ՏԵՍԱԿԱՆ ԵՒ ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ

ՏԵՍԱԿԱՆ ԵՒ ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ

ՆՈՐ ԴՐՈՒԹԻՒՆ

Երկրորդական (secondaire) վարժարանաց համար

Ա. ՏԱՐԻ

ԱՇԽԱՏԱՍԻՐԵԱՑ
ՎԱՀԱՆ Ս. ՀԱՋԱՐԱՊԵՏԵԱՆ
Հետեւողութեամբ Ժ. Տալէմի

Ազգերն երջանիկ և մեծ ապրելոյ համար լուսոյ կը կարօտին, ճշմարտութեան լուսոյն որ այնպէս է բարոյական աշխարհին համար, ինչ որ է արեգական լոյսն նիւթական աշխարհին ։

Ռ. Յ. Պ

Կ. ՊՈԼԻՍ
ՏՊԱԳՐ. ՆՇԱՆ Կ. ՊԷՐՊԷՐԵԱՆ
1887

ՁՕՆ

ԵՐԱԽՏԱԳԷՏ ՍՐՏԻ

ՈՒ

ԲԱԶՄԵՐԱԽՏ ԴԱՍՏԻԱՐԱԿՆ ԻՒՐ

ՏԻԱՐ ՌԵԹԷՈՍ Յ. ՊԵՐՊԵՐԵԱՆ

ԶՈՐ

ՄԱՏՈՒՑԱՆԷ ՍԱՆ ԻՒՐ

Վահան Ս. Հազարապետեան

Սիրեցեալ պատուական իմ,

Թոյլ տուք ինձ, որ Ձեր քաղցր անուամբ պճնազարդեմ իմ մտաւոր վաստակոց նախախայրիքն՝ սոյն գրքիս ձօնական, ի նշան խորին երախտագիտութեան Ձեր այնքան քրտնաջան խնամոց՝ զորս չէք զլացած ինձ եւ համայն Պէրպէրեան սանոց, յազնուացումն եւ ի յառաջդիմութիւն։

Ձեր աջը կը համբուրէ

1886 դեկտ. 20 — **Ձեր երախտագէտ սանը**

Իւսկիւտար — ՎԱՀԱՆ Ս. ՀԱԶԱՐԱՊԵՏԵԱՆ

Առ

Յարգամեծար Տիար Ռէթէոս Յ. Պէրպէրեան

ԱՍՏ

22 Դեկտեմբեր 1886, ԻՒՍԿԻՒՏԱՐ.

Ազնիւ Հազարապետեան,

Եւ դու մին ես այն քաջուսումն երիտասարդներէ զորս ընծայած լինել Ազգին պատիւն է Պէրպէրեան վարժարանին :

Երկու բան յատկանիշն է ձեր. սէր աշխատութեան եւ սէր Ազգին :

Միովն չէք դադրիր ուսանելէ եւ յար կը քայլէք յառաջ. միւսովն, դեռ յոյժ մատաղ, այլ եւ այլուղղութեամբք, կը սիրէք ծառայել ձեր Ազգին :

Աստի՛ այն առաւել քան զմի գրաւոր աշխատութիւնք, զոր Պէրպէրեան սաներ գոգցես մրցմամբ իմն նուիրած են արդէն ի նպաստ կրթութեան Հայ մանկտւոյն :

Ցեւանդ Հինտլեանն էր որ կը հրատարակէր իւր *Բանալի Անգղիերէն ընթերցանութեանն* ու իւր *Հիմնական նոր մեթոտ Ֆրանսերէն շարադրութեանն*. երէկ իւր յաջողակ ու օգտակար Թարգմանութեամբքն արդէն ծանօթ Մոզեանն ի լոյս կ'ընծայէր իւր *Համառօտ քնագիտութիւնն*, եւ այսօր ահա՛ կ'երեւիս դու ի ձեռնին ունենալով *Տեսական եւ գործնական երկրաչափութեան* ընթացքիդ առաջին տարին :

Ամէնքն ալ հմտութեամբ ու խնամով պատրաստըուած գործեր, զորս գովութեամբ գնահատած է Հայ մամուլն, եւ որք ցոյց կուտան թէ՝ լաւ ուսանողներ լինելէ յետոյ՝ լաւ ուսուցիչներ լինելու ձիրքն ունին նոցին աշխատասիրողք :

Երկու բան Ձեր յատկանիշն է, ըսի․ պէտք էր որ երրորդ մ'ալ յաւելուի․ այն է երախտագիտութիւնն, ազնիւ հոգիներու այդ առաքինութիւնն : Կը տեսնեմ թէ ձեր հոգին պինդ կապուած է այն յարկին հետ որոյ ներքեւ ձեր բարոյական էութիւնն կազմակերպուեցաւ, եւ թէ ձեր սրտին վրայ անջինջ դրոշմուած կայ պատկերն ձեր դաստիարակին :

Ուստի եւ, իբր ելեւել ընելով ու միմեանց ետեւէ, ձօն կը բերէք նմա նախախայրիքն ձեր մտաւոր վաստակոց :

Շնորհակա՜լ եմ ձեզ, ո՛ սանունք իմ պատուականք, այն խորին ու բարձրագոյն հեշտութեան համար զոր կուտաք ինձ ձեր ձօնիւք : Դուք լիովին կ'իրականացնէք այն յոյսեր զոր կը տածէի ձեր վրայ եւ կը մատուցանէք ինձ քաղցրագոյն ու սիրելագոյն վարձատրութիւնն զոր կրնայի ստանալ փոխարէն այն քրտնաջան խնամոց զորս նուիրեցի ձեր բարոյական ու մտաւոր զարգացման :

Ապրի՛ք դուք․ յարատեւեցէ՛ք օգտակար լինելու շաւղին մէջ ուր մտած էք : Պիտի զգաք, եւ արդէն սկսած էք զգալ, թէ ինքզինք այլոց օգտակար տեսնելու հաճոյքն ազնուագոյն հաճոյքն է երկրի վրայ : Մշտավառ պահեցէ՛ք ի ձեզ այն ազնիւ զգացումներ

որոց հուրն ի ձեզ բորբոքեց դպրոցն : Նոքա պիտի ազնուացնեն ձեր կեանքն ու բեղմնաւոր պիտի գործեն զայն նորանոր արդեամբք, նորանոր հանրօգուտ ծառայութեամբք, որոց վրայ Ազգին հետ եւ ես պիտի ունենամ միշտ իրաւունք հպարտ եւ ուրախ լինելու :

Գորովագին կը սեղմեմ ձեռքդ եւ կը մաղթեմ քեզ յաջողութիւն որոյ փայլն աճի՜ երթալով:

Դաստիարակդ

Ռ. Ց. ՊԷՐՊԷՐԵԱՆ

Առ

Ազնիւ Պարոն Վահան Հազարապետեան

ԱՍՏ

ՅԱՌԱՋԱԲԱՆ

Ապացուցեալ իրողութիւն մ'է թէ՛ պատանին կը սիրէ գործնականն և իրականն, և կը խորշի վերացական և տեսականէն, երկրաչափութիւնն առաջին տեսակ գիտութեանց վերաբերելով՝ պարտէր հետաքրքրել զաշակերտն, սակայն զարմացմամբ կը տեսնեմք թէ հակառակն է ճշմարիտ: Երբ որոնեմք սոյն զարտուղութեան պատճառն պիտ' գտնեմք թէ՝ սոյն գիտութեան աւանդման եղանակն և դասախօսութեան կերպն է որ կը տաղտկացնէ զպատանին, և յամլութիւն կը դատապարտէ այս գիտութեան ուսուցման համար եղած ամեն ջանքերն:

Բացատրեմք մեր միտքն:

Ազգային վարժարանաց մէջ կ'աւանդուի երկրաչափութիւնն զուտ տեսական և ընդհանրապէս մէկ տարուան ժամանակամիջոցի մէջ, դասախօսութեանց ամբողջ շրջանին մէջ վերացական նախադասութեանց անվերջանալի շարքեր մին քան զմիւսն ելանելով՝ կուգան խճողել պատանւոյն մտաց մէջ, նախադասութիւնք՝ որք հեռի հետաքրքրելէ զայն տաղտուկ կ'ազդեն նմա, և պատանին առանց ըմբռնելոյ այդ անվերջանալի վերացական տեսութեանց իմաստն՝ կը սորվի մեքենաբար, հարցնելով իւրովի թէ՝ ի՞նչ օգուտ կրնայ ակնկալել այդ վերացական տեսութեանց անհամար շարքէն, չտեսնելով ի նոսա գործնականին և իրականին նշոյլն իսկ, դասառութիւնք կը յաջորդեն դասառութեանց, կը սահի ահա տարին, կ'աւարտի երկրաչափութիւնն և տակաւին գետնաչափական (arpentage) ամենապարզ գործողութիւնք, չափք երկայնութեանց, չափք անկեանց, չափք մակերեսաց և յատակագծութիւնք բոլորովին անծանօթ են իրեան, և սակայն միթէ չե՞ն սոքա երկրաչափութեան կէտ նպատակին, աշակերտն յետ աւարտելոյ զերկրաչափութիւնն կը տեսնէ զանձն յառաջացած սոյն գիտութեան մէջ այնքա՛ն որքան էր այս գիտութեան սկսած օրն իսկ, և կսկսի ցաւիլ այն ժամերուն զորս վատնած է երկրաչափութեան նման անօգուտ գիտութեան մի համար .՛.՛. և արդարեւ մենք չենք զարմանար, զի աշակերտն, ինչպէս որ վերեւ ասացինք, աւելի իրականին և գործնականին հետաքրքրելով՝ երբ երկրաչափութիւնն ուսած միջոցին չտեսնէ վերացական նախադասութեանց անմիջական կիրառութիւնքն և մերթ ընդ մերթ տեսականէն ի գործնական իջնելով՝ տեսականն չխառնէ ընդ գործնականին, կ'ատէ և պիտի ատէ սոյն գիտութիւնն ընդ միշտ և ըստ մեզ իրաւունք ունի ատելոյ:

Առ ի՞նչ օգուտ ապացուցանել աշակերտին թէ՝ որեւէ եռանկեան խարիսխին զուգահեռական քաշուած գիծն՝ միւս երկու կողմերն համեմատական մասանց կը բաժնէ և կամ իրարու նման բուրգեր իրարու այնպէս կը համեմատին ինչպէս համանուն ծայրից խորանարդներն. երբ տակաւին չգիտէ պարզ հեռաւորութիւն մի և կամ իւր դասարանին տարածութիւնն չափել .՛.՛.:

Ուստի մենք նկատելով վերոգրեալ դրութեամբ դասախօսութեանց յոռութիւնն, չասեմ անհեթեթութիւնն, որք յամլութիւն կը դատապարտեն երկրաչափու-

թեան դասախօսութիւնքն՝ մեր ովսանն կը կատարենք սիրելի հայ մանկտւոյն նուիրելով նոր դրութեամբ երկրաչափութիւն մի ուր տեսականն խառն ընդ գործնականին կուգայ բառնալ ընդ միշտ վերոգրեալ անպատեհութիւնք հարթելով աշակերտին առաջ երկրաչափութեան ամեն խոչնդոտք:

Ներկայ երկրաչափութեանս մէջէն աշակերտն ուսնելով տեսական նախադասութիւնքն պիտի գտնէ անմիջապէս վերջ նոյն նախադասութեանց կիրառութիւնքն, և պիտի սիրէ զայն և պիտի հետաքրքրի իւր աշխատութեան, աշակերտն դեռ չաւարտած մակարդակ երկրաչափութիւնն (Բ. տարի տեսական և գործնական երկրաչափութիւն) պիտի ճանչէ գետնաչափական գործիքներն, որպիսիք են նիզակն (jalon), լարն (corde), գետնաչափական շղթայն (chaîne d'arpentage), նիշն (fiche), անկիւնաչափ գործիքներն (boussole, graphomètre), ուղղաչափ գործին (équerre d'arpenteur), համայնաչափ գործին (pantomètre), հարթաչափն (niveau), յատակագծական տախտակն (planchette), պիտի երթայ ի դաշտս ընդ իւր դասատուին, գետնաչափական գործեաց միջոցաւ չափելոյ, պատրաստելոյ յատակագծեր, չափելոյ տանց և աշտարակաց բարձրութիւնքն և կամ նոցա ի միմեանց ունեցած հեռաւորութիւնքն առանց մօտենալոյ այդ շէնքերուն, աշակերտն այդու օգտակար հետեւութեան մի պիտի յանգի, պիտի տեսնէ յայնժամ իւր սիրած տեսականին օգուտն ի գործնականին և պիտի սիրէ տեսականն եւս զոր այնքան պիտի ատէր առանց գործնականին:

Մի քանի խօսք եւս մեր գործոյն ընթացքին վերայ: ինչպէս որ վերեւ ասացինք երկրաչափութիւնս է թէ գործնական և թէ տեսական, գործոյս ամբողջ ընթացքին մէջ հետեւած ենք հռչակաւորն Տալսէմի երկրաչափութեան որ մեծ ընդունելութիւն գտած է գրեաթէ Ֆրանսական համայն երկրորդական վարժարանաց մէջ, ունենալով սակայն մեր առաջ հանրածանօթ չափագիտաց Ամիօի, Պրիօ եւ Վաքանի և Սօնէի երկրաչափութիւնքն։ Ըստ Տալսէմի երեք տարիներու բաժնած ենք ներկայ գործս, Ա. տարին կը հասնի մինչեւ մակարդակաց չափումն, Բ. տարին կը պարունակէ ամբողջ մակարդակ երկրաչափութիւնն հանդերձ գետնաչափութեամբ և Գ. տարին կը խօսի ամբողջ միջոցի երկրաչափութեան վերայ, իւրաքանչիւր տարի իրեն յարմար բազում տեսական և գործնական առաջարկութիւններ ունի, այսպէս Ա. տարւոյն մէջ դրինք 80 հատ գեղեցիկ թէ տեսական և թէ գործնական առաջարկութիւնք ։

Գործոյս մաքրութեան, պատկերաց ճշտութեան համար ամեն ջանք չխնայեցինք, վերջապէս ջանացինք սոյն գործս ի շարս օգտակար դասագրոց անցնել։ Արդ յոյս մեծ ունիմք թէ՝ մեծարգոյ ուսուցիչք պիտի գնահատեն սոյն գործոյս արժանիքն, որով և մենք լիովին քաջալերուած պիտի լինիմք և պիտի յանձնեմք ի տպագրութիւն գործոյս Բ. և Գ. տարիներն եւս զորս պատրաստ ունիմք արդէն ։

Իւսկիւտար — Վահան Ս. Հազարապետեան

1886 դեկտ. 20

ՑԱՆԿ ՆԻՒԹՈՑ

ԳԼՈՒԽ Ա.

ՍԱՀՄԱՆՔ ԱՌԱՋԻՆ

ԳԼՈՒԽ Բ.

ԳԼՈՒԽ Գ.

ԳԼՈՒԽ Դ.

ՈՒՂՂԱՀԱՅԵԱՑՔ ԵՒ ԽՈՏՈՐՆԱԿՔ

ԳԼՈՒԽ Ե·

ԶՈՒԳԱՀԵՌԱԿԱՆ ԳԾԵՐ

Բովանդակութիւն. — Զուգահեռական գծեր.—Բազմանկիւնք.— Եռանկեանց անկեանց գումարն. — Յատկութիւնք զուգահեռագծերու : Առաջարկութիւնք :

ԳԼՈՒԽ Զ·

ՇՐՋԱՆԱԿՔ

Բովանդակութիւն. — Շրջանակք.—փոխադարձ յարաբերութիւնք աղեղաց և լարերու. — Լարք և նոցա կեդրոնական հեռաւորութիւնք. — Բոլորակի մի շօշափողք և հատանողք. — Երկու բոլորակաց յարաբերական դիրք. — Գծի մի նկատմամբ համաչափք : Առաջարկութիւնք :

ԳԼՈՒԽ Է·

Բովանդակութիւն. — Բաղդատութիւն անկեանց. — Կեդրոնական անկեանց չափն. — Բաղդատութիւն աղեղաց. — Ներագծեալ անկիւնք. — Երկու հատանողաց կազմած անկիւնք : Առաջարկութիւնք :

ԳԼՈՒԽ Ը·

ՍԿԶԲՆԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՔ ԳԾԱԳԻՏՈՒԹԵԱՆ

Բովանդակութիւն. — Գործածութիւն քանակի և կարկինք. — Գծի մի նկատմամբ ուղղահայեացներ և զուգահեռականներ քաշել. — Գործածութիւն ուղղանկիւն քանակաց.—Չափք անկեանց. —Սկզբնական շինութիւնք անկեանց և եռանկեանց . — Սկզբնական շինութիւնք շրջանակաց. — Աղեղ մի երկու հաւասար մասերու բաժնել. — Բոլորակի մի շրջանակին վերայ գտնուող կէտէ մի՝ նոյն բոլորակին շօշափող մի քաշել. — Բոլորակէ մի դուրս առնուած կէտէ մի՝ նոյն բոլորակին շօշափողներ քաշել. — Ծանօթ գծի մի վերայ բոլորակի այնպիսի հատուած մի գծել, որուն ներագծեալ ամեն անկիւնք՝ տրուած անկեան մի հաւասար լինին : Առաջարկութիւնք :

ՏԵՍԱԿԱՆ ԵՒ ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ

ԵՐԿՐԱՉԱՓՈՒԹԻՒՆ

ԳԼՈՒԽ ԱՌԱՋԻՆ

ՍԱՀՄԱՆՔ ԱՌԱՋԻՆ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹԻՒՆ. — Ծաւալ. — Մակերեւոյթ. — Գիծ. —Կէտ. — Ուղիղ գիծ. — Կոր գիծ.— Մակարդակ. — Կոր մակերեւոյթ. — Երկրաչափական հաւասարութիւն և համազօրութիւն :

1· Ծաւալ· (volume)· — Մեր զգայարանաց միջոցաւ դիւրաւ կարեմք ըմբռնել թէ՝ ամեն իր անջրպետութեան մէջ կը գրաւէ մի մասնաւոր տեղ, որ է նորա տարածութիւնն· ամեն տարածութիւն երեք գըլխաւոր ուղղութիւն ունի, երկայնութիւն, լայնութիւն և խորութիւն. մարմնոյ մի տարածութեան շրջապատն կը կազմէ մարմնոյն ձեւն, իսկ այն միջոցն զոր նա կը գըրաւէ իւր ծաւալն է :

2· Մակերեւոյթ· (surface) · — Մարմնոյ մի մակերեւոյթն է այն սահմանն՝ որ կը բաժնէ իւր ծաւալն շրջապատող միջոցէն և կը կազմէ մարմնոյն տեսակ մի պատատ որ գաղափարական է և չ՚ընծայեր որևէ թանձրութիւն, հետեւաբար մակերևոյթն երկայնութիւն և լայնութիւն ունի առանց խորութեան :

3. — **Գիծ.** (ligne). — Ամեն մակերևոյթք կը վերջանան գծերով. երկու մակերևութից հանդիպումն յառաջ կը բերէ գիծ մի, զորօրինակ երկու տարբեր ուղղութեամբ պատերու միացումն կը կազմէ նոցա *անկիւնական գիծն* (ligne d'encoignure). այսպէս ուրեմն որևէ գիծ երկայնութիւն ունի առանց լայնութեան և խորութեան :

4. **Կէտ.** (point). — Որևիցէ գծի մի ծայրն կէտ կը կոչուի, նմանապէս երկու տարբեր ուղղութեամբ գծերու զիրեար կտրած տեղն կէտ մ՚է զոր կը կոչեն *հատման կէտ* (point d'intersection), այսպէս ուրեմն կէտ մի ոչ երկայնութիւն, ոչ լայնութիւն և ոչ խորութիւն՝ այլ միայն դիրք մ՚ունի :

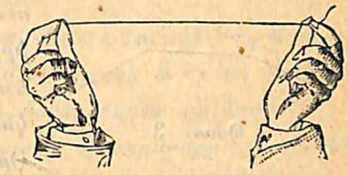
5. **Դիտողութիւն.** (remarque). — Մատիտի մի ծայրն երբ թեթևապէս թուղթի մի վերայ կոխենք, հետք մի կը ձգէ անդ որ ոչ լայնութիւն, ոչ երկայնութիւն և ոչ խորութիւն ունի, կը զարթուցանէ մեր մտաց մէջ կէտի մի գաղափարն, և երբ այդ կէտէ գիծ մի քաշեմք, սա ուրիշ բան չէ այլ այդ կէտի յառաջխաղացութիւնն, ուրեմն կարեմք ասել թէ՝ գիծ մի յառաջ կուգայ կէտի մի շարժմամբ, այսինքն թէ գիծն կազմուած է անթիւ և անհամար կէտերէ :

Նմանապէս երբ գիծ մի տարածութեան մէջ որոշ ուղղութեամբ շարժի, իւր յաջորդական դիրքերով ծը-

նունդ կուտայ մակերևոյթի մի. օրինակի աղագաւ, երբ աճառի կտոր մի պղնձի նուրբ թելով մի կտրենք և մասերն զիրերաց անջատեմք, կտրուած տեղերն երկու մակերևոյթներ կը ձևացնեն, որք յառաջ եկած են գծի մի (պղնձէ թելի) շարժմամբ :

Վերջապէս մակերևոյթ մի որևիցէ միջոց մի գրաւելոյ համար տեղափոխուի ի մի կտոր, յառաջ կը բերէ ծաւալ մի, զորօրինակ երբ 20 դահեկաննոց արծաթ դրամ մի կոխենք կակուղ նիւթի մի մէջ, օրինակ մեղրամոմն, դրամն անդ պիտի թողու խոռոչ մի որ ծաւալին գոգաւոր կաղապարն է և զոր պիտի կոչեմք ի վերջոյ *գլան* (Գ. Տարի երկրաչափ.) :

6. **Ուղիղ գիծ.** (ligne droite). — Ուղիղ գծի մի պատկերն մեզ շատ ընտանի է, երկու կէտերէ լաւ կերպիւ լարեալ թել մի մեզ կը ներկայացնէ իւր ձևն, այս երկու կէտերու մէջ լարեալ թելն՝ կամ ուղիղ գիծն կը ցուցնէ մէկէն ի միւսն քաշուած ամենակարճ ճամբան (Պատ. 1) :



Պատ. 1

7. Երկու կէտերէ միայն մի ուղիղ գիծ կարեմք գծել, սակայն այդ գիծն կարեմք երկարել անհունապէս մէկ և միւս կէտէն անդին :

8. Իւրաքանչիւր ոք գիտէ թէ ուղիղ գծեր կը գծուին քանակներու միջոցաւ, արդ ստուգելոյ համար թէ քանակի մի եզրն ուղիղ է կամ ոչ, քանակին այդ

եզրով կը գծենք գիծ մի, ի վերջոյ քանակն հակառակ կողմ դարձնելով՝ միևնոյն եզրն արդէն գծուած գըծին կը յարեմք հակառակ ուղղութեամբ, եթէ գիծն

Պատ. 2

իւր բոլոր երկայնութեամբ քանակին եզրին համապատասխանէ քանակին այդ եզրն ուղիղ է (Պատ. 2): Այս ստուգութիւնն 7 համարին կիրառութիւնն է:

9. Բեկեալ գիծ. (ligne brisée). — Բեկեալ գիծ մի ուղիղ գծերու յաջորդութիւն մ'է ծայր ծայրի դըրուած զանազան ուղղութեամբ, իբր թէ ուղիղ գիծ մի բեկեալ լինէր, առանց սակայն իւր կտորներն յիրերաց զատուելոյ: Օրինակի աղագաւ Ա Բ Գ Դ (Պատ. 4) բեկեալ գիծ մ'է, որովհետեւ կազմուած է ԱԲ, ԲԳ և ԳԴ տարբեր ուղղութեամբ և իրարմէ ոչ անջատեալ ուղիղ գծերէ:

Պատ. 3

10. Կոր գիծ. (ligne courbe). — Այն ամեն գծերն որք ոչ ուղիղ են և ոչ ուղիղ գծերէ բաղկացեալ, կոր գծեր են. կոր գծի մի գաղափարն մեզ կ'ընծայէ ոչ լարեալ ճկուն թելի մի պատկերն, և որչափ որ թելն

Պատ. 4

թոյլ բռնուած է կորութիւնն այնքան մեծ է կըսուի: (Պատ. 4)

11. Մակարդակ. (plan). — Մակարդակ կը կոչուին այն հարթ մակերևոյթք, որոց վերայ գտնուող որևիցէ երկու կէտերէ ուղիղ գիծ մի քաշուի՝ սա իւր բոլոր երկայնութեամբ չօշափէ մակերևոյթն:

Ատաղձագործներն ու քարակոփներն մակերևոյթի մի մակարդակ ըլլալը ճշդելու համար, այդ մակերևոյթին վերայ քանակ մի զանազան ուղղութեամբ և դիրքով կը դնեն, երբ այդ քանակն իւր բոլոր երկայնութեամբ չօշափէ մակերևոյթն, այն ատեն կը հասկնան թէ այդ մակերևոյթն մակարդակ մ'է. (կիրառութիւն մակարդակի սահմանին):

12. Կոր մակերևոյթ. (surface courbe). — Այն ամեն մակերևոյթք որք չեն մակարդակ և ոչ ալ մակարդակներէ բաղկացեալ, կոր մակերևոյթք կը կոչուին:

Օրինակի աղագաւ գնդակի մի արտաքին մասն մեզ ճշդիւ կ'ընծայէ կոր մակերևոյթի մի պատկերն:

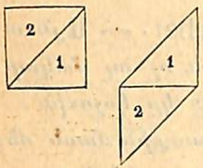
13. Նիւթ երկրաչափութեան. (objet de la géométrie). — Կէտերու, գծերու և մակերևոյթներու ամբողջութիւնն կը կոչուի երկրաչափական պատկերներ (figure de la géomét.). Արդ երկրաչափութեան նիւթն է ուսումնասիրել գծերու առնչութիւնքն, երկրաչափական պատկերներու յատկութիւնքն և նոցա տարածութեանց չափն:

Այս գիտութեան այն մասն որ կ'զբաղի գլխաւորաբար մակարդակ պատկերներու վերայ՝ կը կոչուի մակարդակ երկրաչափութիւն (géomét. plane), և այն մասն որ կուսումնասիրէ անկէ դուրս մնացած պատկերներն՝ միջոցի երկրաչափութիւն (géométrie dans l'espace) կը կոչուի :

Այժմ մենք պիտի զբաղինք մակարդակ երկրաչափութեամբ :

14. — Հաւասարութիւն եւ համազօրութիւն. (égalité et équivalence). — Երկու երկրաչափական պատկերներ հաւասար են կըսուի ըստ երկրաչափութեան, երբ իրարու վրայ դրուելով կը համակերպին ճշգաբար իրենց բոլոր տարածութեամբ :

Իսկ երկու երկրաչափական պատկերներ որք հաւասար են տարածութեամբ, բայց երբ իրարու վրայ դնելով չէ կարելի համակերպել, համազօր են կըսուի :



Պատ. 5

Այսպէս ուրեմն միենոյն գրքի երկու թուղթերն՝ կը ներկայեն հաւասար մակերևոյթք, բայց երբ բաժնենք մի թուղթն երկու մասերու և երբ զանոնք դնեմք մի այլ դիրքի մէջ, պիտի ընդունինք միենոյն մեծութեամբ մակերևոյթ մի բայց ոչ միենոյն ձևով և դիրքով, արդ առաջին և երկրորդ թուղթերն համազօր են և ոչ հաւասար, 5 պատկերն մեզ կը ներկայացնէ համազօր մակերևոյթներ :

ԳԼՈՒԽ Բ.

Երկրաչափական առածք [1] (axiomes)

1. Երբ երկու արժէքներ երրորդի մի հաւասար են, իրարու մէջ ևս հաւասար են :

2. Եթէ հաւասարներու հետ հաւասարներ գումարուին, գումարներն հաւասար կը լինին :

3. Եթէ հաւասարներէ հաւասարներ հանուին, մնացորդներն հաւասար կը լինին :

4. Եթէ անհաւասարներու հետ հաւասարներ գումարուին, գումարներն անհաւասար կը լինին :

5. Եթէ, անհաւասարներէ հաւասարներ հանուին, մնացորդք անհաւասար կը լինին :

6. Պարունակեալն պարունակողէն փոքր է :

7. Միենոյն իրին կրկինն եղող իրեր իրարու հաւասար են :

8. Միենոյն իրին կէսն եղող իրեր իրարու հաւասար են :

9. Ամբողջն իր մասերուն որևէ մէկէն մեծ է :

10. Ամբողջն իր բոլոր մասանց գումարին հաւասար է :

11. Այն ամեն մեծութիւնք որք իրարու վրայ դրուելով՝ իրենց բոլոր տարածութեան մէջ մէկ մէկու կը յարմարին, իրարու հաւասար են :

---

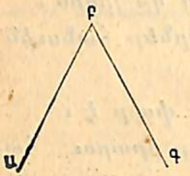
(1) Առածն ինքնայայտ ճշմարտութիւն մ'է :

ԳԼՈՒԽ Բ.

ԱՆԿԻՒՆՔ (Angles)

15. **Սահմանք.** (définitions). — Երբ երկու տարբեր ուղղութեամբ գծեր զիրեար կտրեն կէտի մը վրայ, այդ կէտն անկեան *գագաթն* (sommet), այն երկու գծերն անկեան *կողմերն* (côtés) և այն բացութիւնն զոր կը կազմեն կողմերն *անկիւն* կը կոչուի:

Օրինակ. երկու տարբեր ուղղութեամբ գծեր ԱԲ և ԳԲ զիրեար կը կտրեն Բ կէտին վրայ, այդ կէտն անկեան գագաթն է, ԱԲ և ԳԲ անկեան կողմերն են և ԱԲԳ բացութիւնն այս երկու կողմերուն կազմած անկիւնն է: (Պատ 6)



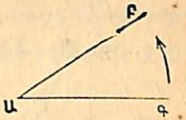
Պատ. 6

Ընդհանրապէս անկիւն մի կոչուի իւր երեք գրերով, սակայն միշտ գագաթան գիրն միջին կարդալ պէտք է, այսպէս վերոյիշեալ անկիւնն (Պատ. 6) կարեմք կարդալ անկիւն ԱԲԳ կամ անկիւն ԳԲԱ, երբեմն իսկ կարեմք պարզապէս Բ անկիւն ըսել երբ սա շփոթութիւն յառաջ չի բերեր:

Անկեան մի մեծութիւնն երբէք կախումն չունի կողմերուն երկայնութենէն՝ այլ բացութենէն, կողմերն որչափ որ երկարեմք անկիւնն կը մնայ նոյն և իւր արժէքն երբէք չի կորսնցներ:

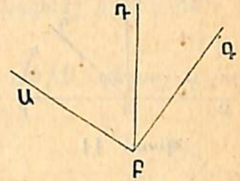
16. Անկիւն մի կարէ նկատուիլ շարժուն ուղիղ

գծէ մի ԱԲ (Պատկեր 7) յառաջ եկած բացութիւն մի՝ որ նախապէս ԱԳ հաստատ գծին վերայ յենած ըլլալով զատուած է անկէ պատկերին մէջ տեսնուած նետին ուղղութեամբ՝ Ա կէտն իբր ծխնի գործածելով, և երբ ԱԳ գիծն իւր շարժումն շարունակէ անկիւնն կը մեծնայ և եթէ հակառակ ուղղութեամբ շարժի անկիւնն կը փոքրնայ:



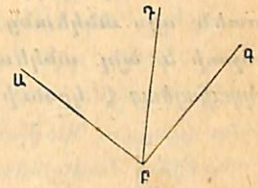
Պատ. 7

17. Անկիւնք ուրիշ քանակութեանց նման կրնան գումարուիլ, հանուիլ, բազմապատկուիլ և բաժնուիլ, զորօրինակ, ԱԲԳ անկիւնն (Պատ. 8) ԱԲԴ և ԴԲԳ անկեանց գումարին հաւասար է և ԴԲԳ անկիւնն՝ ԱԲԳ և ԱԲԴ անկեանց տարբերութեան:



Պատ. 8

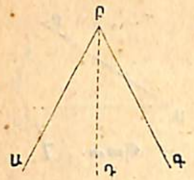
18. **Առընթերակաց անկիւնք.** (angles adjacents) — Երկու անկիւնք *առընթերակաց* են կըսուի երբ միևնոյն գագաթըն ունենալով՝ հասարակաց եղող կողման մի՝ մի և միւս կողմն կը գտնուին,



Պատ. 9.

