւելացնենք մի կամ մի քանի զերօներ:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ՚ստանայ տասնորդական կոտորակը, եթէ նորա աջ կողմից չնչենք մի կամ մի քանի զերօներ:

Ի՞նչպէս պէտք է տասնորդական կոտորակները դարձնել մի յայտարարի:

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐՈՒՄՆ ԵՒ ՀԱՆՈՒՄՆ

48. Դիցուք առաջ է գումարելու 0,789+29,04+5,9648+0,0875։ Որա համար առաջ մենք գումարելիքը կ'գբենք միմեանց տակ այնպէս, որ ամբողջները լինեն միմեանց տակը կարգով և համանուն կոտորները միմեանց տակը և գիծ կ'քաշենք հետևեալ կերպով՝

0,789
29,04
5,9648
0,0875
35,8813

Յետոյ կ'գումարենք առաջ ամենափոքր կոտորները ասելով՝ 8 տասըհազարերորդական և 5 տասըհազարերորդական՝ կ'լինի 13 տասըհազարերորդական, որի մէջ կայ 3 տասըհազարերորդական, որ կ'գրենք գծի տակ իւր տեղում, և 1 հազարերորդական, որ կ'գումարենք հազարերորդականների հետ ասելով՝ 1 հազարերորդական և 9-ը կ'լինի 10-ը և 4 կ'լինի 14 և 7-ը կ'լինի 21 հազարերորդական, որի մէջ կայ 1 հազարերորդական, որ կ'գրենք գծի տակ իւր տեղում, և 2 հարիւրերորդական, որ կ'գումարենք հարիւրերորդականների հետ ասելով՝ 2 հարիւրերորդական և 8 կ'լինի 10 և 4 կ'լինի 14 և 6 կ'լինի 20 և 8 կ'լինի 28 հարիւրերորդական, որի մէջ կայ 8 հարիւրերորդական, որ կ'գրենք գծի տակ իւր տեղում և 2 տասերորդական, որ կ'գումարենք տասերորդականների հետ ասելով՝ 2 տասերորդական և 7-ը կ'լինի 9-ը և 9-ը կ'լինի 18 տասերորդական, որի մէջ կայ 8 տասերորդական, որ կ'գրենք գծի տակ իւր տեղում և ստորակէտ կ'դնենք և 1 ամբողջ, որ կ'գումարենք ամբողջների հետ ասելով՝ 1 ամբողջ և 9-ը կ'լինի 10 և 5 կ'լինի 15, որի մէջ կայ 5 միաւոր, որ կ'գրենք գծի

տակ իւր տեղում և 1 տասնաւոր, որ գումարելով 2 տասնաւորի հետ կ'լինի 3 տասնաւոր և գումարը՝ կ'ստանանք ընդամենը 35,8813։

Այդպէս վարվելով և հետևեալ օրինակներում կ'ստանանք՝

7,8645	9,06459
+32,918	+0,782358
0,08963	4,90678
40,87213	0,0894
	14,843128

Կարելի էր գումարելուց առաջ կոտորակները մի յայտարարի բերել հարկաւոր զերօներ աւելացնելով կոտորակների աջ կողմից։

Այժմ դիցուք 31,82-ից պէտք է դուրս գալ 4,256-ը։ Որա համար առաջ կոտորակները մի յայտարարի կ'բերենք և ապա միմեանց տակը կ'գրենք պատշաճաւոր կերպով, ամբողջները միմեանց տակ և համանուն կոտորները միմեանց տակ հետևեալ կերպով՝

31,8'2'0
—4,256
27,564

Եւ դուրս կ'գանք առաջ ամենափոքր կոտորը, այն է 6 հազարերորդականը, բայց որովհետև հազարերորդական չը կայ նուազելի թւում, ուստի 1 հարիւրերորդականը մանրացնելով՝ կ'ստանանք 10 հազարերորդական, որից դուրս գալով 6 հազարերորդականը՝ կ'մնայ 4 հազարերորդական, որ կ'գրենք գծի տակ իւր տեղում։ Յետոյ դուրս կ'գանք 5 հարիւրերորդականը մնացած 1 հարիւրերորդականից, որ անկարելի է, ուստի 1 տասերորդականը կ'մանրացնենք կ'ստանանք 10-ը հարիւրերորդական, 1 էլ ունէինք՝ կ'լինի 11 հարիւրերորդական, որից դուրս գալով 5 հարիւրերորդակա-

նը՝ կ՚մնայ 6 հարիւրերորդական, որ կ՚գրենք գծի տակ իւր տեղում։ Յետոյ դուրս կ՚գանք 2 տասերորդականը մնացած 7-ը տասերորդականից, կ՚մնայ 5 տասերորդական, որ կ՚գրենք իւր տեղում և տորակէտ կ՚դնենք։ Ապա դուրս կ՚գանք ամբողջները իւրեանց կարգով և կ՚ստանանք մնացորդը՝ 27,564։ Այդպէս էլ կարող ենք դուրս գալ օրինակ 17-ից 8,964։ Դորա համար 17-ից յետոյ կ՚գրենք տորակէտ և յետոյ երեք զերօ կ՚աւելացնենք աջ կողմից, որ ոչինչ փոփոխութիւն չի յառաջացնել, ապա պատշաճաւոր կերպով միմեանց տակը գրելով դուրս կ՚գանք այնպէս, ինչպէս առաջի օրինակումը դուրս եկանք և կ՚ստանանք մնացորդը՝ 8,036։

17՚,0՚0՚0
— 8,964
8,036

Ուրեմն՝ պատնորդական հոտորակները մէջեղ հէպ գումարելու համար մէջեղից հանելու համար, պէտք է նախ հոտորակները մի յայտարարի բերել յետոյ մէջեղի տակը գրել այնպէս, որ նոյնատեսակ միաւորները և հանուած հոտրները լինեն մէջեղի տակ հոտրերը և պէտք է գումարել կամ հանել ինչպէս ամբողջ թուներ և յետոյ տորակէտը դնել ի-ը տաջլոյ տեղում։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՈՒՄՆ

49. Դիցուք թէ տուած է 3,068-ը բազմապատկել 0,27-ի վերայ։ Դորա համար մենք ինչպէս բազմապատկելու նոյնպէս և բազմապատկէի տորակէտները կ՚չնչենք և կ՚ստանանք 3068 և 27։ Յետոյ այդ թուերը միմեանց վերայ բազմապատկելով ինչպէս ամբողջները՝ կ՚ստանանք արտագրեալը 82836։ Բայց մենք բազմապատկելու տորակէտը չնչելով՝ նորան շատացրինք 1000 անգամ, նշանակում է 1000 անգամ էլ կ՚շատանար արտագրեալը։ Նոյնպէս չնչելով տորակէտը բազմապատկէի մէջ՝ նորան շատացրինք 100 անգամ։ Նշանակում է 1000 անգամ շատացրած արտագրեալը դարձեալ շատացաւ 100 անգամ. այսինքն ընդամենը շատացաւ իսկական արտագրեալից 100000 անգամ։ Ուստի իսկական արտագրեալը ստանալու համար, պէտք է ստացած արտագրեալը, որ է 82836, փոքրացնել 100000 անգամ. այսինքն աջ կողմից տորակէտով բաժանել հինգ թուանշան։ Այդ անելով՝ կ՚ստանանք 0,82836։

Այդպէս էլ վարվելով հետևեալ օրինակներում՝ կ՚ստանանք՝

0,576×0,08=0,04608
4,368×0,27=1,17936

Ուրեմն՝ պատնորդական հոտորակները բազմապատկելու համար պէտք է տորակէտները չնչել և բազմապատկել ինչպէս ամբողջ թուեր, յետոյ տաջլոյ արտագրեալի աջ կողմից տորակէտով բաժանել այնքան թուանշան, որքան պատնորդական թուանշան կայ բազմապատկելու և բազմապատկէի մէջ միասին։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԲԱԺԱՆՈՒՄՆ

50. Տասնորդական կոտորակների բաժանման ժամանակ լինում են երկու դիպուածք։

Առաջին դիպուածն այն է, երբ բաժանարարը լինում է ամբողջ թիւ։ Դիցուք պէտք է 5,484-ը բաժանել 8-ի վերայ։ Այդ գործողութիւնը մենք կ՚կատարենք այսպէս՝ եթէ 5 ամբողջը բաժանենք 8-ի վերայ, ամեն-մի բաժինը ամբողջ չի լինիլ, ուստի քանորդումը կ՚գրենք 0 ամբողջ։ Յետոյ 5 ամբողջը կ՚դարձնենք տասերորդական կոտորներ. 1 ամբողջը ունի 10-ը տասերորդական. 5 ամբողջը կ՚ունենայ 5 անգամ 10-ը այսինքն 50 տասերորդական. 4 տասերորդական էլ ուրիշ ունենք. ընդամենը կ՚լինի 54 տասերոր-

դական։ Դորան բաժանելով 8-ի վերայ՝ կ'ստանանք ամեն-մի բաժինը 6 տասերորդական և մնացորդ կ'մնայ 6։ Այդ մնացորդ 6 տասերորդականը դարձնելով հարիւրերորդական կտորներ՝ կ'ստանանք 60 հարիւրերորդական, 2 հարիւրերորդականն էլ վերան աւելացնելով, կ'ստանանք ընդամենը 62 հարիւրերորդական։ Դորան բաժանելով 8-ի վերայ, կ'ստանանք քանորդը 7 հարիւրերորդական և էլի կ'մնայ 6 հարիւրերորդական։ Այդ մնացորդ 6 հարիւրերորդականը դարձնելով հազարերորդական և վերան աւելացնելով ունեցած 4 հազարերորդական՝ կ'ստանանք ընդամենը 64 հազարերորդական, որ բաժանելով 8-ի վերայ կ'ստանանք քանորդը 8 հազարերորդական, որ կ'գրենք քանորդում և մնացորդ չի մնալ։ Ուրեմն 5,424 : 8=0,678։

Այդ գործողութիւնը դասաւորվում է և կատարվում է հետևեալ կերպով՝

```
5',4 2 4 | 8
—4 8     | 0,678
 6'2
—5 6
  64
 —64
   0

Մէս օրինակներ՝ 74,1,8,5, | 1
—5                        | 14,837
  24
 —20
   41
  —40
    18
   —15
     35
    —35
      0
```


0,7236 : 18=0,0402
0,0725 : 5=0,0145

Դիցուք տուած է նոյնպէս բաժանելու 5,24:16. բաժանելով ընդհանուր կանոնով՝ կ'ստանանք քանորդը 0,32 և մնացորդ կ'մնայ դարձեալ 12 հարիւրերորդական։ Այդ մնացորդը դարձնելով հազարերորդական կտորներ և բաժանելով 16-ի վերայ, կ'ստանանք քանորդը 7-ը, իսկ մնացորդը 8 հազարերորդական։ Այդ մնացորդ 8 հազարերորդականն էլ դարձնելով տասըհազարերորդական կտորներ և բաժանելով 16-ի վերայ, կ'ստանանք քանորդը 5 տասըհազարերորդական. իսկ մնացորդ չի մնալ։ Այդպէս ուրեմն 5,24:16=0,3275։ Այդ վերը բերած բոլոր օրինակներումը բաժանումն վերջացաւ։ Բայց պատահում են և այնպիսի դիպուածներ, ուր բաժանումն չէ վերջանում, որքան էլ նորան շարունակում ենք։

Դիցուք տուած է օրինակ 0,22:7

```
0,2 2 | 7
—2 1  | 0,0314285...
  10
  —7
   3'0
  —28
    2'0
   —14
     6'0
    —56
      40
     —35
       5...
```

Ուրեմն 0,22:7=0,0314285...

Երբ բաժանումն չէ վերջացած, այն ժամանակը քանորդումը գնում են կէտեր, ինչպէս արածէ բերած օրինա-

կում։ Մեր բերած օրինակում մնացորդ մնացել է 5 տասը միլիոներորդական, որ բաժանելով 7-ի վերայ, կ'ստանանք $^{5}/_{70000000}$։ Դորան պէտք է աւելացնել ստացած քանորդի վերայ, այնպէս որ կ'ստանանք իսկական քանորդը $0,22:7=0,0314285+{}^{5}/_{70000000}$։ Բայց մնացորդը առհասարակ թողում են, ի նկատի առնելով որ $0,22:7=0,0314285$, այս քանորդը ճիշտ չէ, այլ միայն մօտաւորական է և որքան աւելի շարունակենք բաժանումն, այնքան նա աւելի կ'մօտենայ իսկական քանորդին։

Այժմ տեսնենք թէ բաժանումն դադարացնելով զանազան տեղում, որքան սխալ գործած կ'լինենք կամ ինչպէս ասում են, գտնենք ճշտութեան սահմանը։ Մեր բերած օրինակում եթէ մենք բաժանումն դադարեցնէինք երկրորդ թուանշանի վերայ, կ'ստանայինք՝ $0,22:7=0,03$ և մեր սխալը կ'լիներ $0,0014285\ldots$։ Այդ ժամանակը մենք ասում ենք այդ մօտաւորական քանորդը իսկականիցը զանազանվում է $^{1}/_{100}$-ից պակասով, որովհետև $0,00142\ldots<0,01$ կամ ինչպէս ասում են ճշտութեան սահմանն է $0,01$։ Եթէ մենք ընդունենք $0,22:7=0,031$, այն ժամանակը քանորդը կ'զանազանվի իսկականից $^{1}/_{1000}$-ից պակասով, որովհետև $0,00042\ldots<0,001$ կամ ճշտութեան սահմանը կ'լինի $0,001$ և այլն։

Առհասարակ եթէ բաժանումն չէ վերջանում և քանորդը դադարեցնում ենք որևիցէ թուանշանի վերայ, այն ժամանակը եթէ քանորդի վերջի թուանշանը 5-ից աւելի է, նորան ընդունում են և նորա նախորդ թուանշանի վերայ աւելացնում են 1։

Երկրորդ դիպուածը այն է, երբ բաժանարարը հոդակ է։

Ինչու՞ք թէ տուած է $4,25:0,0625$։ Դորա համար մենք կոտորակները մի յայտարարի կ'բերենք կ'ստանանք՝ $4,2500:0,0625$։ Յետոյ չնչելով ինչպէս բաժանելու, նոյնպէս և բաժանարարի ստորակէտները, մենք կ'շատացը-

նենք բաժանելին էլ, բաժանարարն էլ 10000 անգամ և կ'ստանանք $42500:625$։ Այդ թուերը միմեանց վերայ բաժանելով՝ կ'ստանանք իսկական քանորդը $42500:625=68$. որովհետև բաժանելին և բաժանարարը հաւասար անգամ շատացնելով՝ քանորդը չէ փոխվում։

Ուրեմն՝ ամենորդական հոդակները բաժանելու համար պէտք է նայել թէ յայտարարի քանիսն հոդակներ կան բաժանելի մէջ ամբողջ և բաժանել նրանց ամբողջ թուի վերայ։ Օրինակներ։

$0,5:0,0125=0,5000:0,0125=5000:125=40$

$4,35:0,008=4350:8=543,75$

$2,863:1,4=2863:1400=2,045$

$5,7569:2,3=57569:23000=2,503$

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս պէտք է դուրսարել տասնորդական կոտորակները։

Ի՞նչպէս է կատարվում տասնորդական կոտորակների հանումն։

Ի՞նչպէս է կատարվում տասնորդական կոտորակների բազմապատկումն։

Ի՞նչպէս պէտք է տասնորդական կոտորակը բաժանել ամբողջ թուի վերայ։

Ի՞նչպէս պէտք է վարվել այն դիպուածումը, երբ բաժանումն չէ վերջանում։

Ի՞նչ է նշանակում գտնել քանորդը այնպէս, որ նորա ճշտութեան սահմանը լինի $0,01;0,001;0001$ եւ այլն։

Ի՞նչպէս պէտք է վարվել այն դիպուածում, երբ բաժանումն դադարեցնում ենք քանորդի այն թուանշանի վերայ, որից յետոյ եղած թուանշանը 5-ից աւելի է։

Ի՞նչպէս պէտք է բաժանումն կատարել այն դիպուածում, երբ բաժանարարը կոտորակ է։

ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԴԱՐՁՆԵԼԸ

31. Եաւ անգամ հարկաւոր է լինում հասարակ կոտորակը դարձնել տասնորդական։ Դիցուք թէ պէտք է $^3/_8$-ը դարձնել տասնորդական կոտորակ։ Մենք գիտենք որ $^3/_8$-ը նշանակում է 3-ը բաժանած 8-ի վերայ։ Այդ պատճառով մենք 3-ը կ՚ուզենք 8-ի վերայ, բայց որովհետև ամենամի բաժինը ամբողջ չի լինել, ըստ որում 3-ը 8-ից փոքր է, ուստի քանորդումը կ՚գրենք 0 ամբողջ։ Յետոյ 3-ը դարձնելով տասերորդական կոտորակ, կ՚ստանանք 30 տասերորդական։ Դորան բաժանելով 8-ի վերայ, կ՚ստանանք ամեն-մի բաժինը 3 տասերորդական և էլի կ՚մնայ 6 տասերորդական։ Դորան էլ դարձնելով հարիւրերորդական կոտորներ՝ կ՚ստանանք 60 հարիւրերորդական, որ բաժանելով 8-ի վերայ՝ կ՚ստանանք ամեն-մի բաժինը 7 հարիւրերորդական և էլի կ՚մնայ մնացորդ 4 հարիւրերորդական։ Դորան էլ դարձնելով հազարերորդականներ՝ կ՚ստանանք ամեն-մի բաժինը ուղիղ 5 հազարերորդական և մնայորդ այլ ևս չի մնայ։ Այդ գործողութիւնը դասաւորվում է և կատարվում է հետևեալ կերպով՝

```
3՝0 | 8
—24 | 0,375
  60
 —56
  40
 —40
   0
```

Ուրեմն $^3/_8$=0,375։

Այդպէս՝ հասարակ կոտորակը տասնորդական դարձնելու համար պէտք է համարիչը բաժանել յայտարարի վերայ, եթէ մնացորդ չլինի, գրել տանորդում մնացորդի տեղը 0, յետոյ ճոյած մնացորդը դարձնել տասնորդական կոտորակներ մի 0 ածելայնելով վերջից և դարձեալ բաժանել՝ մինչև տասնորդում մնացորդները դադարեցնեն տալ մնայորդներ։ Ճոյորդ կոտորներ մի 0 ածելայնելով դադարեցնել չենք կարող, որովհետև մնայորդները չեն դադարեցնում տալ։ Ճոյորդ կոտորներ մի 0 ածելայնելով դադարեցնելու համար պէտք է համարիչը բաժանել յայտարարի վերայ, եթէ մնացորդ չլինի, գրել տանորդում մնացորդի տեղը 0, յետոյ ճոյած մնացորդը դարձնել տասնորդական կոտորակներ մի 0 ածելայնելով վերջից և դարձեալ բաժանել՝ մինչև տասնորդում մնացորդները դադարեցնեն տալ մնայորդներ։ Ճոյորդ կոտորներ մի 0 ածելայնելով դադարեցնել չենք կարող, որովհետև մնայորդները չեն դադարեցնում տալ։

Օրինակներ՝ $^7/_4$=1,75

$^{127}/_{25}$=5,08

$^3/_4$=0,75

$^9/_{16}$=0,5625 և այլն։

ՎԵՐՋԱՒՈՐՎԱԾ ԿԱՄ ՃԻՇՏ ԵՒ ԱՆՎԵՐՋ ԿԱՄ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ

32. Վերը բերած օրինակներում մենք ստացանք վերջաւորված տասնորդական կոտորակներ։ Բայց պատահում է և այնպէս, որ կոտորակը երբէք չէ վերջանում։ Օրինակի համար դարձնենք $^5/_{11}$-ը տասնորդական կոտորակ, կ՚ստանանք՝

```
5՝0 | 11
—44 | 0,454545...
 6՝0
—55
 5՝0
—44
 6՝0
—55
 5՝0
—44
 6՝0
—55
 5....
```

Եաւ պարզ է որ ինչքան էլ բաժանումն շարունակենք, նա երբէք չի վերջանայ։ Այդ երևում է նորանից, որ

մենք համարիչը բազմապատկում ենք 10-ի վերայ։ Մնացորդը դարձեալ բազմապատկում ենք 10-ի վերայ և այլն և յետոյ բաժանում ենք յայտարարի վերայ։ Այն ևս գիտենք որ 10-ի բազմապատկիչներն են 2-ը և 5-ը. ուրեմն բաժանումն միայն այն ժամանակը կ'վերջանայ, երբ յայտարարը բաղկացած լինի միայն 10-ի բազմապատկիչներից։ Այդ դիպուածում ստացած տասնորդական կոտորակը բաղկացած կ'լինի այնքան թուանշանից, որքան անգամ ստեպ կրկնված կ'լինի 2-ը կամ 5-ը։ Բայց դրենք ասածները օրինակով։ Դիցուք ունենք $^{3}/_{20}=^{3}/_{2\cdot2\cdot5}$։ Բազմապատկելով համարիչը $10\times10=100$-ի վերայ՝ կ'ստանանք $^{3\cdot2\cdot5}/_{2\cdot2\cdot5}$։ Կրճատելով այդ կոտորակը $2\cdot2\cdot5$-ի վերայ՝ կ'ստանանք $3\cdot5=15$։ Որովհետև կոտորակը մենք շատացրինք 100 անգամ և ստացանք 15 ամբողջ, ուստի դորան պէտք է 100 անգամ փոքրացնենք, որ ստանանք տուած թուին հաւասար. իսկ դորա համար պէտք է ստորակէտ դնել աջ ձեռքից սկսած երկու թուանշանից յետոյ, որ կ'լինի $^{3}/_{20}=0,15$։

Այդ օրինակում որովհետև յայտարարումը 10-ի բազմապատկիչ 2-ը կրկնված էր իբրև բազմապատկիչ երկու անգամ, ուստի տասնորդական կոտորակը բաղկացած էր երկու թուանշանից։