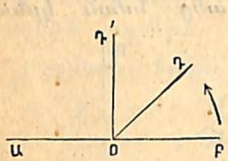
Զորօրինակ ԱԲԴ և ԴԲԳ անկիւնք (Պատ. 9) առընթերակաց են, որովհետև գագաթնին միևնոյն կէտի վերայ է Բ և ԱԲԴ անկիւնն հասարակաց եղող ԲԴ կողման մի կողմն և ԴԲԳ անկիւնն միւս կողմն կը գտնուին:

19. Անկեան մի կիսորդն (bissectrice) է այն գիծն որ կը բաժնէ անկիւն մի երկու հաւասար առընթերակաց անկեանց, այսպէս ԲԴ գիծն կիսորդն է ԱԲԳ անկեան ։ (Պատ. 10)



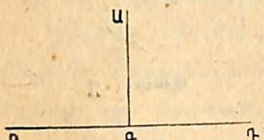
Պատ. 10

20. Ուղիղ անկիւնք. (angle droit). — Ենթադրեմք հաստատուն գիծ մի ԱԲ (Պատ. 11) և առնենք այդ գծին վերայ գտնուող Օ կէտն, ՕԴ գիծն նախապէս ՕԲին ուղղութեան մէջ ըլլալով՝ երբ պատկերին մէջ գտնուող նետին ուղղութեամբ և Օ կէտն իբրեւ ծխնի գործածելով շարժեմք եւ այդ շարժումն տակաւ առ տակաւ շարունակեմք, աջակողմեան ԲՕԴ անկիւնն կը մեծնայ մինչդեռ ձախակողմեանն կսկսի փոքրնալ, վերջապէս ՕԴ գիծն պիտի ստանայ այնպիսի դիրք մի, ՕԴ′, ուր իւր երկու կողմն եղած ԱՕԴ և Դ′ՕԲ անկիւնք իրարու հաւասար պիտի լինին, այն ատեն այս անկեանց իւրաքանչիւրն *ուղիղ անկիւն* կը կոչուի և այդ անկեանց հասարակաց եղող ՕԴ′ կողմն *ուղղահայեաց* է կըսուի նկատմամբ ԱԲ գծին ։



Պատ. 11

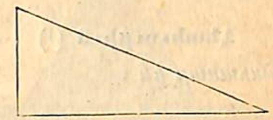
Արդ գիծ մի *ուղղահայեաց* է (perpendiculaire) կըսուի նկատմամբ գծի մի՝ երբ սա նոյն գծին հանդիպելով՝ իւր կազմած առընթերակաց անկիւններն իրարու հաւասար ընէ և նմանապէս ուղիղ անկիւն կ'ըսուի այն անկիւններն որք



Պատ. 12

կազմուած են իրարու նկատմամբ երկու ուղղահայեաց գծերու հանդիպմամբ, այսպէս ուրեմն ԱԳ ուղղահայեաց է ԳԲ գծին և ԱԳԲ և ԱԳԴ անկիւնք ուղիղ են ։ (Պատ. 12)

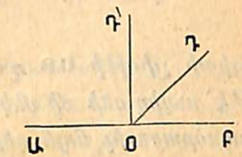
Լաւ կիրպիւ շինուած ուղղանկիւն քանակներ (Պատ. 13) միշտ մեզ ուղիղ անկիւններ եւ ուղղահայեացներ կը մատակարարեն ։



Պատ. 13

Նախադասութիւն Ա. — *Ուղիղ գծի մի մէկ կէտէն միայն մի ուղղահայեաց կարեմք բարձրացնել նոյն գծին ։*

21. Առնենք ԱԲ գիծն ու այդ գծին վերայ գտնուող Օ կէտն (Պատ. 14) ։ Պէտք է ապացուցանել թէ Օ կէտէն միայն մի ուղղահայեաց կարեմք բարձրացնել ԱԲ գծին ։



Պատ. 14

Ենթադրեմք գիծ մի ՕԴ որ նախապէս պառկած լինի ՕԲի վերայ՝ և բարձրացնեմք այդ գիծն պատկերին մէջ գտնուող նետին ուղղութեամբ Օ կէտն իբր ծխնի գործածելով, այն ատեն աջակողմեան ԴՕԲ անկիւնն պիտի սկսի մեծնալ և պիտի գայ ժամանակ մի՝ ուր այդ անկիւնն հաւասար պիտի լինի ձախակողմեան անկեան, (Դ′ՕԲ=Դ′ՕԱ), նախ փոքր էր յետոյ երբ շարունակենք ՕԴ′ գծին շարժումն մեծ պիտի լինի, ուրեմն միայն մի

---

(1) Նախադասութիւնն ճշմարտութիւն մ'է զոր կարեմք ապացուցանել ։

դիրք ունի չարժուն գիծն որ կարէ պատասխանել անկեանց հաւասարութեան այսինքն ուր որ այդ գիծն ԱԲի ուղղահայեաց է ։

Հետեւութիւն (1) ․ — *Ամէն ուղիղ անկիւններ իրարու հաւասար են ։*

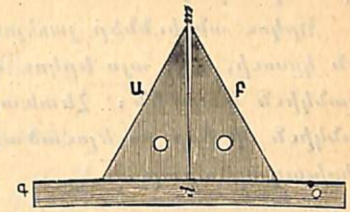
Արդարեւ ԴԵԶ և ԱԲԳ *երկու ուղիղ անկիւններ տրուած ըլլալով* (Պատ․ 15) *մին միւսին վրայ բերել*

Պատ․ 15

դնելն դիւրին է, այնպէս որ ԵԶ ԲԳի ուղղութիւնն առնու, եւ Ե կէտն Բ կէտին վրայ իյնայ, այն ատեն ԴԵ գիծն որ ուղղահայեաց է ԵԶ գծին, որովհետեւ ԴԵԶ ուղղանկիւն է ըստ պայմանին, պիտի չփոթի ԱԲ գծին հետ ըստ Ա նախադասութեան թէ՝ ուղիղ գծի մի մէկ կէտէն միայն մի ուղղահայեաց կարէ բարձրացուիլ նոյն գծին ։ (Տես երես 19) ։

22․ Կիրառութիւն ․ — *Ա Նախադասութիւնն կընդունի յաճախակի գործածութիւն մի ճշդելոյ համար ուղղանկիւն քանակներն գծագրութեան* (dessin linéaire) *մէջ։*

Ուղղանկիւն քանակ մի ճշդելոյ համար կառնենք այդ քանակն (Պատ․ 16) *և նախապէս կը հաստատենք թէ այդ քանակին եզրն ուղիղ գիծ մ'է,* (համար 8 եր․ 14) *և երբ վստահ լինինք թէ Ա քանակին աջ կողմն ուղիղ է, այն ատեն երկրորդ Գ քանակ մի առնելով, Ա քանակն կը դնենք յիշեալին վրայ և աջ ազատ եզրով գիծ մի կը գծենք, յետոյ առանց Գ քանակն տեղափոխելու Ա քանակին Բի դիրքը կուտանք, երբ նախապէս գծուած աջ գիծըն իւր բոլոր երկայնութեամբ համապատասխանէ Ա քանակին երկրորդ դիրքի մէջ եղած ատեն աջ եզրին, ըսել է այդ ուղղանկիւն քանակն ճիշդ է ապա թէ ոչ՝ ոչ․ պատկերին մէջ տեսնուած Ա քանակն ճիշդ ուղղանկիւն քանակ մի չէ այլ ուղղանկիւնէն մի քիչ փոքր ։*



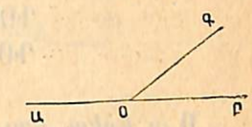
Պատ․ 16

(1) *Հետեւութիւնն մէկ կամ մի քանի նախադասութիւններէ հանուած ակներև ճշմարտութիւն մ'է ։*

23 ․ Սուր անկիւն (angle aigu). **Բութ անկիւն** (angle obtus) ․ — *Ուղիղ անկեան մի մեծութիւնն լաւապէս որոշուած ըլլալով կը մնայ մեզ բաղդատութիւններ ընել անկեանց մէջ ։*

Այն ամեն անկիւնք որք ուղիղ անկիւնէ մի փոքր են սուր՝ և այն ամեն անկիւնք որք ուղիղ անկիւնէ մի մեծ են բթանկիւն կը կոչուին ։

ԳՕ ուղիղ գիծ մը (Պատ ․ 17) *ԱԲ ուղիղ գծի մի հանդիպելով երկու առընթերակաց անհաւասար անկիւններ կը յօրինէ, այս անկեանց մին սուր և միւսն բթանկիւն է և այս պարագային մէջ ԳՕ խոտորնակ գիծ* (ligne oblique) *կը կոչուի նկատմամբ ՕԲի ։*



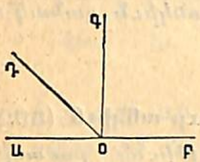
Պատ․ 17

Երկու անկիւններ լրացուցիչ (complémentaire) *են* կըսուի, երբ այս երկու անկեանց գումարն ուղիղ անկիւն մի արժէ ։

Երկու անկիւններ յաւելուածական (supplémentaire) են կըսուի, երբ այս երկու անկեանց գումարն 2 ուղղանկիւն կ'արժեն ։ Հետեւաբար յայտնի է թէ սուր անկիւն մի իբր յաւելուածական ունի բթանկիւն մի և փոխադարձաբար ։

24. Նախադասութիւն. Բ. — *Երբ երկու խոտորնակ գծեր իրարու հանդիպին, կը կազմեն երկու առընթերակից յաւելուածական (adjacents supplémentaires) անկիւններ ։*

Երբ ԴՕ խոտորնակ գիծն (Պատ. 18) ԱԲ գծին Օ կէտին դպի, այն ատեն ԴՕԲ և ԴՕԱ անկիւններն յաւելուածական են, այսինքն անոնց գումարն 2 ուղիղ անկեանց հաւասար է ։



Պատ. 18

Զայս ապացուցանելոյ համար Օ կէտէն ուղղահայեաց մի բարձրացնեմք ԳՕ, այն ատեն յայտնի է թէ ԱՕԳ և ԳՕԲ անկիւնք ուղիղ են (տես երես 20, հմր. 20) և հետեւաբար ԱՕԳ և ԳՕԲ անկեանց գումարն հաւասար է 2 ուղղանկեանց ։

Արդ յայտնի է թէ

ԴՕԲ—ԴՕԳ=1 ∟ (1)
ԴՕԱ+ԴՕԳ=1 ∟

Այս երկու հաւասարութիւններն անդամ առ անդամ գումարելով կունենամք ։

(1) ∟ այս նշանը ուղղանկեան տրուած նշանն է ։

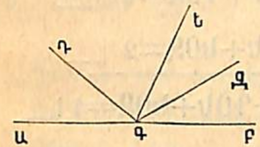
ԴՕԲ—ԴՕԳ+ԴՕԱ+ԴՕԳ=2 ∟

և պարզելով.

ԴՕԲ+ԴՕԱ=2 ∟

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

25. Հետեւութիւն Ա. — *Գծի մը մէկ կէտին վերայ կազմուած բոլոր նոյնակողմեան անկեանց գումարն 2 ուղղանկեանց հաւասար են ։*



Պատ. 19

Արդարեւ ԱԳԴ, ԴԳԵ, ԵԳԶ, և ԶԳԲ անկեանց գումարն, (Պատ. 19) երկու ուղղանկեանց հաւասար են, որովհետեւ ըստ երկրորդ նախադասութեան ունիմք ։ (Տես էջ 24)

ԱԳԴ+ԴԳԲ=2 ∟ (1)

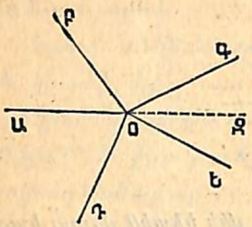
Եւ որովհետեւ ԴԳԵ+ԵԳԶ+ԶԳԲ հաւասար է ԴԳԲ անկեանն, (տես էջ 17, առած 10) ուստի վերի (1) հաւասարութեան մէջ ԴԳԲ իր հաւասար արժէքովն ներկայացնելով՝ կ'ունենամք

ԱԳԴ+ԴԳԵ+ԵԳԶ+ԶԳԲ=2 ∟

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

26. Հետեւութիւն Բ. *Կէտի մը շուրջն կազմուած բոլոր անկեանց գումարն հաւասար է 4 ուղիղ անկեանց ։*

Նմանապէս Օ կէտին շուրջն կազմուած բոլոր անկեանց գումարն 4 ուղիղ անկեանց հաւասար է :



Պատ. 20

Երկարեմք ԱՕ կողմն, (Պատ. 20) այն ատեն կունենամք ԱԶ գիծն որոյ Օ կէտին վերայ կազմուած են նոյնակողմեան ԱՕԲ, ԲՕԳ և ԳՕԶ անկիւնք, որոց գումարն հաւասար է 2 ուղղանկեանց (Տես Նախ. Բ. Հետ. Ա) :

Ուրեմն ԱՕԲ+ԲՕԳ+ԳՕԶ=2 ∟

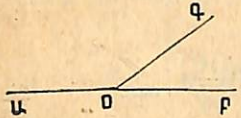
Միևնոյն պատճառաւ ԱՕԴ+ԴՕԵ+ԵՕԶ=2 ∟

Գումար. ԱՕԲ+ԲՕԳ+ԳՕԶ+ԱՕԴ+ԴՕԵ+ԵՕԶ=4 ∟

Զոր պարտ էր ապացուցանել :

27. Նախադասութիւն Գ. — *Երբ երկու առընթերակաց անկիւնք յաւելուածական են, իրենց ոչ-հասարակաց կողմերն միևնոյն ուղիղ գիծն կը կազմեն :*

Առնեմք ԱՕԳ և ԳՕԲ անկիւններն, (Պատ. 21) որք ըստ խնդրոյն պայմանաց առընթերակաց են :

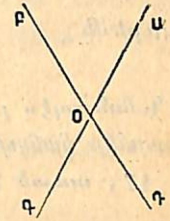


Պատ. 21

Երկարեմք ԱՕ գիծն Օ կէտէն անդին, ունենալոյ համար ԱՕԳի յաւելուածականն, սակայն արդէն ԱՕԳի յաւելուածականն է ԳՕԲ, ուրեմն ՕԲ ուրիշ բան չէ այլ միայն ԱՕի շարունակութիւնն :

28. Գագաթան հակադիր անկիւնք. (Angles opposés par le sommet). — *Երկու անկիւնք գագաթան հակադիր անկիւններ են կ'ըսուի, երբ միոյն կողմերն միւսին կողմերուն շարունակութիւնքն են :*

Երկու ուղիղ գծեր՝ որք զիրեար կը կտրեն խաչաձև, կը կազմեն 4 անկիւններ, երկու առ երկու առընթերակաց, երկու առ երկու գագաթան հակադիր.



Պատ. 22

Օրօրինակ.
ԲՕԱ և ԱՕԴ առընթերակաց անկիւնք են (Պատ. 22) :

ԴՕԳ և ԳՕԲ առընթերակաց անկիւնք են :
ԱՕԴ և ԲՕԳ գագաթան հակադիր անկիւնք են :
ԱՕԲ և ԴՕԳ » » »

29. Նախադասութիւն Դ. *Գագաթան հակադիր անկիւնք իրարու հաւասար են :*

ԱԳ և ԲԴ գծերն զիրեար կը կտրեն Օ կէտին վերայ, պէտք է ապացուցանել թէ ԱՕԴ անկիւնն հաւասար է ԲՕԳ անկեան և ԱՕԲ անկիւնն ԴՕԳ անկեան (Պատ. 22) :

Յայտնի է թէ ԱՕԴ և ԴՕԳ անկիւնք յաւելուածական են, ուստի և իւրեանց գումարն 2 ուղիղ անկեանց հաւասար, (տես էջ 24, Նախ. Բ). Նմանապէս ԴՕԳ և ԳՕԲ անկիւններն ալ յաւելուածական են և իւրեանց գումարն 2 ուղիղ անկեանց հաւասար :

Արդ ԱՕԴ+ԴՕԳ=2 ∟
Նաև ԴՕԳ+ԳՕԲ=2 ∟

Սակայն ըստ առածին՝ երբ երկու արժէքներ երրորդի մի հաւասար են, իրարու մէջ ևս հաւասար են։ (Տես էջ 17 առած 1)։

Ուրեմն ԱՕԴ+ԴՕԳ=ԴՕԳ+ԴՕԲ (1)

Նմանապէս ըստ առածին՝ եթէ հաւասարներէ հաւասարներ հանուին, մնացորդք հաւասար կը լինին։ (Տես էջ 17, առած 5)։

Ուրեմն (1) հաւասարութեան երկու անդամներէն ԴՕԳ արժէքն հանելով կ'ունենամք

ԱՕԴ+ԴՕԳ—ԴՕԳ=ԴՕԳ—ԴՕԳ+ԳՕԲ

կամ պարզելով

ԱՕԴ=ԳՕԲ

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

30. **Հետեւութիւն**. *Երբ երկու գծեր զիրեար կտրելով 4 անկիւններ կազմեն, եթէ այդ 4 անկեանց մին ուղիղ է, մնացեալ 3ն ալ ուղիղ են։*

Արդարեւ եթէ ԱՕԳ անկիւնն ուղիղ է, (Պատ. 23) ԲՕԴ անկիւնն ալ ուղիղ է իբր գագաթան հակադիր նոյն անկեան, նմանապէս, եթէ ԳՕԱ անկիւնն ուղիղ է, հետեւաբար ԱՕԴ անկիւնն ալ ուղիղ է իբր յաւելուածական ԱՕԳ անկեան, նոյնպէս ԳՕԲ անկիւնն ալ ուղիղ է,

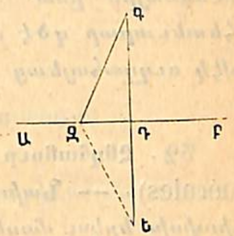
Պատ. 23

որովհետեւ ԱՕԴ ուղիղ անկիւն մի ունի իբր գագաթան հակադիր։

31. **Նախադասութիւն Ե**. *Ուղիղ գծէ մի դուրս առնուած որեւէ կէտէ մի՝ մէկ ուղղահայեաց կարեմք իջեցնել այդ ուղիղ գծին եւ միայն մէկ։*

1. Թող Գ կէտն լինի ԱԲ ուղիղ գծէն դուրս առնուած կէտն (Պատ. 24)։

ԱԲ գիծն իբր ծխնի գործածելով՝ ԱԲ գծին վերայ գտնուած մասն վարի մասին վերայ բերեմք, Գ կէտն կէտի մի վերայ պիտի իյնայ, Ե անուանեմք զայն, յետոյ ուղղելով պատկերն Գ կէտն Ե կէտին միացնեմք, այն ատեն ԳԵ գիծն ուղղահայեաց պիտի լինի ԱԲ գծին, որովհետեւ երբ դարձեալ ԱԲ գիծն իբր ծխնի գործածելով պատկերին առաջի դիրքը տանք, ԳԴԱ անկիւնն իւր առընթերակաց եղող ԱԴԵ անկեան հետ պիտի զուգընթանայ։



Պատ. 24

2. ԳԵ *գիծն՝* Գ *կէտէն* ԱԲ*ի իջեցուցուած միակ ուղղահայեացն է։*

Ենթադրեմք արդ թէ՝ ԱԲ գծին վրայ Գ կէտէն՝ ԳԴ ուղղահայեացէն զատ ուղղահայեաց մի կարէ իջնել, դնեմք թէ այդ ուղղահայեացն ԳԶ լինի, (Պատ. 24) միացնեմք արդ Զ կէտն Ե կէտին, այն ատեն ԳԶԴ անկիւնն ԴԶԵ անկեան հաւասար պիտի լինի, որովհետեւ երբ ԱԲ գիծն իբր ծխնի գործածելով պատկերին վերի մասն վարի մասին վրայ բերեմք դնեմք, նախ Գ կէտն Ե կէտին վերայ պիտի իյնայ, Զ կէտն անշարժ պիտի լինի, այն ատեն ԶԳ գիծն ԶԵի ուղղութիւնն պիտի առնու ըստ սա տեսութեան թէ՝ երկու կէտերէ միայն մի ուղիղ գիծ կարէ քաշուիլ (տես էջ 13 հմ. 7)։ Ուրեմն ԳԶԴ անկիւնն հաւասար է ԴԶԵ անկեան, սակայն այս անկեանց գումարն երկու ուղիղ անկեանց հաւասար չէ, որովհետեւ եթէ հաւասար ըլլար, պէտք պիտի ըլլար որ ԳԶ և ԶԵ գծերն միեւնոյն ուղղութիւնն ունենային ըստ Գ նախադրութեան, (տես էջ 26) հետեւաբար գծէ մի դուրս առնուած կէտէ մի միայն մէկ ուղղահայեաց կարեմք իջեցնել այդ գծին։

32. **Ընդհանուր դիտողութիւնք.** (observations générales). — Նախադասութիւն մի կը բաղկանայ անփոփոխ երկու մասերէ, մին կը ցուցնէ զոր ինչ կ'ենթադրուի, որ ենթադրութիւն (hypothèse) կը կոչուի, և միւսն կը յայտնէ զոր ինչ պարտ է ապացուցանել, որ հետեւութիւն (conclusion) կ'ըսուի։

Ապացուցումն կը կայանայ ենթադրութիւնն ընդունուած ըլլալով անտի հանել հետեւութիւնն։

Օրինակի աղագաւ. — Բ. Գլուխ. Դ. Նախադասութեան մէջ ունիմք (տես էջ 27)։

Ենթադրութիւն (Hypothèse)	Հետեւութիւն (Conclusion)
Երբ երկու անկիւնք գագաթան հակադիր են։	Այդ անկիւնք իրարու հաւասար են։

Երբ վեր իվայր շրջեմք նախադասութեան մի են-

թադրութիւնն և հետեւութիւնն, յայնժամ կը կազմենք նոր առաջարկ մի, որ կը կոչուի փոխադարձ (réciproque) առաջնոյն. արդ երկու նախադասութիւնք փոխադարձ են երբ առաջնոյն հետեւութիւնն կը լինի երկրորդին ենթադրութիւնն և փոխադարձաբար։

Այսպէս ուրեմն Գ. Նախադասութիւնն Բ. Նախադասութեան փոխադարձն է (տես էջ 24 և 26)։

Բայց պէտք է աւելցնել թէ նախադասութեան մի փոխադարձն միշտ նախադասութիւն մի չէ, և երբեմն իսկ անհեթեթ ինչ։ Օրինակի աղագաւ Դ. նախադասութեան փոխադարձն կազմենք։

Նախադասութիւն (Théorème)

Ենթադրութիւն (Hypothèse)	Հետեւութիւն (Conclusion)
Երբ երկու անկիւններ գագաթան հակադիր են։	Այդ երկու անկիւններն իրարու հաւասար են։

Փոխադարձ (reciproque)

Ենթադրութիւն	Հետեւութիւն
Երբ երկու անկիւնք իրարու հաւասար են։	Այդ անկիւնք գագաթան հակադիր են։

Ինչ որ բոլորովին անտեղի է, որովհետեւ երկու անկիւններ կարեն հաւասար լինել առանց գագաթան հակադիր ըլլալու.

Ուրեմն Դ. նախադասութեան փոխադարձն անդէպ է, սակայն և այնպէս ճիշդ կը լինէր երբ 4 անկիւններն ալ ի հաշիւ առնելով կազմենք փոխադարձն սապէս ։

Փոխադարձ

Ենթադրութիւն	Հետեւութիւն
Երբ 4 անկիւններ, որք միևնոյն գագաթն ունին և երկու առ երկու հաւասար են ։	*Երկու առ երկու գագաթան հակադիր են ։*

Նմանապէս անտեղի է և տրամաբանութեան հակառակ հետևեալ փոխադարձ նախադասութիւնքն ։

Նախադասութիւն

Ենթադրութիւն	Հետեւութիւն
Երբ երկու անկիւնք ուղիղ են ։	*Այդ անկիւնք իրարու հաւասար են ։*

Փոխադարձ

Ենթադրութիւն	Հետեւութիւն
Երբ երկու անկիւնք իրարու հաւասար են ։	*Այդ երկու անկիւնքն ուղիղ են ։*

Որովհետեւ երկու անկիւնք հաւասար կարեն լինել առանց ուղիղ ըլլալու ։

ԱՌԱՋԱՐԿՈՒԹԻՒՆՔ [1]

(1) 30 *համար ՛՛հետեւութիւնն* (*էջ* 28) *պէտք է ապացուցանել երբ* Բ. *նախադասութեան հետեւութիւն .*

(2) *Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երկու զիրեար կտրող գծերու կազմած առընթերակայ անկեանց կիսողք իրարու ուղղահայեաց են .*

(3) *փոխադարձաբար՝ երբ երկու առընթերակայ անկեանց կիսողք իրարու ուղղահայեաց են, իւրեանց ոչ—հասարակաց կողմերն միևնոյն ուղիղ գիծն կը կազմեն .*

(4) *Եթէ* O *կէտին շուրջն կազմուի այնպիսի* 4 *անկիւններ՝ որոց ոչ—առընթերակայ երկու անկեւնք մի առ մի իրարու հաւասար լինին, պէտք է ապացուցանել թէ այդ անկեանց կողմերն երկու առ երկու իրարու շարունակութիւնքն են .*

(5) *Պէտք է ապացուցանել թէ երկու գագաթան հակադիր անկեանց կիսողք՝ միևնոյն ուղիղ գիծն կը կազմեն ։*

Աշակերտք պարտին իւրաքանչիւր գլխոյ վերջ դրուած առաջարկութիւնքն ապացուցանել առանց բացառութեան, որով աւելի հաստատ կերպիւ ի մտի կ'առնուն սորված նախադասութիւնքն ։

ԳԼՈՒԽ Գ․

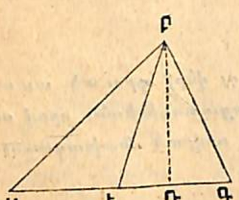
ԵՌԱՆԿԻՒՆՔ (Triangles)

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹԻՒՆ․ — Եռանկիւնք․ — Եռանկեանց հաւասարութեան ամենապարզ պարագայքն․— Յատկութիւնք երկկողմնազոյգ եռանկեանց ։

33․ **Սահմանք**․ — Եռանկիւն կը կոչուին այն ամեն մակերդակք, որք շրջապատեալ են 3 ուղիղ գծերէ, որք զիրեար կը կտրեն երկու առ երկու․ այդ գծերն եռանկեան *կողմերն* (côtes) կը կոչուին ։

Եռանկեան մի բարձրութիւնն է իւր մէկ գագաթէն ընդդիմակաց կողման վերայ իջած ուղղահայեացն, այն ատեն այդ կողմն եռանկեան *խարիսխն* (base) է, կ'ըսուի սակայն իբր խարիսխ կարեմք նկատել եռանկեան 3 կողմերէն որևիցէ մին․ արդ եռանկիւն մի 3 բարձրութիւն կ'ունենայ ։

34․ **Միջնակայ** (médiane) կը կոչուի այն ամեն գծերն, որք կը միացնեն եռանկեան գագաթն ընդդիմակաց կողման միջին կէտին, արդ եռանկիւն մի 3 միջնակայ կարէ ունենալ ։



Պատ. 26

Օրինակի աղագաւ, ԱԲԳ եռանկեան մէջ (Պատ. 26), ԲԴ բարձրութիւն՝ ԲԵ միջնակայն է նկատմամբ ԱԳ կողման և ԱԳ կողմն խարիսխն է ։

35․ **Երկկողմնազոյգ** (isocèle) կ'ըսուի այն եռանկիւնն՝

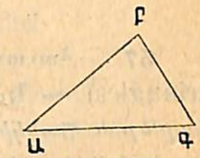
որուն երեք կողմանց երկուքն հաւասար են ։ *Հաւասարակողմ*՝ (équilatéral) որուն երեք կողմերն ալ իրարու հաւասար են ։ *Անկողմնազոյգ*՝ (quelconque) որուն 3 կողմերն ալ անհաւասար են ։

Երկկողմնազոյգ եռանկեան խարիսխն է ընդհանրապէս անհաւասար կողմն, և գագաթն՝ երկու հաւասար կողմերու հատման կէտն է ,

Եռանկիւնն *ուղղանկիւն* (rectangle) է կ'ըսուի, երբ իւր 3 անկեանց մին ուղղանկիւն է, և այդ ուղղանկեան ընդդիմակաց կողմն *հակուղիղ* (hypoténuse) կը կոչուի ։

36․ **Նախադասութիւն Ա**․ *Ամեն եռանկեան մի կողմն փոքր է միւս երկու կողմանց գումարէն եւ մեծ անոնց տարբերութենէն ։*

1․ Արդարև ԱԲԳ եռանկեան մէջ (Պատ․ 27) ԱԲ ուղիղ գիծն Ա և Բ կէտերու մէջ եղած ամենակարճ ճամբան է, ուրեմն աւելի փոքր է քան ԱԳ + ԳԲ միևնոյն կէտերու մէջ եղած բեկեալ գիծն, (տես էջ 13 համար 6) ։



Պատ. 27

2․ ԱԳ գիծն մեծ է ԱԳ և ԲԳ գծերու տարբերութենէն որովհետև ըստ վերի տեսութեան ունիմք․

ԱԳ + ԳԲ > [1] ԱԲ

(1) Այս նշանն անհաւասարութեան նշանն է և որ արժէքն որ գագաթան կողմն դրուած է, կը նշանակէ թէ փոքր է միւսէն ։ Կարդա․

ԱԳ + ԳԲ մեծ է ԱԲէն

կամ ԱԲ փոքր է ԱԳ + ԳԲէն ։

Եթէ այս անհաւասարութեան երկու անդամներէն ԳԲ արժէքն հանեմք, անհաւասարութիւնն չի փոխուիր և անհաւասարութիւնն միշտ անհաւասարութիւն է ըստ սա առածին թէ՝ եթէ անհաւասարներէ հաւասարներ հանուին, մնացորդք անհաւասար կը լինին: (Տես էջ 17, առած 5)

Ուրեմն

$$ԱԳ+ԳԲ-ԳԲ > ԱԲ-ԲԳ$$

Կամ պարզելով

$$ԱԳ > ԱԲ-ԳԲ$$

Զոր պարտ էր ապացուցանել:

37. Հաւասարութիւն եռանկեանց. (égalité des triangles) — Եռանկեան մի մէջ կորոշուի միշտ 3 կողմեր և 3 անկիւնք, այսինքն 6 տարրք (éléments).

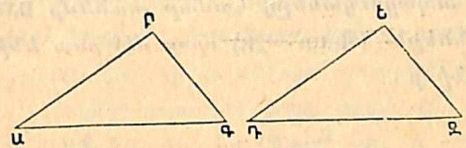
Երկու եռանկեանց հաւասարութիւնն հաստատելոյ համար պէտք չէ երբէք միոյն 6 տարրքն ճշդել միւսին 6 տարրց հետ, այլ ընդհանրապէս բաւական է միայն գիտնալ թէ՝ միոյն 3 տարրքն միւսին 3 տարրց կը հաւասարի՞ն, միայն թէ առ նուազն այդ 3 տարրց մին լինի եռանկեան մի կողմն:

Այժմ մենք պիտի ուսումնասիրենք միայն եռանկեանց 3 ամենապարզ հաւասարութեանց պարագայքն:

Առաջին պարագայ:

38. Նախադասութիւն Բ. — *Երկու եռանկիւնք իրարու հաւասար են, երբ միոյն երկու կողմերն եւ անոնց կազմած անկիւնն, միւսին երկու կողմանց եւ անոնց կազմած անկեանց հաւասար են:*

Զայս ապացուցանելոյ համար առնեմք ԱԲԳ և ԴԵԶ եռանկիւններն (Պատ. 28), որոց մէջ ըստ ենթադրութեան ունիմք



Պատ. 28

կողմ ԱԳ= կողմ ԴԶ   կողմ ԱԲ= կողմ ԴԵ

Անկիւն ԲԱԳ= անկիւն ԵԴԶ

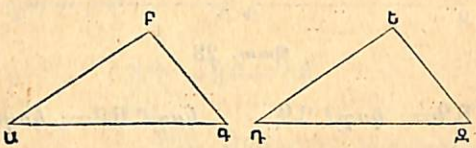
Առնեմք արդ ԱԲԳ եռանկիւնն և մտքով բերենք դնենք ԴԵԶ եռանկեան վերայ, այնպէս որ Ա կէտն Դ կէտին վերայ՝ և ԱԳ կողմն իւր հաւասար եղող ԴԶ կողմ վերայ իյնայ, արդ որովհետև Ա անկիւնն Դ անկեան հաւասար է ըստ ենթադրութեան, ուրեմն ԱԲ կողմն ԴԵ կողման վերայ պիտի իյնայ և որովհետեւ ԱԲ կողմն հաւասար է ԴԵ կողման (ըստ ենթադրութեան), Բ կէտն Ե կէտին վերայ պիտի իյնայ և հետեւաբար իւրեանց երրորդ կողմերնին այսինքն ԲԳ և ԵԶ զուգընթաց պիտի լինին (տես էջ 13, համար 7), ուրեմն ԱԲԳ և ԴԵԶ եռանկիւնք իրարու հաւասար են ըստ սա առածին թէ՝ *այն ամեն մեծութիւնք որք իրարու վե-*

րայ դրուելով՝ իրենց բոլոր տարածութեան մէջ մէկմէկու կը յարմարին իրարու հաւասար են· (տես էջ 17, առած 11) ։

Երկրորդ պարագայ ։

39․ Նախադասութիւն Գ․—*Երկու եռանկիւնք իրարու հաւասար են՝ երբ մէյն երկու անկիւնները եւ անոնց մէջտեղի կողմը, միւսին երկու անկեանց եւ անոնց մէջտեղի կողման հաւասար են ։*

Զայս ապացուցանելոյ համար առնեմք ԱԲԳ և ԴԵԶ եռանկիւններն· (Պատ․ 28) որոց մէջ ըստ ենթադրութեան ունիմք ։



Պատ․ 28

Անկիւն ԲԱԳ=անկիւն ԵԴԶ Անկիւն ԱԲԳ=անկ․ ԴԵԶ

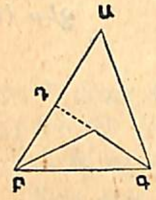
կողմ ԱԲ= կողմ ԴԵ

Ըստ առաջնոյն առնեմք ԱԲԳ եռանկիւնն և բերենք դնենք ԴԵԶ եռանկեան վրայ, այնպէս որ ԱԲ կողմն իրեն հաւասար եղող ԴԵ կողման վրայ գայ և որովհետեւ ԳԱԲ անկիւնն հաւասար է ԵԴԶ անկեան (ըստ ենթադրութեան), հետեւաբար ԱԳ կողմն ԴԶ կողման ուղղութիւնն պիտի առնու և Գ կէտն ԴԶ գծին վրայ գտնուող որևէ կէտի մի վրայ պիտի իյնայ ։ Նմանապէս ԳԲԱ անկիւնն հաւասար է ԴԵԶ անկեան, հետեւաբար ԲԳ կողմն ԵԶ կողման ուղղութիւնն պիտի

առնու և Գ կէտն ԵԶ կողման վրայ գտնուող որևէ կէտի մի վրայ պիտի իյնայ ։ Արդ Գ կէտն թէ ԴԶ և թէ ԵԶ կողմերուն 'վրայ գտնուելով, այս երկու կողմերուն հասարակաց եղող Զ կէտին վրայ պիտի լինի, ուրեմն այս երկու ԱԲԳ և ԴԵԶ եռանկիւնք իրենց բոլոր տարածութեամբ իրարու կըյարմարին, հետեւաբար հաւասար են (տես էջ 17, առած 11) ։

40․ Նախադասութիւն Դ․ *Եթէ եռանկեան մը մէջ առնուած որեւիցէ կէտ մը եռանկեան երկու գագաթներուն միացնեմք՝ յառաջ եկած երկու գծերուն գումարն՝ եռանկեան միւս երկու կողմանց գումարէն փոքր պիտի լինի ։*

Առնեմք ԱԲԳ եռանկիւնն (Պատ․ 29) և նորա մէջ գտնուող Օ կէտն միացնենք Բ և Գ գագաթներուն, այն ատեն ԲՕ+ՕԳ փոքր պիտի լինի ԱԲ+ԱԳէն ։



Պատ․ 29

Շարունակեմք ԳՕ գիծն մինչեւ որ ԱԲ կողման դպի Դ կէտին վերայ, արդ յայտնի է թէ

ՐՕ < ՕԴ+ԴԲ (Տես էջ 35, Նախ․ Ա․)

Այս անհաւասարութեան երկու անդամներուն վերայ ՕԳ կը գումարենք, որով անհաւասարութիւնն միշտ նոյն կը մնայ (տես էջ 17, առած 4) ։

Կ'ունենամք

ԲՕ+ՕԳ < ՕԴ+ՕԳ+ԴԲ

կամ

ԲՕ+ՕԳ < ԲԴ+ԴԳ (1)

Նմանապէս

ԴԳ < ԴԱ+ԱԳ

(Տես էջ. 35, Նախ. Ա.)

Այս անհաւասարութեան երկու անդամներուն վերայ ԴԲ գումարելով կունենամք

ԴԳ+ԴԲ < ԴԱ+ԴԲ+ԱԳ

Պարզելով

ԴԳ+ԴԲ < ԱԲ+ԱԳ

Սակայն ԲՕ+ՕԳ < ԲԴ+ԴԳ Տես (1)

Հապա որչափ առաւել ես

ԲՕ+ՕԳ < ԱԲ+ԱԳ

Զոր պարտ էր ապացուցանել:

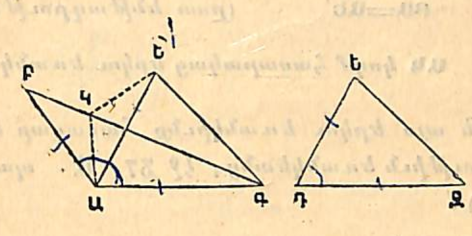
41. Նախադասութիւն Ե. *Երբ երկու եռանկեանց միոյն երկու կողմերն միւսին երկու կողմերուն հաւասար են, եւ անոնց կազմած անկիւններն անհաւասար, երրորդ կողմերնին ալ անհաւասար են եւ այն կողմն որ մեծ անկեան ընդդիմակաց է' փոքր անկեան ընդդիմակաց եղող կողմէն մեծ է:*

Զայս ապացուցանելոյ համար առնենք ԱԲԳ և ԴԵԶ եռանկիւններն (Պատ. 30), որոց մէջ ունիմք ըստ ենթադրութեան:

կողմ ԱԳ = կողմ ԴԶ. կողմ ԲԱ = կողմ ԵԴ

Անկիւն ԲԱԳ > Անկիւն ԵԴԶ

Առնեմք ԴԵԶ եռանկիւնն և բերեմք դնեմք ԲԱԳ եռանկեան վերայ, այնպէս որ ԴԶ կողմն իւր հաւասար եղող ԱԳ կողման վերայ իյնայ և որովհետեւ ԵԴԶ ան-



Պատ. 30

կիւնն փոքր է ԲԱԳ անկիւնէն, (ըստ ենթադրութեան), ուրեմն ԴԵ կողմն ԲԱԳ անկեան մէջ պիտի իյնայ եւ Ե կէտն Ե' կէտին դիրքն պիտի առնու:

Արդ այս նախադասութիւնն երեք պարագայ ունի.

Ա. երբ Ե' կէտն ԲԱԳ եռանկեան դուրսն իյնայ.
Բ. » » » » » ԲԳ կողման վրայ իյնայ.
Գ. » » » » » մէջն իյնայ, զորս պիտի քննեմք յաջորդաբար:

Ա. Պարագայ. — *Երբ Ե' կէտն ԲԱԳ եռանկեան դուրսն իյնայ* (Պատ. 30): Այն ատեն, բաժնեմք ԲԱԵ' անկիւնն երկու հաւասար մասանց ԱԿ կիսողով և Կ կէտն միացնեմք Ե' կէտին, այսպէսով երկու եռանկիւններ կը ձեւանան որք են ԲԱԿ և ԿԱԵ՛, որք իրարու հաւասար են, որովհետեւ միոյն երկու կողմերն և անոնց կազմած անկիւնն՝ միւսին երկու կողմանց և անոնց կազմած անկեան հաւասար են.

Այսինքն
Անկիւն ԲԱԿ=ԿԱԵ՛ (ըստ շինութեան)

ԲԱ=ԱԵ՛ (ըստ ենթադրութեան)

ԱԿ կողմ հասարակաց երկու եռանկեան ևս.

Ուրեմն այս երկու եռանկիւնք հաւասար են (տես հաւասարութիւն եռանկեանց, էջ 37, Ա. պարագայ, Նախ. Բ.)։

Ուրեմն

կողմ ԲԿ=ԿԵ՛

Արդ

ԿԵ՛Գ եռանկեան մէջ ունիմք

ԳԵ՛ < Ե՛Կ+ԿԳ. ըստ սա նախադասութեան թէ՝ ամէն եռանկեան որեւէ մի կողմ փոքր է միւս երկու կողմանց գումարէն (տես Գլ. Գ. Նախ. Ա). Սակայն ԿԵ՛ հաւասար ըլլալով ԲԿի իւր արժէքովն ներկայացնելով

Կ՚ունենամք

ԳԵ՛ < ԲԿ+ԿԳ

Սակայն

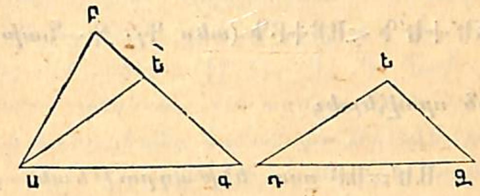
ԲԿ+ԿԳ=ԲԳ (տես էջ 17 Առած. 10)

Հետեւաբար

ԳԵ՛ < ԲԳ

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

Բ. Պարագայ. — Երբ Ե՛ կէտը եռանկեան ԲԳ կողման վերայ իյնայ (Պատ. 31)։



Պատ. 31

Պարտ է ապացուցանել թէ ԲԳ կողմն մեծ է Ե՛Գ կողմէն։

Արդարեւ ԲԳ մեծ է Ե՛Գէն, որովհետեւ ԲԳ իւր մէջ կը պարունակէ ԶԵ՛Գ, ըստ սա առածին թէ՝ պարունակողը պարունակեալէն մեծ է. (տես էջ 17, առած 6)։

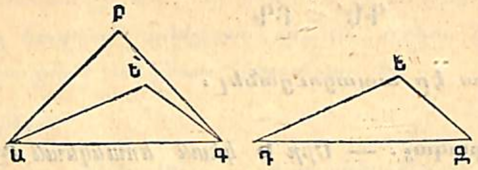
Ուրեմն

ԲԳ > Ե՛Գ

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

Գ. Պարագայ. — Երբ Ե՛ կէտը ԱԲԳ եռանկեան մէջ իյնայ։

Արդարեւ Ե՛Գ կողմն փոքր է ԲԳ կողմէն որովհետեւ,



Պատ. 32

ԱԵ՛+Ե՛Գ < ԱԲ+ԲԳ (*տես* Գլ. Գ. *Նախ.* Դ. (1)

Սակայն որովհետեւ

ԱԵ՛=ԱԲ *ըստ ենթադրութեան*

Ուրեմն (1) *անհաւասարութեան մէջ* ԱԵ՛ *իր հաւասար եղող* ԱԲ*ով ներկայացնելով՝*

կունենամք

ԱԲ+Ե՛Գ < ԱԲ+ԲԳ

Այս անհաւասարութեան երկու եզրերն ԱԲ *ով բաժնելով՝*

$$\frac{\text{ԱԲ+Ե՛Գ}}{\text{ԱԲ}} < \frac{\text{ԱԲ+ԲԳ}}{\text{ԱԲ}}$$

կամ պարզելով։

Ե՛Գ < ԲԳ

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

Հաւասարութիւն եռանկեանց.

Գ. Պարագայ։ (*էջ* 34, *համար* 37)։

42. **Նախադասութիւն Զ.** — *Երկու եռանկիւնք հաւասար են, երբ մէկին 3 կողմերն միւսին 3 կողմերուն հաւասար են։*

Այս պարագայիս մէջ՝ եռանկեանց հաւասարութիւնն չեմք կարող ապացուցանել եռանկեանց մին միւսին վերայ բերել դնելով՝ ինչպէս որ միւս 2 պարագայից մէջ ըրինք, (էջ 37, Գլ. Գ. Նախ. Բ. և Գ.) որովհետեւ անկեանց հաւասարութիւն չկայ։ Բայց սոյնպիսի եռանկեանց հաւասարութիւնքն կարեմք ապացուցանել ուղղակի վերոգրեալ Ե Նախադասութեամբ, որովհետեւ սա հետեւութիւն մ՚է առաջնոյն։

Արդարեւ, երբ այս երկու եռանկիւնք ունենային անհաւասար անկիւնք, այդ անկիւնք երկու առ երկու իրարու հաւասար կողմերու մէջ պիտի գտնուէին ըստ ենթադրութեան և հետեւաբար 3րդ կողմերնին ալ անհաւասար պիտի լինէր, (տես Գլ. Գ. Նախ. Ե.) սակայն որովհետեւ եռանկեանց 3 կողմերն ալ երկու առ երկու իրարու հաւասար են ըստ ենթադրութեան, իւրեանց 3 անկիւններն ալ երկու առ երկու իրարու հաւասար պարտին ըլլալ։

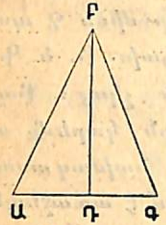
Երկկողմնազոյգ եռանկեանց յատկութիւնքն. — *Երկկողմնազոյգ եռանկեանց յատկութիւնքն հետեւեալ նախադասութեանց մէջ ի յայտ բերուած է։*

43. **Նախադասութիւն Է.** *Երկկողմնազոյգ եռանկեան մի մէջ,*

Նախ. — Բարձրութիւնն խարիսխին միջին կէտին վերայ կ'իյնայ, այսինքն բարձրութիւնն միջակայն *ալ է։*

Բ. *Բարձրութիւնն կը բաժնէ գագաթեան անկիւնն* 2 *հաւասար մասանց, այսինքն բարձրութիւնն գագաթեան անկեան* կիսողն *ալ է։*

Գ. *Խարիսխին երկու կողմերն գտնուող անկիւնք հաւասար են։*



Պատ. 33

Ա. *Առնեմք* ԱԲԳ *երկկողմնազոյգ եռանկիւնն* (Պատ. 33), *միացնեմք* Բ *գագաթն* ԱԳ *խարիսխին միջին կէտին,*

Այն ատեն կ'ունենամք երկու եռանկիւնք, որք են ԱԲԴ *և* ԴԲԳ, *որոց մէջ ունիմք,*

ԱԲ=ԲԳ *ըստ ենթադրութ.* ԱԴ=ԴԳ *ըստ շինութեան*

և

ԲԴ *հասարակաց*

Ուրեմն այս 2 *եռանկիւնք, ունենալով իւրեանց երեք կողմերն միառմի իրարու հաւասար՝ հաւասար են* (*տես* Գլ. Գ. *Նախ.* Ջ)։

Ապա ուրեմն ունիմք

(1)Անկ.ԱԴԲ (*ընդդէ.*ԱԲ *կող.*)=Անկ.ԲԴԳ (*ընդդէմ.* ԳԲ *կող.*)

Հետեւաբար ԲԴ *հասարակաց կողմն ուղղահայեաց է խարիսխին* (*տես էջ* 20, *համար* 20)։

Բ. *Բարձրութիւնն կը բաժնէ գագաթեան անկիւնն* 2 *հաւասար մասանց։*

Անկ. ԱԲԴ (*ընդդմկց.* ԱԴ *կող.*)=Անկ. ԴԲԳ (*ընդ.*ԴԳ *կողմ.*)

Ապա ուրեմն ԲԴ *ուղղահայեացն կը բաժնէ գագաթան անկիւնն երկու հաւասար մասանց, այսինքն* ԲԴ *նոյն անկեան կիսողն է։*

Գ. *Խարիսխին երկու կողմերն գտնուող անկիւնք հաւասար են։*

Անկ. Ա. (*ընդդմկց.* ԲԴ *կողմ.*)=Անկ. Գ. (*ընդդմկց.* ԲԴ *կողմ.*

Ապա ուրեմն խարիսխին երկու `կողմերն գտնուող անկիւնք, Ա *և* Բ *իրարու հաւասար են։*

Փոխադարձ նախադասութիւն. — *Վերոյիշեալ նախադասութիւնն* 3 *փոխադարձ ունի, որք են.*

44. **Նախադասութիւն.** — Ա. *Երբ եռանկեան մի բարձրութիւնն՝ խարիսխին միջին կէտին կը հանդիպի, եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է։*

Բ. *Երբ եռանկեան մի բարձրութիւնն գագաթանկիւնն երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ, եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է։*

Գ. Երբ եռանկեան մը երկու անկիւնք իրարու հաւասար են, անոնց ընդդիմակաց կողմերն ալ իրարու հաւասար են եւ եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է։

Արդ մենք նախորդ Ե. Նախադասութեան 3 փոխադարձքն պիտի ապացուցանենք ըստ կարգին։

1. Երբ եռանկեան մը բարձրութիւնն՝ խարիսխին միջին կէտին կը հանդիպի, եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է։

Պատ. 34

Ենթադրենք թէ տրուած եռանկիւնն լինի ԱԲԳ որուն մէջ ԲԴ բարձրութիւնն ԱԳ խարիսխին միջին կէտին հանդիպած է (Պատ. 34), արդ պէտք է ապացուցանել թէ ԱԲԳ եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է։

Առնենք ԱԲԴ և ԴԲԳ եռանկիւններն, որոց մէջ ունիմք,

կողմ ԱԴ=կողմ ԴԳ ըստ ենթադրութեան

» ԲԴ= » հասարակաց

Անկիւն ԱԴԲ= անկիւն ԳԴԲ իբր ուղիղ անկիւնք

Ուրեմն այս երկու եռանկիւնք իրարու հաւասար են (Գլ. Գ. Նախ. Բ.)։

Հետեւաբար ԱԲ, որ ԱԴԲ անկեան ընդդիմակաց կողմն է, հաւասար է ԳԲի, որ ԱԴԲ անկեան հաւասար եղող ԲԴԳ անկեան ընդդիմակաց կողմն է։

Այսինքն ԱԲԳ եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է (տես էջ 34, համար 35)։

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

2. *Երբ եռանկեան մը բարձրութիւնն գագաթնանկիւնն 2 հաւասար մասանց կը բաժնէ, եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է։*

ԱԲԴ և ԴԲԳ եռանկեանց մէջ ունիմք (Պատ. 34)

Անկիւն ԱԲԴ=անկիւն ԴԲԳ ըստ ենթադրութեան

» ԱԴԲ=ԳԴԲ » »

Կողմ ԲԴ հասարակաց ուրեմն այս երկու եռանկիւնք հաւասար են (տես Գլ. Գ. Նախ. Գ)

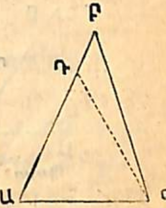
Հետեւաբար՝

ԱԲ=ԳԲ

Այսինքն ԳԱԲ եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է (տես էջ 34, սահման երկկողմնազոյգ եռանկեան)։

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

3. Երբ եռանկեան մը երկու անկիւնք իրարու հաւասար են, անոնց ընդդիմակաց կողմերն ալ հաւասար են եւ եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է։



Պատ. 35

Եթէ ԱԲԳ եռանկեան մէջ Ա անկիւնն Գ անկեան հաւասար է, (Պատ. 35) ԱԲ կողմն ալ ԲԳ կողման հաւասար է և եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է, քանզի եթէ ԱԲ և ԲԳ կողմերն իրարու հաւասար չեն ենթադրենք թէ ԱԲ կողմն մեծ ըլլայ քան զԲԳ, այն ատեն կտրենք ԱԲ կողմն ԲԳ կողման հաւասար՝ որ է ԱԴ, միացնենք Դ կէտն Գի, արդ ասա կազմուեցան երկու եռանկիւններ՝ ԱԲԳ և ԱԴԳ որոց մէջ ունինք.

Անկիւն ԳԱԲ=ԲԳԱ անկեան ըստ ենթադրութեան

Կողմ ԴԱ=ԳԲ ըստ շինութեան, ԱԳ հասարակաց

Ուրեմն

ԱԲԳ եռանկիւնն հաւասար է ԱԴԳ եռանկեան,

Սակայն պարունակեալն երբէք պարունակողին հաւասար չկրնար ըլլալ (տես էջ 17, առած 6)։

Ուրեմն ԱԲ և ԲԳ կողմերն անհաւասար չեն և ԱԲԳ եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է ։

45. Նախադասութիւն Ը. — *Ամեն եռանկեան մէջ մեծ կողմն մեծ անկեան դիմացն կ'իյնայ եւ փոխադարձաբար ։*

Պատ. 36

1. Եթէ ԲԱԳ անկիւնն մեծ է ԲԳԱ անկիւնէն, այն ատեն ԲԱԳ անկեան ընդդիմակաց ԲԳ կողմն՝ մեծ է ԲԳԱ անկեան ընդդիմակաց կողմն եղող ԲԱէն. (Պատ. 36) զայս ապացուցանելոյ համար ԱԴ գիծն քաշենք այնպէս որ ԴԱԳ կազմած անկիւնն հաւասար լինի ԴԳԱ անկեան ։

Արդ ԱԴԳ եռանկեան մէջ

ԱԴ=ԴԳ. որովհետեւ իրենց ընդդիմակաց եղող անկիւնք իրարու հաւասար են (տես Գլ. Գ. Նախ. Է. Փխ. 3),

Սակայն

ԱԲ < ԲԴ+ԴԱ (1) (տես Գլ. Գ. Նախ Ա.)

Եւ որովհետեւ

ԱԴ=ԴԳ ուստի վերի (1) անհաւասարութեան մէջ ԴԱ իր հաւասար արժէքովն ներկայացնելով կ'ունենամք

ԱԲ < ԲԴ+ԴԳ......(2)

Սակայն

ԲԴ+ԴԳ=ԲԳ (տես էջ 17 առած 10)

Ուրեմն (2) անհաւասարութիւնն կը լինի

ԱԲ < ԲԳ

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

2. Փոխադարձաբար, Եթէ ԲԳ կողմն մեծ է ԲԱ կողմէն, այն ատեն ԲԱԳ անկիւնն ալ մեծ է ԲԳԱ անկիւնէն, քանզի եթէ մեծ չլինէր և հաւասար լինէր, այն ատեն այս անկիւններն ալ հաւասար լինելով եռան-

կիւնն երկկողմնալոյգ պիտի լինէր (տես Գլ. Գ. Նախ. 44, Փոխ. 3) որ հակառակ է ենթադրութեան, իսկ եթէ փոքր լինէր այն ատեն ԲԳ ալ ԲԱէն փոքր պիտի լինէր (տես Գլ. Գ. Նախ. Ե.) որ կրկին ենթադրութեան հակառակն է, ուրեմն երբ ԲԱ փոքր է ԳԲէն այն ատեն Գ անկիւնն ալ փոքր է Ա անկիւնէն

∧   ∧[1]
Գ < Ա

Զոր պարտ էր ապացուցանել:

Հետեւութիւն. — Հաւասարակողմ եռանկիւն մի հաւասարանկիւն ալ է, այսինքն իւր 3 անկիւններն ալ իրարու հաւասար են և փոխադարձաբար:

---

(1) Այս նշանն անկեան յատուկ նշանն է:

ԱՌԱՋԱՐԿՈՒԹԻՒՆՔ

(6) Եթէ եռանկեան մի մէջ առնուած որ և իցէ կէտ մի՝ եռանկեան երեք գագաթներուն միացնեմք, պէտք է ապացուցանել թէ՝ յառաջ եկած երեք գծերու գումարն, եռանկեան երեք կողմանց գումարին կէսէն մեծ պիտի լինի:

(7) Ունիմք երկու որևէ ուղղութեամբ գծեր ԱԲ և ԳԴ եթէ այս երկու գծերուն ծայրերն իրարու միացնեմք խաչաձեւ, պէտք է ապացուցանել թէ ԱԲ+ԳԴ փոքր է ԱԴ+ԲԳ էն:

(8) Ունիմք ԱԲԳ որ և է եռանկիւն մի, առնեմք այդ եռանկեան մէջ ԲԳ միջակայն և երկարեմք մինչ իԵ, այնպէս որ ԴԵ հաւասար լինի ԲԴ ի, միացնեմք Ե կէտն Ա ի, պէտք ապացուցանել թէ ԱԵ հաւասար է ԲԴ ի:

(9) Պէտք ապացուցանել թէ՝ ԱԲԳ որ և է եռանկեան ԲԴ, միջնակայն՝ փոքր է եռանկեան ԱԲ և ԲԳ կողմանց գումարէն:

(10) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ որ և է ԱԲԳ եռանկեան երեք կողմանց գումարն՝ փոքր է նոյն եռանկեան միջնակային կրրկինն առաւել խարիսխին կրկինէն

ԱԲ+ԲԳ+ԳԱ < 2ԱԳ+2ԲԴ

(11) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ ԱԲԳ հաւասարակողմ եռանկեան երեք միջնակայներու գումարն փոքր է եռանկեան երեք կողմանց գումարն՝ առաւել իւրաքանչիւր կողմանց կէսէն:

(12) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երկկողմնալոյգ եռանկիւն մի երկու հաւասար միջնակայներ ունի:

(13) Նաև պէտք է ապացուցանել թէ՝ երկկողմնաղոյգ եռանկիւն մի երկու հաւասար կիսողներ ունի ։

(14) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երբ երկու երկկողմնաղոյգ եռանկեանց բարձրութիւնքն ու գագաթան անկիւնք իրարու հաւասար են, եռանկիւնք եւս հաւասար են ։

(15) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երբ երկու երկկողմնաղոյգ եռանկեանց բարձրութիւննին և խարիսխնին իրարու հաւասար են, եռանկիւնք եւս հաւասար են ։

(16) Ա. որ և է անկեան մի երկու կողմանց վերայ առնեմք ԱԲ=ԱԳ և ԱԴ=ԱԵ, միացնեմք արդ Բ կէտն Ե կէտին և Գ կէտն Դ ի, պէտք է ապացուցանել թէ՝ այս երկու գծերու հատման O կէտն Ա անկեան կիսողին վերայ կը գտնուի ։

ԳԼՈՒԽ Դ.

ՈՒՂՂԱՀԱՅԵԱՑՔ ԵՒ ԽՈՏՈՐՆԱԿՔ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹԻՒՆ.— Միեւնոյն կէտէ ծնունդ առած ուղղահայեացք և խոտորնակք. — Երկրաչափական տեղիք.

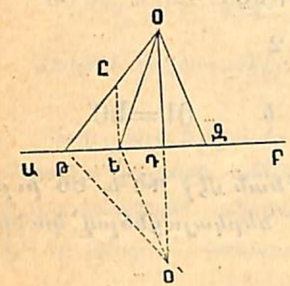
46. Նախադասութիւն Ա. *Եթէ ուղիղ գծէ մը դուրս եղող կէտէ մը՝ ուղղահայեաց եւ խոտորնակ գծեր քաշուին այն գծին այլեւայլ կէտերուն ։*

Նախ. *Ուղղահայեացն որեւիցէ խոտորնակ գծէ փոքր պիտի ըլլայ ։*

Բ. *Ուղղահայեացին ոտքէն հաւասարապէս հեռու եղող երկու խոտորնակ գծեր՝ իրարու հաւասար պիտի ըլլան ։*

Գ. *Ուղղահայեացին ոտքէն անհաւասարապէս հեռու եղող 2 խոտորնակներէն որն որ աւելի հեռու է՝ աւելի մեծ է քան զմիւսն ։*

Առնեմք ԱԲ գիծն և այդ գծէն դուրս եղող O կէտէն՝ OԴ ուղղահայեացն և OԶ, OԵ, և OԹ. խոտորակներն քաշեմք (Պատ. 37) ։



Պատ. 37

Այն ատեն

Առաջին. OԴ ուղղահայեացն փոքր պիտի լինի որ և է խոտորնակ գծէ զորօրինակ OԵ ։

Երկարենք OԴ ուղղահայեացն մինչ ԴO՛ հաւասար ԴOի, միացնենք O կէտն O՛ կէտին, որով կունենամք երկու եռանկիւններ OԵԴ և ԴԵO՛, որք իրարու հաւասար են ունենալով երկու առ երկու իրարու հաւասար կողմեր և նոցա մէջ պարփակեալ անկիւնն , որք են ․

Կողմ ՕԴ = կողմ ԴՕ′ ըստ շինութեան
« ԵԴ հասարակաց

Անկիւն ՕԴԵ = անկիւն ԵԴՕ′ իբր ուղիղ անկիւնք

Ուրեմն ՕԵ = ԵՕ′ կողման

Արդ ՕԵՕ′ մեծ եռանկեան մէջ գիտենք թէ՝

$$(1)\qquad \text{ՕԴ}+\text{ԴՕ}'<\text{ՕԵ}+\text{ԵՕ}'$$

(Տես Գլուխ Գ․ Նախ․ Ա․)

Այս (1) անհաւասարութեան երկու անդամներն 2 ով բաժնելով կունենանք

$$\frac{\text{ՕԴ}+\text{ԴՕ}'}{2}<\frac{\text{ՕԵ}+\text{ԵՕ}'}{2}\qquad(2)$$

Սակայն ՕԴ=ԴՕ′ և ՕԵ=ԵՕ′

Ուրեմն (2) անհաւասարութեան մէջ ԴՕ′ և ԵՕ′ իւրեանց հաւասար արժէքներովն ներկայացնելով՝ կունենամք ։

$$\frac{\text{ՕԴ}+\text{ՕԴ}}{2}<\frac{\text{ՕԵ}+\text{ՕԵ}}{2}$$

Կամ

$$\frac{2\text{ՕԴ}}{2}<\frac{2\text{ՕԵ}}{2}$$

և պարզելով

$$\text{ՕԴ}<\text{ՕԵ}$$

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

Երկրորդ ։ Ուղղահայեացին ոտքէն հաւասարապէս հեռու եղող երկու խոտորնակ գծեր՝ իրարու հաւասար պիտի ըլլան ։

Այսինքն պէտք է ապացուցանել թէ՝ ՕԵ և ՕԶ գծերն, որք խոտորնակներ են և ՕԴ ուղղահայեացին ոտքէն հաւասարապէս հեռու կը գտնուին՝ իրարու հաւասար են ։

Առնումք ՕԴԵ և ՕԴԶ երկու եռանկիւններն՝ որոց մէջ ունիմք ,

Կողմ ՕԴ հասարակաց

Կողմ ԵԴ=կողմ ԴԶ ըստ ենթադրութեան

Անկիւն ՕԴԵ=անկիւն ՕԴԶ իբր ուղիղ անկիւնք

Արդ, այս երկու եռանկեանց միոյն երկու կողմերն և նոցա կազմած անկիւնն՝ միւսին երկու կողմերուն և նոցա կազմած անկեան հաւասար ըլլալով՝ եռանկիւնք իրարու հաւասար են (տես Գլ․ Գ․ Նախ․ Բ․) ․

Հետեւաբար Կողմ ՕԵ=կողմ ՕԶ

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

Երրորդ ։ Ուղղահայեացին ոտքէն անհաւասարապէս հեռու եղող 2 խոտորնակներէն որնոր աւելի հեռու է՝ աւելի մեծ է քան զմիւսն ։

Այսինքն ՕԵ աւելի փոքր է ՕԹէն, որովհետեւ ԴԵ աւելի փոքր է քան զԹԴ ։

Զայս երկու կերպիւ կարեմք ապացուցանել ·

1․ *Միացնեմք Օ՛ կէտն Թ կէտին* (Պատ․ 37), *այն ատեն կ'ունենամք երկու մեծ եռանկիւններ, որք են* ՕԵՕ՛ *և* ՕԹՕ՛ *ուր,*

$$(1)\quad ՕԵ+ԵՕ' < ՕԹ+ԹՕ' \qquad \text{(Տես Գլ. Գ. Նախ. Գ)}$$

Այս (1) *անհաւասարութեան երկու անդամներն 2ով բաժնելով կ'ունենամք,*

$$\frac{ՕԵ+ԵՕ'}{2} < \frac{ՕԹ+ԹՕ'}{2} \qquad (2)$$

Սակայն ՕԵ=ԵՕ՛ *նաեւ* ՕԹ=ԹՕ՛ (*զայս կարեմք ապացուցանել* ՕԵԴ ԴԵՕ՛ *և* ՕԹԴ ԴԹՕ՛ *եռանկեանց հաւասարութիւնքն ապացուցանելով*), *ուստի վերի* (2) *անհաւասարութեան մէջ,* ԵՕ՛ *և* ԹՕ՛ *իւրեանց հաւասար արժէքներովն ներկայացնելով՝ կ'ունենամք ·*

$$\frac{ՕԵ+ԵՕ}{2} < \frac{ՕԹ+ԹՕ}{2}$$

կամ

$$\frac{2ՕԵ}{2} < \frac{2ՕԹ}{2}$$

Եւ պարզելով

$$ՕԵ < ՕԹ$$

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

2․ Ե *կէտէն ուղղահայեաց մի բարձրացնեմք՝ որ կ'երթայ կը կտրէ* ՕԹ *գիծն* Ը *կէտին վերայ* (Պատ․ 37)․

Արդ ՕԵԸ *եռանկեան մէջ,*

$$ՕԵ < ՕԸ+ԸԵ \qquad \text{(Տես Գլ. Գ. Նախ. Ա)}$$

$$\text{Նոյնպէս}\quad ԸԵ < ԸԹ \qquad (2)$$

Որովհետեւ դեռ նոր ապացուցինք թէ՝ ուղղահայեաց մի խոտորնակէ մի փոքր է (*տես էջ* 55), *արդ այս վերի* (2) *անհաւասարութեան երկու անդամներուն վերայ* ՕԸ *աւելցնելով՝ կ'ունենամք,*

$$ՕԸ+ԸԵ < ՕԸ+ԸԹ$$

կամ

$$ՕԸ+ԸԵ < ՕԹ$$

Սակայն որովհետեւ

$$\text{ՕԵ} < \text{ՕԸ}+\text{ԸԵ}$$

Հապա որչափ առաւել ես

$$\text{ՕԵ} < \text{ՕԹ}$$

Զոր պարտ էր ապացուցանել:

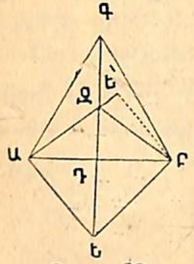
Հետեւութիւն. — Գծէ մի դուրս առնուած կէտէ մի՝ իրարու հաւասար 2 խոտորակներ կրնայ քաշուիլ:

47 Նախադասութիւն. Բ. — *Եթէ ուղիղ գծի մի միջին կէտէն ուղղահայեաց մի բարձրացուի:*

Նախ. *Ուղղահայեացին վերայ առնուած որեւէ կէտ, ուղիղ գծին ծայրերէն հաւասարապէս հեռու պիտի ըլլայ:*

Բ. *Ուղղահայեացէն դուրս առնուած որեւէ կէտ, ուղիղ գծին ծայրերէն անհաւասարապէս հեռու պիտի ըլլայ:*

Ա. Առնեմք ԱԲ և իրեն ուղղահայեաց եղող ԳԴ գըծերն այնպէս որ ԱԴ հաւասար լինի ԴԲի. (Պատ. 38)



Պատ. 38

Նախ. — ԳԴ ուղղահայեացին ամեն մէկ կէտերն, օրինակ Գ. Զ, Ա և Բ կէտերէն հաւասարապէս հեռու են:

Արդարեւ Գ կէտն Ա և Բ կէտերէն հաւասարապէս հեռու է, այսինքն ԱԳ հաւասար է ԳԲի. որովհետեւ ԱԳԴ և ԴԳԲ եռանկիւններն իրարու հաւասար են ունենալով,

$\text{ԱԴ}=\text{ԴԲ}$ ըստ ենթադրութեան. ԳԴ հասարակաց

$\text{ԳԴԱ}=\text{ԳԴԲ}$ իբր ուղիղ անկիւնք (տես էջ 22)

Ուրեմն

ԱԳԴ և ԳԴԲ եռանկիւնք հաւասար են և

$\text{ԱԳ}=\text{ԳԲ}$ (տես էջ 37, Նախ. Բ)

Զոր պարտ էր ապացուցանել:

Դիտողութիւն. — Վերոգրեալ դրութեամբ կարեմք ուղղահայեացին վերայ գտնուող ամէն կէտերուն համար ևս ապացուցանել:

Բ. *Ուղղահայեացէն դուրս առնուած որեւէ կէտ, ուղիղ գծին ծայրերէն անհաւասարապէս հեռու պիտի ըլլայ:*

Առնեմք ուղղահայեացէն դուրս Ե' կէտն (Պատ. 38) և Ե'Ա և Ե'Բ գծերն քաշեմք, այն ատեն Ե'Ա, ԳԴ ուղղահայեացն պիտի կտրէ Զ կէտին վերայ, միացընեմք այդ կէտն Բի, արդ յայտնի է թէ՝

$\text{ԶԱ}=\text{ԶԲ}$ ըստ նախկին տեսութեան

Նոյնպէս

$\text{Ե'Բ} < \text{Ե'Զ}+\text{ԶԲ}$......(1) (տես էջ 35, Նախ. Ա.)

Սակայն որովհետեւ ԶԲ հաւասար է ԶԱի, ուրեմն

(1) անհաւասարութեան մէջ գտնուած ԶԲՆ իւր հաւասար արժէքովն ներկայացնելով՝ կ'ունենամք,

Ե'Բ <Ե'Զ+ԶԱ

կամ

Ե'Բ <Ե'Ա

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

48. — **Հաւասարութիւն ուղղանկիւն եռանկեանց** . (égalité des triangles réctangles)·

Ուղղանկիւն եռանկիւնք միշտ տարր մի իրարու հաւասար ունին, որ է ուղիղ անկիւնն ։

Ուրեմն երկու ուղղանկիւն եռանկեանց հաւասարութիւնքն հաստատելոյ համար ուղղանկիւնէն զատ պէտք է ուրիշ 2 տարերց հաւասրութիւնքն ունենալ, որովհետեւ սոյնպիսի եռանկեանց 3 տարերց մին՝ ուղղանկիւնն արդէն ծանօթ է միշտ ·

Ամէն ուղղանկիւն եռանկեանց մէջ, ուղղանկեան մի կողմն և հակուղիղն երրորդ կողման նկատմամբ միեւ նոյն կէտէն մեկնած ուղղահայեաց'և խոտորնակ գծեր ըլլալով, սոցա յատկութեանց վերայ հիմնեալ կարեմք ապացուցանել ուղղանկիւն եռանկեանց երկու հաւասարութեանց պարագայքն, որք ահա ի ստորեւ ։

Առաջին պարագայ ։

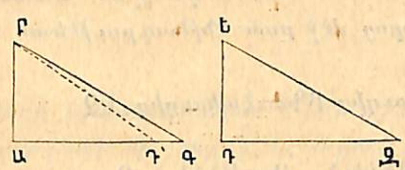
49. **Նախադասութիւն Գ.** — *Երկու ուղղանկիւն եռանկիւնք իրարու հաւասար են, երբ միոյն հակուղիղն եւ ուղղանկեան մի կողմն՝ հաւասար է միւսին հակուղիղին եւ ուղղանկեան մի կողման* ։

Առնեմք ԱԲԳ և ԴԵԶ ուղղանկիւն եռանկիւններն, որոց մէջ ունիմք ըստ ենթադրութեան (Պատ. 39)

Հակուղիղ ԲԳ=Հակուղիղ ԵԶ

Եւ կողմ ԱԲ=կողմ ԴԵ

Արդ, առնեմք ԴԵԶ ուղղանկիւն եռանկիւնն և բերեմք դնեմք ԱԲԳի վերայ այնպէս որ՝ ԴԵ կողմն իւր հաւասար



Պատ. 39

եղող ԱԲ կողման վերայ դայև Ե կէտն Բ կէտին վերայ իյնայ, ԵԴԶ անկիւնն հաւասար ըլլալով ԲԱԳ անկեան, (իբր ուղիղ անկիւնք) ԴԶ կողմն ԱԳ կողման ուղղութիւնն պիտի առնու և որովհետեւ ըստ ենթադրութեան ԵԶ հաւասար է ԲԳ կողման, ԵԶ միայն ԲԳի ուղղութիւնն կարէ առնուլ, որովհետեւ եթէ ԵԶ առանց ԲԳի ուղղութիւնն առնելու շեղի և ԲԴ'ի ուղղութիւնն առնու, այն ատեն ԲԴ'ն հաւասար չի կրնար ըլլալ ԲԳի ըստ սա նախադասութեան թէ՝ երկու խոտորնակներու՝ ուղղահայեացին ոտքէն հեռու եղողն մեծ է քան զմիւսն· (տես Գլուխ Դ. Նախ. Ա. երրորդ), սակայն որովհետև ըստ ենթադրութեան հաւասար են, ուրեմն ԵԶ միայն ԲԳի ուղղութիւնն կարէ առնուլ և ԴԵԶ ուղղանկիւն եռանկիւնն պիտի համակերպի ճշդաբար ԱԲԳ ուղղանկիւն եռանկեան վերայ :

Երկրորդ պարագայ :

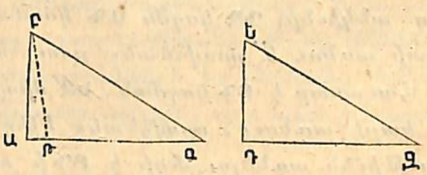
50· **Նախադասութիւն Դ.** — *Երկու ուղղանկիւն եռանկիւնք իրարու հաւասար են, երբ միոյն հակուղղիղն ու իւր սուր անկեան մին, միւսին հակուղղիղին ու սուր անկեան միոյն հաւասար են :*

Առնեմք ԱԲԳ և ԴԵԶ ուղղանկիւն եռանկիւններն (Պատ. 40), որոց մէջ ըստ ենթադրութեան ունիմք ,

Հակուղիղ ԲԳ=Հակուղիղ ԵԶ

Անկիւն Գ=Անկիւն Զ

Արդ, առնեմք ԴԵԶ ուղղանկիւն եռանկիւնն և բերեմք դնեմք ԱԲԳ ուղղանկիւն եռանկեան վերայ այնպէս որ



Պատ. 40

ԵԶ հակուղիղն՝ իւր հաւասար եղող ԲԳ հակուղիղին վե-

րայ դայ և Ե կէտն Բ կէտին վերայ իյնայ, որովհետև Զ անկիւնն հաւասար է Գ անկեան ըստ ենթադրութեան, ուրեմն ԶԴ կողմն ԳԱ կողման ուղղութիւնն պիտի առնու և Դ կէտն միայն Ա կէտին վերայ կարէ իյնալ, որովհետև եթէ Ա կէտին վերայ չիյնայ և ԳԱ գծին վերայ գտնուող որևէ Թ կէտին վերայ իյնայ, այն ատեն ԵԴ ուղղահայեացն ԲԹի ուղղութիւնն պիտի առնու, սակայն անկարելի է ըստ սա նախադասութեան թէ՝ *ուղիղ գծէ մի դուրս առնուած կէտէ մի միայն մէկ ուղղահայեաց կարեմք իջեցնել նոյն գծին* (տես էջ 29, Նախ. Ե.), ուրեմն ԵԴ ուղղահայեացն ԲԱի ուղղութիւնը պիտի առնու, որով ԱԲԳ և ԴԵԶ ուղղանկիւն եռանկիւնք իրարու հաւասար պիտի լինին :

51· **Տեղի երկրաչափականք** (lieux géométriques).— Երբ մակարդակի մի վերայ կէտերու շար մի՝ միևնոյն յատկութիւններն կ'ընծայեն, *տեղի երկրաչափական* կ'անուանի այն գիծն որ յիշեալ կէտերուն ամէնն կը պարունակէ իւր մէջ և որու ամեն կէտերն միևնոյն յատկութիւններն ունին, զայս լաւ ևս հասկանալի գործելոյ համար օրինակով մի բացատրեմք :

Հարցում. — Ո՞ւր կը գտնուի տրուած կէտէ մի մէկ մէթր հեռաւորութիւն ունեցող կէտերն ·· սորա դիւրաւ կարեմք պատասխանել թէ՝ այդ կէտերն կը գտնուին տրուած կէտին շուրջն, շրջանակի մի վերայ որ գծուած է 1 մէթր շառաւիղով յիշեալ կէտէն. Հետևաբար պիտի եզրակացնեմք սատի թէ՝ շրջանակն *տեղի երկրաչափական* է այն կէտերուն, որոց իւրաքանչիւրին՝

կէտերուն ըսուած կէտէ մի ունեցած հեռաւորութիւնին չափաւիղին հաւասար է ։ (1)

52. Նախադասութիւն Ե. — *Ուղիղ գծի մի երկու ծայրերէն հաւասարապէս հեռու գտնուող ամէն կէտերու երկրաչափական տեղին, նոյն գծին միջին կէտին վրայ բարձրացուցած ուղղահայեացն է ։*

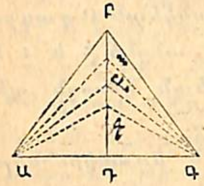
ԱԳ լինի տրուած գիծն (Պատ. 41) և ա բ գ այն կէտերն՝ որոնց իւրաքանչիւրին ԱԳ գծին Ա և Գ ծայրերէն ունեցած հեռաւորութիւնները իրարու հաւասար լինին, այսինքն Աա, Աբ, Ագ հաւասար են Գա, Գբ, Գգ ի ։ Արդ, պէտք է ապացուցանել թէ՝ վերոյիշեալ կէտերն ԱԳ գծին միջին կէտէն՝ Դ բարձրացուցուած ուղղահայեացին վրայ կը գտնուին, և հետեւաբար այդ ուղղահայեացն յիշեալ կէտերուն *երկրաչափական տեղին է ։*

Արդարեւ ա կէտն ԱԳ գծին միջին կէտէն բարձրացուցուած ԴԲ ուղղահայեացին վրայ կը գտնուի, որովհետեւ ԱաԳ եռանկիւնն երկկողմնադրոյդ ըլլալով՝ ըստ ենթադրութեան, իր գագաթէն ա խարիսխին միջին կէտին վրայ իջնող աԴ գիծն ուղղահայեաց է ԱԳի (տես յատկութ. երկզոյգ. եռանկեանց երես 45 Նախ. Ե). Նոյնպէս բ կէտն ԱԳ գծին միջին կէտէն բարձրացուցուած ուղղահայեացին վրայ կը գտնուի ։ Նոյն կերպիւ նաև

---

(1) Թէեւ աշակերտք դժուարութիւն պիտի կրեն հասկնալու համար զայս բացատրութիւն, սակայն ստիպուեցանք իբր շօշափելի օրինակ սա բերել ի մէջ, ուստի դասախօսէն կը խնդրուի սորա աւելի ընդարձակ բացատրութիւնն ընել աշակերտաց թէև մենք եւս աւելի հեռուն լիովին բացատրած եմք ։

կարեմք ապացուցանել թէ՝ բ գ այն կէտերն որք Ա և Գ կէտերէն հաւասարապէս հեռու են, ԱԳ ի միջին կէտէն բարձրացուցուած ԲԴ ուղղահայեացին վրայ կը գտնուին, Եւ հետեւաբար այս ԲԴ ուղղահայեացն *տեղի երկրաչափական է* յիշեալ կէտերուն. զոր պարտ էր ապացուցանել ։



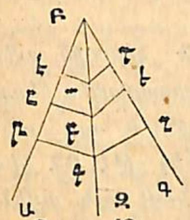
Պատ. 41

Փոխադարձաբար. ԱԳ *գծին միջին կէտէն ուղղահայեաց մի բարձրացուր, այդ ուղղահայեացին ամէն կէտերն* ԱԳ *գծին* Ա և Գ *կէտերէն հաւասարապէս հեռու պիտի լինին ։*

Զայս արդէն ընդարձակօրէն ապացուցած եմք. (տես էջ 60, Գլ. Դ. Նախ. Բ.)