Մի ևս օրինակ՝ $^{173}/_{800}=^{173}/_{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5}$ Դորան բազմապատկելով $10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10=2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5=100000$-ի վերայ՝ կ'ստանանք $^{173\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5}/_{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5}$։ Դորան կրճատելով $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5$-ի վերայ՝ կ'ստանանք՝ $173\cdot5\cdot5\cdot5=21625$։ Որովհետև տուած կոտորակը շատացրինք 100000 անգամ, որ ստացանք 21625 ամբողջ, ուստի նորան հաւասարը ստանալու համար պէտք է դորան կրկին փոքրացնել 100000 անգամ. այսինքն ստորակէտը կ'դնենք աջ ձեռքից հինգ թուանշանից յետոյ և կ'ստանանք՝ 0,21625։ Այս օրինակումն էլ որովհետև 10-ի բազմապատկիչ 2-ը կրկնված էր իբրև բազմապատկիչ հինգ անգամ, ուստի

տասնորդական կոտորակը բաղկացած է հինգ թուանշանից։

Եթէ կոտորակի յայտարը պարունակի իւր մէջ բացի 10-ի բազմապատկիչներից և ուրիշ պարզ թուեր կամ բոլորովին չ'պարունակի իւր մէջ 10-ի բազմապատկիչներ, օրինակ 3,6,11,13 և այլն, այն ժամանակը նա անպատճառ կ'դառնայ անվերջ կոտորակ։ Այդ երևում է նորանից, որ ոչ 10-ը, ոչ 100-ը, ոչ 1000-ը և ոչ մի այդ տեսակ թիւ չէ կարող բաժանվել 3-ի, 7-ի, 11-ի վերայ և այլն առանց մնացորդի, հետևաբար կոտորակը չէ կարող վերջանալ։ Այդպէս օրինակ՝ վերը բերած $^{5}/_{11}$-ը չէ կարող վերջանալ, ուստի դա կոչվում է անվերջ հոսող և ցոյց տալու համար, որ անվերջ է, վերջումը կէտեր ենք դնում՝ $^{5}/_{11}=0,454545\ldots$ Որովհետև այդ կոտորակի մէջ միևնոյն թուանշանները անվերջ կրկնվում են, ուստի և դա կոչվում է պարբերական հոսող, իսկ կրկնվող թուանշանները, օրինակ 45-ը, կոչվում է պարբերութիւն։ Ամենայն անվերջ կոտորակ, որ ստանում ենք հասարակ կոտորակը տասնորդական դարձնելուց, անպատճառ պարբերական կ'լինի։ Այդ բանը հասկանալի է նորանից, որ բաժանման ժամանակը ստացած մնացորդները միշտ բաժանարարիցը փոքր պէտք է լինեն, ուստի բաժանումն շարունակելու ժամանակ մենք անպատճառ կ'ստանանք առաջվայ մնացորդներից մինը, հետևաբար կ'ստանանք և քանորդում առաջվայ թուանշաններից մինը և որովհետև դորանից յետոյ մնացորդները կ'կրկնվին առաջվայ կարգով, ուստի և քանորդի թուանշանները կ'կրկնվին առաջվայ կարգով և կ'կազմեն պարբերութիւն։

Օրինակներ՝ $^{3}/_{11}=0,272727\ldots$

$^{56}/_{111}=0,504504\ldots$

$^{5}/_{7}=0,714285714285\ldots$

—

ՊԱՐԶ ԵՒ ԽԱՌՔ ՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ

35. *Վերը բերած օրինակներում պարբերութիւնը սկըսվում էր ստորակէտից յետոյ իսկոյն: Բայց պատահում են և այնպիսի կոտորակներ, ուր պարբերութիւնը չէ սկսվում իսկոյն ստորակէտից յետոյ, այլ մի կամ մի քանի թուանշանից յետոյ: Այդ բանը ցոյց տալու համար հետևեալ կոտորակները դարձնենք տասնորդական:*

$^{13}/_{30}$=0,4333...
$^{11}/_{45}$=0,2444....
$^{7}/_{22}$=0,3181818....
$^{19}/_{75}$=0,25333....
$^{68}/_{275}$=0,247272....

Առաջին երեք կոտորակի պարբերութիւնը սկսվում է երկրորդ թուանշանից, իսկ վերջին երկու կոտորակի պարբերութիւնը սկսվում է երրորդ թուանշանից:

Այն կոտորակները, որոնց պարբերութիւնը սկսվում է իսկոյն ստորակէտից յետոյ, կոչվում են պարզ պարբերական հոդուած. իսկ այն կոտորակները, որոնց պարբերութիւնը ստորակէտից յետոյ իսկոյն չէ սկսվում, կոչվում են խառը պարբերական հոդուած:

Օրինակ 0,757575 . . . *պարզ պարբերական է, իսկ* 0,35676767... *խառը պարբերական է:*

Պարբերական կոտորակները նշանակում են նոյնպէս հետևեալ կերպով՝

0,4333.... =0,4(3)
0,247272...=0,24(72)
0,235235...=0,(235)
4,0636363..=4,0(63)

Եթէ մենք վերցնենք այնպիսի հասարակ կոտորակ, որի յայտարարը չ'ունենայ 10-ի բազմապատիկէ և դարձնենք տասնորդական, կ'ստանանք պարզ պարբերական կոտորակ:

$^{4}/_{11}$=0,363636....
$^{2}/_{3}$=0,666....
$^{6}/_{7}$=0,857142857142...

Իսկ եթէ վերցնենք այնպիսի հասարակ կոտորակ, որի յայտարարների մէջ լինեն 10-ի բազմապատիկէ էլ և ուրիշ պարզ թուեր էլ, և դարձնենք տասնորդական, կ'ստանանք խառը պարբերական: Եւ պարբերութիւնը կ'սկսվի ստորակէտից այնքան թուանշան յետոյ, որքան որ յայտարարումը ստէպ կրկնված կայ 2 կամ 5: Այդ կարող ենք ապացուցանել հետևեալ կերպով. դիցուք ունենք $^{11}/_{72}$: Լուծելով դորա յայտարարը պարզ բաժանարարների կ'ստանանք $^{11}/_{72}$ $=^{11}/_{2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3}$: *Բազմապատկելով դորան* 10.10.10=2.5.2.5.2.5 =1000-*ի վերայ՝ կ'ստանանք* $^{11}/_{72}=^{11}/_{2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3}=$ $^{11.2.5.2.5.2.5}/_{2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3}$: *Կրճատելով դորան* 2.2.2-*ի վերայ՝ կըստանանք՝* $^{11.5.5.5}/_{3\cdot3}=^{1375}/_{9}$: *Այս վերջին կոտորակի յայտարարը չէ պարունակում իւր մէջ 10-ի բազմապատիկէ, ուրեմն դորան դարձնելով տասնորդական կոտորակ, կ'ստանանք պարզ պարբերական՝* $^{1375}/_{9}$=152,777...: *Բայց որովհետև մենք տուած կոտորակը բազմապատկելով 1000-ի վերայ՝ շատացրել էինք 1000 անգամ, ուստի այս ստացած կոտորակը շատ է իսկականից 1000 անգամ: Իսկական կոտորակը ստանալու համար պէտք է դորան փոքրացնել 1000 անգամ, իսկ դորա համար պէտք է ստորակէտը պարբերութիւնից հեռացնենք դէպի ձախ երեք թուանշան և կ'ստանանք խառը պարբերական* $^{1375}/_{9}$=0,152777... *Դորա պարբերութիւնը սկսվում է երեք թուանշանից յետոյ, որովհետև յայտարարումը կար 10-ի բազմապատկիչ 2-ը կրկնված 3 անգամ 2.2.2, որին կրճատելու համար, կոտո-*

բակը պէտք է շատացնէինք 1000 անգամ, ապա դարձեալ փոքրացնելով 1000 անգամ, պէտք է ստորակէտը պարբերաբաժինը հեռացնէինք երեք թուանշան։

Ուրեմն երբ մեզ տուած են հասարակ կոտորակներ, մենք կարող ենք նոցա յայտարարները լուծելով բաժանարարների՝ առաջուց դուշակել թէ ինչ տասնորդական կոտորակ կ՚դառնան նոքա։ Օրինակ. դիցուք ունենք հետևեալ կոտորակները. լուծենք դոցա յայտարարները կ՚ստանանք՝

$^{3}/_{8}$	$8=2\cdot2\cdot2$
$^{4}/_{25}$	$25=5\cdot5$
$^{7}/_{20}$	$20=2\cdot2\cdot5$
$^{8}/_{11}$	$11=11$
$^{4}/_{33}$	$33=3\cdot11$
$^{4}/_{15}$	$15=3\cdot5$
$^{19}/_{75}$	$75=5\cdot5\cdot3$
$^{5}/_{12}$	$12=2\cdot2\cdot3$

Որովհետև առաջին երեք կոտորակների յայտարարները բաղկացած են միայն 10-ի բազմապատկիչներից, ուստի նոքա կ՚դառնան վերջաւորված տասնորդական կոտորակ և բացի դորանից առաջին կոտորակը կ՚ունենայ ստորակէտից յետոյ երեք թուանշան, իսկ երկրորդը և երրորդը կ՚ունենան ստորակէտից յետոյ երկու թուանշան։

Չորրորդ և հինգերորդ կոտորակները կ՚դառնան պարզ պարբերական, որովհետև իւրեանց մէջ չ՚ունեն 10-ի բազմապատկիչներ, այն է 2 կամ 5։

Վեցերորդ, եօթերորդ և ութերորդ կոտորակները կը դառնան խառը պարբերական, որովհետև բացի 10-ի բազմապատկիչներից, պարունակում են իւրեանց մէջ և ուրիշ պարզ թուեր։ Բացի դորանից վեցերորդ կոտորակի պարբերաբաժինը կ՚սկսվի ստորակէտից 1 թուանշան յետոյ, որովհետև 10-ի բազմապատկիչ 5-ը դորա յայտարարում մտնում է միայն 1 անգամ։ Իսկ եօթերորդ և ութերորդ կոտորակ-

ների պարբերաբաժինը կ՚սկսվի ստորակէտից երկու թուանշան յետոյ, որովհետև 10-ի բազմապատկիչները դոցա յայտարարներում կրկնվում են երկու անգամ։

Այժմ ցոյց տանք մեր ասածը գործով դարձնելով տուած հասարակ կոտորակները տասնորդական կոտորակներ։

$^{3}/_{8}=0,375$	$^{8}/_{11}=0,7272\ldots$	$^{4}/_{15}=0,2666\ldots$
$^{4}/_{25}=0,16$	$^{4}/_{33}=0,1212\ldots$	$^{19}/_{75}=0,25333\ldots$
$^{7}/_{20}=0,35$		$^{5}/_{12}=0,41666\ldots$

Ուշադրութեան արժանի են այն պարբերական կոտորակները, որ ստացվում են հետևեալ հասարակ կոտորակներից՝ $^{1}/_{9}$, $^{1}/_{99}$, $^{1}/_{999}$, $^{1}/_{9999}$ և այլն. այսինքն այնպիսի կոտորակներից, որոնց համարիչն է 1, իսկ յայտարարը 9 միմեանց կողքում գրած մի կամ մի քանի անգամ։ Օրինակ՝

$^{1}/_{9}=0,111\ldots$
$^{1}/_{99}=0,010101\ldots$
$^{1}/_{999}=0,001001001\ldots$
$^{1}/_{9999}=0,00010001\ldots$
և այլն։

Այդ և դոցա նման բոլոր կոտորակների պարբերաբաժինը կազմված է 1-ից առաջևը գրած այնքան զերօ, որքան յայտարարումը թուանշան կայ առանց մէկի։ Այդպէս օրինակ՝ $^{1}/_{9999}$-ի յայտարարը բաղկացած է չորս թուանշանից. դորանից ստացած պարբերական կոտորակի պարբերաբաժինն էլ բաղկացած է 1-ից առաջևը գրած այնքան զերօ, որքան յայտարարումը թուանշան կայ առանց մէկի։ Յայտարարու-

մը կայ չորս թուանշան, իսկ պարբերութեան մէջ 1-էն առաջ գրած է երեք զերօ, այնպէս որ պարբերութիւնն է 0001։ Այդպէս ուրեմն առաջուց կարելի է ասել, որ $^1/_{99999}$-ի պարբերութիւնը կ'լինի 00001; $^1/_{999999}$-ի պարբերութիւնը կ'լինի 0000001 և այլն։

ՏԱՍՆՈՐԴԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԴԱՐՁՆԵԼԸ ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿ

54. Մենք տեսանք որ տասնորդական կոտորակները լինում են՝ 1. Ճիշտ կամ վերջաւորված։

2. Պարզ պարբերական։

3. Խառը պարբերական։

1. Ճիշտ կամ վերջաւորված տասնորդական կոտորակը հասարակ կոտորակ դարձնելու համար, պէտք է միայն գրել նորա յայտարարը, որ միշտ հնդ յայտնի է լինում և բաղկացած է 1-ից յետոյ, եղած թուերի չափ զերօներից։

Օրինակ՝ $0,72 = {}^{72}/_{100} = {}^{36}/_{50} = {}^{18}/_{25}$

$0,135 = {}^{135}/_{1000} = {}^{27}/_{200}$

$4,5648 = 4{}^{5648}/_{10000} = 4{}^{1412}/_{2500} = 4{}^{353}/_{625}$

և այլն

2. Դիցուք թէ տուած է հետևեալ պարզ պարբերական կոտորակը 0,2727... դարձնել հասարակ կոտորակ։ Դորա համար մենք այդ կոտորակը կ'բաժանենք իւր պարբերութեան՝ այն է 27-ի՝ վերայ և կ'ստանանք քանորդը 0,010101...։ Բայց մենք գիտենք, որ բաժանելին հաւասար է բաժանարարին բազմապատկած քանորդի վերայ, նշանակում է $0,2727... = 27 \times 0,010101...$։ Այն ևս մեզ յայտնի է, որ $0,010101... = {}^1/_{99}$, ուրեմն $0,272727... = 27 \times {}^1/_{99} = {}^{27}/_{99} = {}^3/_{11}$։ Եթէ կամենանք մի այլ կոտորակ, օրինակ

0,135135... դարձնել հասարակ, դորան կ'բաժանենք իւր պարբերութեան այն է 135-ի վերայ և վարվելով առաջվայ պէս՝ կ'ստանանք

$$0,135135... {}^{135}/_{999} = {}^{15}/_{111} = {}^5/_{27}$$

Պատճառը հետևում է, որ պարզ պարբերական կոտորակը հաւասար կոտորակ դարձնելու համար, պէտք է պարբերութիւնը գրել հայտարարի, իսկ յայտարարում գրել 9 թուանշանը այնքան անգամ, որքան պարբերութիւնն ունի թուանշան։

Օրինակ. $0,181818... = {}^{18}/_{99} = {}^2/_{11}$

$0,126126... = {}^{126}/_{999} = {}^{14}/_{111}$

$0,027027... = {}^{27}/_{999} = {}^3/_{111} = {}^1/_{37}$

$7,454545... = 7{}^{45}/_{99} = 7{}^5/_{11}$

և այլն։

3. Դիցուք տուած է հետևեալ խառը պարբերական կոտորակը՝ 0,134545... դարձնել հասարակ կոտորակ։ Դորա համար մենք ստորակէտը կ'տանենք դէպի աջ պարբերութեան մօտ և կ'ստանանք պարզ պարբերական. այն է 13,4545...։ Այս վերջին կոտորակը կ'դարձնենք հասարակ կոտորակ, կ'ստանանք $13{}^{45}/_{99} = 13{}^5/_{11}$։ Որովհետև ստորակէտը պարբերութեան մօտ տանելիս մենք կոտորակը շատացրեցինք 100 անգամ, ուստի ստացած կոտորակը պէտք է փոքրացնենք 100 անգամ, որ ստանանք իսկականը։ Դորա համար $13{}^5/_{11}$-ը կ'դարձնենք անկանոն կոտորակ և յայտարարը կ'բազմապատկենք 100-ի վերայ, կ'ստանանք՝

$^{148}/_{1100} = {}^{37}/_{275}$։

Օրինակ՝ $0,01818\ldots=\frac{1}{55}$

$0,21666\ldots=\frac{13}{60}$ և այլն։

Ուրեմն՝ խառը պարբերական կոտորակը հասարակ կոտորակ դարձնելու համար, պետք է սորակիչը գտնել պարբերությունից մի քիչ պակաս թվանշանով, որքան որ պարբերությունը կազմված է, ապա սորակիչի վերջում գրել այնքան անգամ, որքան անգամ շատացել է սորակիչը պարբերությունը մի քանի անգամ։

Դիցուք ունինք հետևեալ խառը պարբերական կոտորակը՝ $0,75464646\ldots$ և կամենում ենք դարձնել հասարակ կոտորակ։ Ընդունենք թէ այդ կոտորակը հաւասար է X-ին. մենք եթէ սորակիչը տանենք դէպի ձախ, տասնորդական կոտորակը կ՚շատանայ 100 անգամ, ուրեմն X-ն էլ պէտք է շատացնենք 100 անգամ։ Այսինքն՝

առաջ ունէինք՝ $0,75464646\ldots=X$

Այժմ կ՚ունենանք $75,464646\ldots=100\ X$։

Եթէ մենք սորակիչը դարձեալ երկու թուանշան դէպի ձախ տանենք, մենք այդ կոտորակը կ՚շատացնենք դարձեալ 100 անգամ. այսինքն կ՚ստանանք $7546,4646\ldots$ և որովհետև դորան մենք շատացրինք 100 անգամ, պէտք է $100\ X$-ն էլ շատացնենք 100 անգամ, այսինքն կ՚ստանանք՝

$$7546,4646\ldots=10000\ X.$$

Առաջին հաւասարութիւնը սոյն հաւասարութիւնից հանենք՝ կ՚ստանանք

$$7546,4646\ldots-75,4646\ldots=10000\ X-100\ X$$

կամ $7546-75=9900\ X$

$$X=\frac{7546-75}{9900}$$

Այստեղից հետևեցնում ենք, որ խառը պարբերական կոտորակը հասարակ դարձնելու համար պէտք է համարիչ գրենք սորակիչից սկսած մինչև երկրորդ պարբերությունը, հանած դորանից այն թիւը, որ գրուած է սորակիչի

և առաջին պարբերության մէջ, իսկ յայտարար պէտք է գրենք այնքան 9-ը, որքան թուանշանից բաղկացած է պարբերությունը և այնքան 0 աջից որքան թուանշան կայ սորակիչից մինչև պարբերությունը։

Վերցնենք այլ օրինակ.

$$0,274578578\ldots$$

կ՚ստանանք $\frac{274578-274}{999000}$

Ուրեմն $0,3619619\ldots=\frac{3619-3}{9990}$

այլ օրինակ. $25,15333\ldots=25\frac{153-15}{900}$

Եթէ պատահի, որ պէտք է որևիցէ գործողութիւն կատարել հասարակ և տասնորդական կոտորակների հետ, պէտք է, նայելով յարմարութեանը, կամ հասարակ կոտորակը դարձնել տասնորդական կամ տասնորդականը հասարակ։

Հ Ա Ր Ց Ե Ր

Ի՞նչպէս պէտք է հասարակ կոտորակը դարձնել տասնորդական։

Հասարակ կոտորակները տասնորդական դարձնելիս ինչ տեսակ կոտորակներ ենք ստանում։

Ի՞նչի համար ենք ստանում անվերջ կոտորակներ։

Ի՞նչի համար հասարակ կոտորակը տասնորդական դարձնելուց ստացած անվերջ կոտորակը անպատճառ պարբերական է լինում։

Ի՞նչպէս են բաժանվում պարբերական կոտորակները։

Ի՞նչ կոտորակի ենք ասում պարզ պարբերական և ինչ կոտորակի խառը պարբերական։

Ի՞նչ հասարակ կոտորակներ են դառնում վերջատորված տասնորդական, պարզ պարբերական և խառը պարբերական։

Ի՞նչպէս պէտք է իմանալ թէ տուած հասարակ կոտորակը ինչ պարբերական կոտորակ կ՚դառնայ։

Ինչպէս պէտք է վերջաւորված տասնորդական կոտորակը, սովորական կոտորակը եւ իսկ սովորական կոտորակը դարձնել հասարակ կոտորակ։

Ինչպէս պէտք է կատարել այնպիսի հաշիւները, ուր կան հասարակ եւ տասնորդական կոտորակներ։

ԱՆԸՆԴՄԻՋՎՈՂ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ

Անընդհատ կոտորակներ կոչվում է այն կոտորակը, որի համարիչը 1 է, իսկ յայտարարը ամբողջ և կոտորակ, որի համարիչը դարձեալ 1 է, իսկ յայտարարը դարձեալ ամբողջ և կոտորակ և այլն։ Այդպէս օրինակ հետևեալ կոտորակները՝

$$^1/_{2+}{}^1/_{3+}{}^1/_4 \qquad ^1/_{3+}{}^1/_{5+}{}^1/_{7+}{}^1/_2 \qquad ^1/_{1+}{}^1/_{2+}{}^1/_{4+}{}^1/_{6+}{}^1/_7$$

Իւրաքանչիւր հասարակ կոտորակը, որից կազմուած է անընդմիջվող կոտորակը, կոչվում է քաղէացու կոտորակ։ Այդպէս օրինակ երկրորդ կոտորակի մէջ $^1/_3$-ը, $^1/_5$-ը, $^1/_7$-ը, $^1/_2$-ը բաղկացուցիչ կոտորակներ են։

Անընդմիջվող կոտորակների մեծութեան մասին հասկացողութիւն կազմելու համար պէտք է նորանց դարձնել հասարակ կոտորակ։

ԱՆԸՆԴՄԻՋՎՈՂ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԴԱՐՁՆԵԼԸ ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿ։

Դիցուք թէ պէտք է դարձնել հասարակ կոտորակ հետևեալ անընդմիջվող կոտորակը՝ $^1/_{2+}{}^1/_{3+}{}^1/_{1+}{}^1/_4$

Դորա համար պէտք է միայն կատարել այն գործողութիւնները, որ ցոյց է տուած անընդմիջվող կոտորակի մէջ, գործողութիւնը սկսելով կոտորակի վերջիցը։ Այդպէս վերջին յայտարարի $^1/_4$-ը աւելացնելով 1-ի վերայ և դարձնելով անկանոն կոտորակ՝ կ'ստանանք $^5/_4$, յետոյ 1-ը բաժանելով $^5/_4$-ի վերայ, կ'ստանանք $^4/_5$։ Աւելացնելով $^4/_5$-ը 3-ի վերայ և մի յայտարարի դարձնելով՝ կ'ստանանք $^{19}/_5$, յետոյ 1-ը բաժանելով դորա վերայ՝ կ'ստանանք $^5/_{19}$։ Դորանից յետոյ $^5/_{19}$-ը աւելացնելով 2-ի վերայ՝ և անկանոն կոտորակ դարձնելով՝ կստանանք $^{43}/_{19}$, ապա բաժանելով 1-ը $^{43}/_{19}$-ի վերայ՝ կ'ստանանք $^{19}/_{43}$։ Այդպէս ուրեմն $= ^{19}/_{43}$

$$^1/_{2+}{}^1/_{3+}{}^1/_{1+}{}^1/_4$$

ՀԱՍԱՐԱԿ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԻ ԴԱՐՁՆԵԼԸ ԱՆԸՆԴՄԻՋՎՈՂ ԿՈՏՈՐԱԿ։

Դիցուք ունենք որևիցե չկրճատվող կոտորակ, օրինակ՝ $^{115}/_{392}$։ Դորան անընդմիջվող կոտորակ դարձնելու համար, համարիչը և յայտարարը կ'բաժանենք իւր համարիչի վերայ, դորանից կոտորակի նշանակութիւնը չի փոխվիլ և մենք կ'ստանանք՝ $^{115}/_{392} = \dfrac{1}{3+{}^{47}/_{115}}$, այդպէս էլ $^{47}/_{115}$-ի համարիչը և յայտարարը կ'բաժանենք իւր համարիչի վերայ՝ կ'ստանանք $^{47}/_{115} = \dfrac{1}{2+{}^{21}/_{47}}$։ Ուրեմն՝ $^{115}/_{392} = {}^1/_{3+}{}^1/_{2+}{}^{21}/_{47}$; Յետոյ $^{21}/_{47}$-ը կ'կրճատենք իւր համարիչի վերայ՝ կ'ստանանք $^{21}/_{47} = \dfrac{1}{2+{}^5/_{21}}$, ուրեմն $^{115}/_{392} = {}^1/_{3+}{}^1/_{2+}{}^1/_{2+}{}^5/_{21}$։ Յետոյ $^5/_{21}$-ը կ'կրճատենք իւր համարիչի վերայ՝ կ'ստանանք $^5/_{21} = \dfrac{1}{4+{}^1/_5}$; Ուրեմն՝ $^{115}/_{392} = {}^1/_{3+}{}^1/_{2+}{}^1/_{2+}{}^1/_{4+}{}^1/_5$

Այդպէս ուրեմն հասարակ կոտորակը անընդմիջվող կոտորակ դարձնելու համար, պէտք է նորա համարիչը և յայտարարը բաժանել համարիչի վերայ. յետոյ յայտարարը համարիչի վերայ բաժանելուց ստացած կոտորակի համարիչը և յայտարարը նորից բաժանել իւր համարիչի վերայ. եթէ դորանից յետոյ քանորդը դարձեալ դուրս գայ կոտորակ,

պէտք է այդ կոտորակի համարիչն ու յայտարարը դարձեալ բաժանել համարիչի վերայ և այլն։ Այդպէս պէտք է շարունակել մինչև այն ժամանակ, որ յայտարարը համարիչի վերայ բաժանելուց ստանանք մնացորդը 0։ Եթէ պատահի անկանոն կոտորակը դարձնել անընդմիջվող, պէտք է առաջ գտնել ամբողջ թիւը, յետոյ մնացած կոտորակի հետ վարվել այնպէս, ինչպէս ցոյց է տուած։ Օրինակ $^{149}/_{45}$-ը դարձնելով անընդմիջվող

կ'ստանանք $^{149}/_{45} = 3 + {}^1/_3 + {}^1/_4 + {}^1/_1 + {}^1/_2$

ՄՕՏԱՒՈՐԱԿԱՆ ԿՈՏՈՐԱԿՆԵՐԸ ԵՒ ՄՕՏԱՒՈՐՈՒԹԵԱՆ ԱՍՏԻՃԱՆԸ։

Դիցուք ունենք $2 + {}^1/_3 + {}^1/_5 + {}^1/_4$

Առաջին բաղկացուցիչ կոտորակը ամբողջի հետ միասին, եթէ միայն կայ, կոչվում է *առաջին մօտաւորական կոտորակ*։ Առաջին երկու բաղկացուցիչ կոտորակները միասին կոչվում են *երկրորդ մօտաւորական կոտորակ*։ Առաջին երեք բաղկացուցիչ կոտորակները միասին կոչվում են *երրորդ մօտաւորական կոտորակ* և այլն։

Այդպէս օրինակ դիցուք ունենք հետևեալ անընդմիջվող կոտորակը. $^{3015}/_{6961} = {}^1/_2 + {}^1/_3 + {}^1/_4 + {}^1/_5 + {}^1/_6 + {}^1/_7$

Առաջին մօտաւորական կոտորակը կ'լինի $= {}^1/_2$

Երկրորդ մօտաւորական կոտորակը կ'լինի $^1/_2 + {}^1/_3 = {}^3/_7$

Երրորդ մօտաւորական կոտորակը կ'լինի $^1/_2 + {}^1/_3 + {}^1/_4 = {}^{13}/_{30}$

Չորրորդ մօտաւորական կոտո. կ'լինի $^1/_2 + {}^1/_3 + {}^1/_4 + {}^1/_5 = {}^{68}/_{157}$

Հինգերորդ մօտաւորական կոտորակը

կ'լինի $^1/_2 + {}^1/_3 + {}^1/_4 + {}^1/_5 + {}^1/_6 = {}^{421}/_{972}$

Բոլոր կոտորակը կ'լինի $^1/_2 + {}^1/_3 + {}^1/_4 + {}^1/_5 + {}^1/_6 + {}^1/_7 = {}^{3015}/_{6961}$

Այդ կոտորակներից իւրաքանչիւրը մօտաւորական կոտորակ է. բայց ի՞նչ երջինը։ Շատ հետաքրքրելի է իմանալ թէ իւրաքանչիւր մօտաւորական կոտորակը որքանով է զանազանվում իսկական կոտորակից կամ գտնել *մօտաւորականի սպիճանը*։

Դորա վերաբերութեամբ մենք ցոյց կ'տանք, որ բոլոր կենդ կարգի մօտաւորական կոտորակները, այսինքն *առաջինը*, *երրորդը*, *հինգերորդը* և այլն միշտ շատ են իսկական կոտորակից (մեր օրինակում $^1/_2$-ը, $^{13}/_{30}$-ը, $^{421}/_{972}$-ը), իսկ զոյգ կարգի մօտաւորական կոտորակները, այն է *երկրորդ*, *չորրորդ* և այլն կարգի կոտորակները փոքր են իսկականից՝

Մեր օրինակում $^{3015}/_{6961} = {}^1/_2 + {}^1/_3 + {}^1/_4 + {}^1/_5 + {}^1/_6 + {}^1/_7$

Առաջին մօտաւորական կոտորակ $^1/_2$-ը ստացանք այն ժամանակը, երբ յայտարար 2-ից դէն ձգեցինք

$^1/_3 + {}^1/_4 + {}^1/_5 + {}^1/_6 + {}^1/_7$,

նշանակում է մենք յայտարարը փոքրացրինք, ուրեմն առաջին մօտաւորական կոտորակը շատացաւ բոլոր իսկական կոտորակից։ Երկրորդ մօտաւորական կոտորակը կ'լինի $^1/_2 + {}^1/_3$.

դա ստացվեցաւ այն ժամանակ, երբ մենք երկրորդ բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարար 3-ից դէն ձգեցինք $^1/_4 + {}^1/_5 + {}^1/_6 + {}^1/_7$

նշանակում է երկրորդ մօտաւորական կոտորակի յայտարարը մենք փոքրացրինք և դորանով երկրորդ մօտաւորական կոտորակը շատացաւ։ Այդ շատացրած կոտորակը աւելաց-

նում ենք առաջին բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարի վերայ, նշանակում է, առաջին բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարը շատանում է, իսկ դորանից ինքը երկրորդ մօտաւորական կոտորակը փոքրանում է իսկական կոտորակից։

Երրորդ մօտաւորական կոտորակը $^1/_2+^1/_3+^1/_4$

տասվում է այն ժամանակը, երբ մենք երրորդ բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարից դէն ենք ձգում $^1/_5+^1/_6+^1/_7$, ուրեմն երրորդ բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարը փոքրացաւ, իսկ ինքը երրորդ բաղկացուցիչ կոտորակը շատացաւ։ Այդ շատացած կոտորակը աւելացնում ենք երկրորդ բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարի վերայ, ուստի երկրորդ բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարը շատացաւ, իսկ ինքը երկրորդ բաղկացուցիչ կոտորակը փոքրացաւ։ Այդ փոքրացրած կոտորակը աւելացնում ենք առաջին բաղկացուցիչ կոտորակի յայտարարի վերայ, նշանակում է յայտարարը փոքրանում է, իսկ ինքը կոտորակը շատանում է, ուրեմն երրորդ մօտաւորական կոտորակը շատ է լինում բոլոր իսկական կոտորակից և այլն։

Այժմ գտնենք մօտաւորութեան աստիճանը։ Դորա համար հետևաբար գտնենք վերը բերած օրինակի երկու միմեանց կից մօտաւորական կոտորակների տարբերութիւնը։

Առաջին և երկրորդ մօտաւ. կոտ. տարբ. կ՚լինի $^1/_2-^3/_7=^1/_{14}$

Երրորդինը և երկրորդինը կ՚լինի . . . $^{13}/_{30}-^3/_7=^1/_{210}$

Երրորդինը և չորրորդինը կ՚լինի . . . $^{13}/_{30}-^{68}/_{157}=^1/_{4710}$

Հինգերորդինը և վեցերորդինը կ՚լինի $^{421}/_{972}-^{68}/_{157}=^1/_{152604}$

Դորանից երևում է որ մէմեանց կից գտնուղ մօտաւորական կոտորակների տարբերութիւնը հաւասար է ամենից կոտորակին, որի համարիչն է 1, իսկ յայտարարը է երկու մօտաւորական կոտորակների յայտարարների արտադրեալը։

Որովհետև երկու միմեանց կից մօտաւորական կոտորակներից զոյգ մօտաւորականը փոքր է, իսկ կենդ մօտաւորականը շատ է տուած անընդմիջվող կոտորակից, ուստի անընդմիջվող կոտորակի նշանակութիւնը գտանվում է այդ երկուսի մէջ։ Մենք էլ տեսանք որ երկու միմեանց կից մօտաւորական կոտորակների տարբերութիւնը հաւասար է այնպիսի կոտորակի, որի համարիչն է 1, իսկ յայտարարն է այդ երկու մօտաւորական կոտորակների յայտարարների արտադրեալը. նշանակում է բոլոր անընդմիջվող կոտորակի և մօտաւորական կոտորակներից մէկի տարբերութիւնը աւելի պակաս կ՚լինի դորանից։ Այդպէս մեր օրինակում երրորդ մօտաւորական կոտորակը $^{13}/_{30}$-ը շատ է $^{3015}/_{6961}$-ից, իսկ չորրորդ մօտաւորականը $^{68}/_{157}$-ը փոքր է $^{3015}/_{6961}$-ից։ Երրորդ և չորրորդ մօտաւորական կոտորակների տարբերութիւնն է $^1/_{4710}$. նշանակում է անընդմիջվող կոտորակի և այդ մօտաւորականներից մէկի տարբերութիւնը փոքր կ՚լինի $^1/_{4710}$-ից։

Երկու միմեանց կից կոտորակների տարբերութիւնը այնքան փոքր կ՚լինի, որքան նոցա յայտարարները շատ լինին։ Մենք էլ տեսանք որ մօտաւորական կոտորակների յայտարարները այնքան շատ են լինում, որքան նոքա հեռաւոր կարգի մօտաւորական են։ Դորանից հետևում է որ որքան մօտաւորական կոտորակը հեռաւոր կարգի է, այնքան նորա և անընդմիջվող կոտորակի տարբերութիւնը փոքր է կամ թէ մօտաւորական կոտորակը աւելի է մօտենում անընդմիջվող կոտորակին։ Այդպէս օրինակ՝ երրորդ մօտաւորական կոտորակը, որ է $^{13}/_{30}$, զանազանվում է տուած անընդմիջվող կոտորակից $^1/_{4710}$-ից պակասով, իսկ

չորրորդ մօտաւորական կոտորակը զանազանւում է տուած անընդմիջվող կոտորակից $^{1}/_{152604}$-ից պակասով։

Եթէ ունենք մեծ թուերով գրած չ'կրճատվող կոտորակ, մենք կարող ենք անընդմիջվող կոտորակների միջնորդութեամբ գտնել այնպիսի կոտորակ, որ գրած լինի թուերով և շատ մօտ լինի տուած կոտորակին։

Այդպէս մեր բերած օրինակում $^{3015}/_{6961}$-ի տեղ կարող ենք վերցնել դրա երրորդ մօտաւորական կոտորակը, որ է $^{13}/_{30}$ և մեր սխալը կ'լինի $^{1}/_{4710}$-ից պակաս։ Անընդմիջվող կոտորակները մեծ դեր են խաղում բարձր ալջեբրայի մէջ։

Հ Ա Ր Ց Ե Ր

Ի՞նչ կոտորակներ են կոչվում անընդմիջվող կոտորակ։

Ի՞նչպէս պէտք է իմանալ անընդմիջվող կոտորակների մեծութիւնը։

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել տուած անընդմիջվող կոտորակի մօտաւորական նշանակութիւնները։

Ի՞նչ մօտաւորական կոտորակներ շատ են եւ ի՞նչ մօտաւորականներ փոքր են անընդմիջվող կոտորակից։

Ի՞նչին է հաւասար միմեանց կից մօտաւորական կոտորակների տարբերութիւնը։

Ի՞նչպէս պէտք է որոշել որևիցէ մօտաւորական կոտորակի մօտաւորութեան աստիճանը։

ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ

35. Դիցուք ունենք երկու որևիցէ թիւ 12 և 3։ Մենք կարող ենք այդ երկու թիւը միմեանց հետ համեմատել՝ որ իմանանք թէ դոցանից մէկը միւսից որքա՞ն աւելի է կամ պակաս։ Դորա համար պէտք է փոքր թիւը դուրս

գալ մեծ թուից. այդ անելով կ'իմանանք, որ 12-ը աւելի է 3-ից 9-ով կամ 12—3=9։ Երբ մենք երկու թիւ միմեանց հետ համեմատում ենք, որ իմանանք թէ մէկը միւսից որքանով աւելի է, դա կոչվում է տարբերութեան համեմատութիւն, որովհետև գտնում ենք երկու թուի տարբերութիւնը։

Մենք կարող ենք նոյնպէս 12-ը և 3-ը միմեանց հետ համեմատել, որ իմանանք թէ մէկը միւսից քանի՞ անգամ շատ է կամ փոքր է։ Դորա համար պէտք է 12-ը բաժանել 3-ի վերայ. այդ անելով կ'իմանանք որ 12-ը շատ է 3-ից 4 անգամ կամ 12 : 3=4։

Երբ մենք երկու թիւ միմեանց հետ համեմատում ենք, որ իմանանք թէ մէկ թիւ քանի՞ անգամ մեծ է կամ փոքր է միւսից, այդ տեսակ համեմատութիւնը կոչվում է քանորդական համեմատութիւն։

ՏԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹԻՒՆ

36. Դիցուք ունենք որևիցէ տարբերական համեմատութիւն օրինակ 30—18=12։ Այն թուերը, որոնց միմեանց հետ համեմատում ենք, կոչվում են համեմատութեան անդամներ։ Բացի դորանից, 30-ը կոչվում է համեմատութեան նախորդ անդամ, 12-ը կոչվում է հետևորդ անդամ, իսկ 12-ը կոչվում է տարբերութիւն։

Որովհետև տարբերական համեմատութիւնը կատարվում է հանման գործողութիւնով և նախորդ անդամն է նուազելին, հետևորդ անդամը հանելին, իսկ տարբերութիւնը՝ մնացորդը, ուստի ինչոր ասվել է հանման մասին, նա տեղի ունի նոյնպէս տարբերական համեմատութեան մէջ։

Այդպէս օրինակ՝

1. Տարբերակիչ համեմատությունն նախորդ անդամը հաստատ է հետևորդ անդամին հետը գումարած տարբերությունը: Օրինակ՝ 12=18+12:

2. Տարբերակիչ համեմատությունն հետևորդ անդամը հաստատ է նախորդ անդամին, նորանից դուրս եկած տարբերությունը: Օրինակ՝ 18=30—12:

3. Եթե տարբերակիչ համեմատությունն նախորդ անդամը շատացնենք իմ հետևորդ անդամը փոքրացնենք որևիցե թվով՝ տարբերությունն էլ կշատանայ նոյն թվով: Օրինակ եթէ 30-ի վերայ աւելացնենք 7-ը, այն ժամանակը կ'ստանանք 37—18=12+7=19, տարբերութիւնը շատացաւ 7-ով. իսկ եթէ հետևորդ անդամից դուրս գանք օրինակ 7-ը, այն ժամանակը կ'ստանանք 30—11=19, տարբերութիւնը դարձեալ շատացաւ 7-ով:

4. Եթե տարբերակիչ համեմատությունն նախորդ անդամը փոքրացնենք իմ հետևորդ անդամը շատացնենք որևիցե թվով նոյն թվով էլ կփոքրանայ տարբերությունը: Օրինակ՝ դուրս գալով 30-ից 7-ը, կ'ստանանք 23—18=12—7=5, տարբերութիւնը փոքրացաւ 7-ով, իսկ եթէ աւելացնենք 18-ի վերայ 7-ը՝ կ'ստանանք 30—25=12—7=5, դարձեալ տարբերութիւնը փոքրացաւ 7-ով:

5. Եթե տարբերակիչ համեմատությունն նախորդ և հետևորդ անդամը միասին շատացնենք իմ փոքրացնենք միևնոյն թվով, տարբերությունը կմնայ անփոփոխ: Այդպէս մեր օրինակում երկու անդամի վերայ էլ աւելացնելով 7-ը՝ կ'ստանանք 37—25=12. տարբերութիւնը մնաց անփոփոխ: Այժմ երկու անդամիցն էլ դուրս գալով 7-ը՝ կ'ստանանք 23—11=12. դարձեալ տարբերութիւնը մնաց անփոփոխ:

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչպէս կարող ենք մենք համեմատել միմեանց հետ երկու թիւ:

Ի՞նչին ենք կոչում համեմատութիւն:

Ի՞նչպէս են բաժանվում համեմատութիւնները:

Ի՞նչ է ցոյց տալի տարբերական համեմատութիւնը եւ ինչ գործողութեամբ է գտանվում:

Ի՞նչպէս են կոչվում տարբերական համեմատութիւն կազմող թուերը:

Ի՞նչին է հաւասար տարբերական համեմատութեան նախորդ անդամը:

Ի՞նչին է հաւասար տարբերական համեմատութեան հետևորդ անդամը:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ տարբերութիւնը, եթէ որ համեմատութեան նախորդ անդամը շատացնենք կամ փոքրացնենք որևիցէ թվով:

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ տարբերութիւնը, եթէ որ համեմատութեան հետևորդ անդամը շատացնենք կամ փոքրացնենք որևիցէ թվով:

Ի՞նչ փոփոխութիւններ կարող ենք անել համեմատութեան անդամների մէջ, որ տարբերութիւնը մնայ անփոփոխ:

ՔԱՆՈՐԴԱԿԱՆ ՀԱՄԵՄԱՏՈՒԹԻՒՆ

37. Դիցուք թէ ունենք հետևեալ քանորդական համեմատութիւնները՝ 120:8=15 կամ որ նոյն է $^{120}/_{8}=15$ և 7 : 14=$^{7}/_{14}=^{1}/_{2}$: Այս համեմատութեանց մէջ 120-ը և 7-ը կոչվում են քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամներ, 8-ը և 14-ը քանորդական համեմատութեան հետևորդ անդամներ, իսկ 15-ը և $^{1}/_{2}$-ը կոչվում են քանորդ: Եթէ քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամը շատ է հետևորդ անդամից, այն ժամանակը քանորդը 1-ից շատ է, իսկ եթէ նախորդ անդամը փոքր է հետևորդ անդամից, այն ժամանակը քանորդը կանոնաւոր կոտորակ է: Մեր բերած առաջին օրինակում քանորդը 15 է, իսկ երկրորդ օրինակում քանորդը $^{1}/_{2}$ է: Դիցուք ունենք հետևեալ համեմատութիւնները՝ 6 : 2=3 ; 3 : 6=$^{1}/_{2}$; 24 : 8=3; 8 : 24=$^{1}/_{3}$: Այս համեմատութեանց մէջ մի համեմատութեան

նախորդ անդամը միւս համեմատութեան հետնորդ անդամն է։ Այդ տեսակ համեմատութիւնները կոչվում են հակադարձ համեմատութիւն։ Երկու հակադարձ համեմատութեանց քանորդների արտադրեալը միշտ հաւասար է 1-ին։ Այսպէս օրինակ՝ 10 : 5=2; 5 : 10=$^1/_2$։ Առաջին համեմատութեան քանորդը 2 է, իսկ երկրորդ համեմատութեան քանորդը $^1/_2$ է, իսկ դոցա արտադրեալը կ՚լինի 2. $^1/_2$=1։

Որովհետև քանորդական համեմատութիւնը կատարվում է բաժանումով, և քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամն է բաժանելին, հետնորդ անդամն է բաժանարարը, իսկ քանորդն է համեմատութեան քանորդը, այդ պատճառով՝

1. Քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամը հաւասար է հետնորդ անդամին քազմապատիկ քանորդի չափոյ։ Օրինակ 360:120 =3; 360=120.3; 7 : 14=$^1/_2$; 7=14. $^1/_2$ և այլն։

2. Քանորդական համեմատութեան հետնորդ անդամը հաւասար է նախորդ անդամին քաժանած քանորդի չափոյ։ Օրինակ 24 : 6=4 ; 6=24 : 4; 9 : 18=$^1/_2$; 18=9 : $^1/_2$։