53. — Նախադասութիւն Զ. — *Անկեան մի երկու կողմերէն հաւասարապէս հեռու գտնուող ամէն կէտերու երկրաչափական տեղին, նոյն անկեան կիսողն է ։*

Այն ամեն կէտերն՝ որք հաւասարապէս հեռու են ԱԲԳ անկեան ԱԲ և ԲԳ կողմերէն, այն կէտերուն երկրաչափական տեղին ԱԲԳ անկեան ԲԶ կիսողն է Պատ. 42) ։



Պատ. 42

Առնեմք ա. բ. գ. կէտերն այնպէս որ եթէ այս իւրաքանչիւր կէտերէ՝ անկեան երկու կողմերուն վրայ ուղղահայեացներ իջեցնեմք, ասոնք իրարու հաւասար լինին ։

Այսինքն՝

ադ=աէ   բե=բը   գղ=գի

Արդ, միացնեմք տրուած ԱԲԳ անկեան Բ գագաթն ափ և երկարեմք, այդ գիծն պիտի անցնի բ և գ կէտերէն և այդ ԲԶ գիծն ԱԲԳ անկեան կիսողն պիտի լինի:

Առնեմք Բադ և Բդէ ուղղանկիւն եռանկիւնները, որոց մէջ ունիմք

Բա հակուղիղ հասարակաց

Եւ կողմ ադ = աէ ըստ շինութեան

Ուրեմն այս երկու ուղղանկիւն եռանկիւնք իրարու հաւասար են (տես, Գլ. Դ. Նախ. Գ.)

Եւ

Անկիւն էԲա = անկիւն աԲդ

Այսինքն Բա գիծն ԱԲԳ անկիւնն երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ, այսինքն կիսողն է նոյն անկեան և ա կէտն այն կիսողին վերայ կը գտնուի:

Նոյն կերպիւ կարեմք ապացուցանել թէ՝ բ և գ կէտերն ևս նոյն կիսողին վերայ կը գտնուին:

Փոխադարձաբար, *Անկեան մի կիսողին ամեն մէկ կէտերն՝ անկեան երկու կողմերէն հաւասարապէս հեռու են:*

Առնեմք ԱԲԳ անկիւնն (Պատ. 42) և այդ անկեան ԲԶ կիսողն, պէտք է ապացուցանել թէ ԲԶ կիսողին վերայ գտնուող ա կէտն, ինչպէս նաև այն ամեն կէտերն որք այն կիսողին վերայ կը գտնուին, անկեան երկու կողմերէն հաւասարապէս հեռու են:

ա կէտէ ԱԲԳ անկեան ԲԱ և ԲԳ կողմերուն ուղղահայեացներն իջեցնեմք էա և ադ ասով կը կազմըւին երկու ուղղանկիւն եռանկիւնք Բաէ և Բադ որոց մէջ ունիմք, Բա հակուղիղ հասարակաց և անկիւն աԲէ = աԲդ ըստ ենթադրութեան որովհետև ըսինք թէ ԲԶ կիսող մ'էր ԱԲԳ անկեան:

Ուրեմն այս երկու ուղղանկյին եռանկիւնք իրարու հաւասար են (տես էջ 64, Գլ. Դ. Նախ. Դ.).

Ուրեմն   աէ կողմն=ադ կողման

Այսինքն ԱԲԳ անկեան ԲԶ կիսողին վերայ առնըւած Ա կէտն՝ հաւասարապէս հեռու է նոյն անկեան երկու կողմերէն:

Զոր պարտ էր ապացուցանել:

Միևնոյն կերպին կարեմք ապացուցանել թէ՝ նոյն կիսողին վերայ առնուած ամեն կէտերն հաւասարապէս հեռու են անկեան կողմերէն:

Կիրառութիւն. — Երկրաչափական տեղեաց ծանօթութիւնք կարևոր դեր մի կը կատարեն նախադասութեանց ապացուցման և մանաւորաբար գծագրական խնդրոց մէջ:

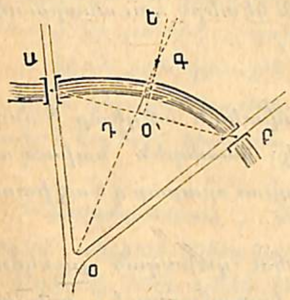
Շատ մի հարցմանց մէջ երկու զանազան յատկութիւն ունեցող կէտ մի գտնել կառաջարկուի, այն ատեն երբ գիծ մի՝ որոյ ամեն կէտերն տրուած առաջին յատկութիւնքն կրէ և երկրորդ գիծ մ'ալ՝ որոյ ամեն կէտերն տրուած երկրորդ յատկութիւնքն ունենայ, խնդրուած կէտն այդ երկու գծերու հատման կէտն է բնականաբար, իսկ եթէ այդ երկու գծերն հատման կէտ չունին և զուգահեռական [1] են, այն ատեն ամենայն համարձակութեամբ կարեմք ասել թէ՝ այդ խնդրուած կէտն ալ գոյութիւն չունի և չկրնար ունենալ: Զայս աւելի հասկանալի գործելոյ համար օրինակով բացատրեմք:

Ենթադրեմք դետ մի (Պատ. 43), որոյ վերայ ձըգուած լինի երկու կամուրջներ Ա և Բ, որք ԱՕ և ԲՕ ուղեաց կ'առաջնորդեն. արդ կ'առաջարկուի գտնել այնպիսի կէտ մի՝ որ թէ երկու ուղիներէ և թէ երկու կամուրջներէ հաւասարապէս հեռու գտնուի:

Յայտնի է թէ այս առաջարկուած կէտն երկու յատկութիւն ունի.

Առաջին. — Երկու ուղիներէ հաւասարապէս հեռու պիտի լինի.

Երկրորդ. — Երկու կամուրջներէն հաւասարապէս հեռու պիտի գտնուի:



Պատ. 43

Ա. Թէ երկու ուղիներէ հաւասարապէս հեռու գտնըւող կէտն՝ անպատճառ այդ ուղեաց կազմած անկեան կիսուղին վերայ պիտի գտնուի, (տես էջ 67, Գլ. Դ. Նախ. Զ.) այսինքն ՕԴ գծին վերայ:

Բ. Թէ երկու կամուրջներէն հաւասարապէս հեռու գտնուող կէտն՝ անպատճառ

(1) Երկու ուղիղ գծեր զուգահեռական են կըսուի, երբ միեւնոյն մակարդակի վերայ գտնուելով որչափ որ երկարին իրարու չեն հանդիպիր (տես գլուխ Ն. սահման զուգահեռական գծերու :)

այդ երկու կամուրջներն միացնող գծին միջին կէտէն բարձրացուցուած ուղղահայեացին վերայ պիտի գըտնուի, այսինքն ՕԵ գծին վերայ (տես էջ 66, Գլ. Դ. Նախ. Ե.). (տես նաև էջ 60, Գլ. Դ. Նախ. Բ.): Արդ այս երկու ուղեաց կազմած անկեան կիսողն՝ ՕԴ կէտի մի վերայ պիտի կտրէ կամուրջներն միացնող գծին միջին կէտէն բարձրացուցուած ուղղահայեացն, այն է Գ որ կը պատասխանէ երկու յատկութեանց ևս:

Ա. Գ կէտն հաւասար հեռի է Ա և Բ կամուրջներէ
Բ. Գ » » » ԱՕ և ՕԲ ուղիներէ

Իսկ եթէ այնպէս լինէր որ ՕԴ, զուգահեռական ըլլար ՕԵի, այսինքն հատման կէտ չունենային, այն ատեն խնդրուած կէտն ալ գոյութիւն չի պիտի ունենար և սոյնպիսի առաջարկի մի լուծումն անկարելի:

ԱՌԱՋԱՐԿՈՒԹԻՒՆՔ

(17) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երբ երկու ուղիղ գծեր զիրեար կտրեն, իւրեանց կազմած 4 անկեանց միոյն կիսողին շարունակութիւնն, նոյն անկեան գագաթան հակադիրին կիսողն է և փոխադարձաբար ։

(18) Նաեւ պէտք է ապացուցանել թէ՝ երբ երկու ուղիղ գծեր զիրեար կտրեն, յառաջ եկած 4 անկեանց կիսողք իրարու նկատմամբ երկու ուղղահայեաց գծեր կը ձեւացնեն ։

(19) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երբ երկու եռանկեանց միոյն երկու կողմերն և այդ կողմանց միոյն վերայ եղած բարձրութիւնն, միւսին երկու կողմանց և այդ կողմանց միոյն վերայ իջած բարձրութեան հաւասար է՝ եռանկիւնք եւս հաւասար են ։

(20) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երբ երկու եռանկեանց մէջ միոյն մի կողմն և այդ կողման երկու ծայրերէն դէպ ի ընդդիմակաց կողմանց իջած բարձրութիւնքն, միւսին մի կողման և նոյն կողման երկու ծայրերէն ընդդիմակաց կողմանց վերայ իջած բարձրութեանց հաւասար են, եռանկիւնք եւս հաւասար են ։

(21) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երբ երկու եռանկեանց միոյն երկու կողմերն և այդ երկու կողմանց մէջ պարփակեալ բարձրութիւնն, միւսին երկու կողմանց և նոցա մէջ պարփակեալ բարձրութեան հաւասար է, եռանկիւնք եւս հաւասար են ։

(22) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ որ և է ԱԲԳ եռանկեան երեք կողմանց միջին կէտերէն բարձրացուցուած ուղղահայեացք միեւնոյն Օ կէտին վերայ զիրեար պիտի կտրեն ։

(23) Նոյնպէս, պէտք է ապացուցանել թէ՝ որ և է ԱԲԳ եռանկեան երեք անկեանց կիսողք, միեւնոյն Օ կէտին վերայ զիրեար պիտի կտրեն ։

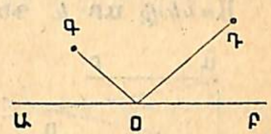
(24.) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երբ եռանկեան մի երեք միջնակայներու երկուքն իրարու հաւասար են, եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է ։

(25) Նաև պէտք է ապացուցանել թէ՝ երբ եռանկեան մի երեք կիսողներուն երկուքն իրարու հաւասար են, եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է ։

(26) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երկկողմնազոյգ եռանկիւն մի երկու հաւասար բարձրութիւն ունի ։

(27) Փոխադարձաբար, պէտք է ապացուցանել թէ՝ երբ եռանկեան մի երեք բարձրութեանց երկուքն հաւասար են, եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է ։

(28) ԱԲ ուղիղ գիծն (Պատ 44) և այդ գծէն դուրս առնուած Գ և Դ կէտերն տրուած լինելով, պէտք է ԱԲ գծին վերայ գտնել այնպիսի կէտ մի Օ որ՝ երբ Գ և Դ կէտերն միացնեմք այդ կէտին՝ յառաջ եկած ԳՕԱ անկիւնն հաւասար լինի ԴՕԲ անկեան (գընդախաղի կանոն) ։



Պատ. 44

Ապացուցանել նաև թէ՝ վերոգրեալ կերպիւ գտնուած ԳՕԴ բեկեալ գիծն ամենակարճն է այն ամեն բեկեալ գծերէ, որք ծագում կ'առնուն Գ կէտէն և ԱԲ գծին մէկ կէտին դպելով կ'ընթանան ի Դ ։

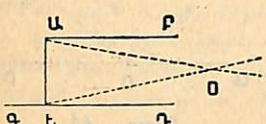
ԳԼՈՒԽ Ե·

ԶՈՒԳԱՀԵՌԱԿԱՆՔ (PARALLÈLES)

Զուգահեռական գծեր.— Երկու ուղիղ գծեր զուգահեռական են կ'ըսուի՝ երբ միևնոյն մակարդակի վերայ գտնուելով որչափ որ երկարին, իրարու չեն հանդիպիր :

54· Նախադասութիւն Ա. — *Երբ երկու ուղիղ գծեր երրորդի մի ուղղահայեաց են՝ իրարու զուգահեռական են :*

Առնեմք ԱԲ և ԳԵ գծերն, որք ուղղահայեաց են ԱԵ գծին, պէտք է ապացուցանել թէ՝ ԱԲ և ԳԴ գծերն զուգահեռական են (Պատ· 45)։



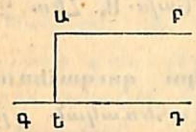
Պատ· 45

Արդարև ԱԲ և ԳԴ գծերն եթէ զուգահեռական չեն, այն պարագային մէջ եթէ այս երկու գծերն բաւական երկարեմք պիտի կտրեն զիրեար կէտի մի վերայ, Օ ենթադրեմք զայն, սակայն այն ատեն միևնոյն կէտէ Օ, գծի մի վերայ երկու տարբեր ուղղահայեացներ իջեցուցած պիտի լինիմք, որ անկարելի է ըստ սա նախադասութեան թէ՝ *ուղիղ գծէ մի դուրս առնուած որևէ կէտէ մի՝ միայն մէկ ուղղահայեաց կարեմք իջեցնել այդ ուղիղ գծին և միայն մի ·* (Տես էջ 29, Գլ· Բ· Նախ· Ե·) Ուրեմն ԱԲ և ԳԴ գըծերն որք ուղղահայեաց են ԱԵ գծին՝ որչափ որ եր-

կարեմք իրարու չպիտի հանդիպին և հետևաբար զուգահեռական են (Սահ· Զուգ· գծերու) :

Հետ.— *Ուղիղ գծէ մի դուրս առնուած կէտէ մի կարեմք մի զուգահեռական քաշել յիշեալ գծին և միայն մի ·*

1· — Ա կէտէն ԳԴ գծին զուգահեռական մի քաշելու համար (Պատ· 46) Ա կէտէն ԳԴ գծին ուղղահայեաց մի իջեցնեմք ԱԵ և նմանապէս ԱԵ գծին Ա կէտին վրայէն ուղղահայեաց մի ևս բարձրացնեմք, այն ատեն յայտնի է թէ ԱԲ զուգահեռական պիտի լինի ԳԴի ըստ վերոգրեալ նախադասութեան, որովհետև երկու գծեր ԱԲ և ԳԴ ուղղահայեաց են ԱԵի ըստ շինութեան :



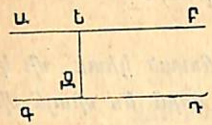
Պատ· 46

2· Ա կէտէն ԳԴ գծին միայն մէկ զուգահեռական կարեմք քաշել որ է ԱԲ և ոչ աւելի, որովհետև Ա կէտին վերայ միայն մէկ ուղղահայեաց կարեմք բարձրացընել ըստ սա նախադասութեան թէ՝ *ուղիղ գծի մի մէկ կէտէն միայն մէկ ուղղահայեաց կարեմք բարձրացնել այդ գծին* (տես էջ 21, Նախ· Ա·) :

55· Նախադասութիւն Բ· — *Երբ երկու ուղիղ գծեր իրարու զուգահեռական են, միոյն ուղղահայեաց եղող գիծն միւսին ալ ուղղահայեաց է :*

Առնեմք ԱԲ և ԳԴ իրարու զուգահեռական գիծերն և ԵԶ որ ուղղահայեաց է ԳԴի, պէտք է ապացուցանել թէ ԵԶ ուղղահայեաց է նաև ԱԲի · (Պատ· 47) :

ԵԶ ուղղահայեացին Ե կէտէն ուղղահայեաց մի բարձրացնեմք ԵԶի որ բնականաբար զուգահեռական պիտի լինի ԳԴի (ըստ նախկին նախադասութեան հետեւութեան) և սակայն այդ ուղղահայեացն պիտի չփոթի ԱԲի հետ, որովհետեւ արդէն ԱԲ ըստ ենթադրութեան Ե կէտէ քաշուած զուգահեռական է ԳԴ գծին. (Տես Գլ. Ե. Նախ. Ա. Հետ. 2)։



Պատ. 47

58. Հատանողով մի կտրուած երկու զուգահեռական գծեր ։ — Երբ երկու զուգահեռական գծեր երրորդով մի կտրուին կը կազմեն 8 անկիւններ, որք մասնաւոր անուններ ունին ըստ իւրեանց դիրքին ։

Այս զուգահեռական գծերու միջին կողմն կը կազմուին 4 անկիւններ որք *ներքին* (internes) անկիւններ կը կոչուին և 4 դուրսի կողմն՝ որք *արտաքին* (externes) անկիւններ կ'ըսուին ։

Երկու ներքին անկիւններ՝ որք հատանողին մէկ կողմն կը գտնուին և տարբեր գագաթներ ունին, իրարու նկատմամբ *ներքին նոյնադիր* (internes d'un même côté) անկիւններ կը կոչուին ։

Երկու արտաքին անկիւններ՝ որք հատանողին մէկ կողմն կը գտնուին և տարբեր գագաթներ ունին, իրարու նկատմամբ *արտաքին նոյնադիր* (externes d'un-même côté) անկիւններ կը կոչուին ։

Երկու ներքին անկիւններ՝ որք տարբեր գագաթներ ունին, և մին հատանողին մի և միւսն միւս կողմն կը գտնուին, իրարու նկատմամբ *ներքին փոխադարձ* (alternes internes) անկիւններ կը կոչուին ։

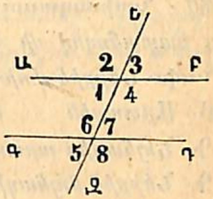
Երկու արտաքին անկիւններ՝ որք տարբեր գագաթներ ունին և մին հատանողին մի և միւսն միւս կողմն կը գտնուին, իրարու նկատմամբ *արտաքին փոխադարձ* (alternes externes) անկիւններ կը կոչուին ։

Մէկ արտաքին և մէկ ներքին անկիւններ՝ որք հատանողին միևնոյն կողմն կը գտնուին և տարբեր գագաթներ ունին իրարու նկատմամբ՝ *նոյնադիր արտաքին ու ներքին* (correspondants) անկիւններ կը կոչուին ։

Մէկ արտաքին և մէկ ներքին անկիւններ որոց մին հատանողին մի՝ և միւսն միւս կողմ կը գտնուին եւ տարբեր գագաթներ ունին, իրարու նկատմամբ *հակադիր արտաքին ու ներքին* (correspondants) անկիւններ կը կոչուին ։

Սակայն այս անկեանց դիրքերն աւելի լաւ հասկցընելոյ համար օրինակներով բացատրեմք ։

1. 4. 6. 7. անկիւնք (Պատ. 48) որք երկու ԱԲ եւ ԳԴ զուգահեռականներուն ներքին կողմն գտնուող 4 անկիւններ են, *ներքին անկիւններ* կը կոչուին։



Պատ. 48

2. 3. 5. 8. անկիւնք որք երկու ԱԲ և ԳԴ զուգահեռականներու արտաքին կողմն գտնուող 4 անկիւններ են, *արտաքին* անկիւններ կը կոչուին ։

1 և 6 անկիւնք որք ԶԵ հատանողին մի կողմն գտնուող ներքին անկիւններ են *ներքին նոյնադիր* անկիւններ կը կոչուին, նմանապէս 4 և 7 անկիւնք ։

2 և 5 անկիւնք որք ԶԵ հատանողին մի կողմն գտնուող արտաքին անկիւններ են *արտաքին նոյնադիր* անկիւններ կը կոչուին ։ Նմանապէս 3 և 8 անկիւնք ։

1 և 7 ոչ առ-ընթերակաց ներքին անկիւնք որբ ԶԵ հատանողին մին մի և միւսն միւս կողմ կը գտնուին ; ներքին փոխադարձ անկիւնք կը կոչուին, նմանապէս 4 և 6 անկիւնք ։

2 և 8 ոչ-առընթերակաց արտաքին անկիւնք, որբ ԶԵ հատանողին մին մի և միւսն միւս կողմ կը գտնուին, արտաքին փոխադարձ անկիւնք կը կոչուին, նմանպէս 3 և 5 անկիւնք ։

2 և 6 արտաքին ու ներքին անկիւնք, որբ ԶԵ հատանողին միևնոյն կողմն կը գտնուին նոյնադիր արտաքին ու ներքին անկիւններ կը կոչուին, նոյնպէս և 1 և 5, 3 և 7, 4 և 8։

2 և 7 արտաքին ու ներքին անկիւնք որբ ԶԵ հատանողին մին մի՝ և միւսն միւս կողմն կը գտնուին հակադիր արտաքին ու ներքին անկիւններ կը կոչուին, նոյնպէս և 3 և 6, 5 և 4, 8 և 1 ։

57. Նախադասութիւն Գ. — Երբ երկու զուգահեռական գծեր հատանողով մի կտրուին.

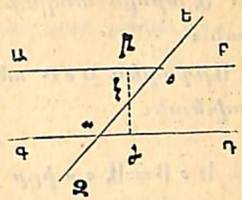
Նախ. Ներքին փոխադարձ անկիւնք իրարու հաւ. կը լինին,
Բ. Արտաքին » » » » »
Գ. Նոյնադիր արտաքին ու ներքին անկիւնք » »
Դ. Ներքին նոյնադիր անկիւնք յաւելուածական »
Ե. Արտաքին » » » »

Առնեմք երկու իրարու զուգահեռական գծեր ԱԲ և ԳԴ որբ կտրուած լինին ԵԶ հատանողով ։

Նախ. — Պէտք է ապացուցանել թէ ներքին փոխադարձ եղող Ա օ ը հաւասար է օ ը Դ անկեան, նմանապէս Բ օ ը հաւասար է օ ը Գ անկեան (Պատ. 49) ։

Զայս ապացուցանելոյ համար երկու զուգահեռակա-

նաց մէջ միացած ԵԶ հատանողին օ ը մասին միջին կէտէն է, ուղղահայեաց մի իջեցնեմք ԳԴի և երկարեմք մինչ ԱԲ, այն ատեն յայտնի է թէ Թ Ժ որ ուղղահայեաց է ԳԴի ըստ չինութեան ուղղահայեաց է նաև իրեն զուգահեռական եղող ԱԲ գծին (տես Գլ. Ե. Նախ. Բ.) ։



Պատ. 49

Արդ աստ կազմուեցան երկու ուղղանկիւն եռանկիւններ է ը Ժ և Թ է օ որոց մէջ ունիմք.

Հակուղիղ է ը = հակ. է օ ըստ չինութեան

Անկիւն ը է Ժ = անկ. Թ է օ իբր գագաթան հակադիր

Ուրեմն այս երկու ուղղանկին եռանկեանց մէջ միոյն հակուղիղն և սուր անկեանց մին՝ միւսին հակուղիղին և սուր անկեանց միոյն հաւասար ըլլալով այս երկու ուղղանկիւն եռանկիւնք իրարու հաւասար են (տես Գլ. Դ. Նախ Դ.)

Հետեւաբար

Անկ. է ը Ժ (ընդ. մկց. է Ժ կող.) = անկ. Թ օ է (ընդ. Թէ կողմ.)

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

Այս երկու է ը Ժ և Թ օ է անկիւնք իրարու հաւասար լինելով Բ օ ը անկիւնն ալ հաւասար է օ ը Գ անկեան իբր յաւելուածականք առաջնոց ։

Բ. Արտաքին փոխադարձ անկիւնք իրարու հաւասար են: Այսինքն անկիւն Ե օ Բ է հաւասար է Գ ∘∘ Զ անկեան ։

Արդարեն Ե օ Բ անկիւնն աւասար է Գ ∘∘ Զ անկեան որովհետեւ

Ե օ Բ=Ա օ ∘∘ իբր գագաթան հակադիր անկ.

Սակայն

Ա օ ∘∘=օ ∘∘ Դ իբր ներքին փոխադարձ

Եւ

օ ∘∘ Դ=Գ ∘∘ Զ իբր գագաթանակադիր անկիւնք

Ուրեմն

Ե օ Բ=Գ ∘∘ Զ

Զոր պարտ էր ապացուցանել

Նոյն կերպիւ կարեմք ապացուցանել նաեւ թէ Ա օ Ե անկիւնն հաւասար է Զ ∘∘ Դ անկեան ։

Բ. Նոյնադիր արտաքին ու ներքին անկիւնք իրարու հաւասար են, այսինքն Ե օ Բ անկիւնն հաւասար է օ ∘∘ Դ անկեան ։

Արդարեւ Ե օ Բ անկիւնն հաւասար է օ ∘∘ Դ անկեան, որովհետեւ

Ե օ Բ=Ա օ ∘∘ իբր գագաթան հակադիր անկիւնք

Սակայն

Ա օ ∘∘=օ ∘∘ Դ իբր ներքին փոխադարձ անկիւնք

Ուրեմն

Ե օ Բ=օ ∘∘ Դ

Զոր պարտ էր ապացուցանել

Նոյն կերպիւ կարեմք ապացուցանել նաեւ թէ Ե օ Ա և օ ∘∘ Գ նոյնադիր արտաքին ու ներքին անկիւնք իրարու հաւասար են ։

Դ. Ներքին նոյնադիր անկիւնք յաւելուածական են. այսինքն Ա օ ∘∘ և օ ∘∘ Գ անկեանց գումարն հաւասար է 2 ուղիղ անկեանց ։

Արդարեւ

Ա օ ∘∘ + ∘∘ օ Բ=2 ∟ իբր առընթերակաց

Սակայն

∘∘ օ Բ=օ ∘∘ Դ իբր ներքին փոխադարձ անկիւնք

Ուրեմն

Ա օ ∘∘ + օ ∘∘ Գ=2 ∟

Զոր պարտ էր ապացուցանել

Ե. Արտաքին նոյնադիր անկիւնք յաւելուածական են ։

Այսինքն Ա∘Ե և Գ•Զ անկեանց գումարն հաւասար է 2 ուղիղ անկեանց ։

Արդարև

Ա∘Ե+Ա∘•=2∟ իբր առանթերակաց անկիւնք

Սակայն

Ա∘•=∘•Դ իբր ներքին փոխադարձ անկիւնք

Ուրեմն

Ա∘Ե+∘•Դ=2∟

Սակայն

∘•Դ=Գ•Զ իբր գագաթան հակադիր անկիւնք

Ուրեմն

Ա∘Ե+Գ•Զ=2∟

Զոր պարտ էր ապացուցանել

Վերոգրեալ կերպիւ կարեմք ապացուցանել թէ Ե∘Բ և Զ•Դ արտաքին նոյնադիր անկիւնք ևս յաւելուածական են , այսինքն գումարնին երկու ուղիղ անկեանց հաւասար է ։

ՓՈԽԱԴԱՐՁ

58. Նախադասութիւն Դ. — *Երբ երկու ուղիղ գծեր հատանողով մի կտրուելով կազմեն,*

Ա. — Ներքին փոխադարձ անկիւնք իրարու հաւասար .

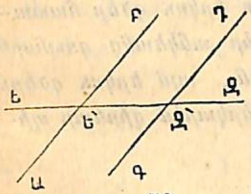
կամ Բ. — Արտաքին » » » »

» Գ. — Նոյնադիր արտ. եւ ներ. » » »

» Դ. — Ներքին նոյնադիր անկիւնք յաւելուածական ,

» Ե. — Արտաքին » » »

Այդ պարագային մէջ այս երկու գծերն իրարու զուգահեռական են ։



Պատ. 50

Առնեմք երկու գծեր ԱԲ և ԳԴ որք կտրուած են ԵԶ հատանողով (Պատ. 50), ըստ Ա ենթադրութեան՝ Զ՛Ե՛Ա եւ Ե՛Զ՛Դ անկիւնք իրարու հաւասար են ։ Արդ պէտք է ապացուցանել թէ ԱԲ և ԳԴ գծերն զուգահեռական են ։

Ենթադրեմք թէ ԳԴ զուգահեռական չէ ԱԲի , եւ հետեւաբար Զ՛ կէտէն ԱԲի զուգահեռական մի քաշեմք, այն ատեն յայտնի է թէ այդ զուգահեռականն հատանողին հետ պիտի կազմէ անկիւն մի հաւասար Զ՛Ե՛Աի իբր ներքին փոխադարձք (տես Նախ. Գ. Գլ. Ե.) ։

Սակայն արդէն ըստ ենթադրութեան Ե՛Զ՛Դ հաւասար է Զ՛Ե՛Օի , ուրեմն Զ՛ կէտէն ԱԲի քաշուած զուգահեռականն պիտի զուգընթանայ ԳԴի հետ , և հետեւաբար ԳԴ և ԱԲ գծերն զուգահեռական են ։

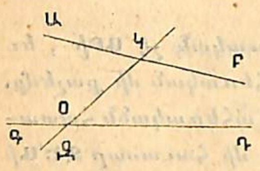
Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

Վերոգրեալ կերպիւ ապացուցանելով մնացեալ չորս պարագայից համար ևս նոյն հետեւութիւնն պիտի ունենամք ։

Հետեւութիւն. — Վերոյիշեալ երկու նախադասութիւններէ կարեմք հետեւցնել թէ՝ երբ գիծ մի երկու զուգահեռական գծեր խոտորնակի կը կտրէ, կազմուած 8 անկեանց չորսն սրանկիւն և իրարու հաւասար և չորսն բթանկիւն և իրարու հաւասար են ։

59. Նախադասութիւն Ե. — Երբ երկու գծեր հատանողով մի կտրուելով, ներքին նոյնակողմ անկեանց գումարն երկու ուղիղ անկիւններէ փոքր ըլլան, այն երկու գծերն զուգահեռական չեն եւ եթէ բաւական երկարին զիրեար պիտի կտրեն .

Առնեմք ԱԲ և ԳԴ գծերն, որք կտրուելով ԿԶ հատանողով կազմեն ներքին նոյնակողմ ՕԿԲ և ԿՕԴ անկիւններն, որոց գումարն երկու ուղիղ անկիւններէ փոքր լինի (Պատ. 51) այն ատեն այդ երկու ԱԲ և ԳԴ գծերն զուգահեռական չեն, որովհետեւ եթէ զուգահեռական լինէին ներքին նոյնակողմ անկեանց գումարն երկու ուղիղ անկեանց հաւասար պիտի լինէր (տես էջ 78, Գլ. Ե. Նախ. Գ.) ։



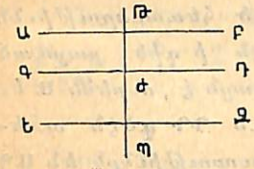
Պատ. 51

Սակայն ըստ ենթադրութեան երկու ուղիղ անկեանց հաւասար չեն, ուրեմն զուգահեռական չեն և եթէ բաւական երկարեմք զիրեար պիտի կտրեն ։

Պարապում (1). — Յայտնի է թէ ԱԲ և ԳԴ գծերն զիրեար պիտի կտրեն հատանողին այն կողմն ուր ներքին նոյնակողմ անկեանց գումարն 2 ուղիղ անկիւններէ փոքր է, իսկ միւս կողմ որքան որ երկարեմք այնքան իրարմէ պիտի հեռանան ։

60. Նախադասութիւն Զ. — Երբ երկու ուղիղ գծեր երրորդի մի զուգահեռական են, զուգահեռական են իրարու մէջ եւս ։

Առնեմք ԱԲ և ԳԴ գծերն որք զուգահեռական են ԵԶի պէտք է ապացուցանել թէ՝ այս երեք գծերն իրարու մէջ եւս զուգահեռական են ։ (Պատ. 52) ։



Պատ. 52

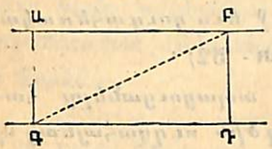
Զայս ապացուցանելոյ համար ԵԶ գծին ուղղահայեաց մի իջեցնեմք ԹՊ որ կը կտրէ ԱԲ և ԳԴ գծերն Թ և Ժ կէտերու վերայ, ԱԲ գիծն ԵԶի զուգահեռական լինելով ԵԶ գծին վերայ իջեցուցած ԹՊ ուղղահայեացն իրեն ալ ուղղահայեաց է (տես էջ 75, Գլ. Ե. Նախ. Բ.)։ և որովհետեւ ԳԴ ալ զուգահեռական է ԵԶի ըստ ենթադրութեան, ուրեմն ԹՊ գիծն ԳԴի ալ ուղղահայեաց է .