3. Եթէ քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամը շատացնենք կամ հետնորդ անդամը փոքրացնենք մի քանի անգամ, այնպէս անգամ էլ քանորդը կ՚շատանայ։ Օրինակ դիցուք ունենք 360 : 120 =3։ Եթէ նախորդ անդամը շատացնենք 2 անդամ, կ՚ստանանք 720 : 120=6. իսկ եթէ հետնորդ անդամը փոքրացնենք 2 անդամ, կ՚ստանանք՝ 360 : 60=6. երկու դիպուածումն էլ քանորդը շատացաւ 2 անդամ։

4. Եթէ քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամը փոքրացնենք կամ հետնորդ անդամը շատացնենք մի քանի անգամ, այնպէս անգամ էլ քանորդը կ՚փոքրանայ։ Օրինակ դիցուք ունենք 240 : 8= 30, եթէ նախորդ անդամը փոքրացնենք օրինակ 2 անդամ կ՚ստանանք 120 : 8=15; իսկ եթէ հետնորդ անդամը շատացնենք 2 անդամ, կ՚ստանանք 240 : 16=15; երկու դիպուածումն էլ քանորդը փոքրացաւ 2 անդամ։

5. Եթէ քանորդական համեմատութեան նախորդ և հետնորդ անդամը միևնոյն շատացնենք կամ փոքրացնենք միևնոյն անգամ, քանորդը չ՚հայ անփոփոխ։ Օրինակ դիցուք ունենք 180 : 60=3; բազմապատկենք համեմատութեան երկու անդամն էլ 2-ի վերայ կ՚ստանանք. 360 : 120=3, իսկ եթէ բաժանենք երկու անդամն էլ 2-ի վերայ, կ՚ստանանք՝ 90 : 30=3. երկու դիպուածումն էլ քանորդը մնաց անփոփոխ։

Որովհետև համեմատութեան քանորդը չի փոխվում, երբ մենք երկու անդամը և բազմապատկում ենք կամ բաժանում ենք միևնոյն թուի վերայ, այդ պատճառով կարելի է ինչպէս կրճատել համեմատութիւնները, նոյնպէս և կոտորակ թուերի համեմատութիւնները փոխարինել ամբողջ թուերի համեմատութիւններով։ Այդպէս օրինակ, դիցուք ունենք հետևեալ համեմատութիւնը՝ 21 : 14=$^3/_2$. մենք դորա առաջին և երկրորդ անդամները կրճատելով 7-ի վերայ կ՚ստանանք՝ 3 : 2=$^3/_2$։ Այժմ տեսնենք ինչպէս պէտք է կոտորակ թուերի համեմատութիւնը փոխարինել ամբողջ թուերի համեմատութիւնով։ Դիցուք ունենք հետևեալ համեմատութիւնը՝ $6^3/_5 : 2^3/_4$։ Դարձնելով այդ թուերը անկանոն կոտորակներ՝ կ՚ստանանք՝ $^{33}/_5 : ^{11}/_4$. բերելով դոցա մի յայտարարի կ՚ստանանք $^{132}/_{20} : ^{55}/_{20}$։ Այժմ համեմատութեան երկու անդամն էլ բազմապատկելով ընդհանուր յայտարարի, այն է 20-ի, վերայ կ՚ստանանք՝ 132 : 55. որովհետև կոտորակը բազմապատկելով իւր յայտարարի վերայ կ՚ստանանք համարիչը։ Այդպէս ուրեմն կոտորակ թուերի համեմատութիւնը $6^3/_5 : 2^3/_4$ փոխարինեցինք հետևեալ ամբողջ թուերի համեմատութիւնով՝ 132:55։ Այս վերջի համեմատութեան անդամները կարելի է կրճատել 11-ի վերայ, կ՚ստանանք վերջնական 12:5;

Ուրեմն կոտորակ կամ խառը թուերի համեմատութիւնները ամբողջ թուերի համեմատութեան փոխարինե-

լու համար, հարկաւոր է տուած թիւերը դարձնել անկանոն կոտորակ, յետոյ բերել դոցա մի յայտարարի, ապա վերցընել նորանց համարիչների համեմատութիւնը։

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչ է ցոյց տալի քանորդական համեմատութիւնը եւ ինչ գործողութեամբ է գտանվում։

Ի՞նչպէս են կոչվում այն թիւերը, որ կազմում են համեմատութիւն։

Ի՞նչին է հաւասար քանորդական համեմատութեան նախորդ անդամը եւ հետնորդ անդամը։

Ի՞նչ համեմատութիւններ են կոչվում հակադարձ համեմատութիւնը եւ ինչ յատկութիւն ունեն նորանց քանորդները։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ քանորդը, եթէ որ համեմատութեան նախորդ անդամը շատացնենք կամ փոքրացնենք մի քանի անգամ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն կ'ստանայ քանորդը, եթէ որ համեմատութեան հետնորդ անդամը շատացնենք կամ փոքրացնենք մի քանի անգամ։

Ի՞նչ փոփոխութիւն պէտք է անել նախորդ եւ հետնորդ անդամների մէջ, որ քանորդը չ'փոխվի։

Ի՞նչպէս պէտք է կրճատել համեմատութիւնը։

Ի՞նչպէս պէտք է կոտորակ թուերի համեմատութիւնը փոխարինել ամբողջ թուերի համեմատութեամբ։

ՅԱՌԱՔԵՐՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ

38. Դիցուք ունենք երկու տարբերական համեմատութիւն, որոնց տարբերութիւնները միմեանց հաւասար են. օրինակ՝ 10—6=4 և 12—8=4։ Հասկանալի է որ 10—6=12—8։ Այդպիսի հաւասարութիւնը կոչվում է տարբերական յարաբերութիւն։

Այժմ դիցուք ունենք երկու քանորդական համեմատութիւն, որոնց քանորդները միմեանց հաւասար են. օրինակ՝ 24:8=3 և 15:5=3։ Հասկանալի է որ 24:8=15:5։ Այդպիսի հաւասարութիւնը կոչվում է բաժանողական յարաբերութիւն։

Ուրեմն՝ յարաբերութիւն կոչվում է երկու հաւասարութեանց հաւասարութիւնը։

Այն թուերը, որ կազմում են յարաբերութիւն, կոչվում են յարաբերանի անդամները։ Առաջին և չորրորդ անդամները կոչվում են ծայր անդամներ, իսկ երկրորդը և երրորդը կոչվում են միջի անդամներ։

Տարբերական յարբերութիւնը կարգացվում է այսպէս. 10-ը առանց 6-ի հաւասար է 12-ին առանց 8-ի։ Իսկ քանորդական յարաբերութիւնը կարգացվում է այսպէս՝ 24-ը յարաբերում է 8-ին այնպէս, ինչպէս 15-ը յարաբերում է 5-ին։ Քանորդական յարաբերութիւնները գրվում են նոյնպէս հետևեալ ձևով $^{24}/_{8}=^{15}/_{5}$; $^{20}/_{4}=^{30}/_{6}$ և այլն։

ՏԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆԸ ԵՒ ՆՈՐԱ ԳԼԽԱՒՈՐ ՅԱՏԿՈՒԹԻՒՆԸ։

39. Ասենք թէ ունենք հետևեալ տարբերական յարաբերութիւնները՝ 10—6=12—8

30—18=22—10

17—12=8—3

$7^{5}/_{8}-3^{1}/_{2}=10^{11}/_{20}-6^{17}/_{40}$

և այլն։

Այդ բոլոր յարաբերութեանց մէջ մենք նկատում ենք հետևեալ ընդհանուր յատկութիւնը։

Առաջին յարաբերութեան մէջ՝ 10+8=18 և 12+6=18։

ուրեմն 10+8=12+6։

Երկրորդ յարաբ. մէջ՝ $30+10=40$ և $18+22=40$։

ուրեմն՝ $30+10=18+22$։

Չորրորդ յարաբ. մէջ՝ $7^5/_8+6^{17}/_{40}=14^1/_{20}$ և $3^1/_2+10^{11}/_{20}=14^1/_{20}$։

ուրեմն՝ $7^5/_8+6^{17}/_{40}=3^1/_2+10^{11}/_{20}$։

Մենք տեսնում ենք ուրեմն որ ամենայն պարբերական յարաբերութեան մէջ երկու անդամների գումարը հաւասար է նրանց անդամների գումարին։ Անդամների այդ յատկութիւնը կոչվում է յարաբերութիւն գլխաւոր յատկութեան։

Ասացուցանենք յարաբերութեան այդ գլխաւոր յատկութիւնը ամենայն յարաբերութեանց համար ընդհանրապէս։ Դիցուք թէ ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ Ա.—Բ=Գ—Դ։ Այստեղ Ա, Բ, Գ, Դ կարող են նշանակել ամենայն թիւ թէ ամբողջ և թէ կոտորակ։ Այդ տեսակ յարաբերութիւնը, ուր թուերի տեղը վերցնում ենք տառեր, կոչվում են ընդհանուր յարաբերութիւնք, որովհետև տառերի տեղը գնելով ինչ տեսակ թիւ կամենանք՝ կ'ստանանք ամենայն տեսակ տարբերական յարաբերութիւն։ Եթէ մենք ապացուցանենք որ այդ յարաբերութեան դրսի անդամների գումարը հաւասար է ներսի անդամների գումարին, դորանով մենք ապացուցած կ'լինենք, որ ամենայն տարբերական յարաբերութիւն ունի այդ գլխաւոր յատկութիւնը։

Մենք գիտենք որ իւրաքանչիւր տարբերական համեմատութեան առաջին անդամը հաւասար է իւր երկրորդ անդամին, հետը գումարած տարբերութիւնը, այդ պատճառով՝

Ա.=Բ+տարբերութիւնը

Գ=Դ+տարբերութիւնը։

Առաջին հաւասարութեան երկու մասի վերայ էլ աւելացնենք Դ, իսկ երկրորդի վերայ, Բ, կ'ստանանք՝

Ա.+Դ=Բ+տարբերութիւն+Դ.

Գ+Բ=Դ+տարբերութիւն+Բ։

Համեմատելով միմեանց հետ այս վերջի երկու հաւասարութիւնը, տեսնում ենք որ ինչպէս Ա.+Դ, նոյնպէս և Դ+Բ հաւասար են միևնոյն գումարին. այն է՝ Բ+տարբերութիւնը+Դ-ին։ Դորանից հետևում է, որ Ա.+Դ=Դ+Բ կամ դրսի անդամների գումարը հաւասար է ներսի անդամների գումարին։

ՏԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԵԱՆ ԱՆՅԱՅՏ ԱՆԴԱՄԻ ԳՏՆԵԼԸ

60. Եթէ յարաբերութեան որևիցէ անդամը յայտնի չ'լինի, մենք կարող ենք նորան գտնել միւս յայտնի անդամների օգնութեամբ։ Դիցուք ունենք օրինակ հետևեալ յարաբերութիւնը՝ $X-19=40-7$։ Մենք գիտենք որ յարաբերութեան դրսի անդամների գումարը հաւասար է ներսի անդամների գումարին. այսինքն՝ $X+7=59$։ Եթէ X-ի հետ գումարած 7-ը հաւասար է 59-ին, նշանակում է միայն X-ը հաւասար կ'լինի 59-ին դուրս եկած նորանից 7-ը. ուրեմն $X=59-7=52$։ Այս օրինակի մէջ անյայտը դրսի անդամներից մինն էր, այժմ վերցնենք մի ուրիշ օրինակ, ուր անյայտը լինի ներսի անդամներից մինը. օրինակ՝ $24-X=32-18$։ Մենք գիտենք որ ներսի անդանների գումարը հաւասար է դրսի անդամների գումարին. այսինքն $X+32=42$. իսկ $X=42-32=10$։

Ուրեմն՝ պարբերական յարաբերութեան դրսի անդամը հաւասար է ներսի անդամների գումարին, դուրս եկած նորանից մի— դրսի անդամը, իսկ ներսի անդամը հաւասար է դրսի անդամների գումարին, դուրս եկած նորանից մի— ներսի անդամը։

ԱՆԸՆԴՄԻՋՎՈՂ ՏԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆԸ ԵՒ ՄԻՔԱՆԻ ԹՈՒԵՐԻ ՄԻՋԻՆ ԹԻՒԸ

61. *Եթէ տարբերական յարաբերութեան ներսի անդամները հաւասար են միմեանց, այդ տեսակ յարաբերութիւնը կոչւում է անընդմիջվող յարաբերութիւն. օրինակ՝* 40—28=28—16: 28—20=20—12:

Դիցուք ունենք անընդմիջվող տարբերական յարաբերութիւն, ուր ներսի անդամը յայտնի չէ օրինակ 18—X=X—12: *Որովհետև ներսի անդամների գումարը հաւասար է դրսի անդամների գումարին. ուրեմն* 2X=30, *իսկ* X=$^{30}/_{2}$=15:

Ուրեմն՝ անընդմիջվող տարբերական յարաբերութեան ներսի անյայտ անդամը գտնելու համար պէտք է երկու անդամները գումարել և բաժանել 2-ի վերայ:

Գտնել երկու մի քանի թուերի մէջ ընկածը, նշանակում է բոլոր տուած թուերը գումարել և այդ գումարը բաժանել նոցա թուի վերայ: Օրինակ դիցուք պահանջում են գտնել հետևեալ թուերի միջին թիւը. 24, 16, 40, 20, 15, 25, 70: Դորա համար պէտք է այդ թուերը գումարել և բաժանել իւրեանց թուի, այսինքն՝ 7-ի վերայ: Այդ անելով կ՚ստանանք

$$\frac{24+16+40+20+15+25+70}{7}=\frac{210}{7}=30$$

ՀԱՐՑԵՐ

Ի՞նչին ենք կոչում տարբերական յարաբերութիւն:

Յարաբերութեան որ անդամներին ենք կոչում դրսի անդամներ և որոնց ներսի անդամներ:

Որն է տարբերական յարաբերութեան գլխաւոր յատկութիւնը:

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել տարբերական յարաբերութեան անյայտ անդամը:

Ի՞նչ յարաբերութեան ենք կոչում անընդմիջվող:

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել անընդմիջվող յարաբերութեան ներսի անդամը:

Ի՞նչ է նշանակում գտնել մի քանի թուերի միջին թիւը:

.....

ՔԱՆՈՐԴԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆԸ ԵՒ ՆՈՐԱ ԳԼԽԱՒՈՐ ՅԱՏԿՈՒԹԻՒՆԸ

62. *Մենք արդէն գիտենք որ քանորդական յարաբերութիւն կոչում են երկու համեմատութեան հաւասարութեանը: Այդպէս օրինակ՝* 20 : 4=30 : 6, *որովհետև* 20 : 4=5 *և* 30 : 6=5: *Յարաբերութիւն կազմելու համար հարկաւոր է չորս թիւ և այդ յարաբերութիւն կազմող թուերը կոչւում են յարաբերական թուեր:*

Քանորդական յարաբերութեան գլխաւոր յատկութիւնը այն է, որ երկի անդամների արտադրեալը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին: Ապացուցանենք այդ բանը: Մենք գիտենք որ իւրաքանչիւր համեմատութեան նախորդ անդամը հաւասար է հետևորդ անդամին բազմապատկած քանորդի վերայ, ուրեմն մեր բերած օրինակում 20=4.5

30=6.5

բազմապատկելով առաջին հաւասարութեան երկու կողմն էլ 6-ի վերայ, իսկ երկրորդինը 4-ի վերայ, կ՚ստանանք՝

20.6=4.5.6

30.4=6.5.4:

Այստեղ տեսնում ենք որ ինչպէս 20.6-*ը, նոյնպէս և* 30.4-*ը հաւասար են միևնոյն թուերի արտադրեալին. այն է* 4.5.6-*ին. ուրեմն դոքա հաւասար են միմեանց, այսինքն* 20.6=30.4. *ցոյց տանք այդ բանը ընդհանրապէս:*

Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ Ա : Բ = Գ : Դ. պէտք է ցոյց տանք, որ դրսի անդամների արտադրեալը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին։ Մենք գիտենք որ իւրաքանչիւր համեմատութեան նախորդ անդամը հաւասար է իւր հետնորդ անդամին բազմապատկած քանորդի վերայ։ Ուրեմն եթէ քանորդը նշանակենք օրինակ ծ-ով, կարող ենք գրել

Ա = Բ.ծ

Գ = Դ.ծ

Առաջին հաւասարութեան երկու կողմն էլ բազմապատկելով Դ-ի վերայ, իսկ երկրորդինը Բ-ի վերայ, կ'ստանանք՝

Ա.Դ = Բ.ծ.Դ

Գ.Բ = Դ.ծ.Բ

Համեմատելով այս նոր ստացած երկու հաւասարութիւնը՝ տեսնում ենք որ Ա.Դ = Բ.ծ.Դ-ին և Գ.Բ = Բ.ծ.Դ-ին, ուրեմն Ա.Դ = Գ.Բ. այսինքն դրսի անդամների արտադրեալը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին ամենայն յարաբերութեան մէջ։

ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԵԱՆ ԱՆԴԱՄՆԵՐԻ ՏԵՂԱՓՈԽՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ

63. Մենք կարող ենք քանորդական յարաբերութեան անդամները տեղափոխել, միայն այնպէս, որ դրսի և ներսի անդամների արտադրեալները միմեանց հաւասար մնան։ Այդ ժամանակը յարաբերութիւնը չի խանգարվիլ։ Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ 8 : 4 = 6 : 3; մենք կարող ենք այդ յարաբերութեան մէջ իւրաքանչիւր անդամը երկու անդամ առաջին անդամ շինել և դորան համապատասխան տեղափոխել միւս անդամները այսպէս՝

8 : 4 = 6 : 3
8 : 6 = 4 : 3
4 : 8 = 3 : 6
4 : 3 = 8 : 6
6 : 8 = 3 : 4
6 : 3 = 8 : 4
3 : 4 = 6 : 8
3 : 6 = 4 : 8

Այսպիսով մենք կարող ենք իւրաքանչիւր յարաբերութիւն ներկայացնել 8 ձևով։

ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԵԱՆ ԱՆԴԱՄՆԵՐԻ ԿՐՃԱՏՈՒՄՆ

64. Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ 40 : 10 = 8 : 2;

Եթէ այդ յարաբերութեան առաջին և երրորդ անդամը բազմապատկենք որևիցէ թուի, օրինակ 3-ի, վերայ կ'ստանանք 120 : 10 = 24 : 2

Եթէ նոյն յարաբերութեան երկրորդ և չորրորդ անդամը բազմապատկենք որևիցէ թուի օրինակ 2-ի վերայ, կ'ստանանք՝ 40 : 20 = 8 : 4

Եթէ առաջին և երրորդ անդամը բազմապատկենք օրինակ 3-ի վերայ և երկրորդը ու չորրորդը բաժանենք օրինակ 2-ի վերայ, կ'ստանանք՝ 120 : 5 = 24 : 1

Եթէ առաջին և երկրորդ անդամը բաժանենք օրինակ 5-ի վերայ, իսկ երրորդը և չորրորդը բազմապատկենք օրինակ 4-ի վերայ, կ'ստանանք՝ 8 : 2 = 32 : 8։

Մեր բոլոր ստացած յարաբերութեանց մէջ դրսի և ներսի անդամների արտադրեալները միմեանց հաւասար են. ուրեմն յարաբերութիւնները ուղիղ են։

Դորանից հետևում է որ կարելի է յարաբերութեան երկու նախորդ և երկու հետևորդ անդամները բազմապատկել կամ բաժանել որևիցե նոյն թուով վերայ, կամ կարելի է երկու նախորդ անդամը բազմապատկել որևիցե նոյն թուով վերայ, իսկ երկու հետևորդները բաժանել որևիցե նոյն թուով վերայ. նոյնպէս կարելի է առաջին հարաբերութեան երկու անդամ էլ բազմապատկել կամ բաժանել որևիցե նոյն թուով վերայ, նոյնպէս երկրորդ հարաբերութեան երկու անդամ էլ կարելի է բազմապատկել կամ բաժանել որևիցե նոյն թուով վերայ:

Այդ հիման վերայ կարելի է յարաբերութեան երկու նշանակութիւնը նշանակել երկու տրոհ անդամի հնչ: Օրինակ դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ 120:60=180:90 մենք կարող ենք դորան կրճատել բաժանելով նախորդ անդամները 60-ի վերայ, նոյն հետևորդները 30-ի վերայ՝ կ'ստանանք 2 : 1=6 : 3 կամ կարելի է առաջին համեմատութիւնը կրճատել 60-ի վերայ, իսկ երկրորդը 90-ի վերայ՝ կ'ստանանք 2 : 1=2 : 1 և այլն:

Մի ուրիշ օրինակ. դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ $10^{7}/_{15} : 6^{44}/_{45}=3 : 2$: Մենք կարող ենք այդ յարաբերութեան կոտորակներից ազատվել. դորա համար կոտորակները կ'դարձնենք անկանոն կոտորակ, կ'ստանանք $^{157}/_{15}:{}^{314}/_{45}=3:2$, յետոյ կ'դարձնենք մի յայտարարի, կ'ստանանք՝ $^{471}/_{45}:{}^{314}/_{45}=3 : 2$, ապա բազմապատկելով առաջին համեմատութեան անդամները 45-ի վերայ՝ կ'ստանանք 471 : 314=3 : 2, ուր այլ ևս չ'կան կոտորակներ:

ԲԱՐԴ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆՆԵՐԸ

65. Բարդ յարաբերութիւնները կոչվում են այն յարաբերութիւնները, որոնք ստացվում են երկու կամ շատ յարաբերութիւններից որևիցե գործողութեան միջնորդութեամբ:

Դիցուք ունենք հետևեալ միմեանց հաւասար յարաբերութիւնները՝ 18 : 6=12 : 4
21 : 7=6 : 2