(1) Պարապումն մի կամ քանի մի նախընթաց նախադասութեանց վրայ եղած ծանօթութիւն է որ կը ծառայէ անոնց կապակցութիւնն, գործածութիւնն, սահմանն կամ ընդարձակութիւնն ցոյց տալու ։

Հետեւաբար միևնոյն ԹՊ գիծն թէ ԱԲ թէ ԳԴ և թէ ԵԶ գծերուն ուղղահայեաց լինելով այս գծերն իրարու զուգահեռական են :

61 . Նախադասութիւն Է. — *Երբ երկու գծեր իրարու զուգահեռական են ամեն տեղ իրարմէ ունեցած հեռաւորութիւննին նոյն է :*

Առնեմք ԱԲ և ԳԴ երկու զուգահեռական գծեր, (Պատ. 53). պէտք է ապացուցանել թէ Ա կէտն ինչ հեռաւորութիւն որ ունի ԳԴ գծէն նոյն հեռաւորութիւն ունի և Բ, ինչպէս նաև ուրիշ ամեն կէտէր որք ԱԲի վերայ կը գտնուին :



Պատ. 53

Յայտնի է թէ կէտի մի գծէ մի ունեցած հեռաւորութիւնն այն կէտէն ի գիծ քաշուած ուղղահայեացն է, ուրեմն Ա եւ Բ կէտերուն ԳԴ գծէն ունեցած հեռաւորութիւնքն են ԱԳ և ԲԴ ուղղահայեացներն որոց հաւասարութիւնքն եթէ ապացուցանեմք ապացուցած կը լինիմք սոյն նախադասութիւնն :

Միացնեմք Բ կէտը Գի որով կը կազմենք երկու ուղղանկիւն եռանկիւններ ԳԱԲ և ԳԲԴ որոց մէջ ունինմք

ԲԳ հակուղիղ հասարակաց

Անկ. ԳԲԱ=անկ. ԲԳԴ իբր ներքին փոխադարձ անկիւնք նկատմամբ ԲԳ հատանողին որ կտրած է ԱԲ և ԳԴ զուգահեռականներն :

Ուրեմն այս ուղղանկիւն եռանկիւնք իրարու հաւասար են (տես էջ 64, Գլ. Դ. Նախ. Դ.):

Հետեւաբար ԱԳ որ ԱԲԳ անկեան ընդդիմակաց կողմն է, հաւասար է նոյնանկեան հաւասար եղող ԲԳԴ անկեան ընդդիմակաց ԲԴ կողման :

ԱԳ (ընդմկաց. ԱԲԳ անկ.)=ԲԴ (ընդդմկաց ԲԳԴ անկ.)

Ուրեմն Ա և Բ կէտերն միևնոյն հեռաւորութիւն ունի ԲԴ գծէն :

Զոր պարտ էր ապացուցանել :

Նոյն կերպիւ կարեմք ապացուցանել թէ՝ ԱԲ գծին վերայ գտնուող ամէն կէտեր միևնոյն հեռաւորութիւն ունին իրեն զուգահեռական եղող ԳԴ գծէն :

62. Նախադասութիւն Ը. — *Իրարու զուգահեռական կողմեր ունեցող անկիւնք :*

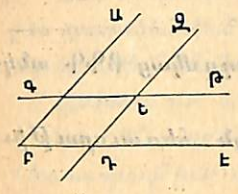
Երկու իրարու զուգահեռական կողմեր ունեցող անկիւնք կամ իրարու հաւասար կամ յաւելուածական են :

Այս Նախադասութիւնն երեք պարագայ ունի .

Նախ . *Երբ երկու անկեանց կողմերն իրարու զուգահեռական են միևնոյն ուղղութեամբ , այդ անկիւնք իրարու հաւասար են :*

Բ . *Երբ երկու անկեանց կողմերն իրարու զուգահեռական են հակառակ ուղղութեամբ , այդ անկիւնք իրարու հաւասար են :*

Գ. *Երբ երկու անկեանց կողմերն իրարու զուգահեռական են եւ երկու առ երկու միեւնոյն ուղղութիւն եւ երկու առ երկու հակառակ ուղղութեամբ են, այդ անկիւնք յաւելուածական են* ։



Պատ. 54

Առաջին. Առնենք ԱԲ գիծն զուգահեռական ԶԵի և ԲԷ, ԵԹի այն ատեն ԱԲԷ անկիւնն հաւասար է ԶԵԹ անկեան (Պտ. 54) որովհետեւ անկեանց կողմերն միևնոյն ուղղութիւնն ունին ։

Զայս ապացուցանելոյ համար երկարենք ԶԵ գիծն մինչեւ որ ԲԷ կտրէ Դ կէտին վերայ.

Արդ գիտենք թէ ԶԵԹ=ԶԴԷ իբր արտաքին և ներքին անկիւններ նկատմամբ ԲԷ և ԳԹ զուգահեռական գծերու որք կտրուած են ԶԴ հատանողով (տես էջ 78, Գլ. Ե. Նախ. Գ.).

Նմանապէս

Անկիւն ԶԴԷ=ԱԲԷ իբր նոյնադիր արտաքին ու ներքին անկիւններ նկատմամբ ԱԲ և ԶԴ զուգահեռական գծերու որք կտրուած են ԲԷ հատանողով (տես էջ 78 Գլ. Ե. Նախ. Գ.) ։

Ուրեմն ԶԵԹ և ԱԲԷ երկու անկիւնք ԶԴԷ անկեան հաւասար լինելով իրարու մէջ ևս հաւասար են ։ (տես էջ 17, առած 1) ։

ԶԵԹ=ԱԲԷ

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

Երկրորդ. — *Երբ երկու անկեանց կողմերն իրարու զուգահեռական են հակառակ ուղղութեամբ, այդ անկիւնք իրարու հաւասար են* ։

Ունիմք ԳԲԴ և ԳԵԴ երկու անկիւններ (Պատ. 54) որոց կողմերն իրարու զուգահեռական են հակառակ ուղղութեամբ, արդ պէտք է ապացուցանել թէ ԳԲԴ և ԳԵԴ անկիւնք իրարու հաւասար են ։

Արդարեւ յայտնի է թէ

Անկիւն ԶԵԹ = անկիւն ԳԲԴ ըստ Ա պարագային

Սակայն որովհետեւ

Անկիւն ԶԵԹ = ԳԵԴ իբր դագաթան հակադիր

Ուրեմն

Անկիւն ԳԵԴ = անկիւն ԳԲԴ

Երրորդ. — *Երբ երկու անկեանց կողմերն իրարու զուգահեռական են եւ երկու առ երկու միեւնոյն ուղղութիւն եւ երկու առ երկու հակառակ ուղղութեամբ են, այդ անկիւնք յաւելուածական են* ։

Ունիմք ԱԲԷ և ԴԵԹ երկու անկիւններ (Պատկեր 54) որոց կողմերն իրարու զուգահեռական են ըստ եւ- թադրութեան և երկու առ երկու միեւնոյն ուղղու-

թիւն և երկու առ երկու հակառակ ուղղութեամբ են, արդ պէտք է ապացուցանել թէ ԱԲԷ *և* ԴԵԹ *անկիւնք յաւելուածական են, այսինքն գումարնին երկու ուղղանկեանց հաւասար է ։*

Արդարեւ յայտնի է թէ

ԴԵԹ + ԹԵԶ = 2 ∟ .... (1)

Սակայն

ԹԵԶ = ԳԲԴ *ըստ Ա պարագային*

Ուրեմն վերի (1) *հաւասարութեան մէջ* ԹԵԶ *իւր հաւասար արժէքովն ներկայացնելով կունենամք,*

ԴԵԹ+ԳԲԴ = 2 ∟

Զոր պարտ էր ապացուցնել ։

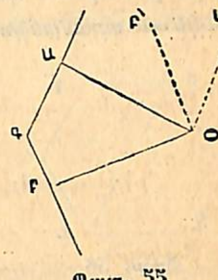
63 . Նախադասութիւն Թ. — *Իրարու ուղղահայեաց կողմեր ունեցող անկիւնք ։*

Երկու իրարու փոփոխակի ուղղահայեաց կողմեր ունեցող անկիւնք կամ իրարու հաւասար են կամ յաւելուածական են ։

Առնեմք երկու անկիւններ ԱՕԲ *և* ԱԳԲ *որոց կողմերն փոփոխակի իրարու ուղղահայեաց են, այսինքն*

ՕԱ *ուղղահայեաց է* ԳԱ*ի և* ՕԲ, ԳԲ*ի (Պատկ. 55) ։ Արդ պէտք է ապացուցանել թէ այս երկու* ԱՕԲ *և* ԱԳԲ *անկիւնք յաւելուածական են ։*

ԱՕԲ *անկեան* Օ *կէտին վրայէն* ԲՕ *կողման վերայ ուղղահայեաց մի բարձրացնեմք որ է* ՕԲ′ *և նըմանապէս* ԱՕ *կողման վերայ՝ որ է* ՕԱ′, *այն ատեն յայտնի է թէ* ՕԲ′ *զուգահեռական պիտի լինի* ԳԲ*ի և* ՕԱ′, ԳԱ*ի (տես էջ 74 նախ. Ա) ։*



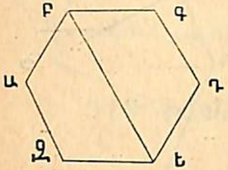
Պատ. 55

Արդ բացայայտ է թէ ԱԳԲ *անկիւնն յաւելուածականն է* Բ′ՕԱ′ *անկեան (տես էջ 88 նախ. Ը. պարագայ Գ) . Սակայն* Բ′ՕԱ′ *անկիւնն հաւասար է* ԱՕԲ *անկեան որովհետեւ այս երկու անկիւններն ալ միեւնոյն անկիւնն* (ԱՕԲ′) *ունին իբր լրացուցիչ հասարակաց, ուրեմն* ԱԳԲ *անկիւնն յաւելուածականն է* ԱՕԲ *անկեան զոր պարտ էր ապացուցանել ։*

64 . Բազմանկիւնք . (Polygones) . — *Բազմանկիւն կը կոչուի այն ամեն մակարդակք որք շրջապատեալ են ամեն ուրեք ուղիղ գծերով՝ որք զիրեար կը կտրեն . այս գծերէն իւրաքանչիւրն բազմանկեան կողմերն կը կոչուին և ամենն ի միասին բազմանկեան պարագիծն* (périmètre) *կամ շրջագիծն կը կազմեն . արդ յայտնի է թէ բազմանկիւն մի որչափ կողմ՝ նոյնչափ անկիւն ունի և այդ անկեանց գագաթներն գագաթք բազմանկեան* (sommets) *կը յորջորջուին ։*

Երբ գիծ մի բազմանկեան երկու ոչ-յաջորդական գագաթներն իրարու կը միացնէ, այդ գիծն բազմանկեան տրամանկիւնն (diagonale) *կը կոչուի ։ Այսպէս ու-*

րեմն ԱԲԳԴԵԶ (Պատ. 56) բազմանկիւն մ'է. ԱԲ, ԲԳ, ԳԵ, ևայլն բազմանկեան *կողմերն*, ԱԲ+ԲԳ+ԳԴ+ԴԵ+ԵԶ+ԶԱ բազմանկեան *պարագիծն* կամ *շրջագիծն* և ԲԵ բազմանկեան *տրամանկիւնն* են :



Պատ. 56

Բազմանկիւն մի *կանոնաւոր* (régulier) է կըսուի երբ թէ իւր կողմերն և թէ անկիւններն իրարու հաւասար են. այսպէս ուրեմն ԱԲԳԴԵԶ կանոնաւոր բազմանկիւն մ'է (Պատ. 56) :

Բազմանկիւնք ըստ իւրեանց կողմերուն կամ անկեանց թւոյն՝ տարբեր անուններ ունին, երեք կողմ ունեցող բազմանկիւնն ամենապարզն է զոր արդէն *եռանկիւն* կոչեցինք :

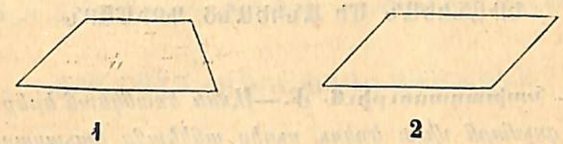
4 կողմ ունեցող բազմանկիւնն *քառակողմեան* (quadrilatère)· 5 կողմ ունեցողն *հնգակողմեան* (pentagone)· 6 կողմ ունեցողն *վեցակողմեան* (hexagone)· 7 կողմ ու-ունեցողն *եօթնակողմեան* (heptagone) · 8 կողմ ունեցողն *ութակողմեան* (octogone) · 9 կողմ ունեցողն *ինակողմեան* (ennéagone) · 10 կողմ ունեցողն *տասնակողմեան* (décagone). 11 կողմ ունեցողն *մետասանակողմեան* (endécagone) և 12 կողմ ունեցողն *երկոտասանակողմեան* (dodècagone) բազմանկիւն կը կոչուին ևայլն :

Քառակողմեան բազմանկիւնք ևս այլ և այլ անուններ ունին իւրեանց կողմերն և անկեանց առնչութեանց համեմատ :

1· **Տրապիզաձև** (trapèze) կը կոչուին այն քառակողմեան բազմանկիւնք որոց 4 կողմերէն երկուքն իրարու զուգահեռական են և միւսներն ալ ոչ-զուգահեռական:

Օրինակի համար, թիւ 1 պատկերն տրապիզաձև մ'է (Պատկեր 57) :

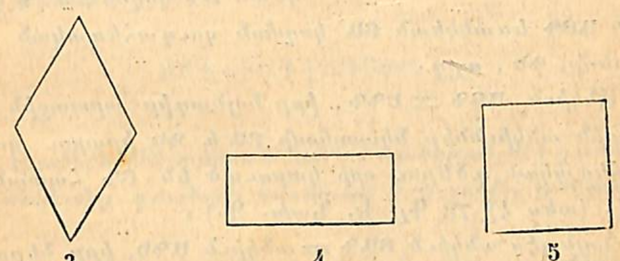
Տրապիզաձևի մի իբր խարիսխ կրնայ նկատուիլ իւր երկու իրարու զուգահեռական կողմերէն մին :



Պատկեր 57

2· **Զուգահեռագիծ** (parallélogamme) կը կոչուին այն քառակողմեան բազմանկիւնք, որոց 4 կողմերն երկու առ երկու զուգահեռական են (Պատկ. 57. թիւ 2) :

3· **Տարանկիւն** (losange) կը կոչուին այն քառակողմեան բազմանկիւնք որոց 4 կողմերն իրարու հաւասար են (Պատկ· 58 թիւ 3) :



Պատկեր 58

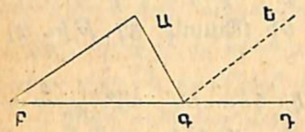
4· **Ուղղանկիւն** (rectangle) կը կոչուին այն քառակողմեան բազմանկիւնք որոց 4 անկիւնք ևս ուղիղ են (Պատ· 58 թիւ 4) :

5 · **Քառակուսի** (carré) *կը կոչուին այն քառակողմեան բազմանկիւնք որոց 4 կողմերն իրարու հաւասար և անկիւնք ուղիղ են* (Պատկ· 58 *թիւ* 5) ։

ԵՌԱՆԿԵԱՆ ՄԻ ԱՆԿԵԱՆՑ ԳՈՒՄԱՐՆ

65 · **Նախադասութիւն· Ժ.**—*Ամեն եռանկեան երեք անկեանց գումարն միշտ երկու ուղիղ անկեանց հաւասար է* ։

Առնեմք ԱԲԳ *որեւէ եռանկիւն* (Պատկ· 59) , *պէտք է ապացուցանել թէ այս եռանկեան մէջ գտնուող* ԱԲԳ 3 *անկեանց գումարն* 2 *ուղիղ անկեանց հաւասար է* ։



Պատ· 59

Երկարեմք ԱԲԳ *եռանկեան* ԲԳ *կողմն , և* Գ *կէտէն* ԱԲԳ *եռանկեան* ԲԱ *կողման զուգահեռական մի քաշեմք*, ԳԵ , *արդ ·*

Անկիւն ԱԲԳ = ԵԳԴ , *իբր նոյնադիր արտաքին ու ներքին անկիւններ նկատմամբ* ԲԱ *և* ԳԵ *իրարու զուգահեռական գծերու որք կտրուած են* ԲԴ *հատանողով ·* (*տես էջ* 78 Գլ. Ե· Նախ· Գ·) ։

Նոյնպէս անկիւն ԲԱԳ = *անկիւն* ԱԳԵ, *իբր ներքին փոխադարձ անկիւնք նկատմամբ* ԲԱ *և* ԳԵ *իրարու զուգահեռական գծերու որք կտրուած են* ԱԳ *հատանողով* (*տես էջ* 78) ։

Արդ ԱԲԳ *եռանկեան մէջ*

Անկիւն ԱԲԳ = ԵԳԴ *անկիւն*
» ԲԱԳ = ԱԳԵ »
» ԱԳԲ = ԱԳԲ »

Այս 3 հաւասարութիւնքն գումարելով կունենամք

ԱԲԳ+ԲԱԳ+ԱԳԲ=ԵԳԴ+ԱԳԵ+ԱԳԲ

Սակայն

ԵԳԴ+ԱԳԵ+ԱԳԲ = 2 ∟

Որովհետեւ այս անկիւնք ԲԴ *գծին* Գ *կէտին վրայ կազմուած նոյնակողմեան անկիւններ են* (*տես էջ* 25 *համար* 25) ·

Ուրեմն

ԱԲԳ+ԲԱԳ+ԱԳԲ=2 ∟

Այսինքն թէ տրուած ԱԲԳ *եռանկեան մէջ գտնուող* 3 *անկեանց գումարն հաւասար է* 2 *ուղիղ անկեանց*

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

Հետ· Ա·—*Ամեն եռանկեան արտաքին անկիւնն հաւասար է նոյն եռանկեան մէջ գտնուող ոչ-առընթերակաց երկու անկեանց գումարին* , *այսպէս* ԱԳԴ (Պատ· 59) որ ԱԲԳ եռանկեան արտաքին անկիւնն է հաւասար է ԱԲԳ և ԲԱԳ անկեանց գումարին :

Հետ. Բ. —Եռանկեան մի երկու անկիւնք տրուած ըլլալով երրորդ անկիւնն գտնել դիւրին է , որովհետև սա տրուած երկու անկեանց գումարին յաւելուածականն է :

Հետ. Գ. —Երկու եռանկեանց մէջ երբ միոյն 2 անկիւնք միւսին երկու անկեանց հաւասար են , երրորդ անկիւնք ալ հաւասար են և եռանկիւնք հաւասարանկիւն են փոխադարձաբար :

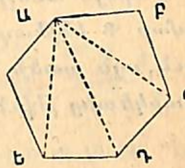
Հետ. Դ. — Որևիցէ եռանկեան մէջ միայն մէկ ուղղանկիւն կրնայ գտնուիլ , որովհետև եթէ երկու գտնուէր երրորդ անկեան արժէքն ոչինչ պիտի լինէր : Նմանապէս եռանկեան մի մէջ մի բթանկիւն միայն կրնայ գտնուիլ :

Հետ. Ե. —Ամեն ուղղանկիւն եռանկեանց երկու սրանկեանց գումարն մէկ ուղիղ անկեան հաւասար է :

Հետ. Զ. —Որովհետև ամեն հաւասարակողմ եռանկիւնք հաւասարանկիւն ալ են , (տես էջ 45, Գլ. Գ. Նախ. Զ.) ուրեմն հաւասարակողմ եռանկեան մի անկիւնն 2 ուղիղ անկեանց $^1/_3$ մասն է , այսինքն եթէ ուղղանկիւն մի մի համարուի , հաւասարակողմ եռանկեան ամեն մէկ անկեան արժէքն մէկ ուղիղ անկեան $^2/_3$ մասն պիտի լինի :

66. Նախադասութիւն ԺԱ. —*Ամեն բազմանկեանց ներքին անկեանց գումարն հաւասար է նոյն բազմանկեան կողմերուն թուոյն՝ պակաս 2 եւ բազմապատկեալ 2 ուղիղ անկեանց :*

Առնեմք ԱԲԳԴԵԶ բազմանկիւնն (Պատկ. 60). պէտք է ապացուցանել թէ այս բազմանկեան ներքին անկեանց գումարն. այսինքն ԱԲԳ+ԲԳԴ+ԳԴԵ ևն. հաւասար է այս բազմանկեան կողմերուն թւոյն պակաս երկու բազմապատկեալ 2 ուղղանկեանց. այսինքն



Պատ. 60

$$6 - 2 = 4 \times 2 = 8 \text{ ուղղանկիւն}$$

Այս բազմանկեան Ա գագաթէն տրամանկիւններ քաշեմք. որք են ԱԳ , ԱԴ և ԱԵ և այսպէսով 6 կողմ ունեցող բազմանկիւնն կը վերածի 6—2 եռանկեանց , որովհետև Ա գագաթն բոլոր եռանկեանց հասարակաց գագաթն ըլլալով՝ ԶԱԲ անկիւնն չինող երկու կողմերէն զատ բազմանկեան իւրաքանչիւր կողմերն մէկ մէկ եռանկեանց խարիսխ կը լինին. ուրեմն որեւէ բազմանկեան ներսն կազմուած բոլոր եռանկեանց գումարն հաւասար է այն բազմանկեան կողմանց թւոյն պակաս 2ին :

Արդ յայտնի է թէ վերոգրեալ բազմանկեան մէջ պարունակեալ 4 եռանկեանց անկեանց գումարն հաւասար է բազմանկեան բոլոր անկեանց գումարին. (տես էջ 17 առած 10) և որովհետև ամեն եռանկեանց 3 անկեանց գումարն 2 ուղիղ անկեանց հաւասար է , որեմն 4 եռանկեանց անկեանց գումարն հաւասար կը լինի 4×2=8 ուղղանկեանց․ այսինքն վերոգրեալ բազմանկեան ներքին անկեանց գումարն հաւասար է

կողմ 6 — 2 = 4 × 2 = 8 ուղիղ անկեանց

Սակայն աւելի ընդհանուր տառաղ մի ունենալու համար Ք ենթադրեմք որեւէ բազմանկեան մի կողմանց թիւն,՝այն ատեն նոյն բազմանկեան մէջ պարունակեալ եռանկեանց թիւն պիտի լինի ։

Ք — 2 եռանկիւնք

Եւ որովհետեւ ամեն եռանկեանց 3 անկեանց գումարն երկու ուղիղ անկեանց հաւասար է (տես էջ 94 Գլ. Ե. Նախ. Ժ.) ուրեմն որեւէ բազմանկեան մէջ պարփակեալ Ք—2 եռանկեանց բոլոր անկեանց գումարն հաւասար կը լինի

(Ք — 2) 2………… (1)

Ահա բազմանկեան մի ներքին անկեանց գումարն գտնելոյ համար ի կիր արկուած Ա տառաղն ։

Գալով Բ ի՝ վերոգրեալ (1) տառաղին մէջ գտնուող փակագիծն ջնջելով ըստ Աղճէպրաի կանոնամք ,

2 Ք — 4 Բ. տառաղ

Այսինքն թէ ամեն բազմանկեանց ներքին անկեանց

գումարն հաւասար է նաեւ նոյն բազմանկեան կողմանց թուոյն կրկնապատիկին պակաս 4 ուղիղ անկեանց ։

Հետ․ 1․ Քառանկեան մի անկեանց գումարն հաւասար է

Տառաղք

(Ք—2) 2 (4—2) 2=4

2 Ք—4 8—4 =4

4 ուղիղ անկեանց , ուրեմն երբ քառանկիւնն հաւասարանկիւն է իւրաքանչիւր անկիւն ուղիղ է ։

Հետ. 2.—Հնգակողմեան բազմանկեան անկեանց գումարն հաւասար է (5—2) 2=6 ուղիղ անկեանց, ուրեմն երբ հնգակողմեան բազմանկիւնն հաւասարանկիւն է իւրաքանչիւր անկիւն ուղղանկեան $^{6}/_{5}$ ին հաւասար է ։

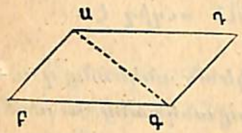
Հետ. 3.—Վեցակողմեան բազմանկեան մի անկեանց գումարն հաւասար է (6—2) 2=8 ուղիղ անկեանց, ուրեմն երբ վեցակողմեան բազմանկիւնն հաւասարանկիւն է իւրաքանչիւր անկիւն ուղղանկեան $^{8}/_{6}$ կամ $^{4}/_{3}$ ին հաւասար է եւ այլն չարունակաբար ։

ՅԱՏԿՈՒԹԻՒՆՔ ԶՈՒԳԱՀԵՌԱԳԾԵՐՈՒ

67. Նախադասութիւն. ԺԲ-Ամեն զուգահեռագծերու մէջ.

1. Ընդդիմակաց անկիւնք հաւասար են.
2. Ընդդիմակաց կողմեր » »
3. Տրամանկիւնք զիրեար երկու հաւասար մասանց կը բաժնեն.

Ա. — Ունենք ԱԲԳԴ զուգահեռագիծն (Պատ. 61), ԲԱԴ և ԴԳԲ ընդդիմակաց անկիւնք հաւասար են որովհետեւ իրենց կողմերն իրարու զուգահեռական են հակառակ ուղղութեամբ ըստ սա նախադասութեան թէ՝ Երբ երկու անկեանց կողմերն իրարու զուգահեռական են հակառակ ուղղութեամբ, իրարու հաւասար են. (տես էջ 87 Գլուխ Ե. Նախադասութիւն Ը.)։



Պատ. 61

Բ. — ԲԱ և ԳԴ ընդդիմակաց կողմերն իրարու հաւասար են, (Պատ. 61)։

Քաշենք ԱԳ տրամանկիւնն՝ որով երկու եռանկիւններ կը կազմուին որք են ԲԱԳ և ԱԳԴ որոց մէջ ունինք.

ԱԳ կողմ հասարակաց

Անկիւն ԲԳԱ = անկիւն ԳԱԴ, իբր ներքին փոխադարձ անկիւնք նկատմամբ ԱԴ և ԲԳ զուգահեռական գծերու որք կտրուած են ԱԳ հատանողով (տես էջ 78 Գլ. Ե. Նախ. Գ.)։

Անկիւն ԲԱԳ = անկիւն ԱԳԴ, իբր ներքին փոխադարձ անկիւնք նկատմամբ ԱԲ և ԳԴ զուգահեռական գծերու որք կտրուած են ԱԳ հատանողով (տես էջ 78)։

Ուրեմն այս երկու եռանկիւնք ունենալով հասարակաց կողմ մի և այդ կողման երկու կողմերն գտնուող միոյն երկու անկիւնք միւսին երկու անկեանց հաւասար, իրարու հաւասար են (տես էջ 38 Գլ. Գ. Նախ. Գ.)։

Հետեւաբար

ԱԲ (ընդդիմադիր $\widehat{\text{ԲԳԱ}}$) = ԳԴ (ընդդիմադիր $\widehat{\text{ԳԱԴ}}$)

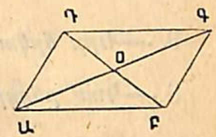
և ԲԳ (ընդդիմադիր $\widehat{\text{ԲԱԳ}}$) = ԱԴ (ընդդիմադիր $\widehat{\text{ԱԳԴ}}$)։

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

Հետ. — Երբ երկու զուգահեռական գծեր ուրիշ երկու զուգահեռական գծերու մէջ մնացած են՝ հաւասար են։

Գ. Տրամանկիւնները զիրեար 2 հաւասար մասանց կը բաժնեն.

Ունենք ԱԲԳԴ զուգահեռագիծն (Պատ. 62) և իրեն երկու տրամանկիւններն քաշենք ԱԳ և ԲԴ. արդ ունինք աստ երկու եռանկիւններ ԱՕԲ և ԴՕԳ որոց մէջ ունինք.



Պատ. 62

ԱԲ=ԳԴ իբր ընդդիմակաց կողմեր ԱԲԳԴ զուգահեռագծի, (տես էջ 100 Բ.)։

Անկիւն ՕԲԱ=ՕԴԳ, իբր ներքին փոխադարձ նկատմամբ ԱԲ և ԴԳ զուգահեռական գծերու որք կտրուած են ԴԲ հատանողով ։

Անկիւն ՕԱԲ=ՕԳԴ, իբր ներքին փոխադարձ նկատմամբ ԱԲ և ԳԴ զուգահեռական գծերու, որք կտրուած են ԱԳ հատանողով ։

Ուրեմն այս երկու ԱՕԲ և ԴՕԳ եռանկիւնք իրարու հաւասար են, (տես էջ 45 Գլ. Գ. Նախ. Զ.) ։

Հետեւաբար

ԱՕ (ընդդիմակաց $\widehat{\text{ԱԲՕ}}$) = ՕԳ (ընդդիմակաց $\widehat{\text{ՕԴԳ}}$)

ԲՕ » $\widehat{\text{ՕԱԲ}}$) = ՕԴ » $\widehat{\text{ՕԳԴ}}$)

Ուրեմն զուգահեռագծի մի տրամանկիւնք զիրեար երկու հաւասար մասանց կը բաժնեն ։

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

ՓՈԽԱԴԱՐՁ

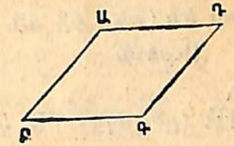
68.—Նախադասութիւն. ԺԳ. — *Քառանկեան մի մէջ*

Ա.—*Երբ երկու ընդդիմակաց անկիւնք հաւասար են,*

Բ.—*Կամ ընդդիմակաց կողմերն հաւասար են,*

Գ.—*Եւ կամ տրամանկիւնք զիրեար երկու հաւասար մասանց կը բաժնեն, այն ատեն այդ քառանկիւնն զուգահեռագիծ մ'է ։*

Ա.—Քառանկեան մի անկեանց գումարն 4 ուղիղ անկեանց հաւասար ըլլալով (տես էջ 99, Գլ. Ե. Նախ. ԺԱ. հետ. 1) եթէ ԱԲԳ և ԱԴԳ անկիւնք իրարու հաւասար են (Պատ. 63) այն ատեն նոյնպէս ԱԲԳ և ԲԱԴ անկիւնք յաւելուածական պիտի լինին և հետեւաբար ԱԴ և ԲԳ գծերն զուգահեռական են (տես էջ 83, Գլ. Ե. Նախ. Դ.)



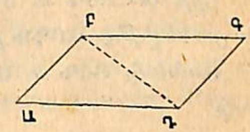
Պատ. 63

Նոյն կերպիւ նաև կ'ապացուցուի թէ՝ ԳԴ զուգահեռական է ԲԱի նկատողութեան առնելով ԲԱԴ և ԴԳԲ ընդդիմակաց անկեանց հաւասարութիւնքն ։

Հետեւաբար ԱԲԳԴ զուգահեռագիծ մ'է, որովհետև կը լրացնէ լիովին զուգահեռագծի մի յատկութիւնքն ։

2.—*Երբ քառանկեան մի մէջ ընդդիմակաց կողմերն հաւասար են, քառանկիւնն զուգահեռագիծ մ'է ։*

Ունենք ԱԲԳԴ քառանկիւնն որոյ մէջ ունիմք ըստ ենթադրութեան ԱԲ=ԳԴ ԱԴ=ԲԳ (Պատ. 64) ։



Պատ. 64

Արդ պէտք է ապացուցանել թէ ԱԲԳԴ զուգահեռագիծ մ'է։

Քաշեմք ԱԳ տրամանկիւնն, որով կը կազմեմք երկու եռանկիւններ ԱԲԳ և ԲԳԴ որոց մէջ ունիմք

ԲԴ կողմ հասարակաց

ԱԲ=ԳԴ և ԱԴ=ԲԳ ըստ ենթադրութեան

Արդ այս երկու եռանկեանց միոյն 3 կողմերն միւսոյն 3 կողմերուն հաւասար ըլլալով՝ եռանկիւնք հաւասար են (*տես էջ* 45, *Գլ.* Գ. *Նախ.* Զ.) ։

Ուրեմն

$\widehat{\text{ԲԴԱ}}$ (*ընդդմկց.* ԲԱ *կողմն*)$=\widehat{\text{ԳԲԴ}}$ (*ընդդմկց.* ԳԴ *կողմն*)

$\widehat{\text{ԲԴԳ}}$ (» ԲԳ » ($=\widehat{\text{ԱԲԴ}}$) » ԱԴ »)

Եւ հետեւաբար ԱԴ *զուգահեռական է* ԲԳ*ի և* ԲԱ, ԳԴ*ի* (*տես էջ* 83, *Գլ.* Ե. *Նախ.* Դ.), *այսինքն* ԱԲԳԴ *զուգահեռագիծ մ'է , որովհետեւ կը լրացնէ լիովին զուգահեռագծի մի յատկութիւնքն* ։

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

3. *Երբ եռանկեան մի մէջ տրամանկիւններն զիրար* 2 *հաւասար մասանց կը բաժնեն՝ քառանկիւնն զուգահեռագիծ մ'է* ։

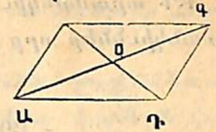
Երբ ՕԲ=ՕԴ *և* ՕԳ=ՕԱ (Պատ. 65) *պէտք է ապացուցանել թէ* ԱԲԳԴ *քառանկիւնն զուգահեռագիծ մ'է*։

Առնեմք ԲՕԳ *և* ԱՕԴ *եռանկիւններն որոց մէջ ունիմք*

Անկիւն ԲՕԳ=*անկիւն* ԱՕԴ *իբր գագաթան հակադիր*

ԲՕ=ՕԴ *և* ՕԳ=ՕԱ *ըստ ենթադրութեան* ։

Ուրեմն այս երկու եռանկիւնք իրարու հաւասար են որովհետեւ միոյն երկու կողմերն և նոցա կազմած անկիւնն՝ հաւասար է միւսոյն երկու կողմերուն և նոցա կազմած անկեան


Պատ. 65

Ուրեմն

$\widehat{\text{ՕԳԲ}}$ (*ընդդիմկց.* ՕԲ *կողման*) $=\widehat{\text{ՕԱԴ}}$ (*ընդդիմկց.* ՕԴ *կող.*)

$\widehat{\text{ԳԲՕ}}$ (» ՕԳ ») $=\widehat{\text{ՕԴԱ}}$ (» ՕԱ »)

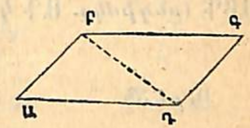
Հետեւաբար ԱԴ *զուգահեռական է* ԲԳ *կողման.* (*տես Գլուխ* Ե. *Նախ.* Դ.)։

Վերոգրեալ կերպիւ կարեմք ապացուցանել նաեւ թէ՝ ԱԲԳԴ *քառանկեան* ԳԴ *և* ԱԲ *կողմերն եւս իրարու զուգահեռական են* , (*նկատողութեան առնելով* ԴՕԳ *և* ԱՕԲ *եռանկեանց հաւասարութիւնքն*) *և* ԱԲԳԴ *քառանկիւնն զուգահեռագիծ մ'է , որովհետեւ կը լրացնէ լիովին զուգահեռագծի մը յատկութիւնքն.* (*տես էջ* 93 *թիւ* 2) ։

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

69. **Նախադասութիւն ԺԴ.** — *Երբ քառանկեան մի մէջ երկու ընդդիմակաց կողմերն թէ իրարու զուգահեռական են թէ հաւասար են , քառանկիւնն զուգահեռագիծ մ'է* ։

Առնեմք ԱԲԳԴ *քառանկիւնըն , որոյ մէջ* ԲԳ *թէ հաւասար և թէ զուգահեռական է* ԱԴ *կողման ։ Արդ պէտք է ապացուցանել թէ՝* ԱԲԳԴ *զուգահեռագիծ մ'է* ։


Պատ. 66

ԲԴ տրամանկիւնն քաշեմք , որով կը կազմուին երկու եռանկիւններ որք են ԱԲԴ և ԲԴԳ որոց մէջ ունիմք ,

ԲԴ կողմ հասարակաց

ԱԴ = ԲԳ ըստ ենթադրութեան

$\widehat{\text{ԱԴԲ}} = \widehat{\text{ԴԲԳ}}$, իբր ներքին փոխադարձ անկիւնք նկատմամբ ԱԴ և ԲԳ զուգահեռական գծերու (ըստ ենթադրութեան) որք կտրուած են ԲԴ հատանողով ։

Ուրեմն այս երկու եռանկեանց մէջ միոյն երկու կողմերն և նոցա կազմած անկիւնն՝ միւսին երկու կողմերուն և նոցա կազմած անկեան հաւասար ըլլալով, եռանկիւնք հաւասար են .

Հետեւաբար

ԱԲ (ընդդիմկց. $\widehat{\text{ԲԴԱ}}$) = ԳԴ (ընդդիմկց. $\widehat{\text{ԴԲԳ}}$)

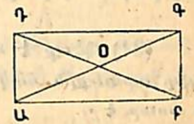
$\widehat{\text{ԱԲԴ}}$ (ընդդիմկց. ԱԴ կողման) = $\widehat{\text{ԲԴԳ}}$ (ընդդիմկց. ԲԳ կող.)

Ուրեմն

ԱԲ և ԳԴ գծերն ևս թէ հաւասար և թէ զուգահեռական են և ԱԲԳԴ քառանկիւնն զուգահեռագիծ մ'է ,

որովհետեւ լիովին կը լրացնէ զուգահեռագծի մը յատկութիւնքն ։

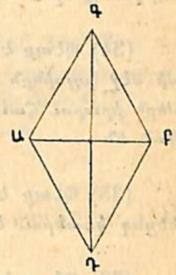
70 . Դիտողութիւն . — Տարանկիւնն զուգահեռագիծ մ'է , որովհետեւ իւր ընդդիմակաց կողմերն հաւասար են (տես էջ 93 թիւ 3) , նմանապէս ուղղանկիւնն ալ զուգահեռագիծ մ'է , որովհետեւ իւր ընդդիմակաց անկիւնք հաւասար են ։



Պատ. 67

Ընդհանրապէս զուգահեռագծի մի տրամանկիւնք անհաւասար են, որովհետեւ ԱԲԴ և ԱԳԴ եռանկիւնք (Պատ. 62) անհաւասար անկիւն մի ունին երկու հաւասար կողմերու մէջ պարփակեալ, հետեւաբար երրորդ կողմերնին ևս անհաւասար է որք են ԴԲ և ԱԳ (տես Գլուխ Գ. Նախ. Ե.) ։

Բայց ուղղանկեան մի տրամանկիւնք իրարու հաւասար են որովհետեւ նոյն եռանկիւնք (Պատ. 67) ունին ուղղանկիւն մի երկու հաւասար կողմերու մէջ և հետեւաբար 3րդ կողմերնին ալ հաւասար, այսինքն ԱԳ=ԴԲ։



Պատ. 68

Տարանկեան մի մէջ տրամանկիւնք իրարու ուղղահայեաց են, որովհետեւ ըստ տրամանկեան սահմանին Գ և Դ կէտերն հաւասարապէս հեռու ըլլալով Ա և Բ կէտերէն ԳԴ ուղղահայեաց է ԱԲ ի (տես Գլ. Դ. Նախ. Ե.)։

Քառակուսի մի՝ միանգամայն ուղղանկիւն և տարանկիւն ըլլալով, քառակուսւոյ մի տրամանկիւնք միանգամայն ուղղահայեաց և հաւասար են ։

ԱՌԱՋԱՐԿՈՒԹԻՒՆՔ

(29) Երբ որեւէ եռանկեան մի երեք գագաթներէն ընդդիմակաց կողմանց զուգահեռականներ քաշեմք, պէտք է ապացուցանել թէ՝ կազմուած մեծ եռանկիւնն տրուած եռանկեան չորս անգամն է ։

(30) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ որեւէ ԱԲԳ եռանկեան երեք բարձրութիւնք միեւնոյն O կէտին վերայ զիրեար պիտի կտրեն ։

(31) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ ամեն բազմանկեանց նոյնագիր արտաքին անկեանց գումարն միշտ չորս ուղիղ անկեանց հաւասար է ։

(32) ԱԲԳ որեւէ եռանկեան մի Ա և Գ անկեանց կիսողներն քաշեմք, պէտք է գտնել կազմուած ԱOԳ անկեան արժէքն ։

(33) Երբ որեւէ ԱԲԳ եռանկեան՝ մի կողման միջին կէտէն զուգահեռական մի քաշեմք երկրորդ կողման, պէտք է ապացուցանել թէ՝ այդ գիծն երրորդ կողման միջին կէտէն կ'անցնի և իւր երկայնութիւնն կէսն է եռանկեան այն կողման՝ որուն զուգահեռական քաշուած է ։

(34) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երկկողմնազոյգ տրապիզաձեւի մի մէջ (այսինքն տրապիզաձեւ մի որոյ ոչ-զուգահեռական կողմերն իրարու հաւասար են) ընդդիմակաց անկիւնք յաւելուածական են ։

(35) Պէտք է տրուած գծէ մի, տրուած հեռաւորութիւն ունեցող կէտերու երկրաչափական տեղին գտնել ։

(36) Պէտք է տրուած կէտէ մի, տրուած գծի մի քաշուած շատ մի գծերու միջին կէտերուն երկրաչափական տեղին գտնել ։

(37) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երբ ուղղանկիւն եռանկեան մի՝ երկու սուր անկեանց մին միւսին կրկինն է, հակուղիղն եւս երկու կողմանց փոքրագոյնին կրկինն է ։

(38) Երբ քառակողմեան բազմանկեան մի տրամանկիւնք զիրեար երկու հաւասար մասանց կը բաժնեն և իրարու նկատմամբ ուղղահայեաց են, պէտք է ապացուցանել թէ այդ տրուած քառակողմեան բազմանկիւնն տարանկիւն մ'է ։

(39) Քանի՞ կողմ ունի այն բազմանկիւնն՝ որուն ներքին անկեանց գումարն 26 ուղիղ անկեանց հաւասար է ։

(40) Քանի՞ կողմ ունի այն կանոնաւոր բազմանկիւնն՝ որոյ անկեանց մին ուղղանկեան մի 5/3ն կարժէ ։

(41) Պէտք է մինչեւ 20 կողմ ունեցող կանոնաւոր բազմանկեանց ներքին անկեանց արժէքներուն (ուղղանկեան մի նկատմամբ) ցուցակն պատրաստել ։

(42) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ երկկողմնազոյգ եռանկեան խարիսխին իւրաքանչիւր կէտերէն միւս երկու կողմանց վերայ իջած ուղղահայեացներու գումարքն իրարու հաւասար են ։

(43) Պէտք է ապացուցանել նաեւ թէ՝ հաւասարակողմ եռանկեան ներքին կողմն առնուած իւրաքանչիւր կէտերէն եռանկեանց երեք կողմանց վերայ իջած ուղղահայեացներուն գումարքն իրարու հաւասար են ։

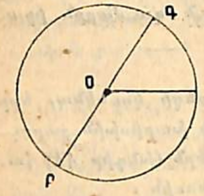
(44) Պէտք է ուսումնասիրել թէ՝ ի՞նչ տեղի կունենայ երբ կէտերն (խնդիր 42) երկկողմնազոյգ եռանկեան խարիսխին շարունակութեան վերայ առնուին ։ Նաեւ երբ կէտերն (խնդիր 43) հաւասարակողմ եռանկեան արտաքին կողմն առնուին ։

ԳԼՈՒԽ Զ.

ՇՐՋԱՆԱԿՔ (CIRCONFÉRENCE)

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹԻՒՆ. — Շրջանակք. — փոխադարձ յարաբերութիւնք աղեղաց և լարերու. — Լարք և նոցա կեդրոնական հեռաւորութիւնք. — Բոլորակի մի շօշափողք և հատանողք. — Երկու բոլորակաց յարաբերական դիրք. — Գծի մի նկատմամբ համաչափք.

71. Սահմանք. — *Շրջանակ* կը կոչուի *միենոյն մակարդակի վերայ* (*) գտնուող կոր գիծ մի՝ որոյ ամեն կէտերն հաւասարապէս հեռու են այն գծին ներսի կողմն գտնուող *կեդրոն* (centre) կոչուած կէտէ մի։



Պատ. 69

Շառաւիղ (rayon) կըսուի այն ամեն գծերն՝ որք կեդրոնն շրջանակին կէտերէն որեւէ միոյն կը միացնեն։

Շրջանակի մի ամեն շառաւիղք իրարու հաւասար են, և այն գիծն որ կեդրոնէն անցնելով երկու կողմէ շրջանակին կը դպի *տրամագիծ* (diamètre) կը կոչուի։

(*) Միեւնոյն մակարդակի վերայ գտնուող սա բացատրութիւնն անհրաժեշտ է շրջանակի սահմանին, որովհետեւ միեւնոյն մակարդակի վերայ չգտնուող և որոշ կէտի մի հաւասարապէս հեռու եղող կէտերուն ամբողջութիւնն միշտ շրջանակ մի չէ։

Տրամագիծ մը երկու շառաւիղներէ կազմուած է որք միեւնոյն ուղիղ գիծն կը կազմեն, զորօրինակ Օ շրջանակին մէջ ՕԱ շառուիղ է և ԳԲ տրամագիծ (Պատ. 69)։

Մակարդակի այն մասն որ շրջապատեալ է շրջանակով մի՝ *բոլորակ* (cercle) կ'ըսուի, կէտ մի որ բոլորակի մի ներքին կողմն առնուած է, կեդրոնէն ունեցած հեռաւորութիւնն շառաւիղէն փոքր է, իսկ այն կէտն որ առնուած է բոլորակին դուրսն՝ բոլորակին կեդրոնէն ունեցած հեռաւորութիւնն մեծ է շառաւիղէն։

Հաւասար շառաւիղ ունեցող բոլորակք իրարու հաւասար են, որովհետեւ եթէ մին միւսին վերայ բերեմք դնեմք այնպէս որ միոյն կեդրոնն միւսին կեդրոնին վերայ գայ իյնայ, միոյն շրջանակին վերայ գտնուող կէտ մի չկրնար միւսին շրջանակէն ոչ դուրս և ոչ ներս իյնալ։

Ուղիղ գիծ մի՝ շրջանակ մի երկու կէտերու վերայ միայն կարէ կտրել, որովհետեւ կեդրոնէն նոյն ուղիղ գծին շառաւիղին հաւասար միայն երկու խոտորնակներ կարեմք քաշել։

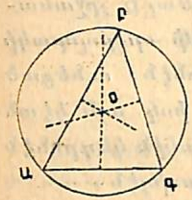
72. — **Նախադասութիւն Ա.** — *Միենոյն գծին վերայ չեղող 3 կէտերէ կարեմք շրջանակ մի անցնել, եւ միայն մի։*

Առնեմք Ա. Բ. և Գ. կէտերն որք միեւնոյն ուղիղ գըծին վերայ չեն գտնուիր (Պատ. 70), արդ կառաջարկուի այնպիսի շրջանակ մի քաշել որ այս տրուած 3 կէտերէն ալ անցնի։

Յայտնի է թէ սոյն խնդրուած շրջանակն գծելոյ համար պէտք է գտնել այդ շրջանակին կեդրոնն, այսինքն այնպիսի կէտ մի որ հաւասարապէս հեռու լինի վերոյիշեալ 3 կէտերէն։

Միացնենք Ա. Բի և Բ. Գի, արդ ո՞ւր կը գտնուի այն կէտն որ հաւասարապէս հեռու է Ա. Բ. և Գ. կէտերէն ։

Յայտնի է թէ ԱԲ գծին Ա և Բ կէտերէն հաւասարապէս հեռու գտնըւող կէտերն՝ ԱԲ ի միջին կէտէն բարձրացուցուած ուղղահայեացին վերայ գտնուող կէտերն են (տես Գլուխ Դ. Նախ. Ե.) նմանապէս ԲԳ գծին Բ և Գ կէտերէն հաւասարապէս հեռու գտնուող կէտերն՝ ԲԳի միջին կէտէն բարձրացուցուած ուղղահայեացին վերայ գտնուող կէտերն են, և որովհետև Ա. Բ. և Գ կէտերն միևնոյն ուղիղ գծին վերայ չեն գտնուիր ըստ ենթադրութեան, հետևաբար ԱԲ և ԲԳի միջին կէտերէն բարձրացուցուած ուղղահայեացներն չեն կրնար իրարու զուգահեռական լինիլ հետևաբար պիտի կըտրեն զիրեար Օ կէտին վերայ ։ Արդ Օ կէտն ԱԲ ի միջին կէտէն բարձրացուցուած ուղղահայեացին վերայ գտնըւելով հաւասարապէս հեռու է Ա և Բ կէտերէն նմանապէս հաւասարապէս հեռու է Բ և Գ կէտերէն միևնոյն պատճառաւ . ուրեմն Օ կէտն Ա. Բ. և Գ կէտերէն հաւասարապէս հեռու ըլլալով եթէ ՕԱ հեռաւորութիւնն իբր շառաւիղ և Օ իբր կեդրոն գործածելով շրջանակ մի քաշեմք այդ շրջանակն պիտի անցնի Ա. Բ. եւ Գ կէտերէն ։



Պատ. 70

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

Հետ. — Յայտնի է թէ՝ Օ կէտն կը գտնուի նմանապէս ԳԱ գծին միջին կէտէն բարձրացուցուած ուղղա-

հայեացին վերայ ևս, արդ որենք եռանկեան 3 կողմերուն միջին կէտէն բարձրացուցուած ուղղահայեացքն՝ միեւնոյն կէտի վերայ զիրեար կը կտրեն ։

ԱԲԳ եռանկիւնն ներագծեալ եռանկիւն (inscrit) կը կոչուի որովհետև իւր գագաթք շրջանակին ներսի կողմէն շրջանակն կը շօշափեն ։

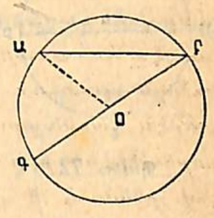
ՓՈԽԱԴԱՐՁ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆՔ ԱՂԵՂԱՑ ԵՒ ԼԱՐԵՐՈՒ

Աղեղ (arc) անունն կը տրուի շրջանակի որեւիցէ մասի մի, և լար (corde) այն գիծն է որ աղեղան երկու ծայրերն իրար կը միացնէ ։

73. Նախադասութիւն Ի. — Շրջանակի մի որեւիցէ լարն իր տրամագիծէն փոքր է ։

Առնեմք Օ շրջանակն, իւր ԱԲ լարն և ԲԳ տրամագիծն (Պատ. 71), արդ պէտք է ապացուցանել թէ ԱԲ փոքր է ԲԳ էն ։

Միացնեմք Ա կէտն շրջանակին կեդրոնին որով կը կազմենք ԱՕԲ եռանկիւնն .



Պատ. 71

Յայտնի է թէ

$$ԱԲ < ԱՕ + ՕԲ$$

Սակայն որովհետև ԱՕ հաւասար է ՕԳ ի, իբր միևնոյն շրջանակի շառաւիղք.

Ուրեմն

ԱԲ < ՕԳ + ՕԲ

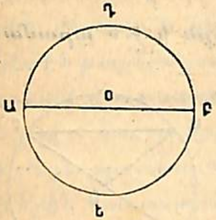
կամ

ԱԲ < ԳԲ

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

74. Նախադասութիւն Գ. — *Ամէն տրամագիծ իւր շրջանակն եւ բոլորակն երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ։*

Առնեմք O շրջանակն, պէտք է ապացուցանել թէ ԱԲ տրամագիծն՝ ԱԴԲԵ շրջանակն և իւր բոլորակն երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ (Պատ. 72)։



Պատ. 72

ԱԲ տրամագիծն իբր ծխնի գործածելով ԱԴԲ շրջանակի մասըն բերեմք դնեմք ԱԵԲ ի վերայ, այն ատեն այս երկու կոր գըծերն պիտի զուգընթանան, որովհետեւ եթէ չզուգընթանան այն ատեն այդ կոր գծին միոյն կամ միւսին վերայ կեդրոնէն անհաւասարապէս հեռու գտնուող կէտեր պէտք է գտնուին, և որովհետեւ ըստ շրջանակի սահմանին այդպիսի կէտեր գոյութիւն չեն կրնար ունենալ, ուրեմն անպատճառ շրջանակին այս երկու կոր մասերն իրարու հետ պիտի զուգընթանան և հետեւաբար

տրամագիծն մի վիւր շրջանակն ու բոլորակն երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ։

Հետ. — *Տրամագիծ մի շրջանակն երկու կիսաշրջանակներու* (demi-circonférence) կը բաժնէ։

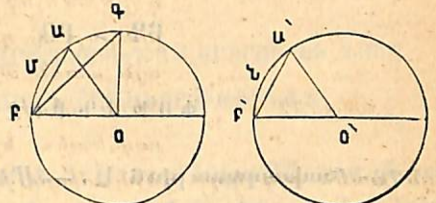
75. Նախադասութիւն Դ. — *Միեւնոյն բոլորակի կամ հաւասար բոլորակաց մէջ*

1. *Հաւասար աղեղներ հաւասար լարեր ունին.*

2. *Եւ անհաւասար աղեղներու մեծագոյնն (կիսաշրջանակէն փոքր) մեծագոյն լարն ունի։*

1. Առնեմք իրարու հաւասար եղող O և O' շրջանակներն, եթէ ԱՄԲ և Ա'Ն Բ' աղեղներն իրարու հաւասար են, պէտք է ապացուցանել թէ՝ Ա'Բ' լարն ալ հաւասար պիտի լինի ԱԲի (Պատ. 73)։

Առնեմք O' բոլորակն և բերենք դնենք իր հաւասար եղող O բոլորակին վերայ այնպէս որ O'Բ' շառաւիղն իյնայ OԲ ի վերայ, այն ատեն յայտնի է թէ այս երկու բոլորակաց շրջանակներն պիտի զուգընթանան, և որովհետեւ Բ' Ն Ա' աղեղն հաւասար է ըստ ենթադրութեան ԲՄԱ աղեղան, ուրեմն Ա' կէտն պիտի գայ իյնայ Ա կէտին վերայ



Պատկեր 73

Հետեւաբար այս աղեղաց ԲԱ և Բ՛Ա՛ լարերն ալ պիտի զուգընթանան որովհետեւ երկու կէտեր և միայն մէկ ուղիղ գիծ կարէ քաշուիլ ։

2 .—*Անհաւասար աղեղներու մեծագոյնն (կիսաշրջանակէ փոքր) մեծագոյն լարն ունի ։*

Եթէ ԲԱԳ աղեղն մեծ է ԲՄԱ աղեղէն , այն ատեն ԲԳ որ ԲԱԳ աղեղան լարն է մեծ է ԲՄԱ աղեղան ԲԱ լարէն ։

Միացնեմք Ա և Գ կէտերն շրջանակին կեդրոնին ո-րով կը կազմենք երկու եռանկիւններ ՕԲԱ և ՕԲԳ որոց մէջ ՕԱ կողմն հասարակաց է ։

ՕԲԱ եռանկեան ՕԱ կողմն հաւասար է ՕԲԳ եռան-կեան ՕԳ կողման իբր նոյն շրջանակի շառաւիղք , սա-կայն ԲՕԳ անկիւնն մեծ ըլլալով ԲՕԱ անկիւնէն իւր ընդդիմակաց կողմն եղող ԲԳ մեծ է ԲՕԳ անկիւնէն փոքր եղող ԲՕԱ անկեան ընդդիմակաց ԲԱ կողմէն (տես Գլուխ Գ . Նախ . Ե .) ։

$$ԲԳ > ԲԱ$$

Փ Ո Խ Ա Դ Ա Ր Ձ

76 . Նախադասութիւն Ե . — *Միեւնոյն բոլորակի կամ հաւասար բոլորակաց մէջ .*

1 . —*Հաւասար լարեր հաւասար աղեղներ ունին .*

2 . —*Անհաւասար լարերու մեծագոյն լարն՝ մեծագոյն աղեղն ունի ։*

Առաջին . — Արդարեւ միեւնոյն բոլորակի կամ հա-ւասար բոլորակաց մէջ երկու հաւասար լարեր չեն կա-րող անհաւասար աղեղներ ունենալ , որովհետեւ ըստ նախկին նախադասութեան Բ . տեսութեան *անհաւասար աղեղներու մեծագոյնն՝ մեծագոյն լարն ունի ։*

Երկրորդ . — Նոյնպէս , միեւնոյն բոլորակի կամ հաւասար բոլորակաց մէջ երկու անհաւասար լարեր չեն կարող հաւասար աղեղներ ունենալ (ըստ նախկին նա-խադասութեան Ա . տեսութեան) և նմաննապէս ան-հաւասար լարերու մեծագոյնն չէ կարող փոքրագոյն աղեղն ունենալ (ըստ նախկին նախադասութեան Բ . տեսութեան) և հետեւաբար անհաւասար լարերու մե-ծագոյնն՝ մեծագոյն աղեղն ունի միշտ ։

Պարապում . — Ինչպէս որ կը տեսնուի , վերի նա-խադասութեանց մէջ տրուած մեծ աղեղք իսկ փոքր են կիսաշրջանակէն , իսկ եթէ մեծ ըլլային , այն եր-կու նախադասութեանց Բ . տեսութեանց հակառակն ճշմարիտ պիտի լինէր ։

ՓՈԽԱԴԱՐՁ ՅԱՐԱԲԵՐՈՒԹԻՒՆՔ ԼԱՐԵՐՈՒ ԵՒ ՆՈՑԱ ԿԵԴՐՈՆԱԿԱՆ ՀԵՌԱՒՈՐՈՒԹԻՒՆՔՆ

77 . Նախադասութիւն Զ . — *Կեդրոնէն դէպ ի լար իջեցուցուած ուղղահայեացն , լարն եւ անոր աղեղն երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ ։*

Առնեմք Օ բոլորակն , և նորա ԱԲ լարն՝ որոյ վերայ ուղղահայեաց ենթադրեմք ՕԳ շառաւիղն ։ Արդ պէտք է ապացուցանել թէ այդ ՕԳ շառաւիղն ԱԲ լարն եւ անոր ԱԳԲ աղեղն երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ, (Պատ. 74)։

Պատ. 74

Ա. — Միացնեմք Օ կեդրոնն ԱԲ լարին Ա եւ Բ ծայրերուն որով կը կազմենք երկու ուղղանկիւն եռանկիւններ ՕԱԴ եւ ՕԴԲ որոց մէջ ունիմք

Հակուղիղ ՕԱ = հակուղիղ ՕԲ իբր նոյն բոլոր. շառաւ.

ՕԴ կողմ հասարակաց

Ուրեմն այս երկու ուղղանկիւն եռանկիւնք իրարու հաւասար են եւ հետեւաբար

ԱԴ (ընդիմկց $\wedge$ ԱՕԴ) = ԴԲ (ընդիմկց $\wedge$ ԴՕԲ)

Բ. — ՕԳ շառաւիղն ուղղահայեաց ըլլալով ԱԲ լարին իւր ԱԳԲ աղեղն ալ երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ։

Միացնեմք ԱԲ լարին Ա եւ Բ ծայրերն Գ կէտին որով կը կազմենք երկու ուղղանկիւն եռանկիւնք ԱԳԴ եւ ԴԳԲ որոց մէջ ունիմք

ԱԴ կողմ = ԴԲ կողման

ԳԴ կողմ հասարակաց

Ուրեմն այս երկու ուղղանկիւն եռանկիւններն իրարու հաւասար են ուրեմն,

Հակուղիղ ԱԳ = հակուղիղին ԳԲ

Հետեւաբար Ա ՃԳ աղեղն որ ԱԳ լարին աղեղն է, հաւասար է Գ Ն Բ աղեղան որ ԱԳ լարին հաւասար եղող ԴԲ ի աղեղն է (տես Գլուխ Ջ. Նախ. Ե.)։

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

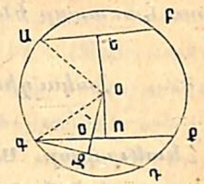
Հետ. — Բոլորակի մը կեդրոնն, լարի մը եւ իր աղեղան միջին կէտերն միեւնոյն ուղիղ գծի վերայ կը գտնուին, բայց որովհետեւ ուղիղ գծի մի ուղղութիւնն որոշելու համար երկու կէտեր բաւական են, ուրեմն այս վերոյիշեալ 3 կէտերէն որեւէ երկուքէն անցնող գիծն 3րդ էն ալ պիտի անցնի լարին ուղղահայեաց լինելով։

Հետ. — Լարի մի երկու ծայրերէ հաւասարապէս հեռու գտնուող կէտերուն երկրաչափական տեղին բոլորակին տրամագիծն է։

78. Նախադասութիւն Է. — *Միեւնոյն բոլորակի կամ հաւասար բոլորակաց մէջ.*

1. *Հաւասար լարեր հաւասարապէս հեռու են կեդրոնէն եւ երկու անհաւասար լարերու մեծն կեդրոնին աւելի մօտ է քան թէ փոքրն ։*

Առնեմք Օ բոլորակն որոյ մէջ ունիմք ԱԲ և ԳԴ լարերն, որք հաւասար են ըստ ենթադրութեան, ուրեմն այդ երկու լարերն Օ կեդրոնէն հաւասարապէս հեռու են՝, այսինքն ՕԵ որ ուղղահայեաց է ԱԲ լարին հաւասար է ՕԶին որ նմանապէս ուղղահայեաց է ԳԴին (Պատ. 75)։



Պատ. 75

Միացնեմք Օ կեդրոնն Գ և Ա կէտերուն որով կը կազմենք երկու ուղղանկիւն եռանկիւնք ՕԳԶ և ՕԱԵ որոց մէջ ունիմք

Հակուղիղ ՕԱ = հակուղիղ ՕԳ իբր նոյն բոլորակի շառաւիղք

ԱԵ = ԳԶ (տես Գլուխ Զ. Նախ. Զ.)

Ուրեմն այս երկու ուղղանկիւն եռանկիւնք իրարու հաւասար են. (տես Գլուխ Դ. Նախ. Գ.)։

Հետեւաբար

ՕԵ = ՕԶ

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

2. Երկու անհաւասար լարերու մեծն կեդրոնին աւելի մօտ է կամ թէ փոքրն ։

ԳՔ լարն որ ԱԲ լարէն մեծ է աւելի մօտ է Օ կեդրոնին քան թէ ԱԲ (Պատ. 75), այսինքն

ՕՈ < ՕԵ

Յայտնի է թէ՝ ԳՔ գծին վրայ իջած ՕՈ ուղղահայեացն փոքր է ՕՕ՛ խոտորնակէն (տես Գլ. Դ. Նախ. Ա.) սակայն որովհետեւ ՕՕ՛ փոքր է ՕԶ էն, հապա որչափ առաւել եւս

ՕՈ < ՕԶ

Եւ որովհետեւ ՕԶ հաւասար է ՕԵի, հետեւաբար

ՕՈ < ՕԵ

Այսինքն ԳՔ լարն որ մեծ է ԱԲ լարէն՝ աւելի մօտ է կեդրոնին քան ԱԲ։

ՓՈԽԱԴԱՐՁ

79. Նախադասութիւն Ը. — *Միեւնոյն բոլորակի կամ հաւասար բոլորակաց մէջ.*

1. —*Կեդրոնէն հաւասարապէս հեռու եղող լարերը հաւասար են.*

2. —*Եւ անհաւասարապէս հեռու եղող լարերու՝ կեդրոնին մօտն աւելի մեծ է քան զմիւսն։*

Առաջին. — Կեդրոնէն հաւասարապէս հեռու եղող լարերն անհաւասար չեն կրնար ըլլալ, որովհետեւ եթէ անհաւասար ըլլան այն ատեն պէտք է որ կեդրոնէն անհաւասարապէս հեռանան ըստ նախորդ նախադասու-թեան Բ. տեսութեան ։

Երկրորդ. — Անհաւասարապէս հեռու եղող լարեր չեն կրնար հաւասար ըլլալ, որովհետեւ եթէ հաւասար ըլլան այն ատեն պէտք է որ հաւասարապէս հեռանան կեդրոնէն (ըստ նախորդ նախադասութեան Ա. տեսու-թեան) և անհաւասար ըլլալով՝ կեդրոնէն աւելի հեռու եղողն մեծագոյն չի կրնար ըլլալ (ըստ նախորդ նախա-դասութեան Բ. տեսութեան) ։

80. Բոլորակի մի շօշափողք (tangentes) **եւ հատանողք** (sécantes). — *Գիծ մի՝ բոլորակի մի շօշափող է կ՚ըսուի՝ երբ հասարակաց կէտ մի ունի բոլորակին շրջանակին հետ և այդ հասարակաց կէտն շօշափման կէտ* (point de tangence *կամ* contact) *կը կոչուի ։*

Նմանապէս երկու բոլորակք շօշափող են կ՚ըսուի՝ երբ այս երկու բոլորակաց շրջանակք միայն մի հասարակաց կէտ ունին ։

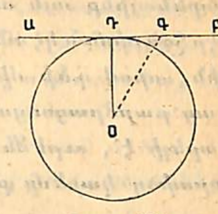
Հատանող կ՚ըսուի այն ամէն գծերն որք երկու հա-սարակաց կէտեր ունին բոլորակի մի շրջանակին հետ ։

Նմանապէս երկու բոլորակք հատանող են կ՚ըսուի՝ երբ այս երկու բոլորակաց շրջանակք երկու հասարա-կաց կէտ ունին ։

81. Նախադասութիւն Թ. — *Այն ամէն գծերն որք շրջանակի մի որեւէ շառաւիղին ծայրին ուղղահայեաց են՝ շօշափող են այդ շրջանակին ։*

ԱԲ գիծն (Պատ. 76) որ ուղղահայեաց է Օ շրջա-

նակին ՕԴ շառաւիղին Դ ծայրին՝ շօշափող է Օ շրջանա-կին, որովհետեւ ԱԲ գիծն և Օ շրջանակն միայն մի հասարակաց կէտ ունին, Դ ։



Պատ. 76

Արդ ենթադրեմք թէ Գ կէտն ալ հասարակաց է, միացնեմք Օ կէտն Գ կէտին, ՕԳ խոտորնակ մի լինելով նկատմամբ ՕԴի, մեծ է ՕԴէն հետեւաբար Գ կէտն բոլոր-ակէն դուրս, կիյնայ ըստ բոլորակի սահմանին և հետեւա-բար Գ կէտն հասարակաց կէտ չի կրնար ըլլալ, այսպէս ԱԲ գծին իւրաքանչիւր կէտերու համար ևս նոյն կերպիւ ապացուցանելով կարեմք ապացուցանել թէ՝ ԱԲ գիծն և Օ բոլորակին շրջանակն միայն մի հասարակաց կէտ ունին որ է Դ, հետեւաբար ԱԲ գիծն շօշափող է Օ շրջանակին ։

Փոխադարձաբար. Եթէ ԱԲ շօշափող է Օ շրջանա-կին՝ ուղղահայեաց է շօշափման կէտն կեդրոնին միա-ցընող ՕԴ շառաւիղին ծայրին, որովհետեւ շօշափողն՝ մի հասարակաց կէտ ունենալով բոլորակին հետ, միւս բո-լոր կէտերն բոլորակէն դուրս պիտի լինին և հետեւա-բար բոլորակին կեդրոնէն ունեցած հեռաւորութիւն-նին մեծ քան ՕԴ, և ՕԴ, կեդրոնէն առ ԱԲ քաշուած գծերուն ամենափոքրն լինելով՝ ուղղահայեաց պիտի լի-նի ԱԲի.

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

Հետ. 1. — *Շրջանակի մի որեւիցէ մի կէտին՝ մի շօ-*

շափող կարեմք քաշել, քանզի եթէ երկրորդ մ՚ալ քաշել կարենայինք այն ատեն այդ ալ ուղղահայեաց պիտի լինէր շօշափման կէտն կեդրոնին միացնող շառաւիղին ծայրին, որով գծի մի միեւնոյն կէտէն երկու ուղղահայեաց բարձրացուցած պիտի լինէինք նոյն գծին՝ որ անկարելի է, ուրեմն շրջանակի մի՝ մի կէտէն միայն մէկ շօշափող կարեմք քաշել։

82․ **Նախադասութիւն Ժ․** — *Երկու զուգահեռական գծերու մէջ մնացեալ շրջանակի մի աղեղք իրարու հաւասար են ։*

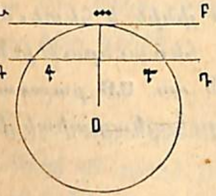
Այս նախադասութիւնն 3 պարագայ ունի ։

Նախ․ — *Երբ երկու զուգահեռականաց մին հատանող և միւսն շօշափող է ։*

Բ․ — *Երբ երկու զուգահեռականք հատանող են ։*

Գ․ — *Երբ երկու զուգահեռականք շօշափող են ։*

Նախ․ — Երբ զուգահեռականաց մին հատանող և միւսն շօշափող է, ինչպէս ԱԲ և ԳԴ (Պատ․ 77) այն ատեն էտ եւ տը, այդ երկու զուգահեռականաց մէջ մնացեալ աղեղք իրարու հաւասար են։



Պատ. 77

Միացնեմք Օ կեդրոնն շօշափման կէտին, արդ յայտնի է թէ Օտ ուղղահայեաց կը լինի ԱԲի (տես Գլ. Զ․ Նախ․ Թ․ փոխադարձ) և հետևաբար ԱԲի զուգահեռական եղող ԳԴի ալ. Որովհետեւ էը լար մի է ո-

րոյ վերայ Օտ շառաւիղն ուղղահայեաց է՝ այդ շառաւիղն ըէ լարն և իւր էտը աղեղն երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ (տես Գլուխ. Զ․ Նախ․ Զ․) ։ Հետևաբար էտ և տը աղեղք որք երկու ԱԲ և ԳԴ զուգահեռականաց մէջ կը մնան իրարու հաւասար են ։

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

Բ․ — Երբ երկու զուգահեռականք հատանող են ինչպէս ԱԲ և ԳԴ (Պատ. 79), նմանապէս այդ զուգահեռականաց մէջ մնացող ոէ և ըջ աղեղք իրարու հաւասար են ։

Պատ. 78

ԵԶ շօշափողն քաշեմք որ զուգահեռական լինի ԳԴի, արդ ըստ վերի պարագային յայտնի է թէ՝

Աղեղ էտ = տը

Նմանապէս

Աղեղ ոտ = տջ

Եթէ այս հաւասարութիւնքն անդամ առ անդամ իրարմէ հանեմք կունենամք

էտ — ոտ = ըտ — ջտ

Կամ պարզելով

$$ֆտ = ճտ$$

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

Գ. — Երբ երկու զուգահեռականք շօշափող են ինչպէս ԵԶ և ԹՔ (Պատ. 78) այն ատեն տֆՄ և տճՄ աղեղք իրարու հաւասար են։

ԵԶ շօշափողին զուգահեռական հատանող մի քաշեմք ԳԴ, որդ ըստ Ա պարագային յայտնի է թէ՝

$$ֆտ = տճ \text{ նմանապէս } ֆՄ = ճՄ$$

Այս երկու հաւասարութիւնքն անդամ առ անդամ գումարելով կ'ունենամք.

$$ֆտ + ֆՄ = տճ + ճՄ$$

կամ

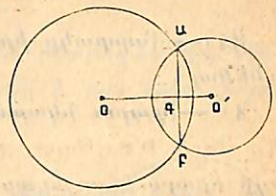
$$տֆՄ = տճՄ$$

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

83. Նախադասութիւն ԺԱ. — *Երբ երկու շրջանակք գիրեար կը կտրեն՝ այդ երկու շրջանակաց կեդրոններն իրար միացնող գիծն ուղղահայեաց է հասարակաց լարին եւ զայն երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ։*

Ունինք ահա երկու գիրեար կտրող շրջանակներ O և O′ (Պատ. 79), պարտ է մեզ ապացուցանել թէ՝ այս

երկու շրջանակներու կեդրոններն իրար միացնող OO′ գիծըն այս երկու շրջանակաց հասարակաց լարն եղող ԱԲի վրայ ուղղահայեաց է և զայն երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ։



Պատ. 79

Յայտնի է թէ O և O′ կեդրոններն հաւասարապէս հեռու են Ա և Բ կէտերէ ըստ շրջանակի սահմանին, ուրեմն O և O′ կէտերն ԱԲի միջին կէտէն բարձրացուցուած ուղղահայեացին վերայ կը գտնուին, հետեւաբար OO′ ուղղահայեաց է ԱԲի միջին կէտին վերայ։

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

Հետ. — *Երբ երկու շրջանակք իրարու շօշափող են, շօշափման կէտն՝ կեդրոններն զիրար միացնող գծին վերայ կը գտնուի եւ փոխադարձաբար երբ երկու շրջանակք հասարակաց կէտ մի ունին կեդրոններ իրար միացնող գծին վերայ, այդ երկու շրջանակք շօշափող են։*

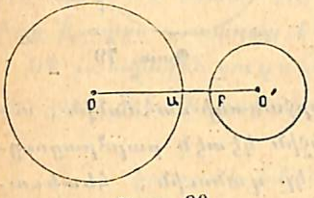
Պարապում. Այս վերոյիշեալ հետեւութիւնն յաճախակի կիրառութիւն մի կ'ընտանայ կցումն (raccordement) կոչուած խնդրոց մէջ որոց վերայ ընդարձակօրէն խօսած ենք մեր Գծագիտութեան (dessin linéaire) (*) մէջ։

(*) Գծագիտութիւն անուամբ գրքոյկ մի պիտի հրատարակեմք ի մօտոյ հետեւողութեամբ Ա. ՊՈՒԹՅԵՕՆԻ։

ԵՐԿՈՒ ԲՈԼՈՐԱԿԱՑ ՅԱՐԱԲԵՐԱԿԱՆ ԴԻՐՔ

84.— Բոլորակք իրարու նկատմամբ 5 դիրք կրնան ունենալ ։

1. —Իրարու նկատմամբ *արտաքին* (extérieure) բոլորակք կը կոչուին O և O' բոլորակք (Պատ. 80) որոց կեդրոններն իրար միացնող OO' գիծն կը բաղկանայ OԱ առաւել ԱԲ առաւել ԲO' գծերէ, այսինքն երկու բոլորակաց շառաւիղք առաւել ԱԲ ։

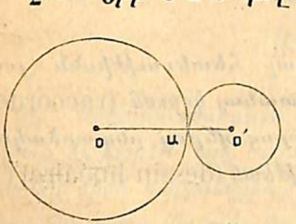


Պատ. 80

$$OO' = OԱ + ԱԲ + ԲO$$

ԱՐԴ., *երկու բոլորակք արտաքին են իրարու նկատմամբ՝ երբ կեդրոնները իրար միացնող գիծը մեծ է այդ երկու բոլորակաց շառաւիղներու գումարէն ։*

2. — Երբ O և O' բոլորակք (Պատ. 81) հասարակաց կէտ մի ունին, Ա, որ անշուշտ այդ երկու բոլորակաց կեդրոններն իրար միացնող գծին վերայ կը գտնուի՝ այդ բոլորակք *արտաքին շօշափող* (tangentes extérieures) կը կոչուին որոց կեդրոններն իրար միացնող OO' գիծն կը բաղկանայ OԱ+ԱO' գծերէ, այսինքն երկու բոլորակաց շառաւիղներէ ։

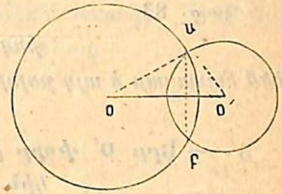


Պատ. 81

$$OO' = OԱ + ԱO'$$

ԱՐԴ., *երկու բոլորակք արտաքին շօշափող են՝ երբ կեդրոնները իրար միացնող գիծը հաւասար է այդ երկու բոլորակներու շառաւղաց գումարին ։*

3. — Երբ O և O' բոլորակք (Պատ. 82) երկու հասարակաց կէտեր ունին Ա և Բ, յայտնի է թէ՝ այս բոլորակաց կեդրոններն իրար միացնող գիծն հասարակաց լարին ուղղահայեաց է (տես Գլ. Զ. Նախ. ԺԱ) և զայն երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ, այն ատեն այդ բոլորակք *հատանող* (sécantes) կը կոչուին ։



Պատ. 82

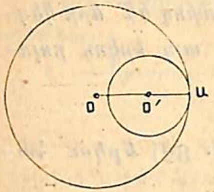
Միացնեմք O և O' կեդրոններն հասարակաց կէտերէն միոյն զորօրինակ Ա ի. յայտնի է թէ OԱO' եռանկեան մէջ OO' փոքր է OԱ+ԱO էն և մեծ նոցա տարբերութիւն ։

$$OO' < OԱ + ԱO'$$
$$OO' > OԱ - ԱO'$$

ԱՐԴ., *երկու բոլորակք հատանող են՝ երբ կեդրոնները իրար միացնող գիծը փոքր է այդ շրջանակաց շառաւղաց գումարէն եւ մեծ նոցա տարբերութենէն ։*

4. — Երբ O' փոքր բոլորակն O բոլորակին ներսը գտնուելով հասարակաց կէտ մի ունին Ա (Պատ. 83)

այդ բոլորակն ներքին շօշափող (tangente intérieure) կը կոչուին։



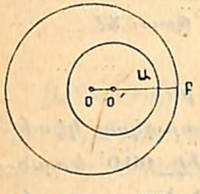
Պատ. 83

Յայտնի է թէ այդ երկու բոլորակաց կեդրոններն իրար միացնող գիծն OO' հաւասար է OԱ նուազ O'Ա։

$$OO'=OԱ-O'Ա$$

ԱՐԴ, երկու բոլորակք ներքին շօշափող են՝ երբ կեդրոնները իրար միացնող գիծը հաւասար է այդ բոլորակաց շառաւղաց տարբերութեան։

5. — Երբ O' փոքր բոլորակն բոլորովին O բոլորակին ներսը գտնուի ներքին բոլորակ (intérieure) կը կոչուի (Պատ. 84)։



Պատ. 84

Յայտնի է թէ այս երկու բոլորակաց կեդրոններն իրար միացնող գիծն OO' հաւասար է OԲ նուազ O'Ա առաւել ԱԲ։

$$OO'=OԲ-O'Ա+ԱԲ$$

$$OO' > OԲ-O'Ա$$

ԱՐԴ, երկու բոլորակք ներքին են՝ երբ կեդրոնները իրար միացնող գիծը, այդ բոլորակներու շառաւղաց տարբերութենէն փոքր է։

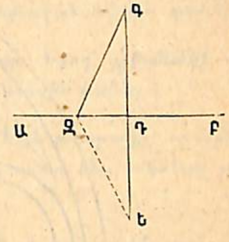
85.—**Գծի մը նկատմամբ համաչափ** (symétrie relative à une droite) Երկու կէտեր համաչափ են կըսուի, նկատմամբ գծի մը երբ ասոնք միեւնոյն ուղղահայեացին վերայ ըլլալով՝ այն գծին մի և միւս կողմն կը գտնուին

հաւասար հեռաւորութեամբ։ Այսպէս Գլ. Զ. Նախ. ԺԱ. հայեցողութիւն կարէ արտայայտուիլ սապէս եւս.