Եթէ դոցա համապատասխան անդամները գումարենք՝ կ'ստանանք դարձեալ ուղիղ յարաբերութիւն. օրինակ՝ 39 : 13=18 : 6, որովհետև 6-ը 18-ումը պարունակվում է 3 անգամ և 7-ը 21 պարունակվում է նոյնպէս 3 անգամ, ուրեմն 6+7 կ'պարունակվի 18+21-ի մէջ դարձեալ 3 անգամ. այսինքն՝ 39 : 13=3: Նոյնպէս 4-ը պարունակվում է 12-ումը 3 անգամ և 2-ը պարունակվում է 6-ումը 3 անգամ. նշանակում է 4+2 կ'պարունակվի 12+6-ի մէջ նոյնպէս 3 անգամ, այսինքն 18 : 6=3: Մեր ստացած երկու համեմատութեանց քանորդները միմեանց հաւասար են. ուրեմն կարող ենք դոցանից կազմել յարաբերութիւն՝ 39 : 13=18 : 6:

Ուրեմն՝ երկու տրոհ հաւասար երկու միմեանց հաւասար յարաբերութեան համապատասխան անդամները, կ'պատանան նոր յարաբերութիւն, որի տարբերը հաւասար կ'լինի առաջվայ յարաբերութեանց տարբերին:

Այժմ դիցուք ունենք մի քանի հաւասար յարաբերութիւններ. օրինակ՝ 14 : 7=4 : 2
12 : 6=10 : 5
18 : 9=16 : 8

Գումարով դոցա համապատասխան անդամները կ'ստանանք նոյնպէս յարաբերութիւն. այսինքն՝ 14+12+18 : 7+6+9=4+10+16 : 2+5+8: Եթէ այդ ստացած յարաբերութեան ներսի անդամները տեղափոխենք, կ'ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ 14+12+18 : 4+10+16=7+6+9 : 2+5+8: Նախորդ անդամներին աւելացընելով իւրեանց հետևորդ անդամները՝ կ'ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ 14+12+18+4+10+16 : 4+10+16=7+6+9+2+5+8 : 2+5+8: Այդ յարաբերու-

թեան մէջ կրկին տեղափոխելով ներսի անդամները, կ՚ստանանք՝ 14+12+18+4+10+16 : 7+6+9+2+5+8= 4+10+16 : 2+5+8։ Բայց այս համեմատութեան 4+10+16 : 2+5+8 քանորդը հաւասար է հետևեալ համեմատութեանց քանորդին. այն է՝

$$4+10+16 : 2+5+8 = \begin{cases} 14 : 7 \\ 4 : 2 \\ 12 : 6 \\ 10 : 5 \\ 18 : 9 \\ 16 : 8 \end{cases}$$

Ուրեմն առաջի համեմատութեան փոխանակ կարող ենք գրել ամեն-մինը վերջին համեմատութիւններից և կ՚ստանանք, որ

$$14+12+18+4+10+16 : 7+6+9+2+5+8 = \begin{cases} 14 : 7 \\ 4 : 2 \\ 12 : 6 \\ 10 : 5 \\ 18 : 9 \\ 16 : 8 \end{cases}$$

Ուրեմն՝ տրուած հաւասար յարաբերութեանց բոլոր համեմատութեանց նախորդ անդամների գումարը կ՚յարաբերի իւրեանց բոլոր հետևորդ անդամների գումարին այնպես, ինչպէս որևիցէ համեմատութեան նախորդ անդամներից մէկը իւր հետևորդ անդամին։

Դիցուք ունենք հետևեալ երկու հաւասար յարաբերութիւնները՝ 60 : 20=18 : 6

30 : 10=6 : 2

Եթէ այդ յարաբերութեանց համապատասխան անդամները դուրս գանք միմեանցից, կ՚ստանանք հետևեալ համեմատութիւնները՝ 30 : 10 և 12 : 4։

Առաջին համեմատութեան քանորդը միևնոյնն է, ինչ որ առաջ էր, որովհետև 20-ը պարունակւում է 60-ումը 3 անգամ, նոյնպէս 10-ը պարունակւում է 30-ումը 3 անգամ, նշանակում է 20—10 կ՚պարունակվի 60—30-ի մէջ նոյնպէս 3 անգամ։ Այդպէս էլ կարելի է ցոյց տալ որ 6—2-ը կ՚պարունակվի 18—6-ի մէջ նոյնպէս 3 անգամ, նշանակում է ստացած համեմատութիւնները կ՚լինեն միմեանց հաւասար և կ՚կազմեն յարաբերութիւն՝ 30 : 10 =12 : 4։

Ուրեմն՝ երկու հաւասար յարաբերութեանց համապատասխան անդամները միմեանցից հանելով, կ՚պատանի նոր յարաբերութիւն, որի նախորդը հաւասար կ՚լինի տուած յարաբերութեանց նախորդին։

Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնները՝

18 : 3=24 : 4

12 : 4=15 : 5

բազմապատկելով դոցա համապատասխան անդամները, կը ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ 18×12 : 3×4= 24×15 : 4×5։

Առաջին յարաբերութեան առաջին համեմատութեան նախորդ անդամը բազմապատկելով 12-ի վերայ՝ մենք քանորդը, որ է 6-ը, շատացրինք 12 անգամ, իսկ նոյն համեմատութեան երկրորդ անդամը բազմապատկելով 4-ի վերայ. մենք քանորդը 6-ը փոքրացրինք 4 անգամ։ Քանորդը առաջ շատացրինք 12 անգամ և ապա փոքրացրինք 4 անգամ, նշանակում է մենք նորան վերջնական կերպով շատացրինք 3 անգամ. այսինքն քանորդը դարձաւ 6×3։ Բոլորովին այդպէս էլ կ՚ապացուցանենք որ առաջին յարաբերութեան երկրորդ համեմատութեան նախորդ անդամը բազմապատկելով 15-ի վերայ, իսկ հետևորդը 5-ի վերայ, մենք քանորդը շատացնում ենք դարձեալ 3 անգամ. այսինքն քանորդը դառնում է 6×3։

Այդպէս ուրեմն երկու համեմատութեանց քանորդները ևս հաւասար են տուած յարաբերութեանց քանորդների

արտադրեալին. ուրեմն նոքա կ'կազմեն յարաբերութիւն՝ $18\times12 : 3\times4=24\times15 : 4\times5$ կամ $216 : 12=360 : 20$։

Աստիճներից հետևում է որ երբ որևիցե յարաբերութեանց համապատասխան անդամները բազմապատկուած են նոր յարաբերութիւն, որի քանորդը հաւասար է առաջին յարաբերութեան քանորդին։

Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնները՝

$$24 : 6=8 : 2$$
$$12 : 4=9 : 3$$
$$6 : 3=4 : 2$$

Բազմապատկելով առաջին երկու յարաբերութեանց համապատասխան անդամները՝ կստանանք նոր յարաբերութիւն $24\times12 : 6\times4=8\times9 : 2\times3$, որի քանորդը կ'լինի երկու յարաբերութեանց քանորդի արտադրեալը—այսինքն 4×3-ը։ Այս նոր ստացած յարաբերութեան համապատասխան անդամները բազմապատկելով տուած երրորդ յարաբերութեան համապատասխան անդամների վերայ՝ կ'ստանանք դարձեալ նոր յարաբերութիւն՝ $24\times12\times6 : 6\times4\times3=8\times9\times4 : 2\times3\times2$, որի քանորդը կ'լինի առաջվայ ստացած և երրորդ յարաբերութեան քանորդների արտադրեալը. այն է՝ 4×3-ը բազմապատկած 2-ի վերայ. այսինքն $4\times3\times2$-ը։

Ուրեմն՝ եկէք մէջտեղ որևիցե յարաբերութեան համապատասխան անդամները բազմապատկենք մէնեակ վերայ, կ'ստանանք նոր յարաբերութիւն, որի քանորդը կ'լինի երրորդ յարաբերութեան քանորդների արտադրեալը։

Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնները՝

$$72 : 6=96 : 8$$
$$24 : 3=32 : 4$$

Բաժանելով դոցա համապատասխան անդամները միմեանց վերայ, կ'ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ $^{72}/_{24} : {}^{6}/_{3}={}^{96}/_{32} : {}^{8}/_{4}$ Առաջին յարաբերութեան առաջին համեմատութեան նախորդ անդամը 96-ը բաժանելով 24-ի վերայ՝ մենք դորա քանորդը փոքրացրինք 24 անգամ, իսկ նոյն համեմատութեան հետևորդ անդամը բաժանելով 3-ի վերայ՝ մենք քանորդը շատացրինք 3 անգամ։ Քանորդը փոքրացրինք 24 անգամ և դարձեալ շատացրինք 3 անգամ, նշանակում է վերջնական կերպով քանորդը փոքրացրինք 8 անգամ։ Նոյնպէս կարող ենք ցոյց տալ որ երկրորդ համեմատութեան նախորդ անդամը բաժանելով 32-ի վերայ՝ մենք քանորդը փոքրացնում ենք 32 անգամ, իսկ հետևորդ անդամը բաժանելով 4-ի վերայ՝ մենք քանորդը շատացնում ենք 4 անգամ, ուրեմն վերջնական կերպով դորա քանորդը ևս շատանում է 8 անգամ. ուրեմն համեմատութեանց քանորդները հաւասար մնալով՝ կ'կազմեն յարաբերութիւն՝ $^{72}/_{24} : {}^{6}/_{3}={}^{96}/_{32} : {}^{8}/_{4}$ կամ $3 : 2=3 : 2$

Ուրեմն եկէք երբեմն որևիցե յարաբերութեան համապատասխան անդամները բազմապատկենք մէնեակ վերայ, կ'ստանանք նոր յարաբերութիւն, որի քանորդը հաւասար կ'լինի նորանոր քանորդներից մէնեակ վերայ բազմապատկածին։

ՔԱՆՈՐԴԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԵԱՆՑ ՊԱՏԿԵՐԱՓՈԽՈՒԹԻՒՆԸ

66. Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ $15 : 5=24 : 8$։ Այդ յարաբերութիւնը կարող ենք գրել այսպէս՝ $^{15}/_{5}={}^{24}/_{8}$, եթէ այդ հաւասար կոտորակներից իւրաքանչիւրի վերայ աւելացնենք 1, կ'ստանանք դարձեալ հաւասար թուեր $\frac{15+5}{5}=\frac{24+8}{8}$, որ կարելի է գրել նոյնպէս հետևեալ կերպով $15+5 : 5=24+8 : 8$։

Դորանից հետևում է՝ որ ամենայն փոխարկական յարաբերութեան մէջ առաջին համեմատութեան պատճառի գումարը կ'յարաբերի

ի՞ր հնդաոդր անդամին այնպէս, ինչպէս երկրորդ համեմատութեան անդամների գումարը չի՞ տարբերվի ի՞ր հնդաոդր անդամից։

Եթէ մենք առաջվայ ունեցած հաւասար կոտորակների իւրաքանչիւրից այն է $^{15}/_{5}=^{24}/_{8}$ դուրս գանք 1, դարձեալ կ՚ստանանք հաւասար այսինքն $^{15}/_{5}-1=^{24}/_{8}-1$, մի յատուկ բարի բերելով՝ կ՚ստանանք $\frac{15-5}{5}=\frac{24-8}{8}$, կարող ենք գրել և այսպէս՝ $15-5 : 5=24-8 : 8$։

Ուրեմն կարող ենք ասել. ամենայն փոփոխական յարաբերութեան ասաջին համեմատութեան անդամների տարբերութիւնը չի՞ տարբերվի ի՞ր հնդաոդր անդամին այնպէս, ինչպէս երկրորդ համեմատութեան անդամների տարբերութիւնը ի՞ր հնդաոդր անդամին։

Մենք ստացանք հետևեալ յարաբերութիւնները՝

$$15+5 : 5=24+8 : 8$$
$$15-5 : 5=24-8 : 8$$

Եթէ դոցա ներսի անդամները տեղափոխենք՝ կ՚ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնները՝

$$15-5 : 24+8=5 : 8։$$
$$15-5 : 24-8=5 : 8$$

Այդ յարաբերութիւններից առաջինը ցոյց է տալի, որ ի՞ր փոփոխելի՞ր յարաբերութեան մէջ ասաջին համեմատութեան անդամների գումարը չի՞ տարբերվի երկրորդ համեմատութեան անդամների գումարին այնպէս, ինչպէս նորանց հնդաոդր անդամները միմեանց։

Երկրորդ յարաբերութիւնն էլ ցոյց է տալի, որ ի՞ր փոփոխելի՞ր յարաբերութեան մէջ ասաջին համեմատութեան անդամների տարբերութիւնը յարաբերում է երկրորդ համեմատութեան անդամների տարբերութեանը այնպէս, ինչպէս նորանց հնդաոդր անդամները միմեանց։

Համեմատելով միմեանց հետ վերջի երկու յարաբերութիւնները, տեսնում ենք, որ հետևեալ երկու համեմատութիւնները $15+5 : 24+8$ և $15-5 : 24-8$ հաւասար

են միևնոյն համեմատութեանը այն է $5 : 8$, ուրեմն նոքա հաւասար են միմեանց, հետևաբար նոցանից կարող ենք կազմել հետևեալ յարաբերութիւնը՝ $15+5 : 24+8=15-5 : 24-8$։

Դորանից հետևում է, որ յարաբերութեան մէջ ասաջին համեմատութեան անդամների գումարը չի՞ տարբերվի երկրորդ համեմատութեան անդամների գումարին այնպէս, ինչպէս ասաջին համեմատութեան անդամների տարբերութիւնը՝ երկրորդ համեմատութեան անդամների տարբերութեանը։

Եթէ վերջին յարաբերութեան ներսի անդամները տեղափոխենք, կ՚ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ $15+5 : 15-5=24+8 : 24-8$։ Ուրեմն՝ յարաբերութեան մէջ ասաջին համեմատութեան անդամների գումարը յարաբերում է իւրեանց տարբերութեանը այնպէս, ինչպէս երկրորդ համեմատութեան անդամների գումարը իւրեանց տարբերութեանը։

Մենք ցոյց տուեցինք որ քանորդական յարաբերութեան դրսի անդամների արտադրեալը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին։ Դորա հակառակ ելնէ ասենք նչո՞ր միևնոյն հաւասար արտադրեալը, ինչպէս է նոյանից կազմել յարաբերութիւն, մի արտադրեալը ընդունելով դրսի անդամների արտադրեալ, իսկ մեսը ներսի անդամների արտադրեալ։

Օրինակ դիցուք ունենք $18.3=9.6$, եթէ երկու միմեանց հաւասար թուերը 18.3-ը և 9.6 բաժանենք միևնոյն թուի օրինակ 6.3-ի վերայ, դարձեալ միմեանց հաւասար թուեր կ՚ստանանք. այսինքն $^{18.3}/_{6.3}=^{9.6}/_{6.3}$։ Այդ միմեանց հաւասար կոտորակներից առաջինը կրճատելով 3-ի վերայ, իսկ երկրորդը 6-ի վերայ՝ կ՚ստանանք $^{18}/_{6}=^{9}/_{3}$, որ կարող ենք գրել և այսպէս $18 : 6=9 : 3$։

ՔԱՆՈՐԴԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԵԱՆ ԱՆՅԱՅՏ ԱՆԴԱՄԻ ԳՏՆԵԼԸ

67. Դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ 12 : 3=36 : X, ուր դրսի անդամներից մինը անյայտ է։ Գտնելու համար մենք կ՚ասենք. դրսի անդամների արտադրեալը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին. այսինքն՝ 12.X=3.36։ Եթէ որ 12 անգամ անյայտը հաւասար է 3.36-ին, մի անյայտը հաւասար կ՚լինի 3.36-ին բաժանած 12-ի վերայ, այսինքն $X=\frac{3.36}{12}=9$։ Դորանից հետևում է որ ամենայն չանորդակաև յարաբերութեան մէջ դրսի անդամների մինը հաւասար է ներսի անդամների արտադրեալին՝ բաժանած մեւս դրսի անդամի վերայ։

Այժմ դիցուք ունենք հետևեալ յարաբերութիւնը՝ 21 : X=18 : 6, ուր ներսի անդամներից մինը անյայտ է. գտնելու համար կ՚ասենք. ներսի անդամներից արտադրեալը հաւասար է դրսի անդամների արտադրեալին. այսինքն 18.X=21.6։ Եթէ որ 18 անգամ անյայտը հաւասար է 21.6-ին, մի անյայտը հաւասար կ՚լինի 21.6-ին, բաժանած 18-ի վերայ. այսինքն՝ $X=\frac{21.6}{18}=7$։

Ուրեմն՝ չանորդակաև յարաբերութեան ներսի անդամներից մինը հաւասար է դրսի անդամների արտադրեալին՝ բաժանած մեւս ներսի անդամի վերայ։

ԱՆԸՆԴՄԻՋՎՈՂ ՔԱՆՈՐԴԱԿԱՆ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆԸ

68. Եթէ քանորդական յարաբերութեան ներսի անդամները միմեանց հաւասար են, այն ժամանակը նա կոչվում է անընդմիջվող չանորդակաև յարաբերութիւն։ Օրինակ՝ 24 : 12=12 : 6։

Դիցուք թէ անընդմիջվող քանորդական յարաբերութեան ներսի անդամը անյայտ է. օրինակ 18 : X=X : 2։

Դորան գտնելու համար մենք կասենք. ներսի անդամների արտադրեալը հաւասար է դրսի անդամների արտադրեալին. այսինքն՝ X.X=18.2։ Եթէ անյայտը իւր վերայ բազմապատկած հաւասար է 18.2=36, ուրեմն անյայտը գտնելու համար պէտք է գտնենք այնպիսի թիւ, որ իւր վերայ բազմապատկած հաւասար լինի 18.2=36-ին։ Այդ թիւը կ՚լինի 6-ը, որովհետև 6×6=36-ին։ Ուրեմն անընդմիջվող քանորդական յարաբերութեան ներսի անդամը գտնելու համար, պէտք է գտնել այնպիսի թիւ, որ իւր վերայ բազմապատկած հաւասար լինի դրսի անդամների արտադրեալին։

Հ Ա Ր Ց Ե Ր

Ի՞նչին ենք ասում քանորդական յարաբերութիւն։

Ի՞նչ թուեր են կոչվում յարաբերական թուեր։

Ի՞նչ է քանորդական յարաբերութեան գլխաւոր յատկութիւնը, ապացուցանել դորան։

Ի՞նչ տեղափոխութիւն կարելի է անել քանորդական յարաբերութեան անդամների մէջ։

Քանի՞ պատկեր կարող է ունենալ յարաբերութիւնը։

Ի՞նչպէս կարելի է կրճատել յարաբերութեան անդամները։

Ի՞նչպէս կարելի է ջնջել կոտորակները յարաբերութեան մէջ։

Ի՞նչ յարաբերութիւն է կոչվում բարդ յարաբերութիւն։

Ե՞րբ կարելի է յարաբերութիւնները զումարել միմեանց հետ կամ հանել միմեանցից։

Ի՞նչ յարաբերութեան համապատասխան անդամները կարող ենք միմեանց վերայ բազմապատկել կամ բաժանել։

Ի՞նչին է հաւասար բարդ յարաբերութեան քանորդը, որ ստանում ենք միքանի յարաբերութիւնների զումարելուց կամ հանելուց, բազմապատկելուց կամ բաժանելուց։

Ի՞նչպէս պէտք է գտնել քանորդական յարաբերութեան անյայտ անդամը։

ԵՐՐՈՐԴԱԿԱՆ ԿԱՆՈՆԵՐԸ

ՊԱՐԶ ԵՐՐՈՐԴԱԿԱՆ ԿԱՆՈՆ

69. Դիցուք տուած է վճռելու հետևեալ խնդիրը՝ 20 մշակը ամսկնը ստանում են 180 մանէթ. քանի՞ մանէթ կ՚ստանան 38 մշակը: Այս խնդրի մէջ անյայտ է 38 մշակի ստանալու փոդը. դորան նշանակենք X-ով և խնդիրը դրենք հետևեալ կերպով՝ 20 մշակը — 180 ման.

38 — — X —

Այդ խնդրի մէջ յայտնի են երեք թիւ՝ 20, 38 և 180, որոնցից երկուսը այն է 20 և 38 նոյնատեսակ են, որովհետև երկուսն էլ ցոյց են տալի մարդկերանց թիւը, իսկ երրորդը այն է 180 մանէթը նոյնատեսակ է անյայտի հետ, որովհետև անյայտն էլ մանէթ է նշանակում: Բացի դորանից որքան մշակների թիւը շատ լինի, այնքան էլ նոցա ստացած վարձը շատ կ՚լինի և դորա հակառակ, որքան մշակների ստանալի փոդը շատ լինի, այնքան էլ նոցա թիւը պէտք է շատ լինի: Նշանակում է մշակների թիւը որքան անգամ շատանում է, այնքան անգամ էլ կամ նորան յարաբերական էլ շատանում է նոցա ստանալի փոդը և ընդհակառակն: Ուրեմն եթէ 20 մշակը ստանում են 180 մանէթ, 38 մշակը այնքան անգամ աւելի կ՚ստանան 180 մանէթից, որքան անգամ որ 38-ը շատ է 20-ից: Նշանակում է X-ը այնքան անգամ շատ պէտք է լինի 180-ից, որքան անգամ 38-ը շատ է 20-ից կամ X : 180 = 38 : 20: Այդ տեղից $X = {}^{180 \cdot 38}/_{20} = 342$ մանէթ:

Այդ խնդիրը մենք վճռեցինք յարաբերութեան միջնորդութեամբ. դորան կարելի է վճռել և առանց յարաբերութեան: Դորա համար մենք կ՚ասենք. եթէ 20 մշակը ստանում են 180 մանէթ. 1 մշակը կ՚ստանայ դորանից 20 անգամ պակաս, այսինքն ${}^{180}/_{20}$. իսկ 38 մշակը կ՚ստանայ 1

մշակի ստացածից 38 անգամ աւելի. այսինքն ${}^{180 \cdot 38}/_{20} = 342$ մանէթ: Խնդրի այս վերջին տեսակ վճռելը կոչվում է ՀԱԿԱԴԱՐՁ ՎԵՐԱԾՆԵԼՈՒ ԿԱՆՈՆ:

Վերցնենք մի այլ օրինակ՝ 9 փուտ իւղը արժէ 72 մանէթ, որքան կ՚արժենայ 15 փուտը:

9 փ. — 72 մ.