Երբ երկու շրջանակք զիրար կը կտրեն, իրենց հատման կէտերն համաչափ են իրենց կեդրոնները իրար միացնող գծին նկատմամբ։

Երկու գծեր համաչափ են կըսուի երբ միոյն համայն կէտերն միւսին համայն կէտերուն համաչափն են միեւնոյն գծի նկատմամբ որոյ համաչափական առանցք (axe de symétrie) անունն կը տրուի զոր օրինակ.

ԳԶ և ԵԶ խոտորակք (Պատ. 85) համաչափ են նկատմամբ ԱԲ համաչափական առանցքին։



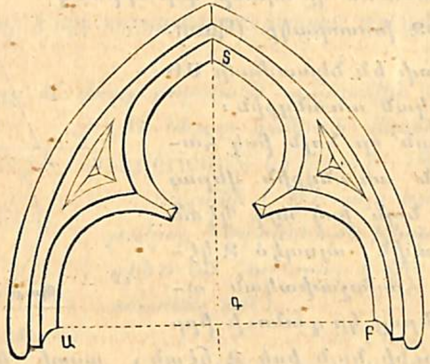
Պատ. 85

Այն կէտն որ նոյն իսկ համաչափական առանցքին վերայ կը գտնուի՝ նոյն իսկ այդ կէտն է իր համաչափն. այսպէս Զ կէտըն որ ԱԲ համաչափական առանցքին վերայ կը գտնուի իբր համաչափ ունի նոյն իսկ Զ կէտն, աստի կը հետեւի թէ երբ երկու ուղիղ գծեր համաչափ են իրենց հատման կէտն համաչափական առանցքին վերայ կը գտնուի։

Նմանապէս պատկեր մի համաչափ է կ'ըսուի՝ երբ նա կարէ բաժնուիլ ուղիղ գծով մի երկու չափակից մասերու, այսպէս բոլորակի մի որ և է տրամագիծն իր շրջանակին համաչափական առանցքն է, երկու բոլորակք ինչ որ ալ ըլլի իրենց յարաբերական դիրքերն կը կազմեն երկրաչափական պատկեր մի որոյ համաչափական առանցքն է իրենց կեդրոններն իրար միացնող գիծն։

86 պատկերին մէջ ներկայացեալ ձեն իբր համաչափական առանցք ունի ԱԲ ի միջին կէտէն բարձրացուցուած ուղղահայեացն ։

Եթէ այս պատկերին ԳԴ համաչափական առանցքն իբր ծխնի գործածելով աջակողմեան մասն ձախակողմեան մասին վրայ բերեմք դնեմք՝ դիւրաւ կարեմք համոզուիլ թէ միեւնոյն մակարդակի վրայ գտնուող համաչափական պատկերք հաւասար են ։



ԱՌԱՋԱՐԿՈՒԹԻՒՆՔ

(45) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ որեւէ կէտէ մի՝ ի շրջանակ քաշուած ամենակարճ և ամենաերկար գծերն կեդրոնէն կանցնին ։

(46) Պէտք է տրուած շրջանակէ մի, տրուած հեռաւորութիւն ունեցող կէտերու երկրաչափական տեղին գտնել ։

(47) Երբ շրջանակի մի կեդրոնն որեւէ անկեան մի կիսողին վրայ գտնուի. պէտք է ապացուցանել թէ՝ այդ անկեան երկու կողմերուն կազմած հատուածք (*) իրարու հաւասար են ։

(48) Պէտք է որեւէ գծի մի զուգահեռական քաշուած՝ բոլորակի մի լարերու միջին կէտերուն երկրաչափական տեղին գտնել ։

(49) Պէտք է որոշեալ գծի մի հաւասար եղող՝ շրջանակի մի լարերու միջին կէտերուն երկրաչափական տեղին գտնել ։

(50) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ միեւնոյն բոլորակի ոչ-զուգահեռական երկու շօշափողք իրարու հաւասար են, սկսեալ շօշափման կէտերէն մինչեւ հատման կէտն ։

(51) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ միեւնոյն բոլորակի չորս շօշափողք քառակողմեան բազմանկիւն մը կը ձեւացնեն որոյ ընդդիմակաց կողմանց գումարքն իրարու հաւասար են ։

(52) Ուղղանկիւն մի քանի՞ համաչափական առանցք ունի. — տարանկի՞ւն մի քանի. — քառակուսի մի՞ քանի ։

(53) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ բոլորակի մի համաչափական պատկերն՝ բոլորակ մի է ։

(54) Եթէ համաչափական տրապիզաձեւի մի տրամանկիւնք հաւասար են՝ ո՞ւր տեղի կունենայ նոցա հանդիպումն ։

(*) Հատուածն բոլորակի այն մասն է որ աղեղի մի և անոր լարին մէջտեղ կինայ (տես Գլուխ Ի. սահման) ։

ԳԼՈՒԽ Է·

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹԻՒՆ. — Բաղդատութիւն անկեանց. — Կեդրոնական անկեանց չափն. — Բաղդատութիւն աղեղաց. — Ներգծեալ անկիւնք. — Երկու հատանողաց կազմած անկիւնք։

86· **Սահմանք**· — Մեծութիւն մի չափելն՝ իբր միութիւն ճանչցուած նոյն տեսակ մեծութեան մի հետ բաղդատելն է։

Երբ մեծութիւն մի իր տեսակ երկու մեծութեանց մէջ ճիշտ պարունակուի, այդ մեծութիւնն միւսներուն հասարակաց չափն է կ'ըսուի։

Միեւնոյն տեսակ մեծութիւնք իրարու մէջ չափելի կամ անչափելի են ըստ իւրեանց հասարակաց չափ ունենալուն կամ չունենալուն։

Միեւնոյն տեսակէ երկու մեծութեանց համեմատութիւնն այն թիւն է որ կ'արտայայտէ առաջնոյն չափն եթէ երկրորդն իբր միութիւն կ'ընդունուի։

Եթէ միեւնոյն տեսակէ երկու մեծութիւնք Ա եւ Բ չափելի են իրենց մէջ, իրենց համեմատութիւնն ամբողջ կամ կոտորակաւոր թիւ մ'է զոր կ'ընդունինք մին միւսով բաժնելով որ կ'արտայայտէ թէ որչափ անգամ այս մեծութիւնք կը պարունակեն իրենց հասարակաց չափն։

Օրինակի աղագաւ Ա հաւասար է 25 մէթրի եւ Բ 8, Բի հասարակաց չափն է Բի $^1/_8$ն եւ Ա հաւասար է Բի $^5/_8$ին եւ Ա ի եւ Բի համեմատութիւնն է $^{25}/_8$ն։

Փոխադարձաբար

Երբ երկու Ա եւ Բ մեծութեանց համեմատութիւնն ամբողջ կամ կոտորակաւոր թիւ մ'է այս մեծութիւնք չափելի են իրենց մէջ։

Արդարեւ եթէ Ա ի եւ Բ ի համեմատութիւնն $^{30}/_7$ ի հաւասար է Բ ի $^1/_7$ն 30 անգամ պարունակեալ է Ա ի մէջ եւ Ա եւ Բ մեծութիւնք հասարակաց չափ մի ունին հաւասար Բ ի $^1/_7$ ին։

Մասնաւորապէս անկեանց համար բնական բաղդատութեան եզրն կամ միութիւնն ուղիղ անկիւնն է, ահա սորա համար է որ կ'ըսեմք. «հաւասարակողմ եռանկեան մի՝ մի անկիւնն $^1/_3$ ուղղանկիւն կարժէ», «կանոնաւոր հնգակողմեան բազմանկեան մի՝ մի անկիւնն $^6/_5$ ուղղանկիւն կարժէ» եւայլն։

Սակայն յաճախ անկանոն երկրաչափական պատկերի մի մէջ դժուար է հասկնալ թէ՝ այս ինչ կամ այն ինչ անկիւնն ինչ կարժէ ուղղանկեան մի նկատմամբ, ահա սորա համար փոխանակ անկիւն մի ուղղակի չափելու երկրաչափք գտած են ուրիշ յարաբերական միջոց մի. այսինքն այն աղեղն որ գծուած է այդ անկեան գագաթն իբր կեդրոն նկատելով։ Մենք եւս յետագայ նախադասութեանց մէջ պիտի տեսնենք թէ այս փոփոխութիւնն արդարանալի է։

Կեդրոնական (angle au centre) անկիւն կը կոչուին այն անկիւնք որոց գագաթք բոլորակի կեդրոնն են։

Ներգծեալ (angle inscrit) անկիւն կը կոչուին այն ամեն անկիւնք որք կազմուած են երկու լարերէ որք գիծեար կը կտրեն այդ բոլորակին շրջանակին վրայ ։

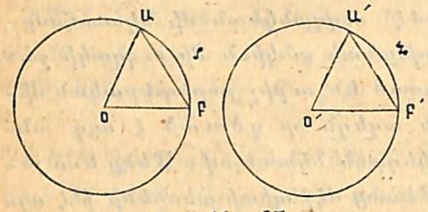
Հատիչ կը կոչուի բոլորակի այն մասն որ երկու շառաւիղներու մէջ կփնայ ։

Հատուածն (segmant) բոլորակի այն մասն է որ աղեղի մի եւ անոր լարին մէջտեղն կփնայ ։

Բազմանկիւն մի ներագծեալ (inscrit) է կըսուի, երբ այդ բազմանկիւնն բոլորակի մի ներսն գծուած է եւ իւր գագաթք այդ բոլորակին շրջանակն կը շօշափեն ներսէն, փոխադարձաբար բազմանկիւն մի արտագծեալ (circonscrit) է կըսուի երբ այդ բազմանկեան բոլոր կողմերն շրջանակի մի շօշափող են ։

87. **Նախադասութիւն Ա.**—*Միենոյն բոլորակի կամ հաւասար բոլորակաց երկու հաւասար կեդրոնական անկիւնք շրջանակէն հաւասար աղեղներ կը կտրեն եւ փոխադարձաբար։*

Առնեմք Օ եւ Օ' իրարու հաւասար բոլորակներն եւ Օ բոլորակին մէջ եղող ԱՕԲ կեդրոնական անկիւնն հաւասար ենթադրեմք Օ' բոլորակին մէջ գտնուող Ա' Օ' Բ' կեդրոնական անկեան, այդ պարագային մէջ պէտք է ցուցնել թէ՝ ԱՄԲ աղեղն ալ հաւասար է Ա'ՆԲ' աղեղան ։



Պատկեր 87

Միացնեմք Ա կէտն Բ կէտին, նմանապէս Ա', Բ'ի որով երկու եռանկիւններ կը կազմուին ԱՕԲ եւ Ա' Օ' Բ' որոց մէջ ունիմք

$$\widehat{\text{ԱՕԲ}} = \widehat{\text{Ա'Օ'Բ'}} \text{ ըստ ենթադրութեան}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{կողմ} & \text{ԱՕ} = \text{Օ'Ա'} \\ \text{եւ} & \text{ՕԲ} = \text{Օ'Բ'} \end{array}\right\} \text{իբր հաւասար բոլորակաց շառաւիղք}$$

Ուրեմն այս երկու ԱՕԲ եւ Ա'Օ'Բ' եռանկիւնք հաւասար են եւ հետեւաբար

$$\text{Լար ԱԲ} = \text{լար Ա'Բ'}$$

Սակայն որովհետեւ, *միեւնոյն բոլորակի կամ հաւասար բոլորակաց մէջ հաւասար լարեր հաւասար աղեղներ ունին,* (տես Գլ. Զ. Նախ. Ե.).

$$\text{Ուրեմն} \quad \text{աղեղ ԱՄԲ} = \text{աղեղ Ա'ՆԲ'}$$

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

Փոխադարձաբար, *Միենոյն բոլորակի կամ հաւասար բոլորակաց երկու կեդրոնական անկիւնք իրարու հաւասար են՝ երբ իրենց կողմերուն մէջ մնացեալ աղեղք իրարու հաւասար են։*

Երբ Օ եւ Օ' հաւասար բոլորակաց մէջ (Պատ. 87) ԱՄԲ աղեղն հաւասար է Ա'ՆԲ' աղեղան, այն ատեն ԱՕԲ անկիւնն ալ հաւասար պիտի լինի Ա'Օ'Բ' անկեան։

Արդարեւ ԱՄԲ աղեղն հաւասար ըլլալով Ա'ՆԲ' աղեղան՝ իրենց լարերն ալ իրարու հաւասար են (տես Գլ. Զ. Նախ. Դ.) ուրեմն

ԱԲ = Ա'Բ'

Արդ աստ ունիմք երկու եռանկիւններ ԱՕԲ և Ա'Օ'Բ' որոց մէջ ունիմք

կողմ ԱԲ = կողմ Ա'Բ'

ՕԱ = Օ'Ա' } իբր հաւասար բոլորակաց շառաւիղք
ՕԲ = Օ'Բ' }

Ուրեմն այս երկու եռանկիւնք հաւասար են՝ հետեւաբար

$\widehat{\text{ԱՕԲ}}$ (ընդխմկց. ԱԲ կողմ.) = $\widehat{\text{Ա'Օ'Բ'}}$ (ընդխմկց. Ա'Բ' կողմ.)

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

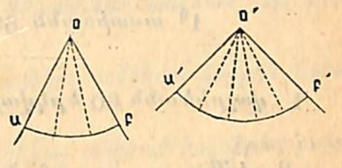
Հետեւութիւն. — *Երկու իրարու ուղղահայեաց տրամագիծք՝ շրջանակն 4 հաւասար մասանց կը բաժնեն, կամ ուրիշ կերպով բացատրելով, կեդրոնական անկիւն մի երբ ուղիղ է իւր կողմերուն մէջ ինկած աղեղն շրջանակին $^1/_4$ն է ։*

Դիտողութիւն. — Իբր անկեանց միութիւն ուղղանկիւնն առնելով՝ իբր միութիւն առած կը լինիմք շրջանակին մէկ քառորդն ։

ՉԱՓ ԿԵԴՐՈՆԱԿԱՆ ԱՆԿԵԱՆՑ (MESURE DES ANGLE AU CENTRE)

88. **Նախադասութիւն Բ.** — *Կեդրոնական անկեան մի չափն իւր կողմանց մէջ մնացած աղեղն է ։*

Առնեմք ԱՕԲ որեւէ անկիւնն և ենթադրեմք թէ այդ անկիւն (Պատ. 88) Ա'Օ'Բ' ուղղանկեան $^3/_5$ մասն է ։



Պատ. 88

Արդ միեւնոյն շառաւիղով՝ և Օ և Օ' կէտերն իբր կեդրոն նըկատելով՝ ԱԲ աղեղն և Ա'Բ' քառորդ շրջանակն քաշեմք ։

ԱՕԲ անկիւնն Ա'Օ'Բ' ուղղանկեան $^3/_5$ մասն ըլլալով՝ ԱՕԲ անկիւնն 3 և Ա'Օ'Բ' ուղղանկիւնն 5 հաւասար մասանց կարեմք բաժնել, յայտնի է թէ այս բաժանեալ 8 փոքր անկիւնք իրարու հաւասար են և այնատեն իրենց աղեղներն ալ իրարու հաւասար կը լինին (տես Գլ. Է. Նախ. Ա.) հետեւաբար ԱԲ աղեղն եւս Ա'Բ' քառորդ շրջանակին $^3/_5$ մասին հաւասար է ։

Այսպէս ուրեմն որեւէ անկիւն մի ուղղանկեան հետ բաղդատելն՝ նոյն անկեան կողմերուն մէջ մնացեալ աղեղն քառորդ շրջանակի հետ բաղդատել ըսել է ։

89. **Բաղդատութիւն աղեղաց** (comparaison des arcs). — Միեւնոյն շրջանակի կամ հաւասար շրջանակաց աղեղներու բաղդատութիւնն աւելի դիւրին գործելոյ համար չափադէտք քառորդ շրջանակն 90 հաւասար մասերու բաժնած են որք *աստիճան* (degrés) կը կոչուին ։

Երբ ուղղանկիւն մի 90 հաւասար անկեանց բաժնեմք՝ այդ անկեանց որեւէ մէյն համապատասխանող աղեղն ալ քառորդ շրջանակի $^1/_{90}$ մասն կամ 1 աստիճան (1^0. այսպէս կը գրուի) պիտի պարունակէ ։

Այսպէս երբ աղեղ մի 25^0 է իրեն համապատասխանող կեդրոնական անկիւնն՝ ուղղանկեան մի $^{25}/_{90}$ կամ $^5/_{18}$ մասն է ։

1^0 աստիճանն 60 վայրկեանի (60′)

1′ վայրկեանն 60 երկվայրկեանի (60″) բաժնուած է

Ուրեմն քառորդ շրջանակն կը պարունակէ

90 աստիճան (90^0)

կամ $90 \times 60 = 5400'$ վայրկեան

կամ $5400 \times 60 = 324000''$ երկվայրկեան

Գալով ամբողջ շրջանակին՝ յայտնի է թէ կը պարունակէ

360 աստիճան (360^0) 21600 վայրկեան (21600′)

կամ 1,296000 երկվայրկեան (1,296000″)

Ուրեմն ուղղանկեան մի չափն՝ շրջանակին քառորդ մասն, այսինքն 90 աստիճանի աղեղն է ։ Սրանկեան չափն 90 աստիճանէն փոքր աղեղն է և բթանկեան չափն ընդհակառակն 90 աստիճանէն մեծ աղեղն է ։

ՆԵՐԱԳԾԵԱԼ ԱՆԿԻՒՆՔ

90. Նախադասութիւն Գ. — Ներագծեալ անկեան մը չափն՝ իւր երկու կողմերուն մէջտեղ մնացած աղեղան կէսն է։

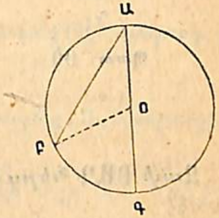
Ներագծեալ անկիւնք նկատմամբ բոլորակին կեդրոնին 3 պարագայ ունին՝ հետեւաբար 3 ապացոյց ։

Նախ. — Երբ կեդրոնն՝ ներագծեալ անկեան՝ մի կողման վերայ գտնուի ։

Բ. — Երբ կեդրոնն՝ ներագծեալ անկեան ներքին կողմն գտնուի ։

Գ. — Երբ կեդրոնն՝ ներագծեալ անկեան կողմերէն դուրս գտնուի ։

Ա. Պարագայ. — Առնեմք ԲԱԳ ներագծեալ անկիւնն (Պատ. 89) որոյ ԱԳ կողմն վերայ կը գտնուի O կեդրոն ։



Պատ. 89

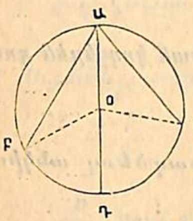
Պէտք է ապացուցանել թէ՝ ԲԱԳ անկեան չափն ԲԳ աղեղան կէսն է ։

Միացնեմք Բ կէտն կեդրոնին՝ որով կը կազմուի ԲԱO եռանկիւնն որոյ ԱO և ԲO կողմերն իրարու իրարու հաւասար են իբր նոյն շրջանակի շառաւիղք. ուրեմն ԲOԱ եռանկիւնն երկկողմնազոյգ է և ԲԱO անկիւնն հաւասար է OԲԱ անկեան ։

ԲOԳ անկիւնն ԱԲO եռանկեան արտաքին անկիւնն ըլլալով՝ հաւասար է իւր ոչ-առընթերակաց OԲԱ և OԱԲ անկեանց գումարին, սակայն որովհետեւ OԲԱ հաւասար է OԱԲ անկեան՝ ուրեմն ԲOԳ անկիւնն ԲԱO անկեան կրկինն է, սակայն ԲՕԳ կեդրոնական անկիւն մի ըլլալով իւր չափն ԲԳ աղեղն է (տես Գլ. Է. Նախ. Բ.) ուրեմն ԲԱԳ ներագծեալ անկիւնն որ ԲՕԳ անկեան կէսն է իւր չափն ալ ԲՕԳ անկեան չափին կէսն պիտի լինի, այսինքն ԲԳ աղեղան կէսն։

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

Բ. Պարագայ. — Ունիմք ԲԱԳ ներագծեալ անկիւնն՝ (Պատ. 90) որոյ կողմերուն մէջ կը գտնուի O կեդրոնն, նմանապէս պէտք է ապացուցանել թէ՝ ԲԱԳ ներագծեալ անկեան չափն իւր կողմանց մէջ միացած ԲԴԳ աղեղան կէսն է։



Պատ. 90

ԲԱԳ անկեան Ա գագաթէն O բոլորակին տրամագիծն քաշեմք, ԱԴ, արդ յայտնի է թէ՝

$$\text{Չափ ԲԱԴ ներգծ. անկեան} = \text{աղեղ}\ \frac{\text{ԲԴ}}{2}\ \text{(տես 1 պրգ.)}$$

$$\text{» ԴԱԳ » »} = \text{»}\ \frac{\text{ԴԳ}}{2}\ \text{(» »)}$$

Այս երկու հաւասարութիւնք եզր առ եզր գումարելով կ'ունենամք

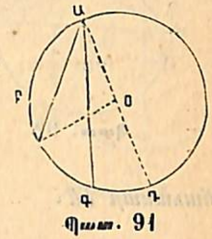
$$\text{Չափ ԲԱԴ+ԴԱԳ ներգծ. անկեանց} = \text{աղեղ}\ \frac{\text{ԲԴ+ԴԳ}}{2}$$

Կամ պարզելով

$$\text{Չափ ԲԱԳ ներգծ. անկեան} = \text{աղեղ}\ \frac{\text{ԲԳ}}{2}$$

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

Գ. Պարագայ. — Ունիմք ԲԱԳ ներագծեալ անկիւնն (Պատ. 91) որոյ կողմերէն դուրս կը գտնուի O կեդրոնն։



Պատ. 91

Այս պարագային մէջ եւս ԲԱԳ անկեան չափն ԲԳ աղեղան կէսն է։

Ա անկեան գագաթէն ԱԴ տրամագիծն քաշեմք՝ արդ յայտնի է թէ՝

$$\text{Չափ ԲԱԴ ներգծ. անկեան} = \frac{\text{ԲԴ}}{2}\ \text{աղեղ (Ա. պարագ.)}$$

$$\text{Չափ ԳԱԴ ներգծ. անկեան} = \frac{\text{ԳԴ}}{2}\ \text{աղեղ (Ա. պարագ.)}$$

Եթէ այս երկու հաւասարութիւնք եզր առ եզր իբարմէ հանեմք՝ կ'ունենամք

$$\text{Չափ ԲԱԴ—ԳԱԴ ներգծ. անկեանց} = \frac{\text{ԲԴ—ԳԴ}}{2}\ \text{աղեղ}$$

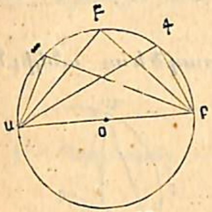
Կամ պարզելով

$$\text{Չափ ԲԱԳ ներգծ. անկեան} = \frac{\text{ԲԳ}}{2}\ \text{աղեղ}$$

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

Հետ. Ա. — *Այն ամեն անկիւնք որք կիսաշրջանակի մի մէջ գծուած են ուղիղ են ։*

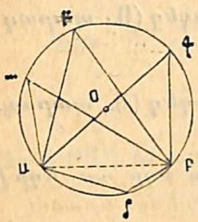
Առնեմք O շրջանակն (Պատ. 92) ԱԶԲ կիսաբոլորակին մէջ գծուած ԱԴԲ. ԱԵԲ. ԱԶԲ անկիւնք ուղիղ են, որովհետեւ իբր չափ ունին ԱԲ կիսաշրջանակին կէսն, այսինքն մի քառորդ շրջանակ ։



Պատ. 92

Հետ. Բ.—*Միեւնոյն հատուածի մէջ գծուած ամեն անկիւնք իրարու հաւասար են ։*

Առնեմք O շրջանակն (Պատ. 93) ԱԴԲ. ԱԵԲ. ԱԶԲ անկիւնք որք միեւնոյն ԱԴԵԶԲ հատուածին մէջ գծուած են հաւասար են, որովհետեւ իբր չափ ունին ԱԻԲ աղեղան կէսն ։



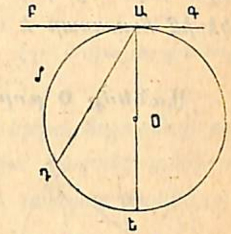
Պատ. 93

Հետ. Գ. — ԱԴԲ և ԱԵԲ անկիւնք (Պատ. 93) կիսաբոլորակէ մեծ հատուածի մի մէջ գծուած ըլլալով՝ սուր անկիւն են որովհետեւ ասոնց չափն կիսաշրջանակէ փոքր եղող ԱԻԲ աղեղան կէսն է ։

ԱԻԲ անկիւնն (Պատ. 95) կիսաբոլորակէն փոքր հատուածի մի մէջ գծուած ըլլալով բութանկիւն է որովհետեւ սորա չափն կիսաշրջանակէն մեծ եղող ԱԵԲ աղեղան կէսն է ։

91. Նախադասութիւն. Դ. — *Լարի մի եւ շօշափողի մի կազմած անկեան չափն՝ իրենց կողմերուն մէջ միացած աղեղան կէսն է ։*

Առնեմք O բոլորակն որոյ մէջ ԲԱ շօշափողն՝ ԴԱ հատանողին հետ ԲԱԴ անկիւնն կը կազմէ, պէտք է ապացուցանել թէ՝ այդ անկեան չափն ԱԻԴ աղեղան կէսն է (Պատ. 94) ։



Պատ. 94

Ա շօշափման կէտէն տրամագիծ մի քաշեմք՝ ԱԵ, արդ յայտնի է թէ՝ ԲԱԵ անկիւնն ուղղանկիւն է և իր չափն է ԱԴԵ կիսաշրջանակին կէսն, և ԴԱԵ անկիւնն ներագծեալ անկիւն մի լինելով իւր չափն է ԴԵ աղեղան կէսն (տես Գլ. Է. Նախադասութիւն Գ.) ։

$$\text{Չափ ԲԱԵ անկ.} = \frac{\text{ԱԴԵ}}{2}$$

$$\text{Չափ ԴԱԵ անկ.} = \frac{\text{ԴԵ}}{2}$$

Այս հաւասարութիւնքն եզր առ եզր իրարմէ հանելով կ՚ունենամք

$$\text{Չափ ԲԱԵ—ԴԱԵ անկ.} = \frac{\text{ԱԴԵ—ԴԵ}}{2}$$

Կամ պարզելով

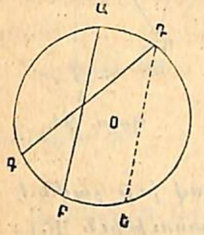
$$\text{Չափ ԲԱԴ անկ.} = \frac{\text{ԱԻԴ}}{2}\ \text{աղեղ}$$

Զոր պարտ էր ապացուցանել ։

ԵՐԿՈՒ ՀԱՏԱՆՈՂՆԵՐՈՒ ԿԱԶՄԱԾ ԱՆԿԻՒՆՔ

92. **Նախադասութիւն Ե.** — *Երբ երկու հատանողներ բոլորակին մէջ զիրենք կը կտրեն, անոնց կազմած անկեան չափը՝ իրենց կողմերուն մէջ գտնուած աղեղաց գումարին կէսին հաւասար է։*

Առնեմք Օ բոլորակն՝ որոյ մէջ ԱԲ և ԳԴ երկու լարեր զիրար կը կտրեն Օ կէտին վերայ (Պատ. 95), պէտք է ապացուցանել թէ՝ ԳՕԲ անկիւնն հաւասար է ԳԲ+ԱԴ աղեղաց կիսոյն։



Պատ. 95

Դ կէտէն ԱԲ լարին զուգահեռական մի քաշեմք՝ ԴԵ, այն ատեն յայտնի է թէ՝ ԳԴԵ և ԳՕԲ անկիւնք իրարու հաւասար են իբր ներքին և արտաքին նոյնադիր անկիւնք նկատմամբ ԴԵ և ՕԲ երկու զուգահեռական գծերու որք կտրուած են ԳԴ հատանողով, սակայն ԳԴԵ ներագծեալ անկիւն մի ըլլալով՝ իւր չափն է ԳԲ+ԲԵ աղեղան կէսն (տես Գլ. Է. Նախ. Գ.) ուրեմն իրեն հաւասար եղող ԳՕԲ անկեան չափն ալ ԳԲ+ԲԵ աղեղան կէսն է։

Չափ ԳՕԲ անկեան $= \dfrac{\text{ԳԲ}+\text{ԲԵ}}{2}$ աղեղ

Սակայն ԲԵ և ԱԴ իրարու հաւասար են, որովհետեւ իրարու զուգահեռական երկու ԱԲ և ԴԵ հատանողներու մէջ կը գտնուի (տես Գլ. Զ. Նախ. Ժ.), ուրեմն

ԲԵ աղեղան տեղ իր հաւասար եղող ԱԴ աղեղն դնելով վերի հաւասարութեան մէջ կունենամք

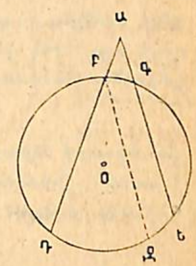
Չափ ԳՕԲ անկեան $= \dfrac{\text{ԳԲ}+\text{ԱԴ}}{2}$ աղեղ

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

93. **Նախադասութիւն Զ.** — *Երբ երկու հատանողներ բոլորակէն դուրս զիրենք կը կտրեն՝ անոնց կազմած անկեան չափն իրենց կողմերուն մէջտեղ մնացած աղեղաց տարբերութեան կէսին հաւասար է։*

Առնեմք Օ բոլորակն որ կտրուած է ԱԴ և ԱԵ հատանողներէն՝ որք բոլորակէն դուրս Ա կէտին վերայ իրարու հանդիպելով ԴԱԵ անկիւնն կը յօրինեն, արդ պէտք է ցուցնել թէ՝ ԴԱԵ անկեան չափն ԴԵ և ԲԳ աղեղաց տարբերութեան կէսն է (Պատ. 96)։

Բ կէտէն ԱԵ հատանողին զուգահեռական մի քաշեմք, ԲԶ։ Արդ ԴԲԶ և ԴԱԵ անկիւնք իրարու հաւասար են իբր ներքին և արտաքին նոյնադիր անկիւնք՝ նկատմամբ ԲԶ և ԱԵ զուգահեռական գծերու որք կտրուած են ԴԱ հատանողով, սակայն ԴԲԶ ներագծեալ անկիւն մի ըլլալով իւր չափն է ԴԶ աղեղան կէսն, ուրեմն իւր հաւասար եղող ԴԱԵ անկեան չափն ալ ԴԶ աղեղան կէսն է։



Պատ. 96

Սակայն ԴԶ = ԴԵ — ԶԵ

Ուրեմն չափ ԴԱԵ անկեան = (ԴԵ—ԶԵ) / 2 աղեղ

Սակայն ԶԵ և ԲԳ աղեղք իրարու հաւասար են, որովհետեւ իրարու զուգահեռական երկու ԱԵ և ԲԶ հատանողներու մէջ կը գտնուին (տես Գլ. Զ. Նախ. Ժ.), ուրեմն վերի հաւասարութեան մէջ ԶԵ աղեղին տեղ իւր հաւասար եղող ԲԳ աղեղն դնելով՝ կ'ունենամք

Չափ ԴԱԵ անկ. = (ԴԵ—ԲԳ) / 2 աղեղ

Զոր պարտ էր ապացուցանել։

ԱՌԱՋԱՐԿՈՒԹԻՒՆՔ

(55) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ համաչափական տրապիզաձեւ մի՝ բոլորակի մի ներագծելի է ։

(56) Պէտք է ապացուցանել թէ՝ բոլորակի մի ներագծեալ քառանկեան ընդդիմադիր անկիւնք յաւելուածական են ։

(57) ԱԲԳ եռանկեան մէջ Ա անկիւնն կ'արժէ 48^{0}, $50'$, $11''$, Բ անկիւնն կ'արժէ 54^{0}, $6'$, $57''$ պէտք է Գ անկեան արժէքն գտնել։

(58) Շրջանակ մի որեւէ հաւասար մասերու բաժնեմք, միացընեմք բաժանման կէտերն յաջորդաբար իրարու, պէտք է ապացուցանել թէ՝ յառաջ եկած ներագծեալ բազմանկիւնն կանոնաւոր է ։

(59) Երկու շօշափող շրջանակներու, շօշափման կէտէն երկու հատանողներ քաշեմք, միացնեմք հատանողաց շրջանակին հետ ունեցած հատման կէտերն իրարու, պէտք է ապացուցանել թէ՝ յառաջ եկած երկու լարերն իրարու զուգահեռական են ։

(60) Պէտք է երկու որեւէ տրուած գծերու շօշափող շրջանակաց կեդրոններուն երկրաչափական տեղին գտնել ։

(61) Պէտք է այն աղեղաց արժէքներն գտնել, որոց շրջանակն շօշափող է այնպիսի երկու գծերու որք 75 աստիճանի անկիւն մի կը յօրինեն ։

(62) Առնեմք որեւէ ԱԲԳ եռանկիւնն և այդ եռանկեան երեք բարձրութիւնքն քաշեմք, պէտք է ապացուցանել թէ՝ այս երեք բարձրութիւնքն, իրենց ոտքերուն կազմած եռանկեան անկեանց կիսողքն կը լինին ։

(63) Երբ շրջանակի մի որեւէ կէտէն, շրջանակին ներագծեալ եռանկեան երեք կողմերուն ուղղահայեացներ իջեցնեմք, պէտք է ապացուցանել թէ՝ այդ ուղղահայեացներուն ոտքերն միեւնոյն ուղիղ գծին վրայ կը գտնուին ։

(64) Երկու հատանող շրջանակներ առնեմք, հատման կէտերուն մէկէն երկու շրջանակաց տրամագծերն քաշեմք, արդ պէտք է ապացուցանել թէ՝ եթէ այդ տրամագծերուն ծայրերն իրարու միացնեմք՝ այդ գիծն երկրորդ հատման կէտէն պիտի անցնի ։

ԳԼՈՒԽ Ը·

ՍԿԶԲՆԱԿԱՆ ԽՆԴԻՐՔ ԳԾԱԳԻՏՈՒԹԵԱՆ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹԻՒՆ· — Գործածութիւն քանակի և կարկինք · — Գծի մի նկատմամբ ուղղահայեացներ և զուգահեռականներ քաշել · — Գործածութիւն ուղղանկիւն քանակաց · — Չափք անկեանց · — Սկզբնական շինութիւնք անկեանց և եռանկեանց · — Բոլորակի մի շրջանակին վերայ գտնուող կէտէ մի նոյն բոլորակին շօշափող մի քաշել · — Բոլորակէ մի դուրս առնուած կէտէ մի՝ նոյն բոլորակին շօշափողներ քաշել · — Ծանօթ գծի մի վերայ բոլորակի այնպիսի հատուած մի գծել, որուն ներագծեալ ամէն անկիւնք՝ տրուած անկեան մի հաւասար լինին ։

94· Գործածութիւն քանակի եւ կարկինի· (compas)· —Քանակներն այնպիսի գործիքներ են, որոց միջոցաւ կը գծուին ուղիղ գծեր ։ Քանակներն մի քանի տեսակ կը լինին , սակայն գծագիտական նուրբ շինութեանց մէջ կը գործածուի ընդհանրապէս լայն և բարակ փայտեայ քանակներ (Պատ · 97) որք թէեւ խոնաւութեամբ կը կորսնցնեն իւրեանց մակարդակ դիրքն և կը կորանան՝ սակայն և այնպէս յետ գրուելոյ գծագրական տախտակին վերայ , փոքր ինչ յենում մի կուտայ նոցա մակարդակ դիրքն ։

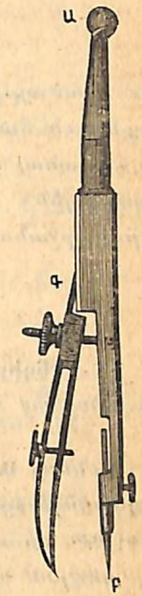
Պատ. 97

Ինչպէս որ ծանօթ է մեզ , երկու տրուած կէտեր գծի մի դիրքն կ'որոշեն , ուստի և երբ երկու տրուած կէտերէ գիծ մի քաշել կ'ուզուի , պէտք է առնել վերյիշեալ քանակն (Պատ · 97) և այնպէս մը պէտք է

դնել որ իւր եզերքներէն մին շօշափէ միանգամայն երկու տրուած կէտերն , արդ երբ նուրբ ծայր ունեցող մատիտով մի քանակին այդ եզրէն գիծ մի քաշուի սա խնդրուած գիծն պիտի լինի ։

Կարկինք· ինչպէս որ ծանօթ է ամենուն , կարկիններն երկու ճիւղերէ բաղկացեալ են (Պատ · 98) , որք միացած են իրարու մետաղական առանցքով մի , ընդհանրապէս առանցքն ունի պտուտակ մի , որ իրեն յատուկ փոքր բանալիի մի միջոցաւ կը կանոնաւորէ երկու ճիւղերու փոխադարձ շարժումն ։ Կարկինք երկու տեսակ կը լինին (Ա.) այն կարկինք որք միայն երկայնութիւն առնելու կը ծառայեն (Պատ· 98) և (Բ.) այն կարկինք որք յատուկ են շրջանակներ քաշելու , առաջնոց երկու ճիւղերն կը լինին միապաղաղ , իսկ վերջնոյ երկու ճիւղերէն մին բաժնուած է երկու մասանց և ըստ կամս և կամ ըստ պարագային այդ երկրորդ շարժուն մասն կարէ փոխուիլ և կը դրուի իւր տեղն մատիտաւոր մասն որով կարկինն յատուկ կը լինի շրջանակներ գծելոյ ։

Պատ· 98



Պատ. 99

Գծագիտական նուրբ շինութեանց մէջ փոքր շարաւիղով շրջանակներ գծելոյ համար կը գործածուի ընդհանրապէս զսպանակաւոր կարկինն (compas à ressort) (Պատ· 99) որուն ճիւղերուն մօտեցումն և կամ հեռացումն կը լինի զսպանակի մի միջոցաւ , Գ , որուն վերայ կը ներգործէ O պտուտակն ։

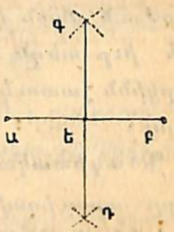
Իսկ մեծ շառաւիղ ունեցող շրջանակներ քաշելու համար կը գործածուի *ձողաւոր կարկինն* (compas à verge) (Պատ. 100) որ կը բաղկանայ մեծ քանոնէ մի, և երկու սրածայր ոտքերէ, մին անշարժ (պատկերին մէջի ոտքերուն ձախն) և միւսն շարժուն, որ ըստ կամս կարէ հեռանալ և մօտենալ անշարժ ոտքին՝ ըստ տրուած շառաւիղին։ Այնպիսի կարկինը ընդհանրապէս հողի վերայ շրջանակներ քաշելու յարմար է ։

Պատ. 100

ՈՒՂՂԱՀԱՅԵԱՑՆԵՐ ՔԱՇԵԼ

95. **Խնդիր Ա.** — *Տրուած որևէ գծի մի միջին կէտէն ուղղահայեաց մի բարձրացնել նոյն գծին ։*

Առնեմք ԱԲ գիծն, պէտք է սոյն գծին միջին կէտէն ուղղահայեաց մի բարձրացնել։ (Պատ. 101) ԱԲ տրուած գծին Ա և Բ ծայրերն իբր կեդրոն նկատելով և ԱԲ գծին կէսէն մեծ եղող միևնոյն շառաւիղով երկու շրջանակներ քաշեմք որք զիրեար պիտի կտրեն Գ և Դ կէտերուն վերայ, միացնեմք Գ հատման կէտն Դ ի, ԳԴ գիծն ուղղահայեաց է ԱԲ տրուած գծին և զայն երկու հաւասար մասանց կը բաժնէ, որովհետև Գ և Դ կէտերն հաւասարապէս հեռու ըլլալով Ա և Բ կէտերէն՝ ԱԲի միջին կէտէն բարձրացուցուած ուղղահայեացին վերայ կը գտնուին ։

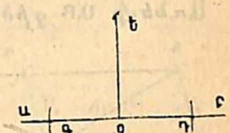


Պատ 101.

Դիտողութիւն. — Յայտնի է թէ՝ երբ Ա և Բ կէտերն կեդրոն նկատելով երկու շրջանակներ քաշեմք, զիրեար այն ատեն կը կտրեն երբ առնուած շառաւիղն ԱԲ գծին կէսէն մեծ լինի ։

96. **Խնդիր Բ.** — *Ուղիղ գծի մի վերայ առնուած որևէ կէտէ մի՝ նոյն գծին ուղղահայեաց մի բարձրացնել ։*

Առնեմք ԱԲ որևէ գիծն (Պատ. 102)։ Կ'առաջարկուի սոյն գծին վերայ առնուած Զ, որևէ կէտէն ուղղահայեաց մի բարձրացնել։ ԱԲ գծին վերայ տրուած Զ կէտէն հաւասարապէս հեռու երկու կէտեր առնեմք Գ և Դ, արդ երբ ԳԴ գծին միջին կէտէն ուղղահայեաց մի բարձրացուի (ըստ Ա. խնդրոյն) Զ կէտէն պիտի անցնի և խնդրուած ուղղահայեացն պիտի լինի ։

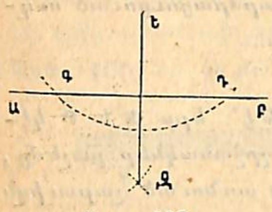


Պատ. 102

97. **Խնդիր Գ.** — *Ուղիղ գծէ մի դուրս առնուած որևէ կէտէ մի՝ ուղղահայեաց մի իջեցնել նոյն գծին ։*

Ունիմք ԱԲ գիծն և այդ գծէն դուրս առնուած Ե կէտն, արդ կ'առաջարկուի Ե կէտէն ուղղահայեաց մի իջեցնել ԱԲ ի (Պատ. 105)։

Ե կէտն իբր կեդրոն նկատելով աղեղ մի քաշեմք այնպէս որ կտրէ ԱԲ գիծն Գ և Դ կէտերուն վերայ. ըստ Ա խնդրոյն Գ և Դ կէտերէն հաւասարապէս հեռու եղող Զ կէտն գտնեմք, միացնեմք այդ կէտն Եի յայտնի է թէ ԵԶ խնդրուած ուղղահայեացն է (*)։

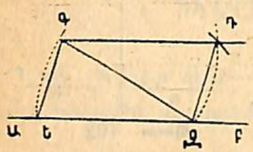


Պատ. 103

ԶՈՒԳԱՀԵՌԱԿԱՆՆԵՐ ՔԱՇԵԼ

98. **Խնդիր Դ.** — *Ուղիղ գծէ մի դուրս առնուած կէտէ մի, նոյն գծին զուգահեռական մի քաշել։*

Առնեմք ԱԲ գիծն, այդ գծէն դուրս եղող Գ կէտէն պէտք է ԱԲի զուգահեռական մի քաշել։



Պատ. 104

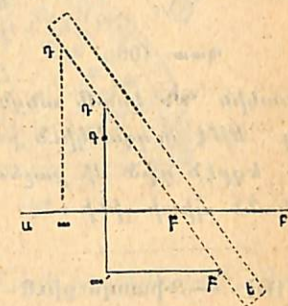
Գ կէտն իբր կեդրոն նկատելով և որեւէ շառաւիղով մի՛ աղեղ մի քաշեմք, որ կը կտրէ ԱԲ գիծն Զ կէտին վերայ, նըմանապէս Զ կէտն ըստ իւր կարգին կեդրոն նկատելով և միեւնոյն շառաւիղով աղեղ մի քաշեմք որ է ԳԵ, առնեմք ԳԵ լարին երկայնութիւնն և այդ երկայնութիւնն իբր շառաւիղ և Զ կեդրոն նկատելով՝ աղեղ մի քաշեմք որ է Դ, միացնեմք Գ կէտն Դի, ԳԴ խնդրուած զուգահեռականն է։

(*) Աշակերտք պարտին սոյն խնդիրներն ապացուցանել գըրաւոր իբր պարտականութիւն։

ԳՈՐԾԱԾՈՒԹԻՒՆ ՈՒՂՂԱՆԿԻՒՆ ՔԱՆԱԿԱՑ (ÉQUERRES)

99. — Ուղղանկիւն քանակներն փայտեայ փոքր գործիքներ են ուղղանկիւն եռանկեան մի ձեւով, արդէն մեզ ծանօթ է թէ ինչպէս կ՚ստուգուի ուղղանկիւն քանակներն (տես էջ 22)։ Եթէ ուղղանկիւն քանակ մի ճիշդ է շատ յարմար է անմիջապէս ուղղահայեացներ մատակարարելոյ։

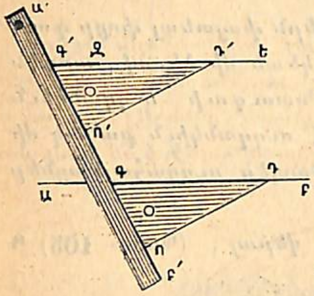
Տրուած ԱԲ ուղիղ գծին վերայ, (Պատ. 105) Գ կէտէն ուղղանկիւն քանակի մի միջոցաւ ուղղահայեաց մի գծելոյ համար պէտք է ուղղանկիւն քանակն դնել ԱԲ գծին վերայ այնպէս որ ուղղանկեան մի կողմն շօշափէ այդ գիծն (դիրք Դ–Բ), յետոյ այլ Ե քանակ մի կցելով ուղղանկիւն քանակին հակուղիղին, պէտք է սահեցընել ուղղանկիւն քանակն՝ Ե քանակին ուղղութեամբ (Ե քանակն բնականաբար անշարժ) մինչեւ որ ուղղանկիւն քանակին՝ ուղղանկեան երկրորդ կողմն անցնի Գ կէտէն (դիրք Դ՛–՛Բ՛), արդ եթէ ուղղանկիւն քանակին վերջին դիրքին մէջ –՛Դ՛ եզրով գիծ մի քաշեմք, սա խնդրուած ուղղահայեացն պիտի լինի։



Պատ. 105

100. Ուղղանկիւն քանակներն յարմար են նաեւ զուգահեռական գծեր մատակարարելոյ, այս պարագային մէջ ուղղանկեան ճշտութիւնն ի նկատի չ՚առնըւիր միայն թէ ուղղանկիւն քանակին եզերքներն ուղիղ պէտք է լինին (փորձէ ըստ 8 համարին, էջ 15)։

ԱԲ տրուած գծին՝ Զ կէտէն զուգահեռական մի գըծելոյ համար (Պատ. 106) պէտք է ուղղանկիւն քանակն դնել ԱԲ գծին վերայ այնպէս որ իւր որեւէ մի կողմն չօշափէ այդ գիծն (դիրք ԳՈԴ) յետոյ կցելով ուղղանկիւն քանակին միւս կողման Ա'Բ' քանակն, պէտք է սահեցնել ուղղանկիւն քանակն Ա'Բ' քանակին ուղղութեամբ (Ա'Բ' քանակն բնականաբար անշարժ) մինչեւ որ ուղղանկիւն քանակին ԳԴ կողմն անցնի Զ կէտէն (դիրք Գ'Դ'Ո'), արդ, եթէ ուղղանկիւն քանակին վերջի դիրքին մէջ Գ'Դ' եզրէն գիծ մի քաշեմք սա խնդրուած զուգահեռականն պիտի լինի ։

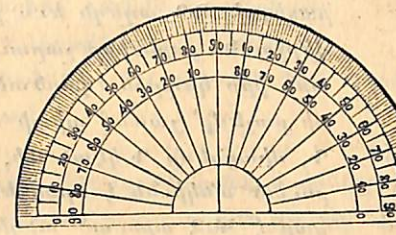


Պատ. 106

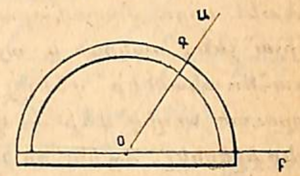
101. — Դիտողութիւն. — Գծագրական նուրբ շինութեանց մէջ ուղղահայեացներ ունենալոյ համար ընդհանրապէս չեն դիմեր ուղղանկիւն քանակներու, որովհետեւ սոցա մատակարարած ուղղահայեացք բոլորովին ճիշտ չեն, սակայն և այնպէս ամենայարմար են զուգահեռականներ գծելոյ, ուստի և երբ հարկ լինի տրուած ուղիղ գծի մի վերայ շատ մի ուղղահայեացներ իջեցնել. — ինչ որ յաճախ տեղի կունենայ երկրաչափական պատկերի մի ընկեցումներն (projections) գտնելոյ համար. — Նախ ըստ 99 համարին ուղղահայեաց մի կը գծեն և միւս ուղղահայեացներն գծելոյ համար ստացուած ուղղահայեացին զուգահեռականներ կը քաշեն ըստ 100 համարին ։

ՉԱՓՔ ԱՆԿԵԱՆՑ ԵՒ ԱՆԿԻՒՆԱՉԱՓ ԳՈՐԾԻՆ (RAPPORTEUR)

102. Թուղթի վերայ գծուած անկիւններն կը չափուին անկիւնաչափ գործիքով. սա թափանցիկ կրճիկէ և կամ պղնձէ (այս պարագային մէջ սնամէջ) կիսաշըրջանակ մ'է (Պատ. 107), աստիճանի կամ կիսաաստիճանի բաժանեալ (եթէ հարկ եղածին չափ մեծ է գործիքն) ։


Պատկեր 107

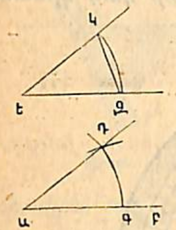
Տրուած ԱՕԲ անկիւնն չափելոյ համար (Պատ. 108), անկիւնաչափ գործիքն այնպէս մը դնելու է որ՝ իւր կեդրոնն անկեան գագաթին վերայ գայ, Օ, և անկեան մի կողմըն ՕԲ, չօշափէ գործոյն տրամագիծն, արդ պէտք է միայն կարդալ անկեան երկրորդ կողման Գ կէտին համապատասխանող անկիւնաչափ գործիքին թուանշանն, որ այդ անկեան աստիճանն, այսինքն չափն է ։



Պատ. 108

ՍԿԶԲՆԱԿԱՆ ՇԻՆՈՒԹԻՒՆՔ ԱՆԿԵԱՆՑ ԵՒ ԵՌԱՆԿԵԱՆՑ

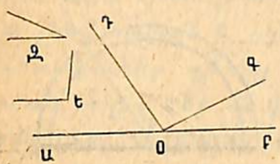
103. Խնդիր Ե. — ԱԲ *գծին* (Պատ. 109) Ա *կէտին վերայ՝ տրուած* Ե *անկեան հաւասար անկիւն մի շինել ։*



Պատ. 109

Ե կէտն իբր կեդրոն նկատելով որեւէ շառաւիղով մի ԿԶ աղեղն քաշեմք, յետոյ Ա, կէտն իբր կեդրոն նկատելով և միեւնոյն շառաւիղով ԴԳ աղեղն եւս քաշեմք, ի վերջոյ ԿԶ լարն իբր շառաւիղ և Գ կէտն իբր կեդրոն գործածելով աղեղ մի քաշեմք՝ յառաջ պիտի գայ կէտ մի Դ, միացնեմք Դ կէտն Աի, ԴԱԳ խնդրուած անկիւնն է որովհետեւ հաւասար է ԿԵԶ տրուած անկեան ։

104. Խնդիր Զ. — *Եռանկեան մի երկու անկիւններն տրուած ըլլալով՝ երրորդն գտնել ։*

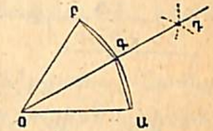


Պատ. 110

ԱԲ որեւէ գծի մի Օ կէտին վերայ՝ (Պատ. 110) տրուած Զ անկեան հաւասար անկիւն մի շինեմք (ըստ Ե խնդրոյն) որ է ԲՕԳ, յետոյ ՕԳ գծին վերայ տրուած երկրորդ Է անկեան հաւասար անկիւն մի շինեմք որ է ԳՕԴ, ԴՕԱ անկիւնն խնդրուած անկիւնն է,

Սոյն խնդրոյն լուծումն կարելի ըլլալու համար պէտք է որ տրուած երկու անկեանց գումարն երկու ուղղանկիւնէն փոքր լինի ։

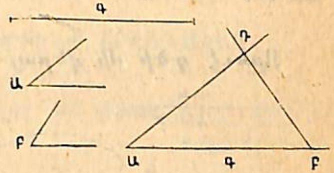
105. Խնդիր Է. — *Տրուած որեւէ անկեան մի կիսողն քաշել ։*



Պատ. 111

Տրուած ԲՕԱ անկեան Օ գագաթն իբր կեդրոն նկատելով (Պատ. 111) և որեւէ շառաւիղով մի՝ ԲԱ աղեղն քաշեմք. նմանապէս Ա և Բ կէտերն իբր կեդրոն նկատելով և միեւնոյն շառաւիղով երկու աղեղներ գծեմք որք զիրեար կը կտրեն Դ կէտին վերայ, միացընեմք Դ կէտն Օի, ԴՕ տրուած ԲՕԱ անկեան խնդրըուած կիսողն է ։

106. Խնդիր Ը. — *Եռանկեան մի մէկ կողմն եւ երկու առընթերակայ անկիւնքն ծանօթ ըլլալով՝ եռանկիւնն գծել ։*



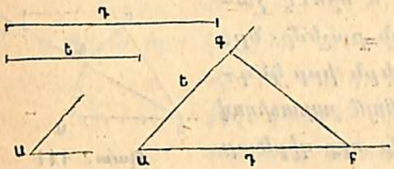
Պատ. 112

Որեւէ գծի մի վերայ ԱԲ երկայնութիւնն առնեմք տրուած Գ կողման հաւասար (Պատ. 112), ԱԲ գծին Ա կէտին վերայ ԴԱԲ անկիւն կազմենք տրուած Ա անկեան հաւասար (ըստ խնդիր Ե.), նմանապէս Բ կէտին վերայ ԱԲԴ անկիւնն՝ Բ տրուած անկեան հաւասար, ԱԴ և ԲԴ գծերն զիրեար պիտի կտրեն Դ կէտին վերայ, որով կը կազմուի ԱԴԲ խնդրուած եռանկիւնն ։

Սոյն խնդրոյն լուծումն կարելի ըլլալու համար պէտք է որ տրուած երկու անկեանց գումարն երկու ուղղանկիւնէն փոքր լինի ։

107. Խնդիր Թ. — *Եռանկեան մը երկու կողմերն եւ անոնց կազմած անկիւնն ծանօթ ըլլալով՝ եռանկիւնն գծել։*

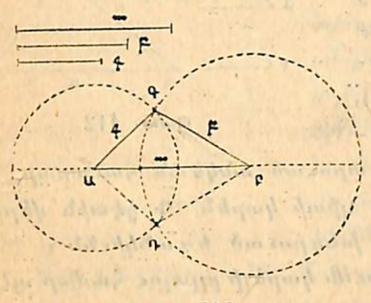
Որեւէ գծի մի վերայ ԱԲ երկայնութիւնն առնեմք տրուած Դ կողման հաւասար, (Պատ. 113) ԱԲ գծին Ա կէտին վերայ ԲԱԳ անկիւնն կազմենք տրուած Ա անկեան հաւասար, ԱԳ անորոշ գծին վերայ, սկսեալ Ա կէտէն և տրուած երկրորդ Ե կողման հաւասար երկայնութիւն մի առնեմք ԱԳ, միացնեմք Գ կէտն Բի որով կը կազմուի ԱԳԲ խնդրուած եռանկիւնն։



Պատ. 113

108. Խնդիր Ժ. — *Եռանկեան մը երեք կողմերն ծանօթ ըլլալով՝ եռանկիւնն գծել։*

Որեւէ գծի մի վերայ ԱԲ երկայնութիւնն առնեմք տրուած երեք կողմերէն միոյն՝ ա-ի հաւասար (Պատ. 114), Ա կէտն իբր կեդրոն և տրուած գ կողմն իբր շառաւիղ նկատելով շրջանակ մի քաշեմք, նմանապէս, Բ կէտն իբր կեդրոն և տրուած բ կողմն իբր շառաւիղ



Պատ. 114

նկատելով երկրորդ շրջանակ մի քաշեմք, այս երկու շրջանակներն զիրեար պիտի կտրեն Գ և Դ կէտերուն վերայ, միացնեմք Գ և Դ կէտերն ԱԲ գծին Ա և Բ կէտերուն, որով կը կազմուին ԱԳԲ և ԱԴԲ երկու եռանկիւնք որք կը համապատասխանեն խնդրուած եռանկեան։

Սոյն խնդրոյն լուծումն կարելի ըլլալու համար, պէտք է որ գծուած երկու շրջանակներն զիրեար կտրեն, սորա համար պէտք է որ այս երկու շրջանակաց կեդրոններուն իրարմէ ունեցած ա հեռաւորութիւնն՝ փոքր լինի երկու շրջանակաց բ և գ շառաւիղներուն գումարէն (ա < բ+գ) և մեծ նոցա տարբերութենէն (ա > բ—գ) այսինքն պէտք է որ եռանկեան տրուած մի կողմն՝ փոքր լինի միւս երկու կողմանց գումարէն եւ մեծ նոցա տարբերութենէն։ Որովհետեւ հակառակ պարագային մէջ շրջանակք չեն կարող կտրել զիրեար և որով խնդիրն լուծել կը լինի անհնարին։

ՍԿԶԲՆԱԿԱՆ ՇԻՆՈՒԹԻՒՆՔ ՇՐՋԱՆԱԿԱՑ

109. Խնդիր ԺԱ. — *Ուղիղ գծի վերայ չեղող երեք կէտերէ շրջանակ մը անցնել։*

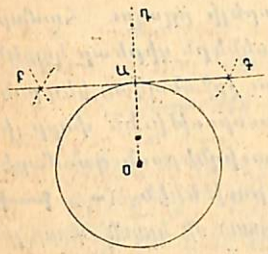
Սոյն խնդիրն արդէն լուծուած է 72 համարին մէջ (տես էջ 111)։

110. Խնդիր ԺԲ. — *Աղեղ մը երկու հաւասար մասանց բաժնել։*

Տրուած աղեղ մի երկու հաւասար մասանց բաժնելոյ համար, այդ աղեղին լարին միջին կէտին ուղղահայեաց մի պէտք է իջեցնել ։ (Տես Գլ. Զ. Նախ. Զ.) ։

111. Խնդիր ԺԳ. — *Բոլորակի մի շրջանակին վերայ առնուած կէտէ մի՝ նոյն շրջանակին շօշափող մի քաշել ։*

Առնեմք O շրջանակն (Պատ. 115) և այդ շրջանակին վերայ առնուած Ա կէտն, կ'առաջարկուի այդ կէտէն նոյն շրջանակին շօշափող մի քաշել ։

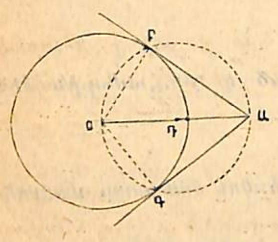


Պատ. 115

Միացնեմք կեդրոնն Ա կէտին և երկարեմք, OԴ գծին վերայ գտնուող Ա կէտէն ուղղահայեաց մի բարձրացնեմք նոյն գծին (ըստ Ի խնդրոյն) որ է ԲԳ, արդ ԲԳ գիծն խնդրուած շօշափողն է (տես Գլ. Զ. Նախ. Թ.) ։

112. Խնդիր ԺԴ. — *Բոլորակէ մի դուրս առնուած կէտէ մի՝ նոյն բոլորակին շօշափողներ քաշել ։*

Առնեմք O բոլորակն և այդ բոլորակէն դուրս եղող Ա կէտն, կ'առաջարկուի Ա կէտէն O բոլորակին շօշափողներ քաշել (Պատ. 116) ։



Պատ. 116

Միացնեմք Ա կէտն բոլորակին կեդրոնին և յառաջ եկած OԱ գծին Դ միջին կէտըն իբր կեդրոն նկատելով և ԴO շառաւիղով շրջանակ մի քաշեմք, այդ շրջանակն պիտի կտրէ զO շրջանակն Բ և Գ կէտերու վերայ, միացնեմք Ա կէտն Բ և Գ հատման կէտերուն և երկարեմք, յառաջ եկած ԱԲ և ԱԳ գծերն խնդրուած շօշափողներն են ։

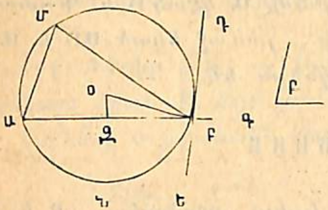
ԱՊԱՑՈՅՑ

Միացնեմք O կեդրոնն երկու շրջանակաց Բ և Գ հատման կէտերուն, յայտնի է թէ OԲԱ և OԳԱ անկիւնք ուղիղ են որովհետև կիսաբոլորակի մէջ գծուած են (տես էջ 144), հետևաբար ԱԲ ուղղահայեաց է O բոլորակին OԲ շառաւիղին, նմանապէս և ԱԳ ուղղահայեաց է OԳ շառաւիղին, ուստի և ԱԲ և ԱԳ շօշափողներ են O շրջանակին (տես Գլ. Զ. Նախ. Թ.) ։

113. Դարպասում. — Երբ Ա կէտն բոլորակէն դուրս առնուած է, այդ կէտէն նոյն բոլորակին երկու շօշափողներ կարէ քաշուիլ և յայտնի է թէ՝ այդ երկու շօշափողք իրարու հաւասար կը լինին (ԱԲ=ԱԳ) որովհետև երկու իրարու հաւասար ուղղանկիւն եռանկեանց (OԲԱ և OԳԱ) համապատասխանող կողմերն են ։

114. Խնդիր ԺԵ. — *Տանօթ գծի մի վերայ բոլորակի այնպիսի հատուած մի գծել, որուն ներագծեալ ամեն անկիւնք տրուած անկեան մի հաւասար լինին ։*

Ունիմք տրուած Բ անկիւնն և ԱԲ գիծն (Պատ. 117), ԱԲ գծին վերայ խնդրուած հատուածն գծելոյ համար, երկարեմք այդ գիծն մինչ Գ, և ԲԳ գծին Բ կէտին վերայ՝ տրուած Բ անկեան հաւասար անկիւն մի շինեմք (ըստ Ե. խնդրոյն), որ է ԴԲԳ, և երկարեմք ԴԲ մինչ ի Ե, ԴԵ գծին Բ կէտէն ԴԵ գծին վերայ ուղղահայեաց մի բարձրացընեմք (ըստ Բ խնդրոյն) որ է ԲՕ, նմանապէս ԱԲ գծին միջին Զ կէտէն, այդ երկու ուղղահայեացք պիտի հատուին Օ կէտին վերայ, արդ եթէ Օ կէտն իբր կեդրոն և ՕԲ շառաւիղ գործածելով շրջանակ մի քաշեմք, պիտի ստանամք ԱՄԲ խնդրուած բոլորակի հատուածն ։



Պատ. 117

ԱՊԱՑՈՅՑ

ԱՄԲ բոլորակի հատուածին մէջ անկիւն մի շինեմք, որ է ԱՄԲ անկիւնն, յայտնի է թէ այդ անկեան չափն է ԱՆԲ աղեղան կէսն (տես Գլ. Է Նախ. Գ.) ԴԵ շօշափողին և ԱԲ լարին կազմած ԱԲԵ անկեան չափն եւս նոյն ԱՆԵ աղեղան կէսն է (տես Գլ. Է. Նախ. Դ.) սակայն ԱԲԵ անկիւնն հաւասար է ԴԲԳ անկեան, այսինքն տրուած Բ անկեան. ուրեմն ԱՄԲ բոլորակի հատուածին ներագծեալ ամեն անկիւնք հաւասար ըլլալով տրուած Բ անկեան, ԱՄԲ հատուածն խնդրուած հատուածն է ։

ԱՌԱՋԱՐԿՈՒԹԻՒՆՔ

(65) Տրուած բոլորակի մի շօշափող մի քաշել որ զուգահեռական լինի այդ բոլորակէն դուրս առնուած գծի մի ։

(66) Տրուած աղեղ մի երկու հաւասար մասանց բաժնել ։

(67) Բոլորակ մի, տրուած եռանկեան մի ներագծել ։

(68) Ուղղանկեան (rectangle) մի կողմն և տրամանկեանց կազմած անկիւնն տրուած ըլլալով՝ ուղղանկիւնն գծել ։

(69) Զուգահեռագծի մի տրամանկիւններն և նոցա կազմած անկիւնն տրուած ըլլալով՝ զուգահեռագիծն գծել ։

(70) Բոլորակի մի մակարդակին վերայ առնուած կէտէ մի պէտք է այնպիսի հատանող մի անցնել որ՝ այդ հատանողէն շրջանակին հետ յառաջ բերած լարն, տրուած գծի մի հաւասար լինի ։

(71) Տրուած շառաւիղով մի այնպիսի շրջանակ մի գծել որ՝ տրուած երկու կէտերէ անցնի ։

(72) Տրուած շառաւիղով մի այնպիսի շրջանակ մի գծել որ՝ տրուած կէտէ մի անցնի և տրուած գծի մի շօշափող լինի ։ — Ապացոյց ։

(73) Տրուած շառաւիղով մի այնպիսի շրջանակ մի գծել որ՝ տրուած երկու գծերու միանգամայն շօշափող լինի ։ — Ապացոյց ։

(74) Շրջանակ մի գծել որ՝ երեք տրուած գծերու միանգամայն շօշափող լինի ։

(75) Եռանկեան մի երկու կողմերն և այդ կողմանց միոյն ընդդիմակաց անկիւնն տրուած ըլլալով՝ եռանկիւնն գծել ։

(76) Եռանկեան մի՝ մի կողմն և երկու առընթերակաց բարձրութիւնքն տրուած ըլլալով՝ եռանկիւնն գծել ։

(78) Տրապիզաձեւի մի չորս կողմերն տրուած ըլլալով՝ տրապիզաձեւ գծել ։

(79) Եռանկեան մի՝ մի կողմն, այդ կողման ընդդիմակաց անկիւնն և միւս երկու կողմանց կամ՝ գումարն և կամ տարբերութիւնն տրուած ըլլալով, եռանկիւնն գծել ։ — Ապացոյց ։

(80) Եռանկեան մի՝ մի կողմն, այդ կողման առընթերակաց մի անկիւնն և միւս երկու կողմանց կամ գումարն և կամ տարբերութիւնն տրուած ըլլալով՝ եռանկիւնն գծել ։

ՎԵՐՋ

ՏՊԱԳՐԱԿԱՆ ՎՐԻՊԱԿՔ

Էջ	Տող	Սխալ	Ուղիղ
14	14	(Պատ. 4)	(Պատ. 5)
16	24	մակերոևյթ	մակերևույթ
31	16	reciproque	réciproque
33	18	նախադասութիւնինն	նախադասութիւննին
47	16	երկկողմազոյգ	երկկողմանազոյգ
47	11	Ա և Բ	Ա և Գ
48	7	երկկողմնազոյգ	երկկողմանազոյգ
51	14	ապացուցանկ	ապացուցանել
64	1	քակ զմիւսն	քան զմիւսն
68	4	Բադ և Բդէ	Բադ և Բաէ
77	19	ներքին անկիւնններ	ներքին անկիւններ
115	17	շարաւիղն	շառաւիղն
157	15	գործոյն	գործույն

միշտ կրկնուած

շարաւիղ	շառաւիղ