15 — X

Այս խնդրի մէջ էս մեզ յայտնի են երեք թիւ, որոնցից երկուսը այն է 9 փուտը և 15 փուտը նոյնատեսակ են, իսկ երրորդը այն է 72-ը նոյնատեսակ է անյայտի հետ: Բացի դորանից որքան աւելի իւղ առնենք, այնքան էլ աւելի պէտք է փոդ վճարել և ընդհակառակը: Ուրեմն X-ը քանի անգամ շատ լինի 72 մանէթից, այնքան անգամ էլ 15-ը շատ պէտք է լինի 9-ից. այսինքն X : 72 = 15 : 9

$X = {}^{72 \cdot 15}/_{9} = 120$ մանէթ:

Մեր առաջվայ օրինակում մշակների թիւը աւելացնելով այնքան անգամ էլ կամ դորան յարաբերական էլ աւելանում էր և նոցա վարձը: Երկրորդ օրինակում փուտերի թիւն շատանալով, այնքան անգամ էլ կամ նորան յարաբերական էլ շատանում էր և նոցա գինը: Այդ յարաբերութիւնը կոչվում է ՈՒՂԻՂ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆ և մենք ասում ենք մշտնեղի լիտը ուղիղ յարաբերական է իւղենոյ ապոյած վարչին և փուտի լիտը ուղիղ յարաբերական է իւրենոյ գինին:

Բայց կան և այնպիսի խնդիրներ, որոնց մէջ մի թուի շատանալով, միւս թիւը այնքան անգամ փոքրանում է: Այդպիսի յարաբերութիւնը կոչվում է ՀԱԿԱՊԱՏԱԿ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆ: Օրինակ որքան ջուր լինի մահուտը, այնքան փոքր արշին կերթայ շորի համար: Որքան շատ լինի մշակների թիւը, այնքան փոքր ժամանակ է պէտք որոշեալ գործը աւարտելու համար: Որքան շատ հաց տան գինուորներին, այնքան փոքր ժամանակ բաւական կ՚լինի միևնոյն պաշարը և այլն: Ուրեմն մահուտի յարաբերութիւնը հակադարձ յարաբե-

բական է շորի համար գործ դնելի աշխինների թուին. մշակների թիւը հակադարձ յարաբերական է գործը աւարտելու ժամանակին. գինուորներին տուած հացի քանակութիւնը հակադարձ յարաբերական է պաշարը վերջացնելու ժամանակին և այլն: Լուծենք հետևեալ խնդիրը, որի մէջի թուերը հակադարձ յարաբերական են միմեանց:

Պատրաստած պաշարը բաւական եղաւ 15 գինուորին 120 օր, քանի՞ օր բաւական կ'լինէր նոյն պաշարաը 24 գինուորին: 15 գին. — 120 օր.

24 — X

Եթէ պատրաստած պաշարը բաւական է 15 գինուորին 120 օր, նոյն պաշարը բաւական կ'լինի 24 գինուրին աւելի փոքր օր, այսինքն X-ը այնքան անգամ փոքր կ'լինի 120 օրից, որքան անգամ 15 գինուորը փոքր է 24 գինուրից կամ X : 120=15 : 24 Այդ տեղից $X=\frac{120.15}{24}=75$ օր: Այդ միևնոյն խնդիրը լուծենք մխումեան վերածելու եղանակով: Եթէ պատրաստած պաշարը բաւական է 15 գինուորին 120 օր, նոյն պաշարը բաւական կ'լինէր 1 գինուորին 15 անգամ աւելի օր. այսինքն 120. 15 օր. իսկ 24 գինուորին բաւական կ'լինէր 24 անգամ պակաս օր, քան թէ մի գինուորին, այսինքն $\frac{120.15}{24}=75$ օր.

15 գին. — 120 օր

1 — 120. 15 օր

24 գին. — $\frac{120.15}{24}=75$ օր:

Մեր բերած բոլոր օրինակներում մեզ յայտնի էր լինում երեք թիւ և մենք գտնում էինք նորանց յարաբերական չորրորդ թիւը: Այդ տեսակ խնդիրները պատկանում են պարզ երրորդական կանոնին. ուրեմն կարող ենք ասել. պարզ երրորդական կանոնը այնպիսի խնդիր է, որի միջնորդութեամբ երեք յայտնի մեծութիւնների միջոցով գտնում ենք նորանց չորրորդ յարաբերականը: Ինչպէս վերը բերած օրինակներից տեսանք, երրորդական կա-

նոնի խնդիրները կարող ենք վճռել յարաբերութեան միջնորդութեամբ և մխումեան վերածելու եղանակով:

Երրորդական կանոնի տուած խնդրից յարաբերութիւն կազմելու համար, պէտք է առաջ գրել այն համեմատութիւնը, որի առաջին անդամն է X-ը, իսկ երկրորդ անդամն է նոյնատեսակ թիւը, որ գրած է իւր դէմին: Երկրորդ համեմատութիւնը կազմելու համար, պէտք է տեսնել X-ը շատ է թէ փոքր է նոյնատեսակ թուից, այն ժամանակը երկրորդ համեմատութեան մէջ առաջ պէտք է գրել մեծ թիւը և ընդհակառակն: Այդպէս օրինակ առաջին խնդրի մէջ մենք առաջ գրեցինք X-ը, յետոյ 180-ը, որ նոյնատեսակ է X-ի հետ՝ դորանից յետոյ, որովհետև X-ը պէտք է շատ լինէր 180-ից, ուստի երկրորդ համեմատութեան մէջ առաջ գրեցինք մեծ թիւը, յետոյ փոքրը այսպէս 38 : 20;

Երրորդ խնդրի մէջ որովհետև X-ը փոքր պէտք է լինէր 120 օրից, այդ պատճառով էլ երկրորդ համեմատութեան մէջ մենք գրեցինք առաջ փոքր թիւը, յետոյ մեծը այսինքն 15 : 24;

Լուծենք հետևեալ խնդիրը՝ 240 ձիուն բաւական է պատրաստած խոտը 20 օր. քանի՞ ձի պէտք է լինի, որ նոյն խոտը բաւական լինի 32 օր:

240 ձի. — 20 օր.

X — 32

Այդ խնդիրը լուծելու համար առաջ կ'գրենք X-ը, յետոյ նորա դէմի թիւը՝ այսպէս X : 240: Յետոյ կ'տեսնենք թէ արդեօք X-ը 240-ից շատ է թէ փոքր, որովհետև 32 օրը շատ է 20 օրից, նշանակում է այն խոտը 32 օր բաւական կ'լինի աւելի փոքր ձիաների համար, ուրեմն X-ը փոքր է 240-ից, ուստի պէտք է երկրորդ համեմատութեան մէջ առաջ գրել փոքր թիւը, յետոյ մեծը. այսինքն՝ X : 240=20 : 32 կամ $X=\frac{240.20}{32}=150$ ձի:

Միևնոյն խնդիրը առանց յարաբերութեան վճռելու համար պէտք է վերածել նորան այն միութեանը, ուր անյայտ չ'կայ. այսինքն՝ պէտք է վերածել օրերի միութեանը: Եթէ պատրաստած խոտը բաւական է լինում 240 ձիուն 20 օր, նոյն խոտը 1 օրումը կարող է բաւական լինել 20 անգամ աւելի ձիուն. այսինքն 240·20 ձիուն, իսկ 32 օրումը կարող է բաւական լինել 32 անգամ պակաս ձիուն, այսինքն $^{240.20}/_{32}$=150 ձ.

20 օր — 240 ձի
1 օր — 240·20 ձի
32 օր — $^{240.20}/_{32}$=150 ձի

Եթէ երրորդական կանոնի խնդիրների մէջ լինեն բարդ անուանական թուեր, պէտք է նախ քան խնդիրների վըճռելը, նոցա դարձնել միատեսակ չափերի և յետոյ վճռել թէ յարաբերութեան միջնորդութեամբ և թէ միութեան վերածելով: Օրինակ մի խումբ մշակների համար պատրաստել էին 90 օրվայ պաշար իւրաքանչիւրի համար օրէնքը 1 գրվանքայ և 18 լոտ: Քանի՞ օր բաւական կ'լինի նոյն պաշարը, եթէ որ օրէնքը ամեն մէկին տան 1 գրվ. 28 լոտ: Ա.յտեղ գրվանքաներն էլ դարձնելով լոտ՝ կ'ստանանք 50 լոտ: Յետոյ կ'գրենք՝

50 լոտ — 90 օր
60 լոտ — X
X : 90=50 : 60
X=$^{90.50}/_{60}$=75 օր:

Նոյն խնդիրը վճռենք առանց յարաբերութեան, այլ վերածելով լոտերի միութեանը: 50 լոտ — 90 օր
60 լոտ — X

Եթէ օրէնքը ամեն-մի մարդին տալով 50 լոտ՝ պատրաստած պաշարը բաւական է լինում 90 օր, եթէ օրէնքը ամեն-մի մարդին 1 լոտ տային, նոյն պաշարը բաւական կ'լինէր 50 անգամ աւելի օր. այսինքն 90·50 օր, իսկ եթէ

օրէնքը ամեն-մի մարդին տային ոչ 1 լոտ, այլ 60 լոտ, այն ժամանակը նոյն պաշարը բաւական կ'լինէր 60 անգամ պակաս օր. այսինքն $^{90.50}/_{60}$=75 օր,

---

ԲԱՐԴ ԵՐՐՈՐԴԱԿԱՆ ԿԱՆՈՆ

70. Բարդ երրորդական կանոնին վերաբերում են այնպիսի խնդիրները, որոնց վճռելու համար հարկաւոր է լինում մի քանի յարաբերութիւն կազմել: Օրինակ՝ 24 մշակ օրէնքը բանելով 9 ժամ, 16 օրումը քարեցին մի քուչայ, որի երկարութիւնն էր 136 սաժէն և լայնութիւնը 17 արշին: Ի՞նչ երկարութեան քուչայ կարող են քարել 30 մշակը 10 օրումը, օրէնքը բանելով 10 ժամ, եթէ որ նորա լայնութիւնը լինի 25 արշին: Նշանակելով քուչայի անյայտ երկարութիւնը X-ով, խնդիրը կ'դասաւորենք այնպէս, որ նոյնատեսակ թուերը լինեն միմեանց տակ հետևեալ կերպով՝

մշակ.	օր.	ժամ.	օր	եր.	սաժ.	լայ.	արշ.
24	—	9	—	16	—	136	— 18
30	—	10	—	10	—	X	— 25

Այս խնդիրը վճռելու համար մենք դորան կ'վերածենք մի քանի պարզ երրորդական կանոնի խնդիրների. իսկ դորա համար պէտք է առժամանակ մի քանի պայմանները խնդրի մէջ ընդունել միմեանց հաւասար: Օրինակ մեր բերած խնդրի մէջ կարող ենք ընդունել, որ ժամերի թիւը ինչպէս առաջին, նոյնպէս և երկրորդ դիպուածում 9 է, օրերի թիւը երկու դիպուածումն էլ 16 է, իսկ լայնութիւնը երկու դիպուածումն էլ 18 արշին է: Այդ ժամանակը մեր խնդիրը կ'ունենայ հետևեալ պարզունակութիւնը՝ 24 մշակը միևնոյն ժամանակումը քարում են 136 սաժէն

երկարութեան քուչայ. ինչ երկարութեան քուչայ կարող են քարել 30 մշակը: Այդ նոր պայմանում անյայտը նշանակելով Y-ով կ'գրենք՝

24 մշակ — 136 սաժ.
30 — Y

Որովհետև 30 մշակը աւելի սաժէն կ'քարեն քան թէ 24 մշակը, ուստի Y շատ կ'լինի 136-ից այնքան անգամ, որքան անգամ 30-ը շատ է 20-ից. այսինքն Y : 136=30 : 24:

Այժմ մի այլ պայման մտցնենք խնդրի մէջ. մշակները Y սաժէն կ'քարէին, եթէ որ օրէնը բանէին 9 ժամ, քանի՞ սաժէն կ'քարէին նոքա, եթէ որ օրէնը բանէին 10 ժամ: Նշանակելով անյայտ Z-ով՝ կ'ստանանք՝ Y սաժ.—9 ժամ.

Z —10

Եթէ նոքա օրէնը աւելի ժամ բանեն, այն ժամանակը աւելի սաժէն կ'քարեն, նշանակում է Z-ը շատ է Y-ից այնքան անգամ, որքան անգամ 10-ը շատ է 9-ից, այսինքն Z : Y=10 : 9:

Այժմ դարձեալ մի նոր պայման մտցնենք խնդրի մէջ. այն է օրերի թիւը: Z սաժէն քարում են 16 օրում, քանի՞ սաժէն կ'քարեն 10 օրում:

Նշանակելով անյայտ սաժէնների թիւը T-ով՝ կ'ստանանք՝

Z սաժ — 16 օր
T — 10

Քուչան 10 օրում քարելով աւելի պակաս սաժէն կը շինեն, քան թէ 16 օրում, ուստի T : Z=10 : 16:

Այժմ մտցնենք խնդրի մէջ վերջին պայմանը—այն է քուչայի լայնութիւնը: Եթէ քարում են T սաժէն քուչայ 18 արշին լայնութեան, քանի՞ սաժէն կ'քարեն, եթէ քուչայի լայնութիւնը լինի 25 արշին: Նշանակելով վերջնա-

կան անյայտը X-ով, կ'ունենանք T սաժ. — 18 ար. լայ.
X — 25

Քանի որ քուչան լայն լինի, այնքան պակաս երկարութեան քուչայ կ'քարեն, նշանակում է X-ը այնքան անգամ փոքր է T-ից, որքան անգամ 18-ը փոքր է 25-ից. այսինքն՝ X : T=18 : 25:

Այդպէս վարվելով մենք ստացանք հետևեալ յարաբերութիւնները՝ Y : 136=30 : 24
Z : Y=10 : 9
T : Z=10 : 16
X : T=18 : 25

Այդ յարաբերութիւնները միմեանց վերայ բազմապատկելով կ'ստանանք՝
Y.Z.T.X : 136.Y.Z.T=30.10.10.18 : 24.9.16.25: Առաջին համեմատութիւնը կրճատելով Y.Z.T-ի վերայ, կ'ստանանք՝ X : 136=30.10.10.18 : 24.9.16.25, իսկ այդ տեղից $X=\frac{136\cdot30\cdot10\cdot10\cdot18}{24\cdot9\cdot16\cdot25}=85$ սաժէն:

Խնդրի վճիռը պէտք է դասաւորել հետևեալ կերպով՝

մշակ	ժամ օրում	եր. սաժ.	լայ. արշ.
24	9	16	136 — 18
30	10	10	X — 25

24 մշակ—136 սաժէն
30 — Y
Y սաժ. — 9 ժամ.
Z — 10
Z սաժ. — 16 օր
T — 10
T սաժ. — 18 արշ.
X — 25

Y : 136=30 : 24
Z : Y=10 : 9
T : Z=10 : 16
X : T=18 : 25

Նոյն խնդիրը վճռենք միութեան վերածելու եղանակով:

մշակ օր. ժամ օրում եր. սաժ լայ. սաժ

24 — 9 — 16 — 136 — 18

30 — 10 — 10 — X — 25

Մենք կ'վճռենք այսպէս ասելով՝ եթէ 24 մշակը քարում են 136 սաժէն, 1 մշակը կ'քարի 24 անգամ պակաս. այսինքն $^{136}/_{24}$ սաժէն, իսկ 30 մշակը կ'քարի 1 մշակի քարածից 30 անգամ աւելի. այսինքն $^{136.30}/_{24}$ սաժէն: Այդքան սաժէն կ'քարէին, եթէ որ օրէնը բանէին 9 ժամ, իսկ եթէ օրէնը բանէին 1 ժամ, դորանից 9 անգամ պակաս կ'քարէին. այսինքն պէտք է $^{136.30}/_{24}$ սաժէնը փոքրացնել 9 անգամ և կ'լինի $^{136.30}/_{24.9}$ սաժ., իսկ եթէ օրէնը 10 ժամ բանէին, 10 անգամ դորանից աւելի կ'քարէին. այսինքն կ'քարէին $^{136.30.10}/_{24.9}$ սաժէն: Այդքան սաժէն կ'քարէին, եթէ որ բանէին 16 օր, իսկ եթէ որ բանէին 1 օր, 16 անգամ դորանից պակաս կ'քարէին. այսինքն կ'քարէին $^{130.30.10}/_{24.9.16}$ սաժէն, իսկ եթէ բանէին 10 օր. 10 անգամ դորանից աւելի կ'քարէին. այսինքն կ'քարէին $^{136.30.10.10}/_{24.9.16}$ սաժէն: Այդքան սաժէն կ'քարէին, եթէ որ քուչայի լայնութիւնը լինէր 18 արշին, իսկ եթէ լինէր 1 արշին, այն ժամանակը 18 անգամ աւելի կ'քարէին. այսինքն կ'քարէին $^{136.30.10.10.18}/_{24.9.16}$ սաժէն, իսկ եթէ լայնութիւնը լինէր 25 արշին, այն ժամանակը 25 անգամ դորանից պակաս կ'քարէին. այսինքն կ'քարէին $^{136.30.10.10.18}/_{24.9.16.25}$ սաժէն:

Ուրեմն $X = ^{136.30.10.10.18}/_{24.9.16.25} = 85$ ս.

Մենք ստացանք նոյն թիւը, ինչ որ ստացանք յարաբերութեամբ վճռելու ժամանակ: Բացի դորանից համեմատելով այդ երկու տեսակ վճիռները, տեսնում ենք որ բարդ երրոդական կանոնի խնդիրները աւելի հեշտութեամբ վճռվում են միութեան վերածելու եղանակով, քան թէ յարաբերութեան մէջնորդութեամբ:

Վերցնենք մի ուրիշ օրինակ՝ 24 գրագիր, օրէնը պարապելով $5^1/_4$ ժամ, 8 օրումը գրեցին $25^2/_3$ դաստայ թուղթ՝

ամեն-մի երեսումը մտցնելով 32 տող: Քանի՞ օրումը 18 գրագիրը, օրէնը պարապելով 8 ժամ, կարող են գրել 44 դաստայ թուղթ, եթէ որ ամեն-մի երեսումը մտցնեն 24 տող:

Նախ քան խնդրի վճռելը աւելի յարմար է նորա մէջ եղած խառը թուերը դարձնել անկանոն կոտորակ. ուրեմն կ'ունենանք՝

գրագ. ժամ օր դաս. տող

24 — $^{21}/_4$ — 8 — $^{77}/_3$ — 32

18 — 8 — X — 44 — 24

Վճռենք դորան առաջ յարաբերութեան մէջնորդութեամբ:

8 օր — 24 գրա. } Y : 8 = 24 : 18
Y — 18

Y օր — $^{21}/_4$ ժամ } Z : Y = $^{21}/_4$: 8
Z — 8

Z օր — $^{77}/_3$ դաս. } T : Z = 44 : $^{77}/_3$
T — 44

T օր — 32 տող. } X : T = 24 : 32
X — 24

Բազմապատկենք միմեանց վերայ ստացած յարաբերութիւնները՝ կ'ստանանք՝

Y.Z.T.X : 8.Y.Z.T = $24.^{21}/_4.44.24$: $18.8.^{77}/_3.32$; կրճատենք առաջին համեմատութիւնը Y.Z.T-ի վերայ, կ'ստանանք՝ X : 8 = $^{24.21.44.24}/_4$: $^{18.8.77.32}/_3$, իսկ $X = ^{8.24.21.44.24.3}/_{4.18.8.77.32} = 9$ օր:

Նոյն խնդիրը վճռենք միութեան վերածելու եղանակով: Դորա համար կ'ասենք՝ եթէ որ 24 գրագիրը գրելը աւարտում են 8 օրումը, 1 գրագիրը կ'աւարտի 24 անգամ աւելի օրումը. այսինքն 8.24 օրումը, իսկ 18 գրագիրը կ'աւարտեն 18 անգամ պակաս օրումը. այսինքն $^{8.24}/_{18}$ օրումը: Այդքան օրումը կ'աւարտէին, եթէ որ օրէնը պարապէին $^{21}/_4$

ժամ, իսկ եթէ որ օրէնը պարապէին 1 ժամ, կ'աւարտէին $^{21}/_{4}$ անգամ աւելի օրումը. այսինքն $^{8.24.21}/_{18\cdot4}$ օրումը, իսկ եթէ օրէնը բանէին 8 ժամ, կ'աւարտէին 8 անգամ պակաս օրումը. այսինքն $^{8\cdot24.21}/_{18\cdot4\cdot8}$ օրումը: Այդքան օրումը կ'աւարտէին, եթէ որ լինէը $^{77}/_{3}$ դաստայ թուղթ, իսկ եթէ լինէը 1 դաստայ, կ'աւարտէին $^{77}/_{3}$ անգամ պակաս օրումը. այսինքն $^{8.24.21.3}/_{18\cdot4\cdot8\cdot77}$ օր. իսկ եթէ լինէը 44 դաստայ, կ'աւարտէին 44 անգամ աւելի օրումը. այսինքն՝ $^{8.24.21.3.44}/_{18\cdot4\cdot8\cdot77}$ օրումը:

Այդքան օրումը կ'աւարտէին եթէ ամեն-մի երեսումը մտցնէին 32 տող, իսկ եթէ մտցնէին 1 տող, կ'աւարտէին 32 անգամ պակաս օրումը. այսինքն $^{8.24.21.3.44}/_{18\cdot4\cdot8\cdot77\cdot32}$ օրումը, իսկ եթէ ամեն-մի երեսումը մտցնէին 24 տող, կ'աւարտէին 24 անգամ աւելի օրումը. այսինքն՝ $^{8.24.21.3.44.24}/_{18\cdot4\cdot8\cdot77\cdot32}=9$ օրումը:

ՏՈԿՈՍԻՆԵՐԻ ԿԱՆՈՆԸ

71. Այն փողը, որ շահով տալիս են կամ կամ գործ են դնում առուտուրի և այլ ձեռնարկութեանց մէջ, կոչվում է դրամագլուխ: 100 մանէթի 1 տարվայ շահը կամ օգուտը կոչվում է տոկոս և գրվում է այսպէս %: Բոլոր ժամանակվայ ստացած բոլոր օգուտը կոչվում է շահ: Այն մարդը, որ փող է պարտք տալի, կոչվում է պարտատէր: Այն մարդը, որ պարտք է վերցնում, կոչվում է պարտապան: Եթէ որևիցէ դրամագլուխ տուած է շահով դիցուք 5%-ով (տոկոսիքով), նշանակում է այդ դրամագլխի իւրաքանչիւր 100 մանէթը տարէնը բերում է 5 մանէթ շահ: Եթէ դրամագլուխը տուած է 5%-ով 2 տարի ժամանակով և 100 մանէթը երկու տարումը բերում է 10 մանէթ շահ, երեք տարումը բերում է 15 մանէթ շահ և այլն, այդ ժամանակը ասում են փողը տուած է պարզ տոկոսիով: Իսկ եթէ 100 մանէթը առաջին տարին բերում է 5 մանէթ շահ և շահը մնում է պարտապանի մօտ և նա հետևեալ տարին պէտք է տայ 105 մանէթի շահը և այլն, այսինքն նա իւրաքանչիւր հետևեալ տարին պարտական է լինում վճարելու նոյնպէս և շահի շահը, այդ ժամանակը ասում են փողը տուած է բարդ տոկոսիով:

Այդպէս ուրեմն՝ կրնէ պատահիլ է մեզ դրամագլխի շահը, թէ հոչնա՞ է պարզ տոկոսի, նաև կրնէ պատահիլ է գրամագլխի և նորա շահի շահը, թէ հոչնա՞ է բարդ տոկոսի:

ՊԱՐԶ ՏՈԿՈՍԻՔԸ

72. Տոկոսիների խնդիրների մէջ մտնում են դրամագլուխը, տոկոսիքը, շահը և ժամանակը, երբ դոցանից որևիցէ երեքը մեզ յայտնի է լինում, մենք գտնում ենք չորրորդ անյայտը:

Պարզ տոկոսիների խնդիրները շատ հեշտութեամբ վճռվում են պարզ և բարդ երրորդական կանոնով: Օրինակ՝ վերցնենք այնպիսի խնդիր, որի մէջ անյայտ է շահը: Վաճառականը 7500 մանէթ տուեց 5%-ով: Նա որքան շահ կ'ստանայ մի տարումը: Այդ հարցը վճռելու համար կ'ասենք՝ եթէ

100 մանէթը բերում է 5 մանէթ
7500 մանէթը — X
X : 5=7500 : 100, այդտեղից $X=^{5\cdot7500}/_{100}=375$ մանէթ:

Նոյն խնդիրը վճռենք առանց յարաբերութեան:

100 մանէթից ստացվում է — 5 մանէթ
1 մանէթից կ'ստացվի — $^{5}/_{100}$ մանէթ
7500 մանէթից կ'ստացվի — $^{5\cdot7500}/_{100}=375$ մանէթ:

Այդ օրինակից երևում է որ, եթէ կամենում ենք իմանալ թէ որևիցէ դրամագլուխ տարէնը որքան շահ է բերում, պէտք է դրամագլուխը բազմապատկել տոկոսիքի վերայ և ստացած արտադրեալը բաժանել 100-ի վերայ։

Այդպէս օրինակ՝ 8400 մանէթը 6%-ով տարէնը կ'բերի $^{8400.6}/_{100}$=504 մանէթ։

Պարզ հասկանալի է որ կրնէ համեմատ ենթ գտնել ո՛չ 1 տարվայ, այլ մէկ ամսվայ շահը, պէտ է 1 տարվայ շահը բազմապատկենք տարիների թիւով վերջին։

Օրինակ 18600 մանէթի 8 տարվայ շահը 5%-ով կը լինի՝ $^{18600.5.8}/_{100}$=7440 մանէթ։

Վերցնենք այնպիսի խնդիր, որի մէջ անյայտ է դրամագլուխը։ Որքան դրամագլուխ պէտք է լինի, որ 6%-ով տարէնը բերի 240 մանէթ շահ։ Մենք դորան կ'գրենք այսպէս. եթէ 100 մանէթը բերում է 6 մանէթ

X — 240

Այստեղից X : 100=240 : 6, իսկ X=$^{100.240}/_{6}$=4000 մանէթ։ Այդ խնդիրը վճռենք առանց յարաբերութեան։ Դորա համար կ'ասենք՝

եթէ 6 մանէթը ստացվում է 100 մանէթից

1 մանէթը կ'ստացվի — $^{100}/_{6}$ մանէթից

իսկ 240 մանէթը կ'ստացվի — $^{100.240}/_{6}$ մանէթից։

Վերցնենք այնպիսի խնդիր, որի մէջ անյայտ է տոկոսիքը։ 8600 մանէթը քանի %-ով պէտք է տալ, որ տարէնը ստանանք 344 մանէթ շահ։ Դորան վճռելու համար կ'ասենք. եթէ 8600 մանէթից ստացվում է 344 մանէթ

100 մանէթից — X

Կստանանք X : 344=100 : 8600, այդտեղից

X=$^{344.100}/_{8600}$=4%

Այժմ վերցնենք այնպիսի խնդիր, որ վճռվում է բարդ երրորդական կանոնով և դիցուք դորա մէջը անյայտ է ժամանակը։ Ինչ տարում 56000 մանէթը 5%-ով կ'բերի 8400 մանէթ շահ։

Եթէ 100 մանէթը — 1 տար. — 5 մանէթ շահ.

56000 մանէթը — X — 8400 մանէթ

100 մանէթը	— 1 տար.	y : 1=100 : 56000
56000	— y	
y տար.	— 5 մանէթ	X : y=8400 : 5
X	— 8400	

y.X : 1.y=8400.100 : 56000.5; կրճատելով առաջին համեմատութիւնը y-ի վերայ՝ կ'ստանանք՝ X=$^{8400.100}/_{56000.5}$=3 տարի։

Միևնոյն խնդիրը վճռենք առանց յարաբերութեան։ Դորա համար կասենք՝ եթէ 100 մանէթը 5 մանէթ շահը բերում է 1 տարում, 1 մանէթը նոյն շահը կ'բերի 100 անգամ աւելի տարում. այսինքն 1.100 տարում, իսկ 56000 մանէթը նոյն շահը կ'բերի 56000 անգամ պակաս տարում. այսինքն $^{1.100}/_{56000}$ տարում։ Այդքան տարում կ'բերի 5 մանէթ շահ, 1 մանէթ շահ կ'բերի 5 անգամ պակաս տարում, այսինքն $^{1.100}/_{5600.5}$ տարում, իսկ 8400 մանէթ շահ կ'բերի 8400 անգամ աւելի տարում. այսինքն $^{1.100.8400}/_{56000.5}$=3 տար։

ԲԱՐԴ ՏՈԿՈՍԻՆԵՐԸ

73. Ինչպէս մեզ յայտնի է բարդ տոկոսները կոչվում են այն տոկոսները, որը բացի դրամագլխի շահը, ստանում են նոյնպէս և շահի շահը։ Այժմ տեսնենք ինչպէս պէտք է հաշուել բարդ տոկոսները։ Դիցուք պահանջում

են իմանալ թէ 4800 մանէթը 5%-ով 3 տարուամբ որքան կ'դառնայ իւր շահովը միասին։ Մենք առաջ կ'իմանանք թէ նա որքան կ'դառնայ 1 տարուց յետոյ։

Եթէ 100 մանէթը դառնում է 105 մանէթ

1 մանէթը կ'դառնայ $^{105}/_{100}$ մանէթ

4800 մանէթը — $^{105.4800}/_{100}$=5040 մանէթ։

Ուրեմն 4800 մանէթը 1 տարուց յետոյ դառնում է 5040 մանէթ։ Իմանալու համար թէ որքան կ'դառնայ 4800 մանէթը 2 տարուց յետոյ, պէտք է իմանանք թէ որքան կ'դառնայ 5040 մանէթը 1 տարուցը յետոյ։ Այդ իմանալու համար կ'ասենք՝

100 մանէթը դառնում է 105 մանէթ

1 մանէթը — $^{105}/_{100}$ մանէթ

5040 մանէթը — $^{105.5040}/_{100}$=5292 մանէթ։

Այժմ տեսնենք որքան կ'դառնայ 5292 մանէթը 1 տարուց յետոյ։ Դորա համար կ'ասենք՝

100 մանէթը դառնում է 105 մանէթ

1 մանէթը — $^{105}/_{100}$ մանէթ

5292 մանէթը — $^{105.5292}/_{100}$=5556 ման. 60 կոպ։

Այդպէս ուրեմն 4800 մանէթը 3 տարուամբ իւր շահովը և շահի շահովը միասին կ'դառնայ 5556 մանէթ 60 կոպէկ։

Եթէ կամենանք իմանալ թէ որևիցէ դրամագլուխ որքան կ'դառնայ իւր շահով միասին աւելի շատ տարիների ընթացքում, պէտք է վարվել դարձեալ այդպէս, միայն որովհետև կարող ենք ստանալ բացի ամբողջ մանէթը և կոպէկը, նոյնպէս և կոպէկի մասներ, այդ պատճառով աւելի յարմար է բաւականանալ կոպէկների միայն տասերորդական կամ հարիւրերորդական կտորներով, իսկ աւելի փոքր կտորները թողնել առանց ուշադրութեան, որ հաշուարարութիւնը շատ չ'բարդվի ի զուր տեղը։

Պէտք է նկատել որ բարդ տոկոսների այդ տեսակ հաշուելը ներկայացնում է բաւականին անյարմարութիւն իւր երկար հաշուարարութեան պատճառով. դա աւելի յարմարութեամբ վճռվում է ալջեբրայով։

ՄՈՒՐՀԱԿՆԵՐԻ ՁԵՂՄԱՆ ԿԱՆՈՆԸ

74. Եթէ պարտապանը փող է պարտք վերցնում պարտատիրոջից որոշեալ տոկոսիքով, նա քանի ժամանակով որ փողը վերցնում է, այդ բոլոր ժամանակի շահն էլ գալիս է փողի վերան և թուղթ է տալի, որ պարտական է որոշեալ ժամանակից յետոյ վճարել իւր պարտատիրոջը այդ գումարը. այսինքն ստացած փողը իւր այդքան ժամանակվայ շահովը միասին։ Այդ տեսակ թուղթը կոչվում է մուրհակ։ Այդպէս օրինակ դիցուք պարտապանը 4000 մանէթի մուրհակ է տուել իւր պարտատիրոջը, որ վճարի նորան 8 ամսից յետոյ։ Նշանակում է պարտատէրը տուել է պարտապանին 4000 մանէթից պակաս և նա 8 ամսվայ շահովը միասին դարձել է 4000 մանէթ. ուրեմն պարտատէրը իրաւունք ունի այդ 4000 մանէթը ստանալու միայն 8 ամսից յետոյ, իսկ եթէ պատահի որ պարտապանը կամենայ վճարել իւր ժամանակից օրինակ 3 ամիս առաջ, այն ժամանակը նա պէտք է մուրհակի գնիցը դուրս գայ 3 ամսվայ շահը և մնացածը վճարի։ Այդ նշանակում է հաշուել մուրհակը։

Այսպէս ուրեմն մուրհակի հաշուելու կանոնը բոլորովին հակառակ է տոկոսների կանոնին։ Տոկոսների մէջ 100 մանէթը օրինակ 5%-ով 1 տարուամբ դառնում է 105 մանէթ, իսկ մուրհակների մէջ ընդհակառակը, եթէ մուրհակի փողը 1 տարի ժամանակիցը առաջ են վճարում, պէտք է 105 մանէթիցը դուրս գալ 1 տարվայ 5 մանէթ շահը և ստանալ միայն 100 մանէթ։ Այդպէս օրինակ՝ դի-

ցուք պէտք է հաշուել հետևեալ մուրհակը։ Վաճառականը մուրհակով պարտ էր մէկին 7200 մանէթ 6%-ով։ Նա այդ փողը կամենում է վճարել ժամանակից 4 ամիս առաջ։ Նա որքան պէտք է վճարի։

Այդ հարցը վճռելու համար առաջ կ'գտնենք 4 ամսվայ տոկոսիքը։ Դորա համար կ'ասենք. 12 ամս—6%

1 ամս—$^{6}/_{12}$

4 ամս—$^{6\cdot4}/_{12}$=2%

Նշանակում է իւրաքանչիւր

102 մանէթից պէտք է դուրս գալ 2 մանէթ

1 մանէթից — $^{2}/_{102}$ մանէթ

իսկ 7200 մանէթից — $^{2\cdot7200}/_{102}$=համարեա 141 մ. 17 կ։

Ուրեմն պարտապանը պէտք է վճարի ոչ 7200 մանէթ, այլ դորանից դուրս եկած 141 մանէթ 17 կոպ. այսինքն՝ 7200—141,17=7058 մանէթ 83 կոպ։ Մենք հաշուեցինք և գտանք թէ որքան պէտք է դուրս գալ մուրհակի փողից։ Բայց կարելի է և ուղիղ հաշվել, թէ որքան պէտք է վճարել մուրհակով։ Դորա համար կասենք՝

եթէ 102 մանէթը դառնում է 100 մանէթ

1 մանէթը — $^{100}/_{102}$ մանէթ

իսկ 7200 մանէթը— $^{100\cdot7200}/_{102}$=համարեա 7058 մ. 83 կ.

Մուրհակները այդ եղանակով հաշուելը թէպէտ աւելի ճիշտ է, այդ պատճառով էլ կոչվում է *ռացիոնալական կէսը*, բայց չէ գործ դրվում կեանքի մէջ, այլ գործ է դրվում այլ եղանակը, որ կոչվում է *առևտրական կէսը*։

Մաթեմատիքական զեղչման եղանակով մենք 102 մանէթից դուրս էինք գալի 2 մանէթ, իսկ առևտրական զեղչումով 100 մանէթիցն են դուրս գալի 2 մանէթ, այնպէս որ դուրս եկածը աւելի շատ է լինում և մուրհակով ստացած փողը աւելի պակաս է լինում։ Այդպէս օրինակ՝

100 մանէթիցը դուրս են գալի 2 մանէթ

1 մանէթիցը — $^{2}/_{100}$ մանէթ

իսկ 7200 մանէթիցը — $^{2\cdot7200}/_{100}$ 144 մանէթ։

Ուրեմն մուրհակով չեն վճարում 7058 մանէթ 83 կոպէկ, այլ վճարում են 7200—144=7056 մանէթ։

Մուրհակների հաշուելուն վերաբերեալ խնդիրները վճռվում են նոյնպէս յարաբերութեան միջնորդութեամբ։ Օրինակներ՝ Վաճառականը մուրհակով փող էր պարտ։ Նա այդ պարտքումը ժամանակից 8 ամիս առաջ վճարեց ընդամենը 6293 մանէթ հաշուելով 5%-ով։ Որքան էր մուրհակի փողը։

Այդ հարցը վճռելու համար կ'գտնենք 8 ամսվայ տոկոսիքը, որ կ'անի $^{5\cdot8}/_{12}$=3⅓%։ Յետոյ կ'ասենք. եթէ 100 մանէթի փոխանակ ստացվում է 96 ⅔ մանէթ, որքան փողի տեղն է ստացվել 6293 մանէթը։ Խառը թիւը դարձնելով կոտորակ կ'ստանանք՝

100 մանէթը—$^{290}/_{3}$ մանէթ | X : 100=6293 : $^{190}/_{3}$

X —6293 մանէթ | X=$^{6293\cdot100\cdot3}/_{290}$=6510 ման.

Վճռենք մի այլ օրինակ, ուր անյայտ է ժամանակը։ Որքան ժամանակ առաջ է վճարած 7434 մանէթի մուրհակի փողը, եթէ որ 7% զեղչելով՝ վճարեցին ընդամենը 7231,63 մանէթ։ Նշանակում է մուրհակի գումարիցը դուրս եկած է 7434—7231,63=202,37 մանէթ։

Ուրեմն 100 մանէթից դուրս են գալի 7 մանէթ—12 ամսումը

7434 մանէթից — 202,37 մանէթ—X

100 — 12 ամս. | y : 12=100 : 7434

7434 — y |

y ամս.— 7 մանէթ | X : y=202,37 : 7

X — 202,37 մանէթ

y.X:12.y=202,37.100:7434.7

կ'ճատելով առաջին համեմատութիւնը y-ի վերայ՝ կ'ստանանք՝

X=$^{12\cdot202.37\cdot100}/_{7434\cdot7}$=4 ամիս 20 օր։

Այժմ վճռենք մի ուրիշ օրինակ, ուր անյայտը լինի տոկոսքը: Մի մարդ տուն առաւ և 56000 մանէթի մուրհակ տուեց, այն պայմանով որ 1 տարուց յետոյ փողը վճարի, բայց նա փողը վճարեց ժամանակիցը 5½ ամիս առաջ՝ դուրս գալով 1540 մանէթ: Նա քանի՞ % էր զեղչել:

Այդ խնդիրը վճռելու համար կ'ասենք՝

56000 մանէթը — 5½ ամս. բերում է 1540 մանէթ
100 մանէթը — 12 — y

56000	—	1540	y : 1540=100 : 56000
100	—	y	
y	—	¹¹/₂ ամս.	X : y=12 : ¹¹/₂
X	—	12 ամս.	

y.X:1540.y = 100.12: 56000.¹¹/₂

կրճատելով y-ի վերայ, կ'ստանանք՝ $X=\frac{1540.100.12.2}{56000.11}=6\%$

Մուրհակների մասին պէտք է նկատել, որ օրէնքով պարտապանին 10 օր էլ ժամանակիցը աւելորդ մէջոց է տրվում փողը վճարելու համար: Բացի դորանից մուրհակները հաշուելիս ամիսը համարում են 30 օր, իսկ տարին 360 օր:

ՕՂԱԿԱՊ ԿԱՆՈՆ

73. Շատ անգամ հարկաւոր է լինում մի տէրութեան մէջ գործածելի չափերը դարձնել միւս տէրութեան մէջ գործածելի չափերի: Այդ բանը շատ հեշտութեամբ կատարվում է մի առանձին եղանակով, որ կոչվում է օղակապ կանոն: Բացատրենք դորան օրինակով:

Քանի՞ մանէթ պէտք է վճարել 2250 ֆրանկի փոխանակ, եթէ որ 96 ֆրանկը հաւասար է 78 շիլինգին, 52 շիլինգը հաւասար է 32 ֆլորինին, 150 ֆլորինը հաւասար է 27 դուկատին, իսկ 105 դուկատը հաւասար է 301 մանէթին.

Այս խնդրի մէջ անյայտ մանէթների թիւը նշանակենք X-ով և տուած թուերը դասաւորենք հետևեալ կերպով.

X մանէթը = 2250 ֆրանկին
96 ֆրան. = 78 շիլինգին
52 շիլինգ = 32 ֆլորինին
150 ֆլորինը = 27 դուկատին
105 դուկատը = 301 մանէթին

Այսպէս կ'ասենք. եթէ 105 դուկատը = 301 մանէթին.
1 դուկատը = $^{301}/_{105}$ մանէթին.
իսկ 27 դուկատը = $^{301.27}/_{105}$ մանէթին.
Բայց մենք գիտենք որ 27 դուկատը = 150 ֆլորինին, ուրեմն
150 ֆլորինը = $^{301.27}/_{105}$ մանէթին.
1 ֆլորինը = $^{301.27}/_{105.150}$ մանէթին.
իսկ 32 ֆլորինը = $^{301.27.32}/_{105.150}$ մանէթին:
Բայց մենք գիտենք որ 32 ֆլորինը = 52 շիլինգին, ուրեմն
52 շիլինգը = $^{301.27.32}/_{105.150}$ մանէթին.
1 շիլինգը = $^{301.27.32}/_{105.150.52}$ ման.
իսկ 78 շիլինգը = $^{301.27.32.78}/_{105.150.52}$ մանէթ:
Մենք գիտենք որ 78 շիլինգը = 96 ֆրանկին, ուրեմն
96 ֆրանկը = $^{301.27.32.78}/_{105.150.52}$ մանէթին.
1 ֆրանկը = $^{301.27.32.78}/_{105.150.52.96}$ մանէթ.
իսկ 2250 ֆրանկը = $^{301.27.32.78.2250}/_{105.150.52.96}$ մանէթին.
Ուրեմն $X=^{301.27.32.78.2250}/_{105.150.52.96}=5805$ մանէթին:

Մենք տեսնում ենք որ X-ը հաւասար է մեր վերը դասաւորած աջակողմեան թուերի արտադրեալին՝ բաժանած ձախակողմեան թուերի արտադրեալի վերայ:

Ուրեմն օղակապ կանոնին վերաբերեալ խնդիրները լուծելու համար պէտք է առաջ տուած թուերը դասաւորել հետևեալ կերպով, այն է պէտք է նշանակել անյայտը որևիցէ տառով, օրինակ X-ով, յետոյ նորա աջ կողմը գրել

այն թիւը, որին նա պէտք է հաւասար լինի տուած խնդրի մտքին համեմատ. այդ հաւասարութեան տակը պէտք է գրել միւս հաւասարութիւն, այնպէս որ դա սկսվի այն համանուն թւով, որով առաջի հաւասարութիւնը վերջանում էր. յետոյ պէտք է դորա տակը գրել երրորդ հաւասարութիւն, այնպէս որ դա սկսվի այն համանուն թւով, որով վերջանում էր երկրորդը և այն: Դորանից յետոյ պէտք է բոլոր աջակողմեան թուերը բազմապատկել և ստացած արտադրեալը բաժանել ձախակողմեան թուերի արտադրեալի վերայ:

Այդ կանոնով վճռենք հետևեալ խնդիրը: Ռանի ռուսական գրվանքայ է անում 48,5 կիլոգրամմը, եթէ որ անգլիական 1,2 տոննը հաւասար է 21,78 ցենտներին; 4755,9 տաճկական օկան հաւասար է 6 անգլիական տոննին; 4,5 ցենտները հաւասար է 615,33 ռուսական գրվանքին, իսկ 3,612 կիլոգրամմը հաւասար է 2,8 տաճկական օկալին: Մենք տուած թուերը կ'դասաւորենք այնպէս, ինչպէս ստացինք և կ'ստանանք՝

X գրվ. = 48,5 կիլոգրամ.
3,612 կիլոգ. = 2,8 օկալին
4755,9 օկան = 6 տոննին
1,2 տոննը = 21,78 ցենտներին
4,5 ցենտները = 615,33 գրվանքին

$$X = \frac{48,5 \times 2,8 \times 6 \times 21,78 \times 615,33}{3,612 \times 4755,9 \times 1,2 \times 4,5} = 1177,17\ldots \text{գր. մօտաւ:}$$

ԸՆԿԵՐՈՒԹԵԱՆ ԿԱՆՈՆ

76. Ընկերութեան կանոնին վերաբերում են այնպիսի խնդիրները, ուր պէտք է լինում տուած թիւը բաժանել

համեմատ միւս տուած թուերին: Օրինակ՝ երեք վաճառական միասին փող վէր եկան և առուտուր արին. նորանցից առաջինը վէր եկաւ 3520 մանէթ, երկրորդը վէր եկաւ 5670 մանէթ, երրորդը վէր եկաւ 4960 մանէթ: Առուտուրի մէջ նոքա աշխատեցին 8490 մանէթ: Ամեն-մի վաճառականին ո՞րքան ընկաւ այդ աշխատանքից:

Ի հարկէ այդ աշխատանքը պէտք է բաժանել վէր եկած փողերին համեմատ, ով շատ փող է վէր եկել, նա աշխատանք շատ կ'ստանայ. ով փոքր է վէր եկել, փոքր կ'ստանայ: Այդ հարցը վճռելու համար բոլոր վէր եկած փողերը կ'գումարենք, կ'ստանանք 3520+5670+4960=14150 մանէթ: Յետոյ կ'ասենք. իւրաքանչիւր ստացած աշխատանքը այնքան անգամ փոքր կ'լինի բոլոր աշխատանքից, որքան անգամ իւրաքանչիւրի փողը փոքր է բոլոր փողից: Առաջինի աշխատանքը նշանակենք—X, երկրորդինը—Y, երրորդինը—Z կ'ստանանք հետևեալ յարաբերութիւնները՝

X : 8490=3520 : 14150 | $X = {}^{8490.3520}/_{14150} = 2112$ ման.
Y : 8490=5670 : 14150 | $Y = {}^{8490.5670}/_{14150} = 3402$ ման.
Z : 8490=4960 : 14150 | $Z = {}^{8490.4960}/_{14150} = 2976$ ման.

Այս միևնոյն խնդիրը կարելի է վճռել և միւսթեան վերածելու եղանակով: Դորա համար կ'ասենք՝

Եթէ 14150 մանէթը բերում է 8490 մանէթ աշխատանք
1 մանէթը — ${}^{8490}/_{14150} = {}^{3}/_{5}$ մանէթ
իսկ 3520 մանէթը — ${}^{3.3520}/_{5} = 2112$ մանէթ
5670 մանէթը — ${}^{3.5670}/_{5} = 3402$ մանէթ
4960 մանէթը — ${}^{3.4960}/_{5} = 2976$ մանէթ

Վերցնենք մի ուրիշ օրինակ. դեղուք պէտք է 6900-ը այնպէս երեք բաժին անել, որ այդ բաժինները յարաբերեն հետևեալ պէս՝ $1/3 : 1/2 : 3/4$; Դորա համար առաջ տուած կոտորակները մի յայտարարի կ'բերենք և յայտարարները կ'ջնջենք. դորանով կոտորակների յարաբերութիւնները կ'փոխարինենք

ամբողջների յարաբերութեամբ և կ'ստանանք՝ 8 : 6 : 9; 8+6+9=23։ Ուստի նշանակելով յարաբերական կտորները X.Y.Z կ'ստանանք՝

X : 6900=8 : 23 | $X=\frac{6900\cdot 8}{23}=2400$
Y : 6900=6 : 23 | $Y=\frac{6900\cdot 6}{23}=1800$
Z : 6900=9 : 23 | $Z=\frac{6800\cdot 9}{23}=2700$

Միևնոյն խնդիրը վճռենք միւթեան վերածելու եղանակով։ Որովհետև տուած թուերի մասները պէտք է յարաբերեն միմեանց այնպէս, ինչպէս 8 : 6 : 9, ուստի եթէ առաջի մասը հաշուենք 8 հաւասար բաժին, երկրորդ մասը կ'լինի 6 այդպիսի բաժին, իսկ երրորդ մասը կ'լինի 9 բաժին։ Նշանակում է տուած թիւը 6900-ը պարունակում է իր մէջ այդպիսի 8+6+9=23 բաժին։ Այդ պատճառով մի բաժինը գտնելու համար պէտք է 6900-ը բաժանել 23-ի վերայ. այդպէս վարվելով՝ կ'գտնենք որ մի բաժինը 300 է։ Առաջի մասը պէտք է լինի 8 այդպիսի բաժին. այսինքն 300·8=2400; երկրորդ մասը պէտք է լինի 6 բաժին. այսինքն 300·6=1800; իսկ երրորդ մասը պէտք է լինի 9 այդպիսի բաժին. այսինքն 300·9=2700։

Վճռենք մի քանի աւելի բարդ խնդիրներ։

Երեք վաճառական միասին առուտուր արին և աշխատեցին ընդ ամենը 4600 մանէթ։ Առաջինի փողն էր 6400 մանէթ, որ առուտուրը մնաց 10 ամիս. երկրորդի փողն էր 9600 մանէթ, որ առուտուրը մնաց 8 ամիս, իսկ երրորդի փողն էր 7200 մանէթ, որ առուտուրը մնաց 6 ամիս։ Ամեն-մի վաճառականը որքան պէտք է վերցնի այդ աշխատանքից։

Պարզ հասկանալի է որ աշխատանքը պէտք է բաժանել նորանց վէր եկած փողերին և այդ փողերի առուտուրի մէջ մնացած ժամանակներին համեմատ։

Այդ հարցը վճռելու համար առաջ ժամանակները կը վերածենք միւթեան։ Դորա համար կ'ասենք. առաջին վաճառականը պէտք է ստանայ իր վէր եկած 6400 մանէթի 10 ամսվայ աշխատանքը, այդ միևնոյն է թէ նա ստանար 10 անգամ 6400 մանէթի. այսինքն 6400×10=64000 մանէթի 1 ամսվայ աշխատանքը։ Երկրորդ վաճառականը պէտք է ստանայ իր վէր եկած 9600 մանէթի 8 ամսվայ աշխատանքը, այդ միևնոյն է թէ նա ստանայ 8 անգամ 9600 մանէթի, այսինքն 9600·8=76800 մանէթի 1 ամսվայ աշխատանքը։ Նոյնպէս երրորդ վաճառականը պէտք է ստանայ իր վէր եկած 7200 մանէթի 6 ամսվայ աշխատանքը. այդ միևնոյն է թէ նա ստանայ 6 անգամ 7200 մանէթի այսինքն 7200·6=43200 մանէթի 1 ամսվայ աշխատանքը։ Ուրեմն մնում է միայն 4600 մանէթ աշխատանքը բաժանել համեմատ հետևեալ թուերին. 64000; 76800; 43200։ Դորա համար կ'գումարենք այդ թուերը և կ'ստանանք 64000+76800+43200=184000։ Յետոյ կ'ասենք՝

184000 մանէթից ստացվում է 4600 մանէթ աշխատանք
1 մանէթից — $\frac{4600}{184000}=\frac{1}{40}$ մանէթ.
իսկ 64000 մանէթից — $\frac{1\cdot 64000}{40}=1600$ մանէթ.
76800 մանէթից — $\frac{1\cdot 76800}{40}=1920$ մանէթ.
43200 մանէթից — $\frac{1\cdot 43200}{40}=1080$ մանէթ.

Մի-ւս խնդիր. Երեք ընտանիք միասին 390 մանէթի 40 կոպէկի կար արին։ Մի ընտանիքումը կար—անողներն էին 2 հոգի, որ բանեցին 4 օր, օրէնը 10 ժամ, մի-ւս ընտանիքումն կար—անողներն էին 3 հոգի, որ բանեցին 5 օր, օրէնը 8 ժամ, երրորդ ընտանիքում կարողներն էին 4 հոգի, որ բանեցին 8 օր, օրէնը 9 ժամ։ Իւրաքանչիւր ընտանիքը որքան պէտք է ստանայ։

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է իմանանք թէ, իւրաքանչիւր ընտանիքի կարողները քանի ժամ են պարապել. դորա համար պէտք է օրերի թիւը բազմապատկել ժամերի թուի վերայ. կ'իմանանք որ առաջի ընտանիքի կա-

ղողները քանել են 40 ժամ, երկրորդինը—40 ժամ, երրորդինը 72 ժամ։ Այժմ պէտք է 390 մանէթ 40 կոպէկը բաժանել կարողների թուին և ժամերի թուին համեմատ։ Եթէ որ առաջին ընտանիքի մէջ լիներ ոչ 2, այլ 1 կար անող, այն ժամանակը նա մի՛ևնոյն կարը կ՚աւարտէր ոչ 40 ժամումը, այլ 2 անգամ աւելի ժամումը, այսինքն 80 ժամումը։ Այդպէս էլ երկրորդ և երրորդ ընտանիքումը լինէին մի-մի կար անողներ, այն ժամանակը նոքա կ՚աւարտէին նոյն կարը 40·3=120 ժամումը և 72·4=288 ժամումը։ Այդպէս ուրեմն բոլոր բանեցած ժամերի թիւը կը լինէր 80+120+288=488 ժամ։ Նշանակում է 488 ժամի աշխատանքի համար ստացան 390 մանէթ 40 կոպէկ, մի ժամի համար կ՚ստանային 488 անգամ պակաս. այսինքն $^{39040}/_{488}$=80 կոպէկ։ Ուրեմն առաջին ընտանիքի կարողները պէտք է ստանան 80 անգամ 80 կոպէկ. այսինքն 64 մանէթ, երկրորդինը 120 անգամ 80 կոպէկ. այսինքն 96 մանէթ, իսկ երրորդինը 288 անգամ 80 կոպէկ. այսինքն 230 մանէթ 40 կոպէկ։

Վճռենք այժմ հետևեալ խնդիրը։ Պէտք է 17163-ը այնպիսի չորս մասն անել, որ առաջին մասը այնպէս յարաբերի երկրորդին, ինչպէս 4 : 6-ին, երկրորդը այնպէս յարաբերի երրորդին, ինչպէս $^{2}/_{9}$: $^{1}/_{4}$-ին և երրորդը այնպէս յարաբերի չորրորդին, ինչպէս $1^{2}/_{3}$: $1^{3}/_{4}$-ին։ Որքան կ՚լինի ամեն-մի մասը։

Նախքան այդ խնդրի վճռելը կոտորակների յարաբերութիւնները փոխարինենք ամբողջների յարաբերութեամբ. դորա համար կոտորակները մի յայտարարի կ՚բերենք և յայտարարները ջնջելով՝ կ՚ստանանք՝ 4 : 6; 8 : 9; 20 : 21։ Յետոյ կ՚ասենք՝ եթէ առաջին մասը 4 հաւասար բաժին անենք, երկրորդ մասումը կ՚լինի 6 այդպիսի բաժին։ Որովհետև երկրորդ մասը յարաբերում է երրորդին այնպէս, ինչպէս 8 : 9, ուստի ենթադրելով թէ երրորդ մասումը կը

լինի այնպիսի X բաժին՝ կ՚ստանանք 6 : X=8 : 9; այդ տեղից X=$^{27}/_{4}$=$6^{3}/_{4}$ բաժին։ Ի վերջոյ եթէ չորրորդ մասի բաժինների թիւը նշանակենք Y՝ կ՚ստանանք $^{27}/_{4}$: Y=20 : 21, այդտեղից Y=$^{567}/_{80}$=$7^{7}/_{80}$ բաժին։

Այդպէս ուրեմն առաջին մասումը կայ 4 բաժին, երկրորդումը կայ այդպիսի 6 բաժին, երրորդումը կայ $6^{3}/_{4}$ բաժին և չորրորդումը կայ $7^{7}/_{80}$ բաժին։ Այդ բոլոր բաժինների գումարը կ՚լինի 4+6+$6^{3}/_{4}$+$7^{7}/_{80}$=$23^{67}/_{80}$=$^{1907}/_{80}$ բաժին; Ուրեմն 17163-ը բաժանելով $^{1907}/_{80}$-ի վերայ, կ՚ստանանք 1 բաժինը $^{17163\cdot80}/_{1907}$։ Դորան բազմապատկելով հետևաբար 4-ի, 6-ի, $6^{3}/_{4}$-ի և $7^{7}/_{80}$-ի վերայ, կ՚ստանանք համապատասխան մասները՝ 2880; 4320; 4860; 5103

ԽԱՌՆՈՒՐԴԻ ԿԱՆՈՆ

77. Խառնուրդի կանոնին վերաբերում են երկու տեսակ խնդիրներ։ Առաջին տեսակ խնդիրների մէջ մեզ յայտնի է լինում միմեանց հետ խառնելի իրերի քանակութիւնը և նոցա գինը կամ արժանաւորութիւնը։ Մենք պէտք է գտնենք խառնուրդի գինը։ Օրինակ՝ միմեանց հետ խառնեցին երեք տեսակ ալիւր. մի տեսակից 5 գրվանքայ, որի գրվանքան արժէր 12 կոպէկ, միւս տեսակից 3 գրվանքայ, որի գրվանքան արժէր 8 կոպէկ և երրորդ տեսակից 4 գրվանքայ, որի գրվանքան արժէր 9 կոպէկ։ Ո՞րքան կ՚արժենայ խառնուրդի գրվանքան։

Այդ հարցը վճռելու համար պէտք է առանձին առանձին իմանալ ամեն-մի տեսակի գինը, ապա դոցա գումարելով իմանալ բոլոր խառնուրդի գինը և դորան բաժանելով գրվանքաների թուի վերայ, գտնել մի գրվանքայ խառնուրդի գինը։

Դորա համար կ՚ասենք՝ 5 գրվանքան կ՚արժենայ $12\times5=60$ կ.
3 գրվանքան կ՚արժենայ $8\times3=24$ կ.
4 գրվանքան կ՚արժենայ $9\times4=36$ կ.
բոլոր խառնած ալիւրը կ՚արժենայ 120 կոպէկ։ Դորան բաժանելով գրվանքաների թիւի այն է $5+3+4=12$-ի վերայ՝ կ՚ստանանք որ խառնուրդի 1 գրվանքան կ՚արժենայ 10 կոպէկ։ Միւս օրինակ՝ միասին հալեցին $12\frac{1}{2}$ գրվանքայ արծաթ 82 պրոբանի, $3\frac{1}{2}$ գրվանքայ 90 պրոբանի և $\frac{1}{2}$ գրվանքայ 92 պրոբանի։ Քանի՞ պրոբանի դուրս եկաւ հալվածքը։ Պրոբ հոչակ է ըսած արծաթի նայ ոսկու մնացընելի ընթացը, որ գոռնալ է մի գրվանդայ հալածքի մէջ։ Ուստի $12\frac{1}{2}$ գրվանքայ 82 պրոբանի արծաթի մէջ կ՚լինի $12\frac{1}{2}\cdot82=1025$ մսխալ զուտ արծաթ, $3\frac{1}{2}$ գրվանքայ 90 պրոբանի արծաթի մէջ կ՚լինի $3\frac{1}{2}\cdot90=315$ մսխալ զուտ արծաթ. $\frac{1}{2}$ գրվանքայ 92 պրոբանի արծաթի մէջ կ՚լինի $\frac{1}{2}\cdot92=46$ մսխալ զուտ արծաթ. ուրեմն բոլոր $12\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=16\frac{1}{2}$ գրվանքայ արծաթում կ՚լինի $1025+315+46=1386$ մսխալ զուտ արծաթ, իսկ 1 գրվանքայումը կ՚լինի $16\frac{1}{2}$ անգամ պակաս. այսինքն $1386 : \frac{33}{2}=\frac{2772}{33}=84$ մսխալ զուտ արծաթ։ Այդ նշանակում է հալուածքը դուրս եկաւ 84 պրոբանի։

Խառնուրդի երկրորդ տեսակ խնդիրների մէջ մեզ յայտնի է լինում խառնելի իրերի գինը կամ արժանաւորութիւնը և պահանջվում է իմանալ թէ ամեն-մի տեսակից որքան պէտք է վերցնել, որ խառնուրդը դուրս գայ որոշեալ գնանի կամ արժանաւորութեան։

Օրինակ՝ վաճառականը ունէր երկու տեսակ սուրճ. մի տեսակի գրվանքան արժէր 45 կոպէկ, միւս տեսակինը 30 կոպէկ։ Նա ամեն-մի տեսակից քանի՞ գրվանքայ պէտք է

վերցնի և միմեանց հետ խառնի, որ խառնուրդի գրվանքան դուրս գայ 35 կոպէկանոց և բոլոր խառնուրդը լինի 30 գրվանքայ։

Այդ հարցը վճռելու համար կ՚ասենք. եթէ առաջին տեսակից վերցնենք խառնելու համար 1 գրվանքայ, այն ժամանակը նորա մէջը վնաս կ՚ունենանք 10 կոպէկ, որով-հետև գրվանքան արժէ 45 կոպէկ, իսկ մենք շինում ենք նորան 35 կոպէկանոց, իսկ եթէ վերցնենք $\frac{1}{10}$ գրվանքայ, այն ժամանակը նորա մէջ վնաս կ՚անենք 1 կոպէկ։ Նոյնպէս եթէ երկրորդ տեսակից վերցնենք խառնուրդի համար 1 գրվանքայ, այն ժամանակը դորա մէջը օգուտ կ՚ունենանք 5 կոպէկ, իսկ $\frac{1}{5}$ գրվանքայումը օգուտ կ՚ունենանք 1 կոպէկ։ Մենք պէտք է այդ երկու տեսակիցը այնպէս վերցնենք որ ո՛չ օգուտ ունենանք ոչ վնաս. դորա համար պէտք է առաջին տեսակիցը վերցնենք $\frac{1}{10}$ գրվանքայ, իսկ երկրորդ տեսակիցը $\frac{1}{5}$ գրվանքայ, այն ժամանակը 1 կոպէկ օգուտը կ՚չնչէ 1 կոպէկ վնասին և մենք կ՚ստանանք խառնուրդը $\frac{1}{10}+\frac{1}{5}=\frac{3}{10}$ գրվանքայ։ Ուրեմն $\frac{3}{10}$ գրվանքայ խառնուրդ ստանալու համար՝ առաջին տեսակիցը պէտք է վերցնել $\frac{1}{10}$ գրվանքայ, իսկ 30 գրվանքայ խառնուրդ ստանալու համար, պէտք է առաջին տեսակիցը այնքան անգամ աւելի վերցնել $\frac{1}{10}$ գրվանքայից, որքան անգամ 30 գրվանքան աւելի է $\frac{3}{10}$ գրվանքայից, այսինքն $X : \frac{1}{10}=30 : \frac{3}{10}$, այդտեղից $X=10$ գրվանքայ։ Բոլորովին այդպէս դատելով՝ երկրորդ տեսակի քանակութիւնը կ՚որոշենք հետևեալ յարաբերութիւնից $X : \frac{1}{5}=30 : \frac{3}{10}$, այդտեղից $X=20$ գրվանքայ։ Երկրորդ տեսակի քանակութիւնը որոշելու համար աւելի հեշտ էր առաջին տեսակի 10 գրվանքան դուրս գալ բոլոր խառնուրդից, որ է 30 գրվանքայ, այն ժամանակը կ՚ստանայինք 20 գրվանքայ։

Եթէ կամենանք ստուգել թէ ուղիղ է շինած խնդիրը, պէտք է հաշուել թէ որքան արժէ առաջին տեսակի

10 գրվանքան և երկրորդ տեսակի 20 գրվանքան և ապա որոշել թէ մրքան արժէ խառնուրդի գրվանքան. եթէ այդպէս վարվելով խառնուրդի գրվանքան դուրս գայ 35 կոպէկանոց, նշանակում է խնդիրը ուղիղ է շինած։ Այդպէս առաջին տեսակի 10 գրվանքան արժէ 10.45=450 կոպէկ. երկրորդ տեսակի 20 գրվանքան արժէ 20.30=600։ Բոլոր 30 գրվանքան արժէ 450+600=1050 կոպէկ, իսկ 1 գրվանքան արժէ $^{1050}/_{30}$=35

Խառնուրդի կանոնին վերաբերեալ երկրորդ տեսակ խընդիրների մէջ պէտք է որ անպատճառ խառնուրդի գինը աւելի լինի մի տեսակից և պակաս լինի միւս տեսակից, այլապէս խնդիրը անկարելի է։ Այդպէս օրինակ եթէ ալիւրի առաջին տեսակի գրվանքան արժէ 3 կոպէկ, իսկ երկրորդինը 5 կոպէկ և պահանջում են կազմել այնպիսի խառնուրդ, որի գրվանքան արժենայ 2 կամ 6 կոպէկ, այդ տեսակ պահանջը անկարելի պահանջ է։

Առհասարակ խառնուրդին վերաբերեալ խնդիրները աւելի հեշտութեամբ վճռվում են ալջեբրայի միջնորդութեամբ։

Հ Ա Ր Ց Ե Ր

Ի՞նչին ենք կոչում պարզ երրորդական կանոն։

Ինչի՞ կերպով կարելի է վճռել երրորդական կանոնին վերաբերեալ խնդիրները։ Ի՞նչպէս պէտք է տուած խնդրից յարաբերութիւն կազմել։

Ի՞նչ խնդիրներ են վերաբերում երրորդական կանոնին։

Ի՞նչին ենք կոչում տոկոսիք։ Ինչ զանազանութիւն կայ պարզ եւ բարդ տոկոսիների միջև։

Ի՞նչին ենք կոչում մուրհակ։ Ինչ է նշանակում հաշուել մուրհակը։

Ի՞նչ խնդիրներ են վերաբերում օրակաս կանոնին։

Ի՞նչ խնդիրներ են վերաբերում ընկերութեան կանոնին։

Ի՞նչ խնդիրներ են վերաբերում խառնուրդի կանոնին։

ՎԵՐՋ

ՀՀ Ազգային գրադարան
NL0794107